

# **Differentiatie in de wiskundeles**

**In het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs**

Promotor: mevrouw Machteld Pensaert

Student: Eline Vrijzen

Opleidingsonderdeel Afstudeeronderzoek

Academiejaar 2017-2018

## **Inhoudsopgave**

|                                                                                                                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Voorwoord</b> .....                                                                                                                                              | <b>1</b>  |
| <b>Samenvatting</b> .....                                                                                                                                           | <b>2</b>  |
| <b>Inleiding</b> .....                                                                                                                                              | <b>3</b>  |
| <b>Onderzoekopzet</b> .....                                                                                                                                         | <b>4</b>  |
| <b>Onderzoeksresultaten</b> .....                                                                                                                                   | <b>5</b>  |
| Deelvraag 1: Op welke manieren kan ik differentiëren? .....                                                                                                         | 5         |
| Deelvraag 2: Hoe differentiëren de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs vandaag de dag? .....                          | 8         |
| Deelvraag 3: Hoe staan de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs ten opzicht van differentiëren in de wiskundeles? ..... | 9         |
| <b>Conclusies/aanbevelingen</b> .....                                                                                                                               | <b>11</b> |
| <b>Literatuurlijst</b> .....                                                                                                                                        | <b>13</b> |
| Geschreven bronnen .....                                                                                                                                            | 13        |
| Internetbronnen .....                                                                                                                                               | 13        |
| <b>Bijlagen</b> .....                                                                                                                                               | <b>15</b> |
| Bijlage 1: enquête en resultaten .....                                                                                                                              | 15        |
| Bijlage 2: extra oefenmateriaal .....                                                                                                                               | 23        |

## **Voorwoord**

Ik ben Eline Vrijzen, studente aan de lerarenopleiding voor de vakken wiskunde en fysica. Met dit afstudeeronderzoek heb ik onderzocht op welke manieren je kan differentiëren tijdens een les wiskunde en hoe dit vandaag de dag in de praktijk gebeurt.

Dit afstudeeronderzoek is vooral gericht aan leerkrachten wiskunde in het secundair onderwijs. Meer specifiek aan wiskundeleerkrachten die lesgeven in het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs.

Graag wil ik mijn promotor bedanken om mij te begeleiden in dit afstudeeronderzoek. Hiernaast wil ik mevrouw Sylvia Mommaerts bedanken voor de coachingssessies die wij van haar gekregen hebben rond het opstellen van een afstudeeronderzoek en voor het nakijken van mijn onderzoeksopzet met de onderzoeksvraag en de deelvragen. Ook wil ik alle leerkrachten bedanken die hebben deelgenomen aan dit onderzoek. Tenslotte wil ik mijn ouders bedanken voor de steun die ik de voorbije jaren van hen gekregen heb tijdens deze opleiding.

Eline Vrijzen  
Helchteren, 12/04/2018

## **Samenvatting**

In dit afstudeeronderzoek wordt er ingegaan op differentiatie tijdens de wiskundeles in het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs. Met dit onderzoek wordt er gezocht naar manieren waarop je kan differentiëren. Eerst worden de verschillende manieren waarop je dit kan doen, behandeld vooraleer overgegaan wordt naar hoe de wiskundeleerkrachten in de tweede graad algemeen secundair onderwijs dit vandaag de dag doen.

In dit onderzoek wordt er gebruik gemaakt van een literatuuronderzoek en een enquête. Deze enquête werd naar Vlaamse scholen opgestuurd die een tweede graad in het algemeen secundair onderwijs inrichten.

Het onderzoek illustreert dat je zowel op niveau, op tempo, op leerstrategieën als op evaluatie kan differentiëren. De deelnemers aan dit onderzoek doen dit reeds. Zij differentiëren over het algemeen door extra oefeningen te voorzien of door sterkere leerlingen zelfstandig aan het werk te zetten terwijl de zwakkere leerlingen uitleg krijgen van de leerkracht of van hun medeleerlingen.

Aan deze bundel is een oefeningenbundel gekoppeld. Hierin staan per leerstofthema (gebaseerd op het leerplan van het Katholiek Onderwijs Vlaanderen) oefeningen die gebruikt kunnen worden tijdens de wiskundelessen in het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs.

## **Inleiding**

Dit afstudeeronderzoek gaat over differentiëren in de wiskundeles in het 2<sup>de</sup> jaar van de 2<sup>de</sup> graad in het ASO. Dit afstudeeronderzoek bestaat uit twee bundels. In deze bundel staat mijn onderzoek uitgewerkt en in de tweede bundel kan u extra oefeningen vinden per leerstofonderdeel. De onderwerpen waarvoor ik extra oefeningen voorzien heb, zijn de volgende: de cirkel, driehoeksmeting, ruimtemeetkunde, analytische meetkunde, reële functies (tweedegraadsfuncties, vergelijkingen en ongelijkheden van de tweede graad en elementaire functies), algebraïsch rekenen (rekenen met veeltermen), beschrijvende statistiek (voor de richtingen met vier uur wiskunde), rijen, telproblemen en rekenen met kansen. Deze onderwerpen komen ook terug in het volgende leerplan wiskunde voor het 2<sup>de</sup> leerjaar van de 2<sup>de</sup> graad ASO: D/2002/0279/047.

Om te beginnen wil ik motiveren waarom ik voor dit onderwerp gekozen heb vooraleer ik overga naar mijn onderzoeks- en deelvragen. Voor de extra oefeningen verwijst ik u graag door naar de oefeningenbundel.

De reden waarom ik voor dit onderwerp gekozen heb, is dat ik dit een actueel onderwerp vind. Veel leerkrachten passen reeds differentiatie toe maar velen staan hier niet bij stil. Differentiatie tijdens de lessen wiskunde vind ik persoonlijk nodig, zo heb ik zelf al gemerkt dat sommige leerlingen sneller of trager zijn dan anderen of dat er sterkere of minder sterke leerlingen in de klas zitten. Daarom wil ik de snelle en sterkere leerlingen extra uitdagen door moeilijkere en motiverende oefeningen ter beschikking te stellen terwijl tragere of zwakkere leerlingen de basisoefeningen kunnen afwerken of extra basisoefeningen kunnen maken gedurende dezelfde tijdsduur.

Ik vind differentiatie goed en belangrijk omdat je zo kan inspelen op de mogelijkheden en noden van alle leerlingen.

Met dit onderzoek wil ik nagaan hoe ik in het vierde middelbaar kan differentiëren in de les wiskunde en hoe dit in de praktijk al wordt toegepast. Hiervoor heb ik de volgende onderzoeksvraag en deelvragen opgesteld: onderzoeksvraag: 'Op welke manieren kan ik differentiëren in de wiskundeles in het tweede jaar van de tweede graad ASO?', deelvragen: 'Op welke manieren kan ik differentiëren?', 'Hoe differentiëren de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad ASO vandaag de dag?' en 'Hoe staan de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad ASO ten opzichte van differentiëren in de wiskundeles?'.

Bij deze deelvragen heb ik enkele hypothesen opgesteld, zo heb ik bij de eerste deelvraag de volgende hypothese opgesteld: je kan differentiëren op niveau en op tempo. Bij de tweede deelvraag is mijn hypothese dat leraren in de mate van het mogelijke differentiëren maar dat ze hier niet altijd het juiste materiaal voor hebben. Bij de derde deelvraag is mijn hypothese dat leerkrachten differentiatie als iets goed ervaren dat je zo vaak mogelijk moet toepassen.

De eerste deelvraag heb ik beantwoord door gebruik te maken van een literatuurstudie, de tweede en de derde deelvraag heb ik beantwoord door een enquête op te stellen en de gegevens hiervan anoniem en strikt vertrouwelijk te analyseren. De enquête zelf en de resultaten hiervan kan u terugvinden in bijlage 1.

## **Onderzoeksopzet**

Het onderzoek startte met een literatuurstudie waarmee de eerste deelvraag van dit onderzoek werd beantwoord. Om de tweede en de derde deelvraag te beantwoorden, werd er gebruik gemaakt van een andere onderzoeksmethode. Hiervoor werd een enquête opgesteld en geanalyseerd. Het onderzoek dat gedaan werd, vond plaats in België, meer bepaald in Vlaamse middelbare scholen die een ASO in de tweede graad inrichten. De enquête werd op 11 maart 2018 gestart en werd op 10 april 2018 afgesloten. De onderzoeksgroep die betrokken was bij dit onderzoek waren leerkrachten wiskunde in de tweede graad algemeen secundair onderwijs.

De reden waarom er een enquête gebruikt werd, is dat je met deze methode zoveel mogelijk wiskundeleerkrachten in het vierde middelbaar ASO kan bereiken en op deze manier hun praktijken en mening kan bevragen. Interviews werden niet gebruikt omdat je hier minder personen mee kan bereiken door de tijdsintensiviteit en de af te leggen afstand. Nadat de keuze voor het opstellen en afnemen van een enquête was gemaakt, werd deze opgestuurd naar 580 middelbare scholen die een ASO in de tweede graad inrichten. Er hebben 100 leerkrachten deelgenomen. Hierdoor is er een reactiepercentage van ongeveer 17%. De enquête bestond volledig uit meerkeuzevragen met meerdere antwoordmogelijkheden, enkel de vraag naar hoelang er tijdens een les gedifferentieerd wordt, was een meerkeuzevraag met één antwoordmogelijkheid. Dit werd gedaan zodat er beter ingeschat kon worden hoelang de leerkrachten in het ASO gemiddeld differentiëren tijdens een les wiskunde in het tweede jaar van de tweede graad. Ook konden de leerkrachten bij het bolletje 'ander' een eigen antwoord ingeven. Voor de enquête zelf en de resultaten hiervan verwijs ik u door naar Bijlage 1.

In het volgende deel kan u de resultaten van de literatuurstudie en van de enquête lezen nadat er eerst een uitgebreide definitie van differentiatie wordt gegeven.

## **Onderzoeksresultaten**

Vooraleer er een antwoord geformuleerd wordt op de eerste deelvraag, namelijk: 'Op welke manieren kan ik differentiëren?', moet eerst duidelijk gedefinieerd worden wat er met differentiëren of differentiatie bedoeld wordt doorheen dit onderzoek.

Differentiëren wil zeggen dat we rekening willen houden met alle leerlingen die hun eigen sterktes en zwaktes hebben. Door ingrepen in de lesopbouw te plegen, zorgt de leerkracht ervoor dat elke leerling op zijn/haar eigen niveau en tempo de leerstof kan verwerken om zo tot een maximaal leerrendement te komen. (Costermans & Verbeek, 2017a)

Differentiëren heeft vele voordelen maar ook enkele nadelen. Eerst worden hier de voordelen op een rijtje gezet voordat de nadelen omschreven worden. De voordelen die differentiatie biedt, zijn de volgende: je houdt rekening met de individuele verschillen tussen leerlingen, differentiatie zorgt voor extra motivatie bij de leerlingen omdat de sterkere leerlingen meer worden uitgedaagd en de zwakkere leerlingen extra ondersteuning krijgen, het versterkt de zelfstandigheid bij leerlingen, de leerlingen leren meer verantwoordelijk te zijn voor hun leerproces en tenslotte kan je je als leerkracht beter oriënteren in de klas doordat je meer informatie krijgt over de verschillende leerlingen. De nadelen die hieraan vasthangen zijn: je moet er als leerkracht meer tijd in steken, sommige onderwerpen zijn moeilijk in combinatie te brengen met differentiatie, de individuele verschillen tussen de leerlingen worden benadrukt en tenslotte is het als leerkracht moeilijker om tijdens de evaluatie hier één cijfer op te plakken. (Costermans & Verbeek, 2017a)

Wanneer je differentieert moet je als leerkracht dus kunnen omgaan met verschillen en de verantwoordelijkheid bij de leerlingen kunnen leggen, hiervoor moet je vertrouwen hebben in de leerlingen. (Costermans & Verbeek, 2017a)

Er bestaan twee soorten differentiatie namelijk: binnenklasdifferentiatie en buitenklasdifferentiatie. In dit onderzoek werd gefocust op binnenklasdifferentiatie, dit houdt in dat je gaat differentiëren binnen de klasgroep. Je gaat hierbij om met de individuele verschillen tussen de leerlingen en past je les hieraan aan. Vooraleer je hieraan kan beginnen, moet je als leerkracht de verschillen tussen de leerlingen erkennen als meerwaarde en niet als een deficit zien. Als je dit als leerkracht in je achterhoofd houdt en inspeelt op de verschillen tussen de leerlingen, kan je ervoor zorgen dat elke leerling het hoogst mogelijke leerrendement behaalt door gebruik te maken van verschillende werkvormen, extra materiaal, variatie in tempo en variatie op niveau van de leerstof/oefeningen. (Wiskunde: Binnenklasdifferentiatie, z.j.)

### **Deelvraag 1: Op welke manieren kan ik differentiëren?**

Om de eerste onderzoeksvraag te beantwoorden, heb ik vooral gebruik gemaakt van een document van een nascholing over differentiatie, namelijk de bron met als titel: 'differentiëren in een wiskundeles. Ons praktijkvoorbeeld.' en van de bron 'FB live over differentiëren.'.

Je kan op verschillende manieren differentiëren tijdens een les wiskunde. Je kan differentiëren op basis van niveau, tempo, leerstrategieën of verwerkingswijze van de leerling en evaluatie.

Je kan tijdens de les ook differentiëren op basis van niveau van de leerlingen. Dit kan je doen door oefeningen te voorzien met verschillende moeilijkheidsgraden. De leerlingen kunnen dan kiezen welke oefeningen ze maken en dit zorgt voor extra motivatie bij de leerlingen doordat ze uitgedaagd worden of juist meer ondersteund worden. Deze vorm van differentiatie kan je ook toepassen op huiswerk door basisoefeningen te laten maken die iedereen moet oplossen, expert oefeningen te voorzien voor de sterkere leerlingen en extra oefeningen te voorzien voor de zwakkere leerlingen die nog extra oefening nodig hebben. Een model waarmee je op niveau kan differentiëren, is het sporenmodel. Je start hierbij met een korte maar krachtige instructie en vraagt wie dit begrepen heeft. Dit kan je testen met bordjes die de leerlingen met het juiste antwoord in de lucht moeten steken, met een quiz,... Hierna verdeel je de klas in groepen. Bij de ene groep kan je als leerkracht meer uitleg geven over de leerstof terwijl een andere groep de basisoefeningen zelfstandig maakt en nog een andere groep zelfstandig aan meer uitdagende oefeningen werkt. Wanneer je differentieert op niveau kan je ook rekening houden met de verschillende beheersingsniveaus. Deze kan je terugvinden in de taxonomie van Bloom. Je kan hierbij de leerlingen zelfstandig oefeningen laten oplossen, de leerlingen inspiratie laten zoeken op het internet, je kan hen ook laten overstappen naar andere contexten zoals bijvoorbeeld de wiskunde die je in piramides kan terugvinden. (Costermans & Verbeeck, 2017b; KLASSE, 2018)



Figuur 1. Taxonomie van Bloom.

Je kan leerlingen ook aanduiden als experts. Dit is een coöperatieve werkvorm waarbij er experts zijn. Dit zijn sterkere leerlingen die het onderwerp al onder de knie hebben. Zij mogen hun medeleerlingen helpen wanneer het fout gaat. De leerlingen mogen dan vragen stellen aan de experts maar de experts mogen de oefening niet overnemen zodat de 'zwakkere' leerlingen de oefeningen nog steeds zelf oplossen. (KLASSE, 2018)

Je kan differentiatie toepassen op het tempo van een les. Je kan in de klas zeggen dat leerlingen een bepaalde hoeveelheid tijd krijgen tijdens de les om de leerstof te verwerken en de rest van de leerstof (hetgeen de leerlingen niet afkrijgen tijdens de les) verwerken de leerlingen thuis. Leerlingen die sneller klaar zijn mogen de vorige leerstof nog eens herhalen of de volgende al voorbereiden. Bij dit soort van differentiatie werkt de leerkracht als coach of als begeleider. Dit houdt in dat de leerkracht enkel aan het begin van de les uitleg geeft, zich actief in de klas begeeft en tussendoor enkel op individueel niveau tussenkomt zodat de leerlingen op hun eigen tempo kunnen verder werken. (Costermans & Verbeeck, 2017b)

Je kan tijdens de les differentiëren op de verwerkingwijze van de leerlingen. Dit kan je doen door de leerlingen voor de keuze te stellen: ofwel verwerken de leerlingen de leerstof zelfstandig ofwel volgen de leerlingen de les. Zo kunnen de leerlingen de les verwerken op hun eigen wijze en degenen die de leerstof zelfstandig willen verwerken, kunnen op deze manier ook op hun eigen tempo werken. Als leerkracht moet je ervoor zorgen dat er duidelijke afspraken gemaakt worden (de leerlingen moeten weten wat ze aan het einde van de les zeker gedaan moeten hebben). Ook moet je als leerkracht twee



verschillende ruimtes voorzien voor de twee groepen van leerlingen.

Bij het differentiëren op basis van leerstrategieën kan je differentiëren op sociale competenties. Je kan hiervoor de klas in zones verdelen. In een zone werken de leerlingen alleen, in een andere zone kan je werken per twee, in nog een andere zone kan je werken in groepen van vier en in nog een andere zone werk je alleen maar kan je ook uitleg aan de leerkracht vragen. (Costermans & Verbeeck, 2017b; KLASSE, 2018)

Tijdens het evalueren kan je ook gebruik maken van differentiatie. Je kan de leerlingen op een toets laten kiezen welke reeks ze bij welke oefening maken. Om ervoor te zorgen dat de sterkere leerlingen de moeilijkere opgave kiezen, kan je deze oefening voor een klein deel van de punten meer laten meetellen. Je moet in de vraagstelling dan wel duidelijk verwijzen naar hoeveel punten een juist antwoord bij elke opgave oplevert. Je kan ook beoordelen op basis van tijd. De leerlingen moeten een basis aantal oefeningen oplossen waarna ze per aantal extra opgeloste oefeningen een bonuspunt krijgen. Je moet dit duidelijk communiceren met de leerlingen of duidelijk in de vraag plaatsen zodat de leerlingen weten hoeveel vragen ze minstens moeten oplossen en hoeveel extra punten ze kunnen verdienen indien ze extra oefeningen hebben opgelost. De verschillende cijfers moeten achteraf ook herleid worden naar één cijfer zodat ze voor iedereen even zwaar doorwegen. (Costermans & Verbeeck, 2017b)

Een andere manier om te differentiëren in evaluatie is door dezelfde toets te geven maar meer ondersteuningsmiddelen aan te bieden. Je mag hierbij de leerlingen niet vergelijken met elkaar, vooraf moet je dit zeker aan de leerlingen zeggen zodat zij dit weten. Bij deze vorm van differentiëren, gaat het om feedback om de leerlingen te doen groeien. Een manier om dit te doen is door leerlingen jokers te laten inzetten. Hierbij bepaal je als leerkracht vooraf of de leerlingen deze mogen inzetten voor extra ondersteuning, een wegvallende vraag of een evaluatiecriterium dat dubbel of niet doorweegt. Een combinatie van de vorige drie is ook mogelijk. Hierbij geven de leerlingen ook een verantwoording. De leerlingen leren hierdoor keuzes maken, hun zelfkennis kan hierdoor vergroten en de leerlingen kunnen extra ondersteuning krijgen om hun opdracht te voltooien. Je kan als leerkracht tijdens de feedback een lijst van de leerplandoelstellingen opstellen en hierbij noteren of ze behaald, niet behaald of behaald zijn mits ondersteuning. Als leerkracht moet je er wel voor zorgen dat je het aantal jokers beperkt zodat de leerlingen goede keuzes leren maken. (Vandeputte, 2018)

Om te besluiten, kan dus vastgesteld worden dat je op verschillende onderdelen kan differentiëren, zo kan je differentiëren op niveau, op tempo, op leerstrategieën en op evaluaties. Voor een uitgebreidere uitleg per onderdeel verwijs ik u door naar de literatuurstudie die hierboven vermeld staat.

In de volgende twee secties worden de resultaten van de enquête gepresenteerd. Deze werd afgenomen bij wiskundeleerkrachten die lesgeven in het tweede jaar van de tweede graad van het algemeen secundair onderwijs. Bij het afsluiten van de enquête was er een reactiepercentage van ongeveer 17% (per school konden meerdere leerkrachten antwoorden en de mogelijkheid bestaat dat niet alle scholen die geteld werden een ASO in de tweede graad inrichten). De gegevens die hieronder verwerkt zijn en die u in bijlage 1 kan terugvinden, werden anoniem en strikt vertrouwelijk verwerkt.

## **Deelvraag 2: Hoe differentiëren de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs vandaag de dag?**

Om erachter te komen hoe leerkrachten differentiëren tijdens de lessen wiskunde werd een enquête opgesteld en geanalyseerd (voor enquête en resultaten zie bijlage 1). De eerste vraag met betrekking tot deze deelvraag is de volgende: 'Differentieert u in de lessen wiskunde?'. Op deze vraag werd er in het algemeen positief geantwoord, zo differentiëren er 8 leerkrachten elke les en 80 leerkrachten enkele wanneer ze hier een mogelijkheid toe zien. In het extra veld 'ander' werd er ook veel positief gereageerd, zo werd er gezegd dat er bij het maken van oefeningen gedifferentieerd wordt, dat er twee leerkrachten voor een groep staan om te differentiëren, dat de leerlingen voor het studeren van de leerstof een gedifferentieerde aanpak krijgen en er is één leerkracht die zei dat hij/zij bijna elke les differentieert en dat hij/zij enkel tijdens de lessen waarin een belangrijk bewijs gezien wordt, verwacht dat alle leerlingen de les klassikaal volgen. Ook werd er negatief op deze vraag geantwoord, zo zijn er 15 leerkrachten die niet differentiëren doordat ze hier de middelen niet voor hebben of doordat dit niet mogelijk is door de klasgrootte. Ook in het veld 'ander' werd er gezegd dat differentiëren te moeilijk is omdat je dan aan de 'zwakkere' leerlingen moet duidelijk maken dat ze moeilijkere oefeningen niet moeten kunnen oplossen. Maar de leerlingen willen deze wel kunnen oplossen omdat ze schrik hebben om iets te missen. Ook werd er vermeld dat er klassen zijn waarbij de leerlingen te zwak zijn om te differentiëren, de leerlingen hebben de leerstof van vorige jaren niet onder de knie waardoor deze leerkracht niet kan differentiëren omdat er hierdoor te veel tijd verloren gaat. Hij/zij lost dit op door veel klassikaal les te geven.

Uit deze vraag volgt dus dat de meeste leerkrachten die deelgenomen hebben aan de enquête differentiëren tijdens de les wiskunde wanneer zij hier een mogelijkheid toe zien.

Om te kijken hoe lang deze leerkrachten differentiëren, konden de deelnemers aan de enquête uit tijdsintervallen kiezen. Er zijn 88 leerkrachten die deze vraag hebben ingevuld. 40,9% zegt gemiddeld vijf tot vijftien minuten te differentiëren tijdens een les, 22,7% van de deelnemers zegt minder dan vijf minuten te differentiëren, ook zegt 22,7% van de deelnemers meer dan 25 minuten te differentiëren tijdens een les wiskunde en een minderheid van 13,6% haalt aan 16 tot 25 minuten te differentiëren. Hieruit kan ik vaststellen dat de meerderheid van de leerkrachten minder dan 15 minuten differentieert tijdens een les wiskunde, slechts 22,7% van de deelnemers geeft aan langer dan de helft van een les te differentiëren.

Om erachter te komen op welke manieren er gedifferentieerd wordt, werden hier enkele vragen over gesteld. Zo kan er na de analyse van de enquête worden vastgesteld dat de meerderheid van de leerkrachten op niveau differentieert door tijdens een oefenmoment oefeningen van een hoger niveau aan de sterkere leerlingen te geven en de oefeningen van een lager niveau aan de zwakkere leerlingen. De manier die een tweede plek veroverde met slechts één stem minder is dat er extra oefeningen worden gegeven waarbij het probleemoplossend denken gestimuleerd wordt.

Bij het differentiëren op basis van leerstrategieën stemde een overduidelijke meerderheid van deelnemers voor de optie die zegt dat de sterkere leerlingen zelfstandig mogen werken terwijl de zwakkere leerlingen extra uitleg krijgen, 81,1% van de deelnemers stemde voor deze optie. Op de tweede plaats komt de optie dat de sterkere leerlingen de zwakkere leerlingen uitleg mogen geven wanneer ze niet meer verder kunnen, hier werd door 62,2% van de deelnemers op gestemd. In de antwoordcategorie 'ander' werd er ook

een paar keer vermeld dat de leerlingen in groepen worden geplaatst waarbij de sterkere leerlingen de zwakkere leerlingen kunnen verder helpen.

Ook werd er gevraagd hoe er wordt gedifferentieerd met betrekking tot didactische werkvormen. Het merendeel van de deelnemende leerkrachten maakt gebruik van extra oefeningen. Op de tweede plaats komen groepswerken, dit wordt gevolgd door spelvormen en op de laatste plaats komt een hoekenwerk. Ook werd er vermeld door een leerkracht dat de leerlingen zelfstandig een deel van de leerstof verwerken.

De laatste vraag van deze enquête had betrekking tot het materiaal dat gebruikt wordt tijdens de differentiatie. De grote meerderheid van de deelnemers geeft aan extra oefeningen uit het boek te gebruiken of zelf oefeningen op te stellen, slechts 15,1% gebruikt spelvormen tijdens de les. In de categorie 'ander' werd er aangegeven dat er leerkrachten zijn die hun leerlingen zelf oefentoetsen en flashcards laten opstellen die de zwakkere leerlingen helpen bij het verwerken van de leerstof. Ook zijn er vier leerkrachten die aangeven dat ze extra oefeningen uit een ander handboek gebruiken.

Om een besluit op deze deelvraag te vormen, kan er gezegd worden dat de meeste leerkrachten maximaal een kwartier van hun les differentiëren maar dat er wel gedifferentieerd wordt wanneer er een mogelijkheid toe is. Er wordt veel gedifferentieerd door oefeningen van verschillende moeilijkheidsgraad aan de zwakkere en sterkere leerlingen te geven, ook worden er extra oefeningen gegeven die het probleemoplossend denken van de leerlingen stimuleren. Er wordt dus veel gebruik gemaakt van extra oefeningen die de leerkrachten uit het handboek halen dat ze gebruiken, deze zelf opstellen of deze halen uit andere handboeken. Er wordt vooral gedifferentieerd door extra oefeningen te voorzien of door groepswerken te organiseren. Op basis van leerstrategieën mogen de sterkere leerlingen over het algemeen zelfstandig werken terwijl de zwakkere leerlingen extra uitleg krijgen of mogen de sterkere leerlingen de zwakkere leerlingen extra uitleg geven.

### **Deelvraag 3: Hoe staan de leerkrachten uit het tweede jaar van de tweede graad algemeen secundair onderwijs ten opzichte van differentiëren in de wiskundeles?**

Uit de enquête is gebleken dat de meeste leerkrachten positief staan ten opzichte van differentiëren (voor de resultaten zie bijlage 1). Zo vond het merendeel van de deelnemers differentiëren in de wiskundeles goed omdat de sterkere leerlingen uitgedaagd worden en omdat de zwakkere leerlingen extra ondersteuning krijgen. Een minderheid van de deelnemers, respectievelijk 7,0% en 1,0% vindt differentiëren in de wiskundeles niet goed omdat de leerlingen voor de evaluatie dezelfde leerstof moeten beheersen en omdat je door te differentiëren de leerlingen bestempelt als zwakker en sterker. Er zijn ook vijf leerkrachten die gegaan zijn voor de optie 'ander'. De antwoorden die hierbij gegeven werden, zijn: dat alles afhangt van de manier waarop je differentieert, dat de infrastructuur en de klasgrootte hier een rol in spelen en dat differentiatie goed is in de mate van het mogelijke. Ook werd er door één leerkracht vermeld dat deze differentiëren moeilijk vindt wanneer de tekorten van de leerlingen te wijten zijn aan een gebrek aan inzet.

In het algemeen kan er dus besloten worden dat leerkrachten positief staan ten opzichte van differentiatie in de wiskundeles. Zo vindt het merendeel van de leerkrachten, respectievelijk 74 en 73, dat differentiatie goed is omdat je de sterkere leerlingen meer kan uitdagen en omdat je de zwakkere leerlingen beter kan ondersteunen. Ook waren er

35 leerkrachten die differentiatie goed vinden omdat de leerlingen de les dan kunnen volgen via verschillende leerstrategieën. Een minderheid van 8% vindt differentiëren niet goed omdat je hierdoor de leerlingen bestempelt als zwakker en sterker en omdat de leerlingen voor de evaluatie dezelfde leerstof moeten beheersen.

## **Conclusies/aanbevelingen**

Dit onderzoek werd uitgevoerd om een antwoord te geven op de volgende onderzoeksvraag: 'Op welke manieren kan ik differentiëren in de wiskundeles in het tweede jaar van de tweede graad in het ASO?'. Om dit te doen, werden er drie verschillende deelvragen opgesteld.

Zo werd de eerste deelvraag beantwoord op basis van een literatuurstudie, er bestaan verschillende manieren waarom je kan differentiëren: je kan differentiëren op basis van niveau, op basis van tempo, op basis van leerstrategieën en op basis van evaluatie. Hiermee werd mijn hypothese bekrachtigd en uitgebreid. Aan de opties leerstrategieën en evaluatie had ik voordien niet gedacht.

De tweede deelvraag werd beantwoord door middel van een enquête. Door het afnemen van deze enquête kunnen we besluiten dat het merendeel, namelijk 80,8%, van de leerkrachten zegt te differentiëren wanneer zich hier een mogelijkheid toe biedt. Er wordt vooral gedifferentieerd door extra oefeningen aan te bieden die ofwel het probleemoplossend denken stimuleren ofwel door sterkere leerlingen moeilijkere oefeningen aan te bieden terwijl de zwakkere leerlingen gemakkelijkere oefeningen oplossen tijdens een oefenmoment. Ook wordt in meer dan de helft van de gevallen vermeld dat de sterkere leerlingen zelfstandig aan de slag gaan en de zwakkere leerlingen extra uitleg krijgen, deze uitleg kan ook door de sterkere leerlingen gegeven worden. De hypothese die ik bij deze deelvraag had opgesteld wordt hierdoor bekrachtigd maar niet volledig beantwoord.

De laatste deelvraag werd eveneens beantwoord door het analyseren van een enquête. Hieruit kan besloten worden dat de meerderheid van de Vlaamse wiskundeleerkrachten in de tweede graad ASO differentiatie een goede zaak vindt omdat je hier de zwakkere leerlingen extra ondersteuning mee kan bieden en de sterkere leerlingen hier extra mee kan uitdagen. Slechts een kleine minderheid vindt differentiatie niet goed omdat je de leerlingen hiermee bestempeld of omdat dit moeilijk is om te evalueren. Hiermee werd mijn hypothese voor deze deelvraag ook bekrachtigd.

Om te besluiten kan dus gezegd worden dat je op verschillende manieren kan differentiëren in de wiskundeles in het vierde middelbaar. Zo kan je differentiëren op basis van niveau door te werken met het sporenmodel of door extra oefeningen te voorzien die probleemoplossend denken stimuleren. Dit wordt reeds veel gedaan door leerkrachten in het algemeen secundair onderwijs door verschillende soorten oefeningen te voorzien voor sterkere en zwakkere leerlingen. Je kan differentiëren op tempo door extra oefeningen te voorzien voor de snellere leerlingen. Je kan differentiëren op basis van leerstrategieën door je klas te verdelen in zones en aan elke zone een specifiek leergedrag te koppelen (zelfstandig werken, per twee werken, in groep werken, zelfstandig werken maar uitleg aan de leerkracht kunnen vragen,...). Ook dit wordt reeds toegepast in het onderwijs vandaag de dag door de sterkere leerlingen zelfstandig te laten werken en de zwakkere leerlingen extra uitleg te verschaffen of door de sterkere leerlingen de zwakkere leerlingen te laten helpen. Tenslotte kan je ook differentiëren op basis van evaluatie door verschillende toetsen te voorzien die dezelfde leerplandoelstellingen toetsen maar die uit gemakkelijkere of moeilijkere oefeningen bestaan, ook kan je de leerlingen jokers laten inzetten tijdens hun toetsen.

Aan dit onderzoek kan nog een vervolgonderzoek gekoppeld worden. Hierin kan onderzocht worden waarom leerkrachten al dan niet differentiëren. Door dit te doen, kan er ook een vollediger antwoord gegeven worden op de hypothese die ik gesteld heb bij de tweede deelvraag, namelijk dat leraren in de mate van het mogelijke differentiëren maar dat ze hier niet altijd materiaal voor hebben. De reden waarom leerkrachten wel of niet differentiëren werd in dit onderzoek namelijk maar oppervlakkig nagegaan. Zo werd er alleen gekeken naar middelen en de klasgrootte.

## **Literatuurlijst**

### **Geschreven bronnen**

- Bombeke, G. (2017). *Gedifferentieerde lesopbouw: Diversiteit als uitgangspunt bij het ontwikkelen van een lessenreeks*.
- Costermans, S., & Verbeeck, G. (2017a). *Differentiatie in de wiskundelessen*.
- Costermans, S., & Verbeeck, G. (2017b). *Differentiëren in een wiskundeles. Ons praktijkvoorbeeld*.
- Grosemans, I., & Ramaekers, D. (2011). *Differentiatie in de wiskundeles: Differentiatie voor sterkere leerlingen in het eerste leerjaar, tweede graad* (Werkbundel, Ongepubliceerde bachelorproef). KHLim, Bachelor in het Onderwijs: Secundair Onderwijs, Hasselt, België.
- Grosemans, N. (2017). *Meester van je eigen leren, een schoolaanpak*.
- Heylen, L. (2017a). *Differentiatie! Op zoek naar meer motivatie bij jongeren!*
- Heylen, L. (2017b). *Manieren van differentiëren*.
- Schelfhout, W. (2017). *Differentiatie is de macse! In het belang van de leerling, maar met de voeten op de grond...*
- Smets, W. (2017). *Gedifferentieerde instructie: Werken op maat van wat je leerlingen nodig hebben*.
- Smets, W., & Struyven, K. (2017). *Gedifferentieerde instructie: proactief aan de slag met verschillen in de klas*.
- Smets, W., De Neve, D., & Struyven, K. (2017). *De complexiteit van gedifferentieerd lesgeven: hoe inspelen op verschillen in instructiebehoefte?*

### **Internetbronnen**

- Carreyn, B. (2014). *Differentiëren in de eerste en tweede graad*. Geraadpleegd via <http://www.dpbbrugge.be/wiskunde/DVW%201-2%202014/ww11%20Differenti+%20BDren%20in%20de%20e%20en%20e%20graad.pdf>
- Differentiatie in de klas. (z.j.). Geraadpleegd via <http://differentiatieindeklas.weebly.com/>
- Differentiëren. (z.j.). Geraadpleegd via <https://www.klasse.be/reeks/differentieren/>
- Heylen, L. (2009, oktober). Differentiatie in de klas. *Egoscoop*, 14(01). Geraadpleegd via [https://egoscoop.nl/pdf/Jaargang\\_14\\_Nr.\\_1\\_P42-49\\_-\\_Differentiatie\\_in\\_de\\_klas.pdf](https://egoscoop.nl/pdf/Jaargang_14_Nr._1_P42-49_-_Differentiatie_in_de_klas.pdf)
- Heylen, L. (2015). *Wat maakt het verschil in een zorgbeleid?* Geraadpleegd via [http://www.vikom.be/sites/default/files/openingsreferaat\\_ludo\\_heylen\\_zorgtweed\\_aagse\\_2015.pdf](http://www.vikom.be/sites/default/files/openingsreferaat_ludo_heylen_zorgtweed_aagse_2015.pdf)
- Kennisatelier thema: Differentiëren & klassenmanagement. (z.j.). Geraadpleegd via [https://www.google.be/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEWju3qLmwODWAhVBJFAKHafQC\\_MQFggsMAE&url=http%3A%2F%2Fmaken.wikiwijs.nl%2Fbestanden%2F450040%2FKennisatelier%2520differentieren%2520en%2520klassenmanagement%2520studentversie.pptx&usg=AOvVaw3ZnmDV-CCQ2ke7j8o-0Zey](https://www.google.be/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEWju3qLmwODWAhVBJFAKHafQC_MQFggsMAE&url=http%3A%2F%2Fmaken.wikiwijs.nl%2Fbestanden%2F450040%2FKennisatelier%2520differentieren%2520en%2520klassenmanagement%2520studentversie.pptx&usg=AOvVaw3ZnmDV-CCQ2ke7j8o-0Zey)
- KLASSE. (2018). *FB live over differentiëren*. Geraadpleegd via <https://www.facebook.com/klasse/videos/10155518721404005/>
- Omgaan met verschillen in de klas. (2016-2017). Geraadpleegd via <http://www.dpbbrugge.be/secundair/dipebe/2016-2017/documenten/PDB%20visietekst%20BKD.pdf>
- Persbericht: Peiling wiskunde in de tweede graad algemeen secundair onderwijs. (z.j.).

Geraadpleegd via <https://ppw.kuleuven.be/home/docsindex/20120509-pb-peiling-wiskunde-aso-2.pdf>

Structuur en indeling van een scriptie. (z.j.). Geraadpleegd via <https://www.scribbr.nl/category/scriptie-structuur/>

Taxonomie van Bloom. (2018). Geraadpleegd via <https://talentstimuleren.nl/thema/stimulerend-signaleren/rijke-leeractiviteiten/bloom>

Vandeputte, S. (2018). *Werken met jokers*. Geraadpleegd via <http://lerendifferentieren.be/werken-met-jokers/>

Van Malderen, S. (2015). *Waarom en hoe differentiëren naar boven voor wiskunde (in de tweede graad)?* Geraadpleegd via <http://www.scriptiebank.be/scriptie/2015/waarom-en-hoe-differentieren-naar-boven-voor-wiskunde-de-tweede-graad>

Wiskunde: Binnenklasdifferentiatie. (z.j.). Geraadpleegd via [https://pincette.vsko.be/Website\\_buitenhuis/DPB/DPB\\_Brugge/SO/Didactische%20en%20pedagogische%20berichten/Vakbegeleiding/Wiskunde/Wiskunde%202016-2017.pdf](https://pincette.vsko.be/Website_buitenhuis/DPB/DPB_Brugge/SO/Didactische%20en%20pedagogische%20berichten/Vakbegeleiding/Wiskunde/Wiskunde%202016-2017.pdf)



## **Bijlagen**

### **Bijlage 1: Enquête en resultaten**

#### **Differentiatie in de wiskundeles**

##### **Pagina 1**

Beste

Ik ben Eline Vrijsen, een studente aan de lerarenopleiding in Leuven voor de vakken wiskunde en fysica. Voor mijn afstudeeronderzoek ga ik onderzoeken hoe leerkrachten in het 4de middelbaar ASO staan tegenover differentiëren in de wiskundeles en hoe zij dit aanpakken. Om dit te onderzoeken, wil ik u vragen om onderstaande enquête in te vullen. Dit neemt slechts enkele minuten van uw tijd in beslag. De resultaten zullen anoniem en vertrouwelijk verwerkt worden. Alvast bedankt!

##### **Pagina 2**

#### **Wat is uw mening over differentiëren in de wiskundeles?**

- ☐ Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de zwakke leerlingen extra ondersteuning krijgen.
- ☐ Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de sterkere leerlingen extra worden uitgedaagd.
- ☐ Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de leerlingen de les kunnen volgen via verschillende leerstrategieën.
- ☐ Ik vind differentiëren in de wiskundeles niet goed omdat je de leerlingen bestempelt als zwakker en sterker.
- ☐ Ik vind differentiëren in de wiskundeles niet goed omdat de leerlingen allemaal dezelfde leerstof moeten kennen voor de evaluatie en zij dus allemaal dezelfde leerstof moeten beheersen.
- ☐ Andere:

#### **Differentieert u in de lessen wiskunde?**

- ☐ Ja, elke les.
- ☐ Ja, maar enkel wanneer ik hier een mogelijkheid toe zie.
- ☐ Neen, want ik heb hier de middelen niet voor.
- ☐ Neen, dit is niet mogelijk door de klasgrootte.
- ☐ Andere:

De volgende vragen dient u enkel in te vullen indien u differentieert tijdens de wiskundelessen.

**Hoelang differentieert u tijdens een lesuur?**

- ☐ Minder dan 5 minuten.
- ☐ 5-15 minuten.
- ☐ 16-25 minuten.
- ☐ Meer dan 25 minuten.

**Op welke manieren differentieert u met betrekking tot de leerstof?**

- ☐ Ik geef extra oefeningen van hetzelfde niveau aan de snelle leerlingen.
- ☐ Ik geef extra oefeningen van hetzelfde niveau als huistaak aan de zwakkere leerlingen.
- ☐ Ik geef tijdens een oefenmoment oefeningen van een hoger niveau aan de sterkere leerlingen en oefeningen van een lager niveau aan de zwakkere leerlingen.
- ☐ Ik geef extra oefeningen waarbij het probleemoplossend denken gestimuleerd wordt.
- ☐ Ik geef extra oefeningen met betrekking tot inhouden van het 5de middelbaar.
- ☐ Andere:

**Op welke manieren differentieert u met betrekking tot leerstrategieën?**

- ☐ De sterkere leerlingen mogen zelfstandig werken terwijl de zwakkere leerlingen extra uitleg krijgen.
- ☐ De sterkere leerlingen mogen de zwakkere leerlingen uitleg geven wanneer deze niet meer verder kunnen.
- ☐ De actieve leerlingen mogen in groep samenwerken om al overleggend en discussiërend tot een goed antwoord te komen terwijl de rustigere leerlingen individueel werken aan een opdracht.
- ☐ Andere:

**Op welke manieren differentieert u met betrekking tot didactische werkvormen?**

- ☐ Ik maak gebruik van extra oefeningen.
- ☐ Ik maak gebruik van groepswerken.
- ☐ Ik maak gebruik van een hoekenwerk.
- ☐ Ik maak gebruik van spelvormen.
- ☐ Andere:

**Van welk materiaal maakt u gebruik tijdens het differentiëren?**

- ☐ Extra oefeningen uit het boek.
- ☐ Extra oefeningen die ik zelf heb opgesteld.
- ☐ Spelvormen.
- ☐ Andere:

## Differentiatie in de wiskundeles

### 1. Wat is uw mening over differentiëren in de wiskundeles?

Aantal deelnemers: 99

73 (73.7%): Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de zwakke leerlingen extra ondersteuning krijgen.

74 (74.7%): Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de sterkere leerlingen extra worden uitgedaagd.

35 (35.4%): Ik vind differentiëren in de wiskundeles goed omdat de leerlingen de les kunnen volgen via verschillende leerstrategieën.

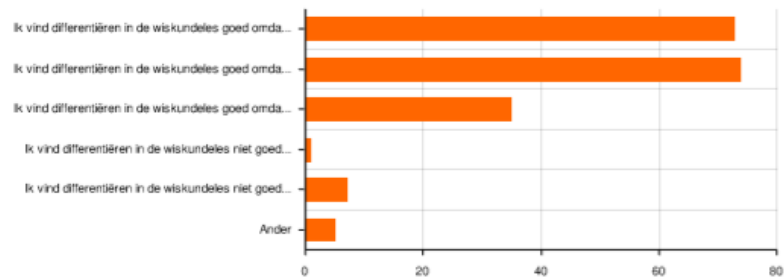
1 (1.0%): Ik vind differentiëren in de wiskundeles niet goed omdat je de leerlingen bestempelt als zwakker en sterker.

7 (7.1%): Ik vind differentiëren in de wiskundeles niet goed omdat de leerlingen allemaal dezelfde leerstof moeten kennen voor de evaluatie en zij dus allemaal dezelfde leerstof moeten beheersen.

5 (5.1%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- alles hangt af van hoe je differentieert: op tempo, op moeilijkheidsgraad, op inhoud ...
- De klasgroep is te groot ( 23 lln ) , het lokaal is te klein en er is te weinig materiaal voor handen ( via werkbladen of ict in de klas
- Sporadisch doe ik dat eens
- Ik heb het moeilijk met differentiatie wanneer de tekorten te wijten zijn aan een gebrek aan inzet van de leerling.
- Ik vind differentiëren goed, in het mate van het mogelijke, om alle leerlingen zo goed mogelijk te ondersteunen en uit te dagen.



## 2. Differentieert u in de lessen wiskunde?

Aantal deelnemers: 99

8 (8.1%): Ja, elke les.

80 (80.8%): Ja, maar enkel wanneer ik hier een mogelijkheid toe zie.

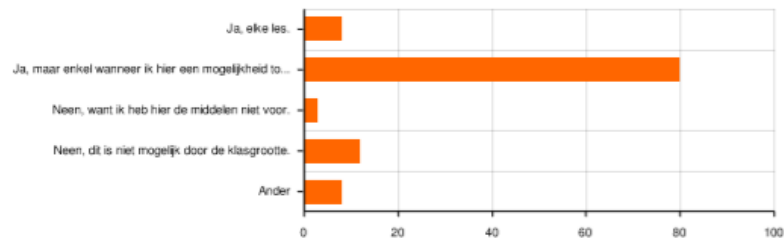
3 (3.0%): Neen, want ik heb hier de middelen niet voor.

12 (12.1%): Neen, dit is niet mogelijk door de klasgrootte.

8 (8.1%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- bij het maken van oefeningen maken de sterke leerlingen meer oefeningen en kunnen de zwakkere leerlingen vragen stellen
- Ja, tijdens oefenlessen. De leerlingen maken oefeningen op hun niveau.
- neen, het is moeilijk om de 'zwakkere' lln duidelijk te maken dat ze de moeilijkere oefeningen niet moeten kunnen. Ze willen dit dan ook kunnen omdat ze schrik hebben om iets te missen.
- eerder zelden dus
- Doordat de leerlingen zwak zijn en de leerstof van de vorige jaren te weinig onder de knie hebben, moet ik vaak klassikaal lesgeven omdat er anders te veel tijd verloren gaat.
- 2 leerkrachten voor een groep leerlingen helpt
- \*bijna elke les: als we een belangrijk bewijs zien, verwacht ik wel dat iedereen klassikaal volgt
- De leerlingen krijgen voornamelijk een gedifferentieerde aanpak bij het studeren van de leerstof.



## 3. Hoelang differentieert u tijdens een lesuur?

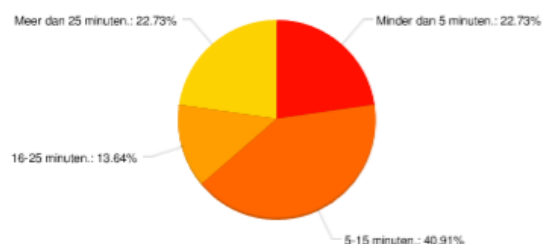
Aantal deelnemers: 88

20 (22.7%): Minder dan 5 minuten.

36 (40.9%): 5-15 minuten.

12 (13.6%): 16-25 minuten.

20 (22.7%): Meer dan 25 minuten.



#### 4. Op welke manieren differentieert u met betrekking tot de leerstof?

Aantal deelnemers: 92

25 (27.2%): Ik geef extra oefeningen van hetzelfde niveau aan de snelle leerlingen.

19 (20.7%): Ik geef extra oefeningen van hetzelfde niveau als huistaak aan de zwakkere leerlingen.

50 (54.3%): Ik geef tijdens een oefenmoment oefeningen van een hoger niveau aan de sterkere leerlingen en oefeningen van een lager niveau aan de zwakkere leerlingen.

49 (53.3%): Ik geef extra oefeningen waarbij het probleemoplossend denken gestimuleerd wordt.

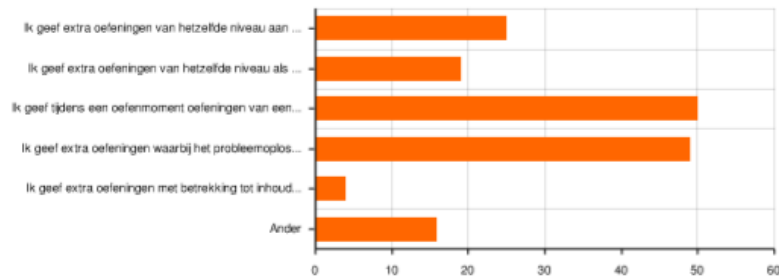
4 (4.3%): Ik geef extra oefeningen met betrekking tot inhouden van het 5de middelbaar.

16 (17.4%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- als de sterkere leerlingen vroeger klaar zijn daag ik hen uit met wat extra en moeilijker oefeningen
- ik laat snelle leerlingen de leerstof op een effectieve manier verwerken (oefentoets opstellen, kennis samenvatten, flashcards maken ...) zodat de zwakkere leerlingen hier eveneens gebruik van kunnen maken.
- ik geef extra oefeningen van een moeilijker niveau aan de wiskundig sterke leerlingen
- Ik laat de snelle werkers al de volgende oefeningen oplossen zonder uitleg.
- Elke week is er een extra remediëringssuur voorzien waarin de leerlingen verschillende onderwerpen worden aangeboden die zij op eigen tempo en niveau kunnen afwerken.

Daarnaast geef ik na elke zwakke toets een taak mee die ze thuis met handboek mogen maken.



- Voor de zwakkere extra uitleg aan bord
- De leerlingen die de basisoefeningen sneller afhebben, kunnen aan uitdagendere oefeningen starten.
- Oefeningen van een hoger niveau aan de sterkere leerlingen, de anderen ('normale' en 'zwakkere' leerlingen) maken de gewone oefeningen. De leerlingen mogen kiezen of ze de theorie zelfstandig verwerken en verder werken aan de oefeningen of dat ze de uitleg klassikaal volgen.
- Ik geef de keuze aan de leerlingen welke oefeningen ze maken afhankelijk van hun niveau. Ik verdeel de oefeningen volgens gemakkelijk, basis, gemiddeld, verdieping, zware verdieping. De leerlingen gaan samen zitten afhankelijk van het aantal uur ze later willen doen (3,4,6,8). Zo dagen ze elkaar uit.
- Elke leerling ontvangt bij het begin van een hoofdstuk een oefeningenbundel met oefeningen per onderdeel op 3 moeilijkheidsgraden: elementair, basis, verdieping.
- De hoeveelheid individuele uitleg bij het maken van oefeningen verschilt naargelang hun kunnen
- Ik geef extra oefeningen van ander niveau aan de snelle leerlingen
- helaas veel te weinig om bovenvernoemde reden.
- leerlingen kunnen steeds op hun eigen tempo werken aan de hand van planners
- ik geef tijdens een oefenmoment oefeningen van een hoger niveau aan de sterke lln en oef van het "gewone" niveau aan zwakkere lln
- Ik geef extra oefeningen waarbij leerlingen kunnen werken aan specifieke vaardigheden, basisvragen, inzichtsvragen, toepassingen. Zo kan elke leerling gericht aan de slag gaan en werken aan zijn/haar noden.

5. Op welke manieren differentieert u met betrekking tot leerstrategieën?

Aantal deelnemers: 90

73 (81.1%): De sterkere leerlingen mogen zelfstandig werken terwijl de zwakkere leerlingen extra uitleg krijgen.

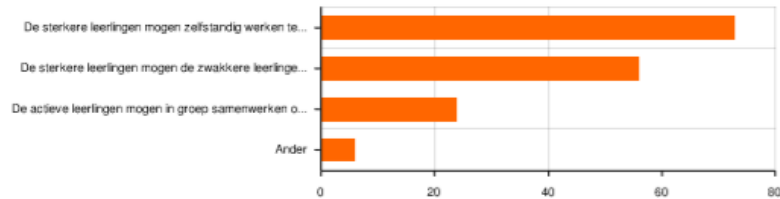
56 (62.2%): De sterkere leerlingen mogen de zwakkere leerlingen uitleg geven wanneer deze niet meer verder kunnen.

24 (26.7%): De actieve leerlingen mogen in groep samenwerken om al overleggend en discussiërend tot een goed antwoord te komen terwijl de rustigere leerlingen individueel werken aan een opdracht.

6 (6.7%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- zie vraag hierboven
- De sterkere leerlingen werken sneller en maken in de extra tijd t.o.v. de anderen een extra oefening die iets moeilijker is.
- Alle leerlingen werken in groepjes. De zwakkere groepen krijgen meer uitleg en bereiken de doelstellingen op hun niveau.
- Mijn leerlingen maken vaak in groepjes oefeningen. Zo stimuleren 'zwakkere' en 'sterkere' leerlingen elkaar om tot een goed antwoord te komen. Ik leg bij zo'n oefeningen de nadruk op het denkproces en minder op het resultaat.
- helaas weer te weinig tijd hiervoor.
- Bij groepswerken worden de groepen zodanig samengesteld zodat de sterke leerlingen de minder sterke leerlingen kunnen helpen.



6. Op welke manieren differentieert u met betrekking tot didactische werkvormen?

Aantal deelnemers: 93

79 (84.9%): Ik maak gebruik van extra oefeningen.

54 (58.1%): Ik maak gebruik van groepswerken.

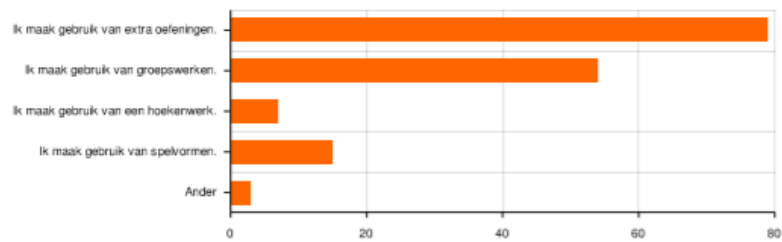
7 (7.5%): Ik maak gebruik van een hoekenwerk.

15 (16.1%): Ik maak gebruik van spelvormen.

3 (3.2%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- ik gebruik hoekenwerk, groepswerken en spelvormen, maar niet om te differentiëren
- Ze verwerken zelfstandig een deel van de leerstof.
- ik maak gebruik van coöperatieve leerstrategieën



7. Van welk materiaal maakt u gebruik tijdens het differentiëren?

Aantal deelnemers: 93

75 (80.6%): Extra oefeningen uit het boek.

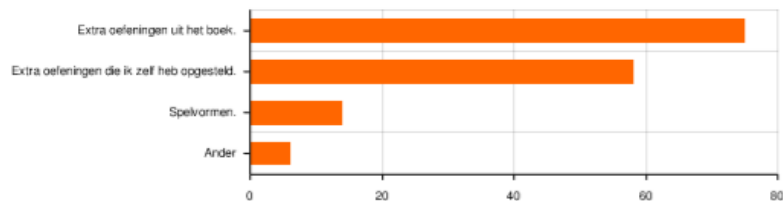
58 (62.4%): Extra oefeningen die ik zelf heb opgesteld.

14 (15.1%): Spelvormen.

6 (6.5%): Ander

Antwoord(en) van het extra veld:

- Leerlingen maken zelf oefentoetsen, flashcards, ... die de zwakke lln helpen bij het ophalen van de leerstof.
- extra oefeningen die ik bijeen heb gesprokkeld
- extra oefeningen uit een nader handboek
- uit andere boeken
- Extra oefeningen uit andere bronnen dan het boek
- planners





## **Bijlage 2: Extra oefenmateriaal**

### **De cirkel**

Er zijn verschillende opdrachten waar je een geodriehoek en passer voor nodig hebt.

**Opdracht 1:** Teken een cirkel  $c(M, 3)$ . Construeer in deze cirkel een koorde  $[AB]$  van 2 cm. Hoe lang is het apothema?

**Opdracht 2:** In een cirkel  $c(M, 9)$  is een apothema 5 cm lang. Hoe lang is de koorde van dit apothema?

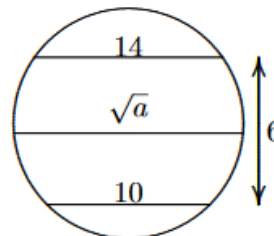
**Opdracht 3:** Een cirkel  $c(M, r)$  heeft een koorde  $[AB]$  van 8 cm. Het apothema van deze koorde is 3 cm. Bereken de straal van deze cirkel.

**Opdracht 4:** Men wil een vierkant houten dienblad uit een boomstronk zagen. Deze boomstronk heeft een diameter van 158 cm. Hoe lang is de zijde van het grootste vierkant dat hieruit gezaagd kan worden?

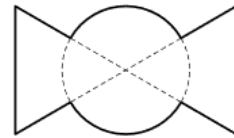
**Opdracht 5:** Twee evenwijdige koorden in een cirkel hebben 10 en 14 als lengte, en hun onderlinge afstand is 6. De koorden evenwijdig met de gegeven koorden en precies halfweg tussen hen, heeft lengte  $\sqrt{a}$ . Dan is  $a$  gelijk aan

- A 184              B 176              C 168              D 156              E 144

(Bron © VWO 1995, tweede ronde)



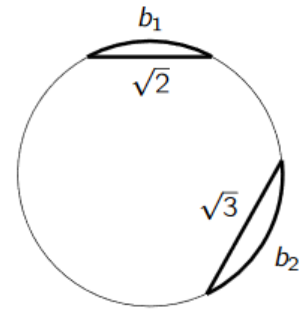
**Opdracht 6:** In het strikje van Elio herkennen we een cirkel met straal 1 en twee gelijkzijdige driehoeken met zijde 2 zoals in de figuur. Wat is de omtrek van het strikje?



- A  $4 + \frac{2\pi}{3}$       B  $8 + \frac{2\pi}{3}$       C  $8 + \frac{4\pi}{3}$       D  $8 + 2\pi$       E  $12 + \frac{4\pi}{3}$

(Bron © VWO 2016, eerste ronde)

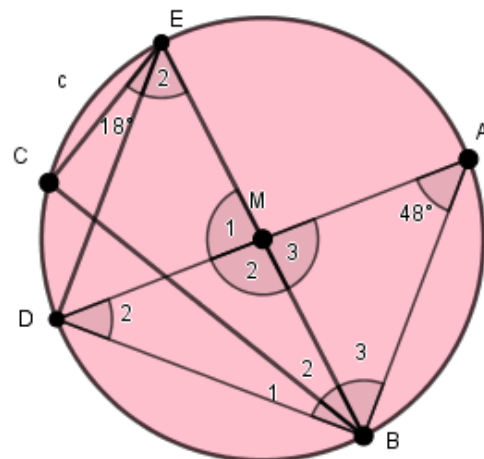
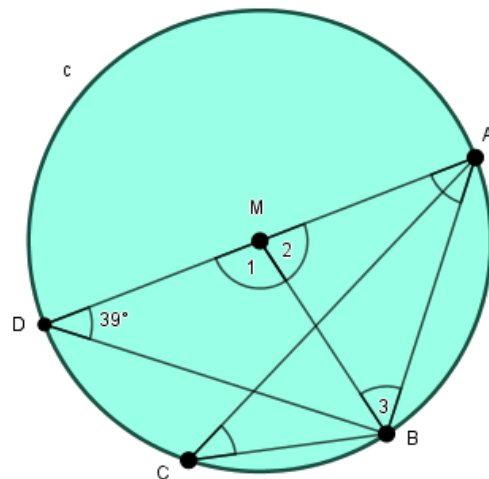
**Opdracht 7:** Een cirkel met straal 1 heeft koorden met lengte  $\sqrt{2}$  en  $\sqrt{3}$ . De bijhorende bogen hebben lengte  $b_1$  en  $b_2$ . Wat is de verhouding  $\frac{b_2}{b_1}$ ?



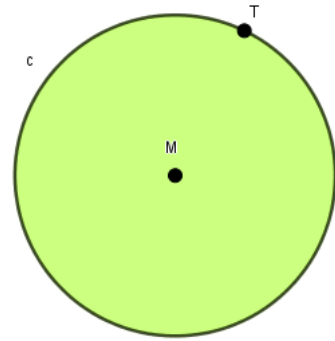
- A  $\frac{3}{2}$       B  $\frac{4}{3}$       C  $\frac{9}{4}$       D  $\sqrt{1,5}$       E  $\sqrt{2}$

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

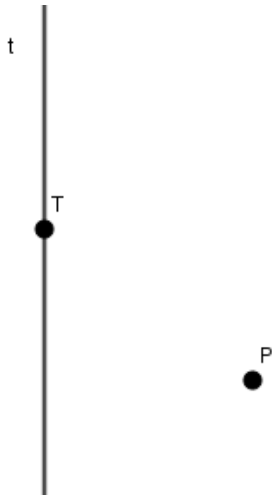
**Opdracht 8:** Bereken de aangeduide hoeken met de gegevens in de cirkels  $c(M, r)$ .



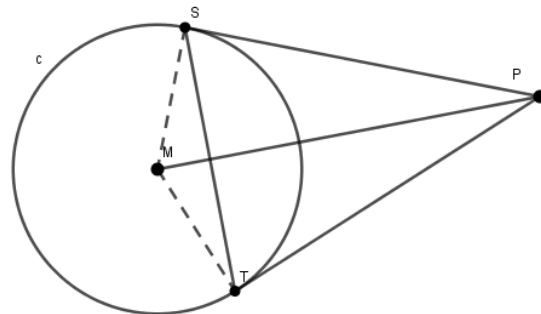
**Opdracht 9:** Construeer een raaklijn aan  $c(M, 4)$  door het punt T. Construeer een punt op deze raaklijn dat op 8 cm van T verwijderd ligt. Verbind M met dit punt en bereken de hoek die deze rechte met de raaklijn maakt.



**Opdracht 10:** Construeer een cirkel die door het punt P gaat en aan de rechte t raakt in het punt T.



**Opdracht 11:** Aan de cirkel  $c(M, r)$  zijn twee raaklijnen getekend vanuit punt P met  $|PT| = 15$  en  $|ST| = 12$ . Bereken de straal van de cirkel. Bereken daarna de hoek  $\widehat{TMS}$ .



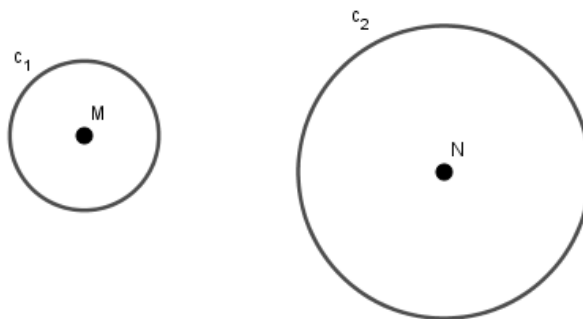
**Opdracht 12:** Teken een cirkel  $c(M, 3)$  en construeer de raaklijnen uit punt P, dat zich op 5 cm van M bevindt, aan de cirkel. Bereken de lengte van de raaklijnen. Bereken de hoek P die gevormd wordt door de raaklijnen.

Opdrachten 13-21 zijn opdrachten voor richtingen met 5 uur wiskunde. Deze opdrachten behandelen de onderlinge ligging van twee cirkels.

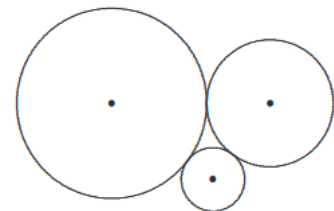
**Opdracht 13:** Wat is de onderlinge ligging van de cirkels  $c_1(M, 2)$  en  $c_2(N, 3)$  indien

- a.  $|MN| = 5$ ?
- b.  $|MN| = 0$ ?
- c.  $|MN| = 1$ ?
- d.  $|MN| = 2$ ?
- e.  $|MN| = 6$ ?

**Opdracht 14:** Construeer een cirkel die de cirkels  $c_1$  en  $c_2$  uitwendig raakt en een cirkel die de twee cirkels inwendig raakt.



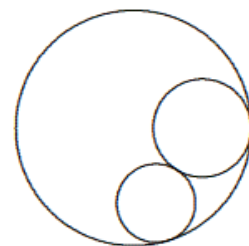
**Opdracht 15:** Drie cirkels raken elkaar twee aan twee zoals op de figuur. Als de stralen van de cirkels respectievelijk 1 dm, 2 dm en 3 dm lang zijn, hoe groot is dan de oppervlakte van de driehoek met de drie middelpunten als hoekpunten?



- A 4 dm<sup>2</sup>      B 6 dm<sup>2</sup>      C 8 dm<sup>2</sup>      D 10 dm<sup>2</sup>      E 12 dm<sup>2</sup>

(Bron © JWO 2006, eerste ronde)

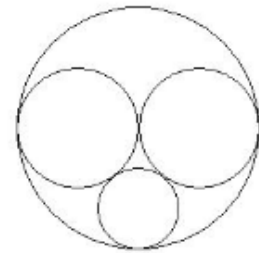
**Opdracht 16:** Een cirkel met straal 4 en een cirkel met straal 5 raken elkaar uitwendig en beide raken inwendig aan een cirkel met straal 12. Bepaal de omtrek van de driehoek gevormd door de middelpunten van deze drie cirkels.



- A 18      B 21      C 24      D 25      E 26

(Bron © JWO 2009, eerste ronde)

**Opdracht 17:** Binnen een cirkel met straal 2 bevinden zich twee even grote cirkels met straal 1 die elkaar uitwendig raken en de grote cirkel inwendig raken. Buiten de twee kleine cirkels en binnen de grote cirkel bevindt zich een kleinere cirkel die de andere drie cirkels raakt. Bereken de straal van die kleinste cirkel.



(Bron © Nederlandse Wiskunde Olympiade 2003, eerste ronde)

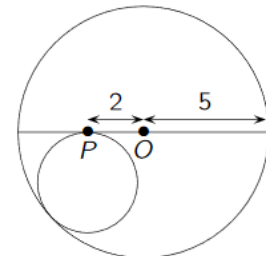
**Opdracht 18:** Jantje gooit steentjes in de vijver. Hierdoor ontstaan er cirkels in het water. Twee van deze cirkels snijden elkaar in twee punten. De koorde die in beide cirkels deze twee punten met elkaar verbindt, is 15 cm. De rechte die de middelpunten van beide cirkels verbindt, snijdt de cirkels in de punten R en S. Deze twee punten liggen op een afstand van 6 cm uit elkaar. Een wijze man heeft Jantje verteld dat de straal van één van de cirkels 35 cm is. Waaraan is de straal van de andere cirkel dan gelijk?



**Opdracht 19:** In een cirkel met straal 5 neemt met een punt P op afstand 2 van het middelpunt O. De kleine cirkel raakt de rechte OP in P en raakt ook de grote cirkel. Wat is de straal van de kleine cirkel?

- A 2                      B 2,1                      C  $\sqrt{5}$                       D 2,4                      E 2,5

(Bron © VWO 2017, tweede ronde)



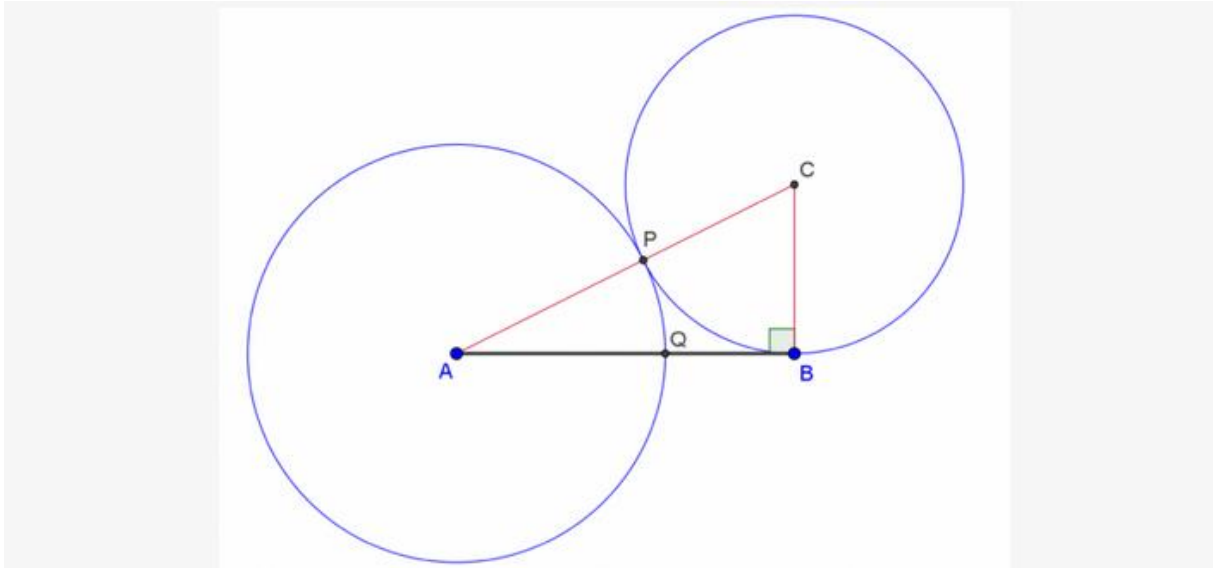
**Opdracht 20:** Een cirkel met middelpunt  $O'$  en straal  $\frac{1}{2}$  raakt inwendig aan een cirkel met middelpunt O en straal 1. Een derde cirkel heeft zijn middelpunt op de loodlijn door O op  $OO'$  en raakt uitwendig aan de eerste cirkel en inwendig aan de tweede. Wat is de straal van deze derde cirkel?

- A  $\frac{1}{4}$                       B  $\frac{1}{3}$                       C  $\frac{1}{2}$                       D  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       E  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(Bron © VWO 2015, tweede ronde)

**Opdracht 21:** Heron verdeelt een gegeven lijnstuk  $[AB]$  als volgt volgens de gulden snede. Hij construeert de driehoek  $ABC$  die rechthoekig is in  $B$  en zo dat  $|BC| = \frac{1}{2}|AB|$ . Dan construeert hij een cirkel met middelpunt  $C$  door  $B$ . Deze cirkel snijdt de schuine zijde  $[AC]$  in een punt  $P$ . Vervolgens construeert hij een cirkel met middelpunt  $A$  door  $P$ . Deze cirkel snijdt  $[AB]$  in een punt  $Q$ .

Bewijs dat  $Q$  het lijnstuk verdeelt volgende de gulden snede.



Tip: Om dit te bewijzen, kun je

- ofwel bewijzen dat de evenredigheid  $\frac{|AQ|}{|QB|} = \frac{|AB|}{|AQ|}$  geldt,
- ofwel bewijzen dat  $\frac{|AQ|}{|QB|} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ,
- ofwel bewijzen dat  $\frac{|AB|}{|AQ|} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

Extra tip: gebruik de laatste gelijkheid om dit te bewijzen.

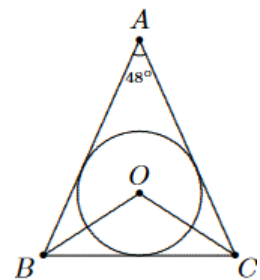
(Bron Uitwisseling 2018, nummer 34/2)

**Opdracht 22:** Construeer de driehoek ABC met zijden  $|AB| = 4$  cm,  $|BC| = 6$  cm en  $|AC| = 8$  cm. Construeer de omgeschreven en de ingeschreven driehoek van deze cirkel.

**Opdracht 23:** Een gelijkbenige driehoek ABC heeft als tophoek  $\hat{BAC} = 48^\circ$ . Als O het middelpunt is van de ingeschreven cirkel, dan is de hoek  $\hat{BOC}$  gelijk aan

A  $96^\circ$       B  $108^\circ$       C  $114^\circ$       D  $122^\circ$       E  $132^\circ$

(Bron © VWO 2008, eerste ronde)

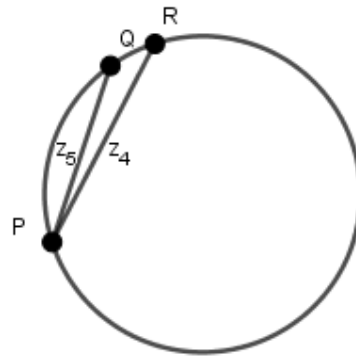
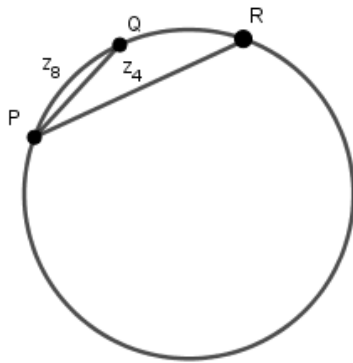


**Opdracht 24:** De straal van de omgeschreven cirkel van een gelijkzijdige driehoek is 8. Bereken de straal van de ingeschreven cirkel. Bereken vervolgens de zijde van deze driehoek.

De volgende oefeningen zijn oefeningen op regelmatige veelhoeken. Deze leerstof wordt enkel in richtingen met 5 uur wiskunde behandeld.

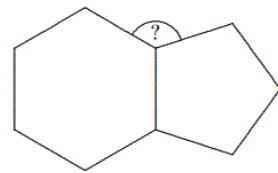
**Opdracht 25:** Om een raat te maken, start een bij (B) op de rand van een cirkel met straal 5 en maakt hierin de vorm van een zeshoek. Construeer deze zeshoek. Bereken de afstand die de bij hiervoor moet afleggen.

**Opdracht 26:** In de onderstaande cirkels zijn twee zijden van regelmatige veelhoeken gegeven. Van welke regelmatige veelhoek is  $[QR]$  een zijde?



**Opdracht 27:** Een regelmatige vijfhoek en een regelmatige zeshoek hebben een zijde gemeenschappelijk (zie figuur). Hoe groot is de aangeduide hoek?

- A  $108^\circ$       B  $120^\circ$       C  $124^\circ$       D  $132^\circ$       E  $135^\circ$



(Bron © JWO 2008, tweede ronde)

**Opdracht 28:** In welke regelmatige veelhoek is de kortste diagonaal even lang als de straal van de omgeschreven cirkel?

- A zeshoek      B achthoek      C tienhoek      D twaalfhoek      E vijftienhoek

(Bron © VWO 1997, tweede ronde)

**Opdracht 29:** Een stopbord is een regelmatige achthoek en zijn omgeschreven cirkel heeft een straal van 28 cm. Bereken de omtrek van het stopbord. Bereken de oppervlakte van het stopbord. Bepaal hoeveel procent van de omgeschreven cirkel dit stopbord in beslag neemt.





**Opdracht 30:** Als een regelmatige zeshoek ingeschreven is in een cirkel met straal  $r$ , dan is de lengte van een diagonaal die niet door het middelpunt gaat gelijk aan

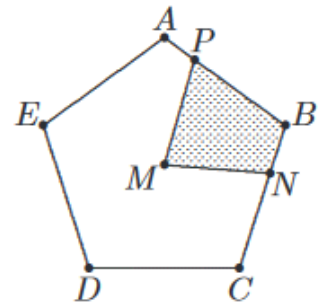
- A  $r\sqrt{2}$       B  $\frac{3r}{2}$       C  $r\sqrt{3}$       D  $2r$       E  $r\sqrt{5}$

(Bron © VWO 1996, eerste ronde)

**Opdracht 31:** ABCDE is een regelmatige vijfhoek met middelpunt M waarbij  $|AP| = \frac{1}{4}|AB|$  en  $|BN| = \frac{1}{3}|BC|$ . Wat is de verhouding van de gearceerde oppervlakte tot de totale oppervlakte van de vijfhoek?

- A  $\frac{1}{5}$       B  $\frac{13}{60}$       C  $\frac{7}{30}$       D  $\frac{1}{4}$       E  $\frac{2}{5}$

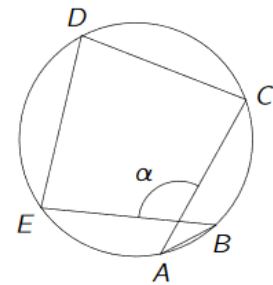
(Bron © VWO 2007, tweede ronde)



**Opdracht 32:** In de figuur is [AB] de zijde van een regelmatige vijftienhoek ingeschreven in de cirkel. Verder is  $|AC| = |CD| = |DE| = |EB|$ . Hoe groot is de hoek  $\alpha$ ?

- A  $90^\circ$       B  $96^\circ$       C  $108^\circ$       D  $112^\circ$       E  $120^\circ$

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)



## **Tweedegraadsfuncties**

**Opdracht 1:** Teken de onderstaande grafieken in het assenstelsel. Bepaal hierbij de top, de as en de snijpunten met de x-as.

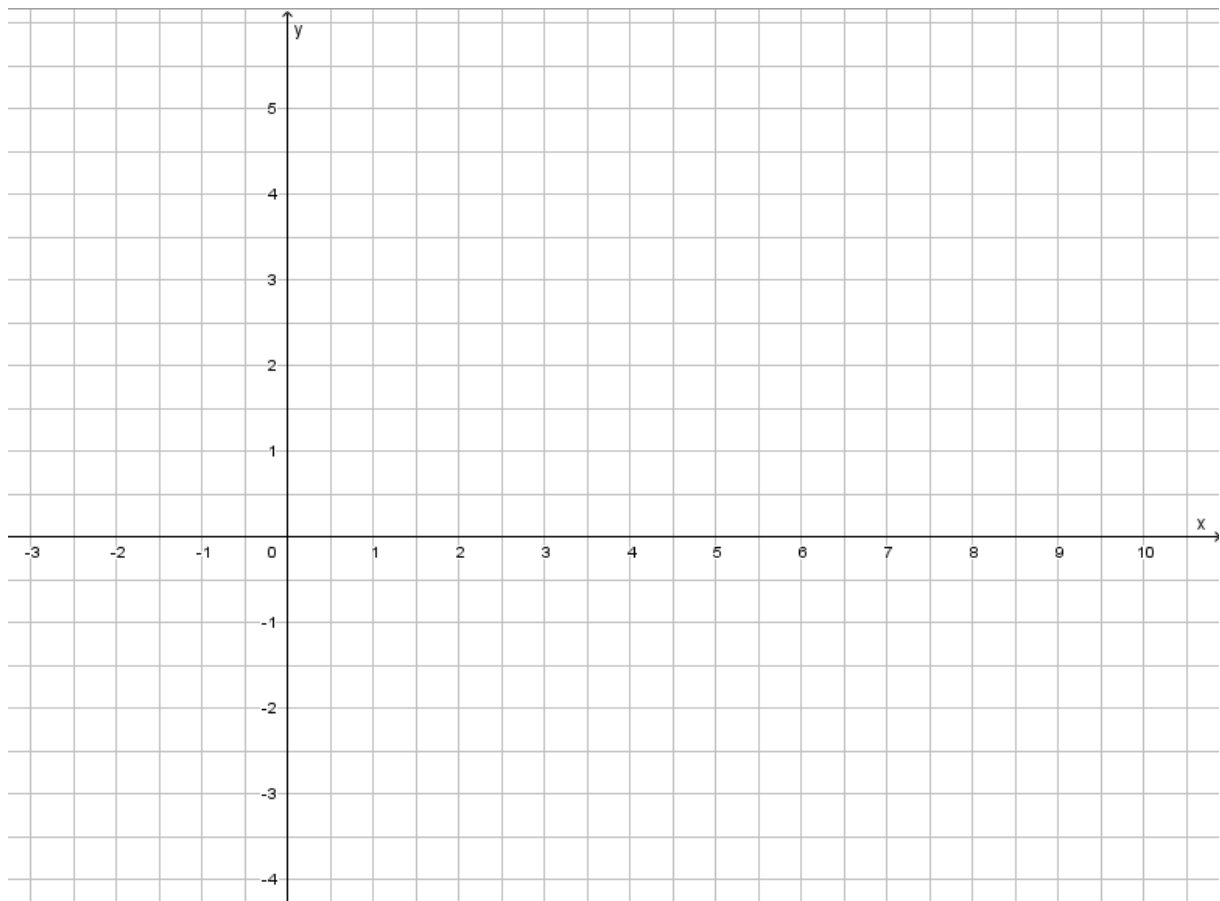
a.  $f(x) = -2(x-3)^2 + 2$

b.  $g(x) = 0,2(x+2)^2$

c.  $h(x) = -x^2 + 3$

d.  $i(x) = (x+0,5)^2 - 4$

e.  $j(x) = 4x^2 - 1$



**Opdracht 2:** Welke transformaties zijn er uitgevoerd om de volgende functies te verkrijgen uit de grafiek van  $y = x^2$ ?

a.  $y = 2x^2 + 2$

b.  $y = (x-1)^2 - 3$

c.  $y = 0,3(x+3)^2 - 0,7$

**Opdracht 3:** Geef het functievoorschrift van de grafiek die ontstaat uit  $y = x^2$  door de onderstaande transformaties.

- Een verticale uitrekking met factor 2, een verschuiving over 3 eenheden naar links en 2 eenheden naar boven.
- Een spiegeling om de oorsprong en een verschuiving over de vector  $\vec{v}(1, -5)$ .
- Een spiegeling om de y-as, een verticale inkrimping met factor 6 en een verschuiving over 1 factor naar rechts.

**Opdracht 4:** Als je de parabool met vergelijking  $y = (x - 1)^2 + 2$  spiegelt om de oorsprong, dan krijg je een nieuwe parabool met vergelijking

A  $y = -x^2 + 2x - 3$

B  $y = -x^2 + 2x + 3$

C  $y = -x^2 - 2x - 3$

D  $y = x^2 + 2x - 1$

E  $y = x^2 - 2x - 3$

(Bron © VWO 2008, eerste ronde)

**Opdracht 5:** Bepaal de top en de symmetrieas van de onderstaande functies.

- $y = x^2 - 3x + 5$
- $y = -2x^2 - 3$
- $y = x^2 + 1,5x$
- $y = -9x^2$
- $y = 0,1x^2 - 8x + 1$

**Opdracht 6:** Bepaal het verloop van de onderstaande functies.

- $y = x^2 + 3x - 5$
- $y = -2x^2 - 5x$
- $y = 0,5x^2 + 9x - 45$
- $y = -0,6x^2 - 0,2x + 3,2$

**Opdracht 7:** Wat is de coördinaat van de top van de parabool  $y = (2x + 6)^2 + 4$ ?

- A (-6, 4)      B (-3, 4)      C (6, 4)      D (0, 40)      E (-3, 2)

(Bron © VWO 2015, tweede ronde)

**Opdracht 8:** Je rechthoekige tuin wordt omheind met een 25 meter lange draad. Hoe lang en hoe breed moet je tuin zijn zodat de oppervlakte maximaal is? Hoe groot is de oppervlakte dan?

**Opdracht 9:** Je gooit in steen de vijver. De baan die de steen volgt, kan je weergeven met de volgende vergelijking  $h = -\frac{1}{8}x^2 + x + 1,2$  met  $h$  de hoogte van de steen in meter en  $x$  de horizontale afstand van de steen tot jezelf in meter. Wat is het hoogste punt dat de steen kan bereiken?

**Opdracht 10:** Als  $2a^2 = x$ , dan is  $(a+1)^2 + (a-1)^2$  gelijk aan

- A  $x-2$       B  $x-1$       C  $x$       D  $x+1$       E  $x+2$

(Bron © VWO 2018, eerste ronde)

**Opdracht 11:** Voor welke waarde van  $k$  heeft de functie  $y = -2kx^2 + 8x - 3$  een maximum dat gelijk is aan 4?

**Opdracht 12:** Voor welke waarde van  $k$  ligt de top van de functie  $y = x^2 - 4kx + 5$  op de  $y$ -as?

**Opdracht 13:** Voor welke waarden van  $k$  ligt de top van de functie  $y = x^2 + 4kx + k^2 - k$  boven de  $x$ -as en rechts van de  $y$ -as?

**Opdracht 14:** Voor een Chirofuif verkoopt Lisa kaarten. In het totaal zijn er 500 kaarten. De kaarten kosten 3 euro en in de eerste week verkoopt Lisa ze dan ook voor 3 euro. Om ervoor te zorgen dat de jongeren de kaarten zo snel mogelijk kopen, stijgt de prijs van een kaart met 50 cent per week. Helaas verliest Lisa elke week ook 10 kaarten door de rommel in haar kamer. Na hoeveel weken moet Lisa de kaarten hebben verkocht zodat de winst maximaal is.

**Opdracht 15:** Bepaal het voorschrift van de onderstaande parabolen.

- a. De parabool heeft als top het punt  $T(2, 5)$  en gaat door het punt  $P(3, 4)$ .
- b. De parabool gaat door de oorsprong, heeft als symmetrieas  $x = -1$  en bevat  $P(-3, -2)$ .
- c. De parabool bevat de punten  $P(0, 54)$ ,  $Q(4, 6)$  en  $R(8, 54)$ .

**Opdracht 16:** Bepaal een voorschrift voor de onderstaande parabolen.

- a. De parabool ligt onder de x-as en heeft als symmetrieas  $x = -1,5$ .
- b. De parabool is smaller dan  $y = x^2$  en gaat door de oorsprong.
- c. De top van de parabool ligt in het derde kwadrant.

**Opdracht 17:** Tijdens de LO les wordt er aan rope skipping gedaan. De leerlingen die het touw vast houden staan op 5 meter van elkaar verwijderd en houden het touw vast op een hoogte van 1,2 meter. Jij bent momenteel in het touw aan het springen en moet ervoor zorgen dat je minstens 15 cm hoog springt zodat je het touw niet raakt. Stel de vergelijking op van de parabool die het touw op dat moment vormt. Stel ook een parabool op van het moment dat het touw zich vlak boven jou bevindt. Hoe groot mag je maximaal zijn om in het touw te springen?

## Vergelijkingen en ongelijkheden van de tweede graad

**Opdracht 1:** Als  $x_1$  en  $x_2$  de wortels zijn van de vierkantsvergelijking  $ax^2 + bx + c = 0$ , bewijs dan waaraan de som  $x_1 + x_2$  en het product  $x_1 \cdot x_2$  gelijk zijn. De stappen van de twee bewijzen kun je vinden bij de puzzelstukken onderaan. De puzzelstukken van beide bewijzen zijn door elkaar gemengd. Let op: één van deze puzzelstukken is geen stap van een bewijs maar wel een verklaring die bij één van de stappen hoort.

$$x_1 + x_2 =$$

=

=

=

$$x_1 \cdot x_2 =$$

=

=

=

=

=

=

=

|                                               |
|-----------------------------------------------|
| $\frac{-b + \sqrt{D} - b - \sqrt{D}}{2a}$     |
| $\frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$              |
| $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$                  |
| $\frac{b^2 - D}{4a^2}$                        |
| $\frac{(-b + \sqrt{D})(-b - \sqrt{D})}{4a^2}$ |

|                                                       |
|-------------------------------------------------------|
| $\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ |
| $\frac{4ac}{4a^2}$                                    |
| $\frac{c}{a}$                                         |
| $\frac{(-b)^2 - (\sqrt{D})^2}{4a^2}$                  |

|                                                           |
|-----------------------------------------------------------|
| $\frac{-b}{a}$                                            |
| $\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ |
| $\frac{-2b}{2a}$                                          |
| $\frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$                            |

(Bron Uitwisseling 2015, nummer 31/2)

**Opdracht 2:** Los de onderstaande vierkantsvergelijkingen op. Gebruik zo min mogelijk de discriminant.

a.  $4x^2 = 9$

b.  $5x^2 + 2x = 0$

c.  $-2x^2 + 4x + 9 = 0$

d.  $\frac{1}{4}x^2 - 4x = 16$

e.  $3x^2 - 2x - 5 = 0$

f.  $-x^2 = 2x + \frac{4}{3}$

g.  $5t - t^2 = 6$

h.  $3 - 7y + 1,5y^2 = 0$

**Opdracht 3:** Een rechthoek heeft een omtrek van 46 meter en een diagonaal van 17 meter.

**Opdracht 4:** De schuine zijde in een rechthoekige driehoek is 2 dm langer dan één van de rechthoekszijden en 4 dm langer dan de andere rechthoekszijde. Bereken de oppervlakte van de driehoek.

**Opdracht 5:** De parabool met vergelijking  $y = -x^2 + 2x + 3$  snijdt de x-as in de punten A en B, en de y-as in C. De rechte door C evenwijdig met de x-as snijdt de parabool ook in het punt D. Wat is de oppervlakte van de vierhoek ABCD?

- A 4,5                  B 8                  C 9                  D 12                  E 18

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

**Opdracht 6:** Als  $a^2 - a - 3 = 0$ , dan is  $a^3$  gelijk aan

- A  $a + 1$                   B  $2a + 1$                   C  $4a + 1$                   D  $4a + 3$                   E  $5a + 3$

(Bron © VWO 2017, tweede ronde)

**Opdracht 7:** Bepaal de snijpunten van de grafieken van onderstaande functies.

a.  $f(x) = 2x^2 + 5x$  en  $g(x) = -2x + 3$

b.  $f(x) = -3x^2 - 2x + 4$  en  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$

c.  $f(x) = x^2 + 5$  en  $g(x) = -4x^2 + \frac{8}{3}x$

**Opdracht 8:** Voor welke waarde(n) van k heeft de parabool  $y = -kx^2 - 5x + 35$

- a. twee verschillende nulpunten?  
b. één nulpunt?  
c. geen nulpunten?

**Opdracht 9:** 1 is een oplossing van de vierkantsvergelijking  $x^2 + kx + 3 = 0$ . Wat is de andere oplossing?

- A -4                  B -3                  C -1                  D 2                  E 3

(Bron © VWO 2002, eerste ronde)



**Opdracht 10:** De vergelijking  $a^2x^2 + ax + 2 = 0$  heeft voor elk reëel getal  $a$

- A 0 reële oplossingen      B 1 reële oplossing      C 2 reële oplossingen  
D oneindig veel reële oplossingen      E een aantal reële oplossingen dat afhangt van  $a$

(Bron © VWO 2009, eerste ronde)

**Opdracht 11:** Hoeveel verschillende (reële) oplossingen heeft de vergelijking  $((x^2 - 2)^2 - 5)^2 = 1$ ?

- A 4      B 5      C 6      D 7      E 8

(Bron © Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade 2008, eerste ronde)

**Opdracht 12:** De vierkantsvergelijking  $ax^2 - 3(a-1)x + 5 = 0$  heeft  $x = 5$  als wortel. Bepaal  $a$  en de andere wortel.

**Opdracht 13:** Ontbind de volgende drietermen indien mogelijk. Noteer de ontbinding zonder breuken en zonder decimale getallen.

a.  $x^2 - 4x + 4$

b.  $2x^2 + 6x - 8$

c.  $x^2 - 3x + 2$

d.  $6x^2 - 17x + 12$

**Opdracht 14:** Gegeven de vierkantsvergelijking  $x^2 + bx - 1 = 0$ . Noem  $\sigma$  de som van de omgekeerden van de wortels van deze vierkantsvergelijking. Noem  $\pi$  het product van de omgekeerden van de wortels van deze vierkantsvergelijking. Dan is  $\sigma + \pi$  gelijk aan

- A  $b + 1$       B  $b - 1$       C  $-b$       D  $-\frac{1+b}{b}$       E  $-\frac{1}{1+b}$

(Bron © VWO 2007, tweede ronde)

**Opdracht 15:** Los de onderstaande ongelijkheden op.

a.  $-2x^2 + 5x > 0$

b.  $3x^2 - 4x - 5 < 0$

c.  $\frac{1}{3}x^2 + 8x + 3 \geq 0$

d.  $2x^2 - 4 \leq 0$

e.  $-x^2 - 2x - 5 > 0$

f.  $x^2 + 2x + 1 > 0$

**Opdracht 16:** Welke van de volgende ongelijkheden heeft juist één oplossing?

A  $(7 - x)^2 > 0$     B  $(7 - x)^2 < 0$     C  $(7 - x)^2 \leq 0$     D  $(7 - x)^2 \geq 0$     E  $(7 - x)^2 \neq 0$

(Bron © JWO 2006, eerste ronde)

**Opdracht 17:** Bepaal algebraïsch de oplossingsverzameling van onderstaande ongelijkheden en controleer grafisch.

a.  $(2x^2 - 7x + 5)(-5x + 3) \geq 0$

b.  $(2x - 3)(x^2 + 5x^2 - 3) > 0$

c.  $(x^2 - 5)(2x^2 + 3x)(-4x^2 + 5x - 8) \leq 0$

**Opdracht 18:** De grafiek van de parabool met vergelijking  $y = mx^2 + 2x + m$  ligt volledig onder de x-as als en slechts als

- A  $m < -1$       B  $m < 0$       C  $-1 < m < 0$       D  $|m| > 1$       E  $m > 1$

(Bron © VWO 2006, eerste ronde)

**Opdracht 19:** Los de onderstaande stelsels op.

a. 
$$\begin{cases} 2x^2 + 5x > 0 \\ -9x + 2 \leq 0 \end{cases}$$

b.  $4x - 3 < -3x^2 - 5x - 4 \leq 4$

**Opdracht 20:** Los de onderstaande vergelijkingen op.

a.  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

b.  $-3t^6 + 2t^3 - \frac{1}{4} = 0$

c.  $2(-3x^2 + 1)^2 + 5(-3x^2 + 1) + 3 = 0$

**Opdracht 21:** Het aantal oplossingen in  $\mathbb{R}$  van de vergelijking  $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 12$  is

- A 0      B 1      C 2      D 3      E 4

(Bron © VWO 1996, tweede ronde)

## **Kansrekenen**

### **Telproblemen**

De onderstaande opdrachten zijn extra oefeningen op telproblemen. De oefeningen staan gerangschikt van gemakkelijk naar moeilijk.

**Opdracht 1:** Op hoeveel manieren kan je een top 5 opstellen van 35 boeken?

**Opdracht 2:** Hoeveel verschillende natuurlijke getallen met 5 cijfers kan men vormen? Hoeveel natuurlijke cijfers kan je vormen met 5 verschillende cijfers?

**Opdracht 3:** Hoeveel verschillende gsm-nummers kan je maken bestaande uit 10 cijfers waarvan de eerste een 0 is en het tweede een 4?

**Opdracht 4:** Je wil graag meedoen aan de lotto en gaat berekenen hoeveel verschillende mogelijkheden je op je formulier kan invullen. Er zijn 7 getallen die je moet invullen en je mag uit 45 getallen kiezen. Hoeveel formulieren moet je kopen zodat je zeker de lotto wint?

**Opdracht 5:** Hoeveel verschillende woorden (met of zonder betekenis) van 6 letters kan je vormen als de eerste en de laatste letter een medeklinker moet zijn en de derde en vijfde een klinker als je weet dat het alfabet 26 letters telt waaronder 6 klinkers?

**Opdracht 6:** In een land hier ver vandaan leeft er een koning die de verhouding van het aantal jongens en meisjes in zijn rijk wou veranderen. Hij had meer jongens nodig zodat deze bij het leger konden aansluiten. De koning wilde hier geen bloederige slachting van maken en vaardigde dus een wet uit waarin vrouwen verplicht werden kinderen te krijgen zo lang het jongens waren, na het eerste moesten ze stoppen. De kans op een jongen is even groot als de kans op een meisje (dit is dus 50%). Voor de eenvoud van de berekeningen nemen we in de eerste vier vragen (a-d) hieronder aan dat indien een vrouw na vier kinderen nog altijd geen meisje heeft gebaard, ze toch stopt. Bij vraag e geldt deze beperking niet meer.

- a) Stel een boomdiagram op voor het aantal mogelijkheden. Haal hieruit het aantal gezinssamenstellingen.
- b) Als er 200000 gezinnen zijn in dit land, hoe vaak komt elke gezinssamenstelling dan voor?
- c) Hoeveel jongens en meisjes zijn er dan geboren?
- d) Is de maatregel van de koning zinvol?
- e) Is de maatregel ook zinvol als een gezin meer dan vier kinderen kan tellen?

**Opdracht 7:** Hoeveel verschillende nummerplaten kun je vormen met 1 cijfer (van 1 tot en met 8) gevolgd door 3 letters en 3 cijfers? Je kan ook een gepersonaliseerde nummerplaat ontwerpen. Deze start met een 9 en wordt gevolgd door 5 letters. Hoeveel verschillende gepersonaliseerde nummerplaten kan je vormen?

**Opdracht 8:** In een bioscoop zijn twee filmzalen met elk 25 rijen. Op elke rij zitten twee meisjes. Elk meisje zit tussen 2 jongens. Hoeveel jongens zitten er minimaal in de bioscoop.

- A 50                  B 75                  C 100                  D 150                  E 200

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

**Opdracht 9:** Lena wil drie kluizen openen, elk met een verschillende code. Op een blaadje staan vijf codes waaronder de juiste drie. Hoeveel keer moet ze hoogstens een code bij een kluis uitproberen om met zekerheid te kunnen weten welke code bij welke kluis past.

- A 9                  B 10                  C 11                  D 12                  E 24

(Bron © VWO 2016, eerste ronde)

**Opdracht 10:** Voor hoeveel natuurlijke getallen van drie cijfers is het middelste cijfer het gemiddelde van de twee overige cijfers?

- A 25                  B 32                  C 39                  D 41                  E 45

(Bron © VWO 2018, eerste ronde)

**Opdracht 11:** In een klooster in Ho Chi Minhstad plaatsen de monniken elke dag een aantal ringen op 6 palen. Ze doen dat elke dag op een andere manier. Op elke paal komen geen, één of twee ringen. Het totaal aantal ringen op de palen is



even (en mogelijk gelijk aan 0). In de figuur zie je een mogelijke plaatsing van de ringen. Hoeveel jaar kunnen de monniken dit volhouden zonder in herhaling te vallen?

- A 1                  B 2                  C 5                  D 10                  E 100

(Bron © VWO 2017, tweede ronde)

Bij de onderstaande telproblemen moet je gebruik maken van een venndiagram.

**Opdracht 12:** In het stadhuis zijn er 20 ambtenaren aanwezig. Ze spreken minstens één van de talen Nederlands, Frans of Italiaans. Onder hen zijn er 3 die alle drie de talen spreken. Er zijn er 2 die enkel Nederlands en Italiaans spreken, 3 die enkel Frans en Italiaans spreken en 8 die enkel Nederlands en Frans spreken. Er zijn 15 ambtenaren die Nederlands spreken en 20 spreken er Nederlands of Frans.

- a. Hoeveel ambtenaren spreken er Frans?
- b. Hoeveel spreken er Italiaans?

**Opdracht 13:** In de Vlaamse tijdschriften verschijnen er vaak internationale acteurs en actrices die op de rode loper van een nieuwe film verschijnen. Van de 90 acteurs en actrices zijn er 60 die een Amerikaanse identiteit hebben, 25 die een Britse identiteit hebben en 5 die Canadees zijn. Onder hen zijn er ook 3 die zowel de Amerikaanse als de Canadese nationaliteit hebben, geen die de Canadese en de Britse nationaliteit hebben en 12 die de Britse en de Amerikaanse nationaliteit hebben. Geen van hen heeft meer dan 2 nationaliteiten.

- a. Hoeveel acteurs en actrices bezitten een andere nationaliteit?
- b. Hoeveel van hen bezitten juist één nationaliteit?
- c. Hoeveel acteurs en actrices bezitten de Amerikaanse nationaliteit maar niet de Britse?

**Opdracht 14:** Iedereen in onze klas heeft een piercing of een tatoeage. Negentien leerlingen hebben een tatoeage en zeventien hebben een piercing. Vijf leerlingen hebben allebei. Hoeveel leerlingen zitten er in onze klas?

A 19                  B 22                  C 24                  D 31                  E 36

(Bron © VWO 2014, tweede ronde)

**Opdracht 15:** In het koninklijk paleis werken er 50 bedienden. 10 van hen spreken er Nederlands, Frans en Duits. 12 spreken er Duits en Nederlands. 45 bedienden spreken er Frans waaronder er 12 ook Duits spreken en 28 bedienden spreken Nederlands. Niemand onder hen spreekt alleen Duits.

- a. Hoeveel spreken er uitsluitend Frans?
- b. Hoeveel spreken er uitsluitend Nederlands?

**Opdracht 16:** Elodie, Hanna en Kim lopen een wedstrijd. Twintig leerlingen van de klas voorspellen de volgorde waarin Elodie, Hanna en Kim over de finish komen. Achteraf blijkt dat zeven leerlingen enkel de eerste plaats juist hadden voorspeld, één leerling enkel de tweede plaats en zes leerlingen enkel de derde plaats. Niemand had elke plaats verkeerd. Hoeveel leerlingen hadden de volledige uitslag juist voorspeld?

- A 0                      B 2                      C 4                      D 6                      E Je kan dit niet weten.

(Bron © JWO 2018, eerste ronde)

### **Rekenen met kansen**

De onderstaande opdrachten zijn extra oefeningen op het onderdeel 'rekenen met kansen'. De oefeningen staan gerangschikt van gemakkelijk naar moeilijk.

**Opdracht 1:** In een land wonen 3,6 miljoen mensen. In een provincie van 420 000 inwoners ligt een stad waarin 50 000 mensen wonen, waarvan er 15 000 blond haar hebben.

- Maak een schatting van het aantal blonde mensen in de stad.
- Hoeveel blonde mensen schat je dat er in dit land wonen?
- Na een telling in de provincie blijkt dat er 200 000 mensen blond zijn. Hoeveel blonde mensen schat je dat er in dit land wonen?
- Waarom zijn beide uitkomsten verschillend?
- Welke schatting is volgens jou het meest betrouwbaar? Waarom?

**Opdracht 2:** Je gooit 3 keer een eerlijke/zuivere munt op.

- Hoe groot is de kans op drie keer kop?
- Hoe groot is de kans dat je twee keer munt gooit?
- Hoe groot is de kans dat je hoogstens 1 keer kop gooit?
- Hoe groot is de kans dat je minstens 2 keer kop gooit?

**Opdracht 3:** Je gooit 3 keer met een eerlijke/zuivere dobbelsteen.

- Hoe groot is de kans op 3 zessen?
- Hoe groot is de kans op het gooien van drie dezelfde cijfers?
- Hoe groot is de kans op het gooien van drie verschillende cijfers?
- Hoe groot is de kans op 2 enen en een vijf?
- Hoe groot is de kans op een totaal ogenaantal van 9?
- Hoe groot is de kans op een totaal ogenaantal dat gelijk is aan een priemgetal?

**Opdracht 4:** Je neemt een willekeurige kaart uit een goed geschud pak kaarten (zonder jokers).

- Hoe groot is de kans dat je een ruitenkaart trekt?
- Hoe groot is de kans dat je een twee trekt?
- Hoe groot is de kans dat je klaverentwee trekt?
- Hoe groot is de kans dat je een klaverentwee of een hartenaas trekt?
- Stel dat je 3 jokers aan het pak kaarten toevoegt. Hoe groot is dan de kans op een ruitenkaart?
- Hoe groot is de kans op een joker?



**Opdracht 5:** In een vaas zitten 6 rode en 5 zwarte knikkers. Je haalt er achtereenvolgens twee knikkers uit zonder de eerste terug te leggen.

- a. Wat is de kans op het trekken van twee rode knikkers?
- b. Wat is de kans op het trekken van een rode en een zwarte knikker?
- c. Stel dat je de eerste knikker wel mag terugleggen. Wat is dan de kans op het trekken van twee zwarte knikkers?
- d. Je voegt twee gele knikkers toe en trekt twee knikkers zonder de eerste terug te leggen. Hoe groot is nu de kans op twee knikkers van een verschillende kleur?

**Opdracht 6:** Je hebt voor je verjaardag een doos pralines gekregen. In deze doos zitten 12 pralines waarvan er 5 met witte chocolade, 4 met zwarte chocolade en 3 met melkchocolade zitten. Je neemt achtereenvolgens 2 pralines uit de doos zonder de eerste terug te leggen. Wat is de kans dat:

- a. je minstens één praline van zwarte chocolade hebt.
- b. je juist één praline met melkchocolade neemt.
- c. je twee witte pralines trekt.

**Opdracht 7:** In de gevangenis werken er 50 cipiers. Elk van hen spreekt minstens één van de talen Nederlands, Frans of Engels. Onder hen zijn er 35 die Nederlands spreken, 20 die Frans spreken en 32 die Engels spreken. Er zijn 28 cipiers die zowel Nederlands als Engels spreken, 15 cipiers die alle drie de talen beheersen en 18 die zowel Frans als Nederlands spreken. Onder hen is er 1 cipier die enkel de Franse taal spreekt.

- a. Hoe groot is de kans dat je een cipier tegenkomt die enkel Frans spreekt?
- b. Hoe groot is de kans dat de cipier tweetalig maar niet drietalig is?
- c. Hoe groot is de kans dat de cipier één van de twee landstalen spreekt (m.a.w. Nederlands of Frans spreekt)?

**Opdracht 8:** Bij het trekken van een kaart uit een kaartspel van 52 kaarten beschouwen we gebeurtenissen A en B.

A: het trekken van een ruitkaart

B: het trekken van een koning

Schrijf de onderstaande gebeurtenissen in functie van A en B. Geef het kardinaalgetal van deze gebeurtenissen. Bereken de kans van iedere gebeurtenis.

- a. Je trekt een ruitenkoning.
- b. Je trekt een koning maar het is geen ruitenkoning.
- c. Je trekt een koning of een ruitkaart.
- d. Je trekt geen koning.

**Opdracht 9:** Marie gooit één keer met vier dobbelstenen. Hoe groot is de kans dat het aantal ogen op alle dobbelstenen verschillend is?

- A  $\frac{1}{360}$       B  $\frac{1}{30}$       C  $\frac{5}{18}$       D  $\frac{5}{36}$       E  $\frac{1}{24}$

(Bron © VWO 2014, eerste ronde)

**Opdracht 10:** Twee identieke urnen staan op een tafel. De ene bevat 14 witte knikkers, de andere bevat 14 zwarte knikkers. De kans om blindelings een zwarte knikker te trekken uit één van de urnen is dus gelijk aan  $\frac{1}{2}$ . Samuel haalt een aantal zwarte knikkers uit de kast en voegt die toe aan de urne met witte knikkers. Hierdoor wordt de kans om een zwarte knikker te trekken gelijk aan  $\frac{2}{3}$ . Hoeveel zwarte knikkers werden toegevoegd?

- A 6      B 7      C 9      D 13      E 14

(Bron © VWO 2017, tweede ronde)

**Opdracht 11:** In mijn portefeuille zitten vijf biljetten: 1 van 5 euro, 1 van 10 euro, 1 van 20 euro en 2 van 50 euro. Een dief steelt lukraak twee biljetten uit mijn portefeuille. Hoe groot is de kans dat het gestolen bedrag meer dan 50 euro bedraagt?

- A  $\frac{3}{10}$       B  $\frac{2}{5}$       C  $\frac{1}{2}$       D  $\frac{3}{5}$       E  $\frac{7}{10}$

(Bron © VWO 2014, tweede ronde)

**Opdracht 12:** Professor Ana Lytisch heeft drie sleutelbossen en weet niet meer welke sleutel van de voordeur is. Ze neemt sleutelbos 1 en zegt: “Ik heb  $\frac{1}{3}$  kans dat de juiste sleutel hieraan hangt.” Jammer genoeg lukt het haar niet met de eerste sleutelbos. Vervolgens neemt ze de tweede sleutelbos waaraan 1 sleutel meer hangt. Ze probeert vijf sleutels van de tweede bos tevergeefs uit en zegt daarna: “De kans dat de volgende sleutel mijn voordeursleutel is, is nu dubbel zo groot als toen ik aan deze bos begon.” Hoeveel sleutels hanger er aan de derde sleutelbos van professor Lytisch?

- A 1                      B 2                      C 3                      D 4                      E 5

(Bron © VWO 2015, eerste ronde)

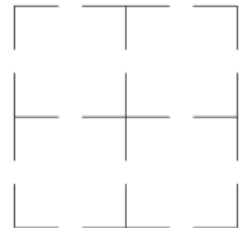
**Opdracht 13:** We kiezen een willekeurig reëel getal  $x$  uit het interval  $[0, 5]$  en een willekeurig reëel getal  $y$  uit het interval  $[0, 2]$ . Wat is de kans dat  $x$  groter is dan  $y$ ?

- A 40%                      B 60%                      C 70%                      D 75%                      E 80%

(Bron © VWO 2015, eerste ronde)

**Opdracht 14:** In de figuur zie je een gebouw met vier kamers. Adrian staat binnen en gaat drie keer willekeurig door een deuropening. Wat is de kans dat hij daarna opnieuw binnen staat?

- A  $\frac{1}{4}$                       B  $\frac{3}{8}$                       C  $\frac{1}{2}$                       D  $\frac{5}{8}$                       E  $\frac{4}{5}$



(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

## **Rijen**

**Opdracht 1:** Vul de onderstaande rijen aan.

- a. 0 2 4 6 8 10 ...
- b. 1 3 9 27 ...
- c. 1 1 2 3 5 8 ...
- d.  $\sqrt{5}$   $\sqrt{20}$   $\sqrt{45}$   $\sqrt{80}$  ...
- e. 2 -1  $\frac{1}{2}$   $\frac{-1}{4}$  ...
- f.  $\frac{1}{2}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{9}{10}$   $\frac{16}{17}$  ...
- g. 1 -2 3 -4 5 ...
- h. 1 11 21 1211 111221 ...

**Opdracht 2:** Bepaal indien mogelijk een expliciet en recursief voorschrift van de volgende rijen. Geef ook aan welke rijen rekenkundig of meetkundig zijn en bepaal hierbij het verschil of quotiënt.

- a. 0 2 4 6 8 10 ...
- b. 1 3 9 27 ...
- c. 1 1 2 3 5 8 ...
- d.  $\sqrt{5}$   $\sqrt{20}$   $\sqrt{45}$   $\sqrt{80}$  ...
- e. 2 -1  $\frac{1}{2}$   $\frac{-1}{4}$  ...
- f.  $\frac{1}{2}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{9}{10}$   $\frac{16}{17}$  ...
- g. 1 -2 3 -4 5 ...

**Opdracht 3:** De volgende rijen zijn gegeven door een expliciet voorschrift. Bepaal de eerste vijf termen. Indien het een rekenkundige of meetkundige rij is, geef je het verschil of quotiënt.

- a.  $u_n = (-1)^n \cdot n^2$
- b.  $u_n = \frac{5(n-1)}{2}$
- c.  $u_n = (-1)^n \cdot (n - 3)$
- d.  $u_n = 3 + n^3$
- e.  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot n$
- f.  $u_n = 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

**Opdracht 4:** De volgende rijen zijn gegeven door een recursief voorschrift. Bepaal de eerste vijf termen. Indien het een rekenkundige of meetkundige rij is, geef je het verschil of quotiënt.

a.  $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$  met  $u_1 = 0$  en  $u_2 = 1$

b.  $u_n = u_{n-1} - 5$  met  $u_1 = 25$

c.  $u_n = \frac{-1}{3} \cdot u_{n-1}$  met  $u_1 = -3$

**Opdracht 5:** Bepaal de som van de eerste 15 termen van de volgende rijen:

a. 1 3 5 7 ...

b. 0,5 0,25 0,125 0,0625 ...

c.  $u_n = \frac{5(n-1)}{2}$

d.  $u_n = \frac{-1}{3} \cdot u_{n-1}$  met  $u_1 = -3$

e. De rij van de oneven natuurlijke getallen.

**Opdracht 6:** Tijdens de afwas wil je een piramide van de afgewassen glazen maken om plaats te besparen. Op de onderste rij plaats je 8 glazen, op de volgende rij 7 en je gaat zo door tot je één glas op de bovenste rij plaatst. Hoeveel glazen heb je afgewassen?

**Opdracht 7:** Maarten maakt kaartenhuizen zoals in de figuur:

- een kaartenhuis met 1 verdieping bestaat uit 2 kaarten;
- een kaartenhuis met 2 verdiepingen bestaat uit 7 kaarten;
- een kaartenhuis met 3 verdiepingen bestaat uit 15 kaarten.



Hoeveel kaarten heeft hij nodig voor een kaartenhuis met 17 verdiepingen?

A 391      B 408      C 442      D 458      E 459

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

**Opdracht 8:** Gegeven is het verschil van een rekenkundige rij  $v = -2$  is en de som van de eerste 5 termen  $s_5 = 12$ . Bereken de eerste en de vijfde term.

**Opdracht 9:** Gegeven is de eerste term van een meetkundige rij  $u_1 = -5$  en de negende term van deze rij  $u_9 = -1280$ . Bereken het quotiënt van de rij en de som van de eerste 9 termen.

**Opdracht 10:** Gegeven is:  $u_1 \cdot u_4 = 2$  en  $u_2 + u_6 = 4$ . Bepaal het verschil en de eerste term.

**Opdracht 11:** Gegeven is:  $s_5 = 122$  en  $u_2 + u_3 = 12$ . Bepaal het quotiënt en de eerste term.

**Opdracht 12:** Bepaal drie opeenvolgende termen van een rekenkundige rij met als som  $s = 15$  en product  $p = 80$ .

**Opdracht 13:** Bepaal drie opeenvolgende termen van een meetkundige rij met als som  $s = 65$  en product  $p = 3375$ .

**Opdracht 14:** In een waterpark leven er 45 zeehonden. Deze populatie vergroot jaarlijks met 5%. Om elke zeehond van voldoende eten te voorzien, mag de populatie maximaal uit 95 zeehonden bestaan. Hoe lang duurt het vooraleer deze grens bereikt wordt?

**Opdracht 15:** Hoeveel verschillenden meetkundige rijen van drie reële getallen bestaan er met de eigenschap dat 1 tot de rij behoort en dat het rekenkundig gemiddelde van de termen gelijk is aan 1?

A 1                      B 2                      C 3                      D 5                      E 6

(Bron © VWO 2014, eerste ronde)

**Opdracht 16:** Zoek  $u_4$  zodanig dat  $u_1, u_2, u_3, u_4$  een rekenkundige rij is:  $u_1 = a$ ;  $u_2 = \frac{a}{a+1}$ ;  
 $u_3 = \frac{a(1-a)}{a+1}$ .

(Bron: Claes, M., 2018)

**Opdracht 17:** De som van drie opeenvolgende natuurlijke getallen is S. Het kwadraat van het middelste getal is dan

- A  $\frac{S^2}{9}$       B  $\frac{S^2}{6}$       C  $\frac{S^2}{4}$       D  $\frac{S^2}{3}$       E  $S^2$

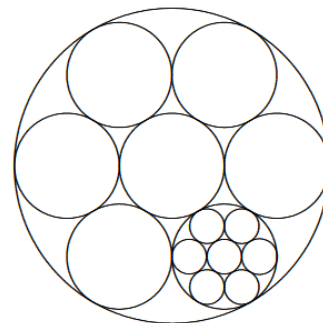
(Bron © VWO 2013, eerste ronde)

**Opdracht 18:** In een rij getallen is de eerste term  $t_1 = 2016$  en voor  $n > 1$  is  $t_n = \frac{n}{t_{n-1}}$ . Dan is het product van de eerste 10 termen van deze rij

- A 3600      B 3660      C 3800      D 3840      E 4000

(Bron © VWO 2016, tweede ronde)

**Opdracht 19:** Beginnen met een cirkel met straal R, construeren we in het inwendige ervan zeven cirkels met straal  $\frac{R}{3}$  (zie figuur), we hernemen die werkwijze bij elk van de nieuwe cirkels en doen dit nog vier keer zodat er naast de oorspronkelijke cirkel nog cirkels van zes verschillende groottes voorkomen. Over hoeveel cirkels is er hier in totaal sprake?

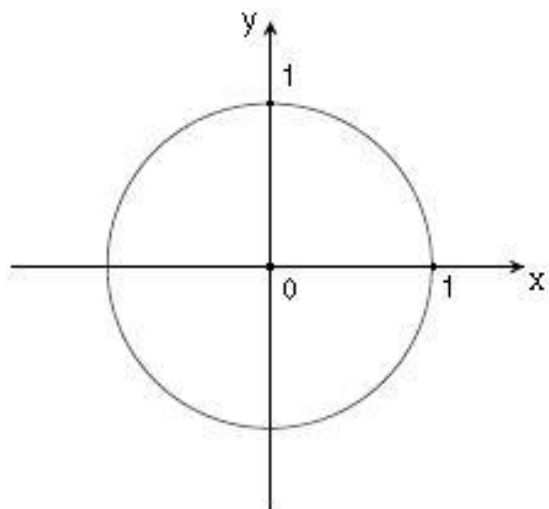


- A  $\frac{7^7+1}{6}$       B  $\frac{7^7+1}{8}$       C  $7^6$       D  $\frac{7^7-1}{6}$       E  $7^7$

(Bron © VWO 1989, eerste ronde)

## Driehoeksmeting

**Opdracht 1:** Teken de onderstaande hoeken op de goniometrische cirkel en vul de tabel verder in.



| A            | 0° | 30° | 45°                  | 60°                  | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° |
|--------------|----|-----|----------------------|----------------------|-----|------|------|------|------|
| sin $\alpha$ |    |     | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |     |      |      |      |      |
| cos $\alpha$ |    |     |                      |                      |     |      |      |      |      |
| tan $\alpha$ |    |     |                      |                      |     |      |      |      |      |
| cot $\alpha$ |    |     |                      |                      |     |      |      |      |      |

**Opdracht 2:** Vul de volgende formules in verband met verwante hoeken aan.

- a.  $\cos(180^\circ - \alpha) =$
- b.  $\sin(180^\circ - \alpha) =$
- c.  $\tan(180^\circ - \alpha) =$
- d.  $\cot(180^\circ - \alpha) =$
- e.  $\cos(90^\circ - \alpha) =$
- f.  $\sin(90^\circ - \alpha) =$
- g.  $\tan(90^\circ - \alpha) =$
- h.  $\cot(90^\circ - \alpha) =$

**Opdracht 3:** Zorg ervoor dat de onderstaande gelijkheden kloppen.

- a.  $\cos(45^\circ + \alpha) = \cos(135^\circ - \alpha)$
- b.  $\sin(72^\circ - \alpha) = \dots(18^\circ + \alpha)$
- c.  $\dots(153^\circ - \alpha) = -\tan(27^\circ + \alpha)$
- d.  $-\cos(43^\circ + \alpha) = \dots(47^\circ - \alpha)$

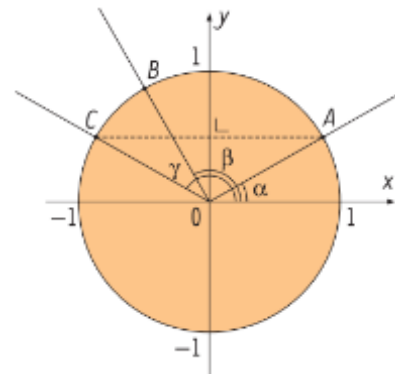


**Opdracht 4:** Bepaal de hoek(en)  $\alpha$  tussen  $0^\circ$  en  $180^\circ$  waarvoor geldt:

- a.  $\sin \alpha = 0,1$
- b.  $\cos \alpha = 1,5$
- c.  $\tan \alpha = 0,5$
- d.  $\cos \alpha = 0,5$

**Opdracht 5:** Beoordeel onderstaande uitspraken op hun juistheid.

- a.  $\cos \alpha < 0,5$
- b.  $\tan \beta < 0$
- c.  $\sin \alpha = \sin \gamma$
- d.  $\cos \alpha = \cos \gamma$
- e.  $\tan \alpha = -\tan \gamma$
- f.  $\cos \beta > \cos \alpha$
- g.  $\tan \beta > \tan \alpha$
- h.  $\cos \beta < \sin \gamma$



**Opdracht 6:** De hoek  $\alpha$  ligt tussen  $0^\circ$  en  $180^\circ$ . Zijn volgende uitspraken juist of fout? Indien fout verbeter je de uitspraak.

- a.  $\cos \alpha > 0$  en  $\sin \alpha > 0$
- b.  $\sin \alpha < 0$  en  $\tan \alpha > 0$
- c.  $\cot \alpha > 0$  en  $\cos \alpha > 0$
- d.  $0 \leq \tan \alpha \leq 1$

**Opdracht 7:** Vereenvoudig de onderstaande formules.

- a.  $1 - \sin^2 \alpha$
- b.  $\frac{\cos \alpha}{\cot \alpha}$
- c.  $\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \tan \alpha$

**Opdracht 8:** Bewijs de onderstaande gelijkheden.

a.  $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$

b.  $\frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

c.  $\frac{\sin^3 \alpha \cdot \cot \alpha}{\cos \alpha} = (1 + \cos \alpha) \cdot (1 - \cos \alpha)$

d.  $\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = \sin^2 \alpha$

e.  $\frac{1 - \sin^2 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha} = 1$

**Opdracht 9:** Welke ongelijkheid is fout?

A  $\sin 300^\circ < \sin 350^\circ$

B  $\cos 300^\circ < \cos 350^\circ$

C  $\sin 300^\circ < \cos 350^\circ$

D  $\tan 300^\circ < \tan 350^\circ$

E  $\cot 300^\circ < \cot 350^\circ$

(Bron © VWO 1999, tweede ronde)

**Opdracht 10:** Bereken de ontbrekende zijden en hoeken in de onderstaande driehoeken.

a.  $a = 12; b = 9; \alpha = 52^\circ$

b.  $a = 9; b = 5; c = 6,5$

c.  $\alpha = 12^\circ 0' 12''; \beta = 99^\circ 25' 07''; c = 8$

**Opdracht 11:** Bereken de hoeken van de driehoeken met onderstaande hoekpunten.

- a.  $A(1, 2), B(3, 4), C(2, -5)$
- b.  $D(-3, 2), E(1, 0), F(0, 3)$
- c.  $G(-7, -9), H(-2,5; -3), I(1, -4)$
- d.  $J(1, -2), K(-1,5; -3), L(-7, 6)$

**Opdracht 12:** Bereken de scherpe hoek tussen onderstaande rechten.

- a. de y-as en  $a \leftrightarrow x + 5y = 12$
- b. de eerste bissectrice en  $b \leftrightarrow 3x + \frac{2}{3}y = 0$
- c.  $c \leftrightarrow 5x - 8y + 2,5 = 0$  en  $d \leftrightarrow 2x + 3y - 4 = 0$

**Opdracht 13:** Door een bliksem inslag is een boom van 25 meter in 2 stukken van 12 meter en 13 meter gebroken onder een hoek van  $30^\circ$ . Hoe ver moet je van de boom gaan staan zodat de top je niet raakt bij het vallen?

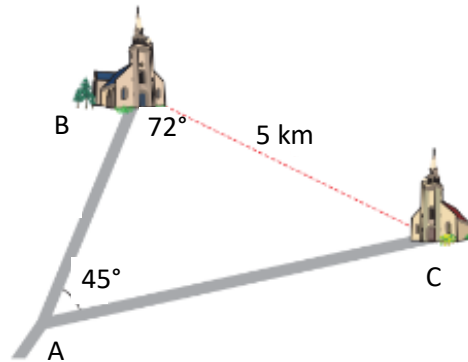


**Opdracht 14:** Romeo staat onder het balkon van Julia. Hij bevindt zich op een afstand van 5 meter van de muur. De hoek van waaruit hij in Julia haar ogen kijkt is  $32^\circ$ . Als je weet dat Romeo 1,75 meter groot is en Julia 1,60 meter groot. Hoe hoog is het balkon dan van de grond verwijderd?



**Opdracht 15:** Je bevindt je in dorp A en wil zo snel mogelijk in een volgend dorp terecht komen. De twee dichtstbijzijnde dorpen zijn dorp B en C. De wegen om naar dorp B en C te gaan maken een hoek van  $45^\circ$ . Je weet ook dat de hoek tussen de wegen om van dorp A naar C te gaan gelijk is aan  $72^\circ$  en dat dorp B en C 5 km uit elkaar liggen. Naar welk dorp is de weg het kortste als je in dorp A vertrekt?

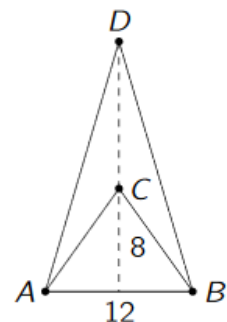
Je wandelt op een tempo van 5 km/uur en het is nu 13u00. Om hoe laat kom je in dit dorp aan?



**Opdracht 16:** Driehoek  $\triangle ABC$  is gelijkbenig met basis 12 en hoogte 8. Driehoek  $\triangle ABD$  is ook gelijkbenig met dezelfde basis en met tophoek  $\widehat{ADB}$  die de helft is van tophoek  $\widehat{ACB}$ . Waaraan is  $|AD|$  gelijk?

- A  $6\sqrt{10}$       B  $8\sqrt{6}$       C  $9\sqrt{10}$       D  $10\sqrt{3}$       E  $\sqrt{73}$

(Bron © JWO 2018, eerste ronde)



**Opdracht 17:** In een driehoek snijden de hoogtelijnen elkaar onder hoeken van  $25^\circ$ ,  $75^\circ$  en  $80^\circ$ . Wat zijn de hoeken van die driehoek?

- A  $20^\circ$ ,  $75^\circ$  en  $85^\circ$       B  $25^\circ$ ,  $75^\circ$  en  $80^\circ$       C  $30^\circ$ ,  $70^\circ$  en  $85^\circ$   
D  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  en  $95^\circ$       E  $45^\circ$ ,  $55^\circ$  en  $80^\circ$

(Bron © VWO 2017, eerste ronde)

**Opdracht 18:** Drie fietssters rijden een driehoekig parcours. Ze vertrekken op hetzelfde moment en komen ook op hetzelfde moment aan. Hilde rijdt 15km/h tussen A en B, 10km/h tussen B en C en 9km/h tussen C en A. Indra rijdt van A naar B tegen 18km/h en de twee volgende stukken tegen 9km/h. Jolien rijdt het eerste stuk tegen 45km/h, het tweede tegen 18km/h en het derde tegen 5km/h. Hoe groot is  $\widehat{ABC}$ ?

- A  $30^\circ$       B  $45^\circ$       C  $60^\circ$       D  $90^\circ$       E  $120^\circ$

(Bron © VWO 2016, eerste ronde)

## Rekenen met veeltermen

**Opdracht 1:** Herleid de onderstaande veeltermen en orden ze volgens dalende machten van x.

a.  $v(x) = x^2 + 2x^3 - 8x + 5x^2 - x^4 + 5$

b.  $v(x) = x^5 - 3x^2 + 5x^2 - x^5 + 6x^2$

c.  $v(x) = 12 - 8x + x^4 - x^3 - 8 + 5x$

**Opdracht 2:** Bepaal de graad van de onderstaande veeltermen.

a.  $v(x) = -5x^3 + 2x^3 + 3x^5 - x^4 + 16$

b.  $v(x) = -2x^2 + 2x^3 - 8x - x^3 + x^2 - x^3 + x^2$

c.  $v(x) = 4x^2 + 5x^3 - x^2 - x^3 + x^2 - 4x^3 - 4x^2$

d.  $gr(u(x)) = 5$ ,  $gr(w(x)) = 2$  en  $gr(y(x)) = 3$   
 $v(x) = u(x) \cdot w(x) - y(x)$

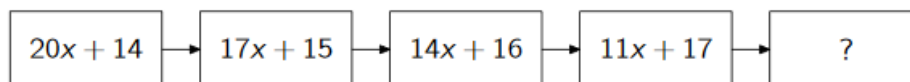
**Opdracht 3:** Bepaal de getalwaarden voor x = a voor onderstaande veeltermen.

a.  $v(x) = -4x^2 + 5x - 3x^2 + x^3 + 15$  met a = 3

b.  $v(x) = 18x^6 + 11x^3 - 7x - x^2 + x^4 - 15x^6$  met a = -1

c.  $v(x) = 6x - 3x^2 + 5x + 3 + x^2 - 1$  met a = 5

**Opdracht 4:** Siham begint met de veelterm  $20x + 14$  en telt er een aantal keer eenzelfde veelterm bij op.



Welke veelterm schrijft ze in het vijfde vakje?

A  $8x + 18$     B  $14x + 16$     C  $19x - 72$     D  $8x + 16$     E  $14x + 18$

(Bron © VWO 2014, eerste ronde)

**Opdracht 5:** Bepaal de coëfficiënten zodat de volgende veeltermen gelijk zijn.

a.  $ux^5 + x^4 - 9x^3 + yx^2 - zx + 5 = 3x^5 + vx^2 - wx^3 + 14x^2 - 6x + q$

b.  $ux^3 + 5x^2 - 3x + y = -6x^3 + vx^2 - wx$

c.  $vx^4 - 12x^3 + zx - 15 = 5x^4 + wx^3 + yx^2 + 11x + q$

**Opdracht 6:** Als de veelterm  $24x - 16$  gelijk is aan  $a(b - 3x)$ , dan is  $b - a$  gelijk aan

A -10                  B -6                  C 2                  D 6                  E 10

(Bron © VWO 2013, eerste ronde)

**Opdracht 7:** Bepaal van de onderstaande delingen het quotiënt en de rest.

a.  $D(x) = 8x^6$                                   en                   $d(x) = -2x^3$

b.  $D(x) = 3x^3 + 2x - 5$                                   en                   $d(x) = 3x - 1$

c.  $D(x) = -2x^4 + 3x^3 - 5x$                                   en                   $d(x) = 2x^2 + 5x - 3$

d.  $D(x) = 3x^3 + 2$                                   en                   $d(x) = x - 3$

**Opdracht 8:** Wanneer een veelterm gedeeld wordt door  $x+5$  is het quotiënt  $2x^2 - 5x + 3$  en de rest 6. Bepaal deze veelterm.

**Opdracht 9:** Bij een deling van de veelterm  $4x^3 - 8x^2 + 5x - 12$  bekom je een quotiënt dat gelijk is aan  $x - 2$  en een rest die gelijk is aan  $x - 4$ . Bepaal de deler.

**Opdracht 10:** Bepaal  $u$  en  $v$  zodat  $-2x^2 + 3x - 1$  een deler is van  $6x^3 - ux^2 - 27x + v$ . Bereken ook het quotiënt.

**Opdracht 11:** We ontbinden de veelterm  $x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  in 2 factoren. Als de ene factor  $x^2 + x + 1$  is, dan is de tweede factor

A  $x^6 + 1$                                   B  $x^6 + x^3 + 1$                                   C  $x^6 + x^4 + x^2 + 1$

E  $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$                                   F  $x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3$

(Bron © JWO 2008, tweede ronde)

**Opdracht 12:** Bij deling van de veelterm  $x^3 + x^5 + x^7 + x^{11} + x^{13} + x^{17} + x^{19} + x^{23} + x^{29}$  door de veelterm  $x^2 - 1$  is er een rest. De getalwaarde van die rest voor  $x = 2$  is

- A 2                      B 3                      C 9                      D 18                      E 27

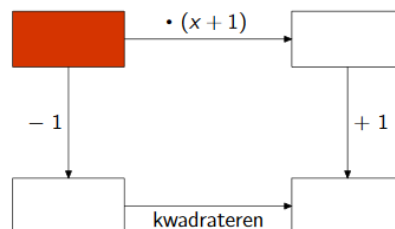
(Bron © VWO 2003, eerste ronde)

**Opdracht 13:** Als  $x^2 - x - 1$  een deler is van  $ax^3 + bx^2 + 1$ , dan is b gelijk aan

- A -2                      B -1                      C 0                      D 1                      E 2

(Bron © VWO 2000, eerste ronde)

**Opdracht 14:** Jeroen schrijft in elk vakje een veelterm in  $x$ , verschillend van de nulveelterm, zodanig dat het rooster klopt. Wat is de som van de coëfficiënten van de veelterm in het gekleurde vakje?



- A 1                      B 2                      C 3                      D 4                      E 5

(Bron © VWO 2016, eerste ronde)

**Opdracht 15:** Vul de onderstaande sudoku in door de bijhorende opdrachten uit te voeren.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   | 1 | 8 |   | 4 |
|   |   |   |   |   | 4 |   | 7 | 1 |
|   |   | 5 | 8 |   | 6 | 3 |   |   |
|   | 9 | 3 |   | 5 |   | 2 | 4 |   |
|   |   | 1 | 3 |   | 9 | 5 |   |   |
| 5 | 4 |   | 9 |   |   |   |   |   |
| 6 |   | 7 | 5 |   |   |   |   | 2 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |





**Opdracht 15.7:** Bepaal van de onderstaande veeltermen alle delers van de vorm  $x - a$  waarbij  $a$  een geheel getal is.

- a. Vul de absolute waarden van de getallen die je uitkomt voor  $a$  in in de volgende letters van de sudoku: O M K (met als kleinste O en als grootste K).

$$v(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$$

- b. Vul de absolute waarden van de getallen die je uitkomt voor  $a$  in in de volgende letters van de sudoku: N R G (met als grootste N en als kleinste G).

$$v(x) = 2x^3 - 2x^2 - 34x - 30$$

**Opdracht 15.8:** Gebruik de regel van Horner om het quotiënt en de rest van de volgende delingen te bepalen. De rest mag je invullen in de sudoku bij de gegeven letter.

a. W:  $v(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + 7$  en  $d(x) = x - 1$

b. T:  $v(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + \frac{16}{3}$  en  $d(x) = x + \frac{1}{3}$

c. Y:  $v(x) = x^4 + 2x^2 + x - 15$  en  $d(x) = x + 2$

**Opdracht 15.9 :** Ontbind de onderstaande veeltermen in factoren. Er is één veelterm die je in dezelfde factoren kan ontbinden. De waarde voor deze  $a$  in  $x - a$  vul je in bij U.

a.  $x^3 + x^2 - 2x$

b.  $27y^3 + 8$

c.  $x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

d.  $16t - 2000t^4$

e.  $64x^6 - 1$

**Opdracht 15.10:** Los de onderstaande vergelijkingen op.

- a. Het grootste nulpunt van deze vergelijking vul je in bij V.

$$x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$$

- b. Het middelste nulpunt van deze vergelijking (niet het grootste en kleinste) vul je in bij  $\pi$ .

$$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$$

**Extra:** Voor de juiste oplossing van deze vraag vind je een cijfer dat je kan invullen in de rechterbovenhoek.

Gegeven de veeltermen  $x^2 + 1$ ,  $x^3 + 1$ ,  $x^4 + 1$ ,  $x^5 + 1$ ,  $x^6 + 1$ . Hoeveel van deze veeltermen kunnen ontbonden worden als een product van veeltermen met een lagere graad en met reële coëfficiënten?

A 0                  B 1                  C 2                  D 3                  E 4

(Bron © VWO 1987, eerste ronde)

## **Analytische meetkunde**

De eerste opdrachten zijn gebaseerd op de basisleerstof die te kennen is voor zowel de richtingen met 4 als met 5 uur wiskunde. De opdrachten vanaf p.2 zijn gebaseerd op basisleerstof voor de richtingen met 5 uur wiskunde. Indien er opdrachten op uitbreiding bijstaan, staat hier een 'U' bij vermeld.

### **De cirkel**

**Opdracht 1:** Om de leerstof rond de vergelijking van een cirkel in te oefenen kan je onderstaande Jungle Speed spelen. Indien je liever individueel extra oefeningen maakt, kan je de kaartjes die dezelfde cirkel beschrijven bij elkaar zoeken of hier een memoryspel mee spelen. De verdere uitleg voor dit spel met de bijhorende kaarten is bijgevoegd vanaf p.7.

**Opdracht 2:** Stellen onderstaande vergelijkingen cirkels voor? Indien ja, bepaal je de straal en het middelpunt.

a.  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

b.  $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 12 = 0$

c.  $xy^2 + yx^2 - 2xy + 1 = 0$

**Opdracht 3:** De cirkel  $c \leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$  is gegeven. Bepaal een vergelijking van een cirkel die hetzelfde middelpunt heeft als  $c$  en die een straal heeft die dubbel zo groot is.

**Opdracht 4:** De cirkel  $c \leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$  is gegeven. Bepaal een vergelijking van een cirkel die hetzelfde middelpunt heeft als  $c$  en die door het punt  $C(3,13)$  gaat.

**Opdracht 5:** Bepaal alle waarden voor  $k$  waarbij de vergelijking  $x^2 + y^2 + 12x - 16y + k = 0$  een cirkel voorstelt.

Voor de onderstaande oefeningen kan je best eerst de theorie rond loodrechte stand nog een keer doornemen.

**Opdracht 6:** Stel een vergelijking van de raaklijn op aan de cirkel  $c$  door het punt  $T$  van deze cirkel.

a.  $c \leftrightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 9$   $T(3,3)$

b.  $c \leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 47 = 0$   $T(1,8)$

c.  $c \leftrightarrow x^2 + y^2 = 64$   $T(8,0)$

**Opdracht 7:** Stel de vergelijking op van de cirkel  $c$  die raakt aan de  $y$ -as in  $T(0, 9)$  en waarvan het middelpunt op de rechte  $x = 5$  ligt.

**Opdracht 8 (U):** Stel de vergelijkingen op van de raaklijnen uit  $P(4,3)$  aan de cirkel met middelpunt  $M(2,-5)$  en straal 3.

**Opdracht 9 (U):** Bepaal de snijpunten tussen de cirkel en de rechte  $a$ .

a.  $c \leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y - 36 = 0$  en  $a \leftrightarrow x = y$

b.  $c \leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 25$  en  $a \leftrightarrow 2x + 4y - 6 = 0$

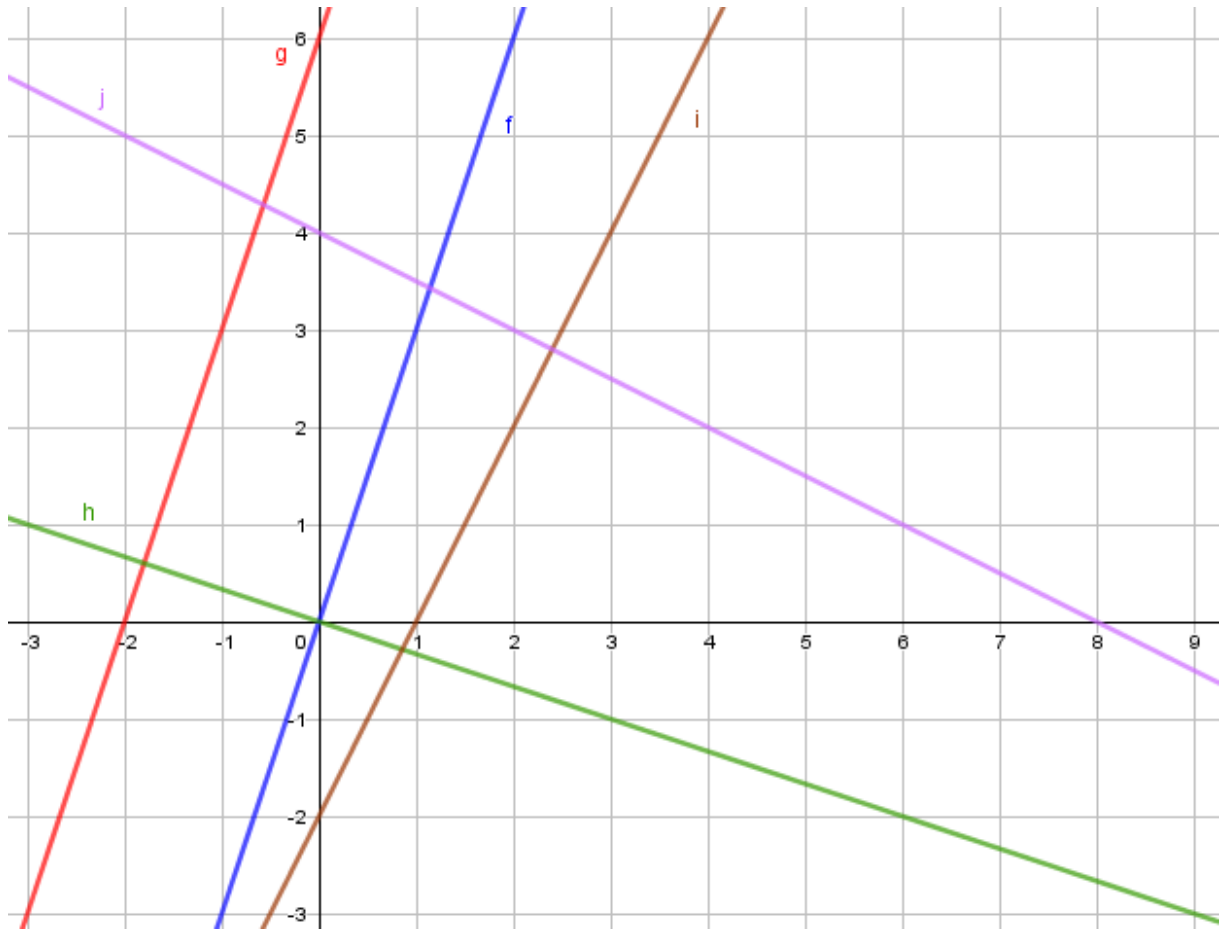
**Opdracht 10 (U):** Bepaal de coördinaten van de snijpunten van de cirkels  $c_1$  en  $c_2$ .

a.  $c_1 \leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$  en  $c_2 \leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

b.  $c_1 \leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$  en  $c_2 \leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$

### Loodrechte stand

**Opdracht 1:** Bepaal de functievoorschriften van onderstaande rechten. Welke rechten staan loodrecht op elkaar? Hoe kan je dit zien aan de richtingscoëfficiënten van deze rechten?



**Opdracht 2:** Welke van de onderstaande rechten staan loodrecht op elkaar?

- a.  $a \leftrightarrow 4x - y = 2$
- b.  $b \leftrightarrow x + 4y = 2$
- c.  $c \leftrightarrow x = -5y + 5$
- d.  $d \leftrightarrow x - y = 8$
- e.  $e \leftrightarrow 5x - y = 15$
- f.  $f \leftrightarrow -x - y = 16$

**Opdracht 3:** Bepaal de richtingscoëfficiënt van een rechte l die loodrecht staat op de gegeven rechte.

- a.  $a \leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0$
- b.  $b \leftrightarrow x = 2$
- c.  $c \leftrightarrow y = -5$

**Opdracht 4:** Stel de vergelijking op van de rechte  $l$  die loodrecht staat op de gegeven rechte en door het punt  $A$  gaat.

a.  $a \leftrightarrow -x + 8y - 6 = 0$  en  $A(3,1)$

b.  $b \leftrightarrow x + 3y = 5$  en  $A(0,0)$

c.  $c \leftrightarrow y = -5$  en  $A(3,0)$

**Opdracht 5:** Bepaal  $k$  zodat de onderstaande rechten loodrecht op elkaar staan.

a.  $a \leftrightarrow -2x + 3y - 13 = 0$  en  $l \leftrightarrow x + ky + 3 = 0$

b.  $b \leftrightarrow 5x + ky + 8 = 0$  en  $l \leftrightarrow -x - 4y - 11 = 0$

c.  $c \leftrightarrow kx + 8y = 0$  en  $l \leftrightarrow -2x + 12y - 16 = 0$

**Opdracht 6:** Toon aan dat de driehoek  $ABC$ , met  $A(-4, -3)$ ,  $B(-6,4)$  en  $C(3, -1)$ , rechthoekig is en geef aan welke hoek  $90^\circ$  is.

**Opdracht 7:** Stel de vergelijking van de middelloodlijn  $m$  van het lijnstuk  $AB$  op.

a.  $A(3,1)$  en  $B(-1, -5)$

b.  $A(-6, 8)$  en  $B(4, -3)$

### **Afstand**

**Opdracht 1:** Bepaal de afstand tussen het punt en de gegeven rechte.

- a.  $a \leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$  en  $A(1, 5)$
- b.  $b \leftrightarrow -x + 3y - 8 = 0$  en  $B(3, 0)$
- c.  $c \leftrightarrow 5x - 3y - 9 = 0$  en  $C(0, -1)$
- d.  $d \leftrightarrow \frac{3}{5}x - 2y = 0$  en  $D(-5, 2)$
- e.  $e \leftrightarrow -4x + 3y + 6 = 0$  en  $E(\frac{5}{2}, 4)$

**Opdracht 2:** Bereken de oppervlakte van de driehoek ABC met  $A(5, 8)$ ,  $B(-3, 5)$  en  $C(-1, -1)$ .

**Opdracht 3:** Punt  $A(5, -3)$  ligt op een afstand van 5 cm van de rechte  $a \leftrightarrow x + 3y - k = 0$ . Bepaal  $k$ .

**Opdracht 4:** Bepaal de onderlinge ligging van rechten  $a \leftrightarrow 2x - \frac{1}{2}y - 8 = 0$  en  $b \leftrightarrow -4x + y + 3 = 0$ . Bereken de afstand tussen deze twee rechten.

**Opdracht 5:** Stel de vergelijkingen op van de rechten die evenwijdig zijn met rechte  $a \leftrightarrow 3x + y = 0$  en die op een afstand 3 van het punt  $A(4, -6)$  liggen.

**Opdracht 6:** Stel de vergelijkingen op van de rechten die door punt  $A(1, -1)$  gaan en die even ver liggen van  $P(5, 3)$  als van  $T(-3, 5)$ .

**Opdracht 7:** Bepaal de vergelijkingen van de bissectrices van onderstaande rechten.

- a.  $a \leftrightarrow 2x - 5y - 12 = 0$  en  $b \leftrightarrow 9x + \frac{1}{2}y + 7 = 0$
- b.  $c \leftrightarrow -3x + \frac{1}{4}y + 13 = 0$  en  $d \leftrightarrow 5x - 8y - 1 = 0$
- c.  $e \leftrightarrow x + y = 0$  en  $f \leftrightarrow x - y = 0$



### **Vectoren (U)**

**Opdracht 1:** Bereken de norm van de vectoren  $\vec{u}$  en  $\vec{v}$ . Bepaal de hoek tussen de vectoren  $\vec{u}$  en  $\vec{v}$ . Bereken het scalair product  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

a.  $\vec{u} (1, 5)$       en       $\vec{v} (2, -3)$

b.  $\vec{u} (1, -1)$       en       $\vec{v} (3, 6)$

c.  $\vec{u} (3, 3)$       en       $\vec{v} (-1, 8)$

d.  $\vec{u} (\frac{2}{3}, 4)$       en       $\vec{v} (-5, 6)$

e.  $\vec{u} (-4, -6)$       en       $\vec{v} (\frac{1}{5}, \frac{5}{4})$

## **Jungle Speed**

### **Vorbereiding:**

Plaats de totem in het midden van de tafel zodat iedereen er aan kan. Verdeel de kaarten onder alle spelers en leg deze met de onderkant naar boven.

### **Spelverloop:**

Om de beurt draaien de spelers een kaart van hun stapel om. Dit gaat zo door totdat twee spelers een kaart met dezelfde cirkel omdraaien. Deze spelers moeten om ter snelste de totem grijpen (bij twijfelgevallen wint de speler die de totem onderaan vast heeft). De speler die als eerste de totem grijpt, mag zijn/haar gedraaide kaarten aan de andere speler geven (als dit er meerdere zijn, verdeel je je kaarten). Er zijn enkele speciale situaties:

- Als een kaart met naar buiten gerichte pijlen wordt omgedraaid, draait iedereen gelijktijdig een kaart om.
- Als een speler de totem grijpt maar zich vergist heeft, krijgt hij/zij alle omgedraaide kaarten die op tafel liggen.

### **Einde spel:**

Er is slechts één winnaar bij dit spel. Degene die als eerste geen kaarten meer heeft of degene die aan het einde van de les de minste kaarten heeft, heeft gewonnen!

|                                                         |                                                   |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $c \leftrightarrow$ $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$ $= r^2$ | $c(M, r)$ <p>met</p> $M(x_1, y_1)$                |
| $c \leftrightarrow$ $(x - 2)^2 + (y + 3)^2$ $= 16$      | $c(M, 4)$ <p>met</p> $M(2, -3)$                   |
| $c \leftrightarrow$ $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3$ $= 0$     | $c \leftrightarrow$ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2$ $= 1$ |

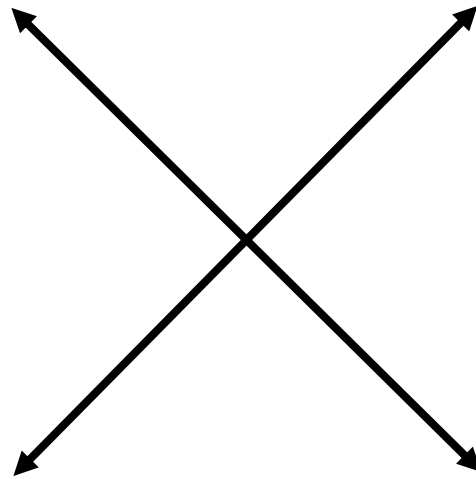
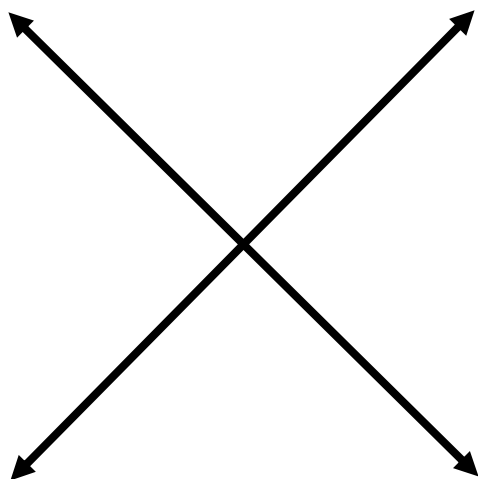
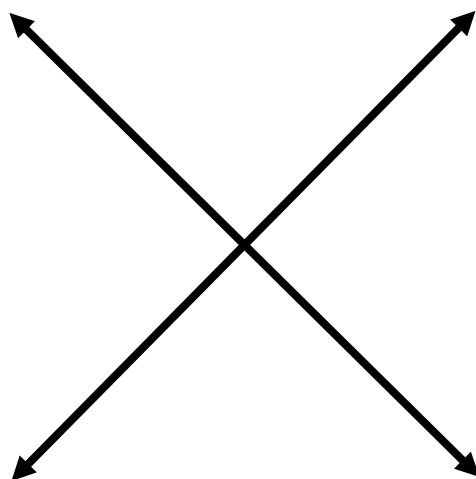
|                                                     |                                                   |
|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $c(M, 1)$ met $M(1, 1)$                             | $c \leftrightarrow$ $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ |
| $c \leftrightarrow$ $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 64$    | $c(M, 8)$ met $M(-5, 4)$                          |
| $c \leftrightarrow$ $x^2 + y^2 + 10x - 8y - 23 = 0$ | $c \leftrightarrow x^2 + y^2 = 36$                |

|                                           |                                                  |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| $c(M, 6)$ met<br>$M(0, 0)$                | $c \leftrightarrow$ $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ |
| $c(M, 5)$ met<br>$M(-3, -4)$              | $c \leftrightarrow$ $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$    |
| $c \leftrightarrow$ $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ | $c(M, 2)$ met<br>$M(0, 2)$                       |

|                                                 |                                                  |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| $c \leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y = 0$          | $c \leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 0$    |
| $c(M, 0)$<br>met<br>$M(3, 1)$                   | $c \leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10 = 0$ |
| $c \leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 100$ | $c(M, 10)$<br>met<br>$M(4, -6)$                  |

$C \leftrightarrow$

$$x^2 + y^2 - 8x + 12y - 48 = 0$$

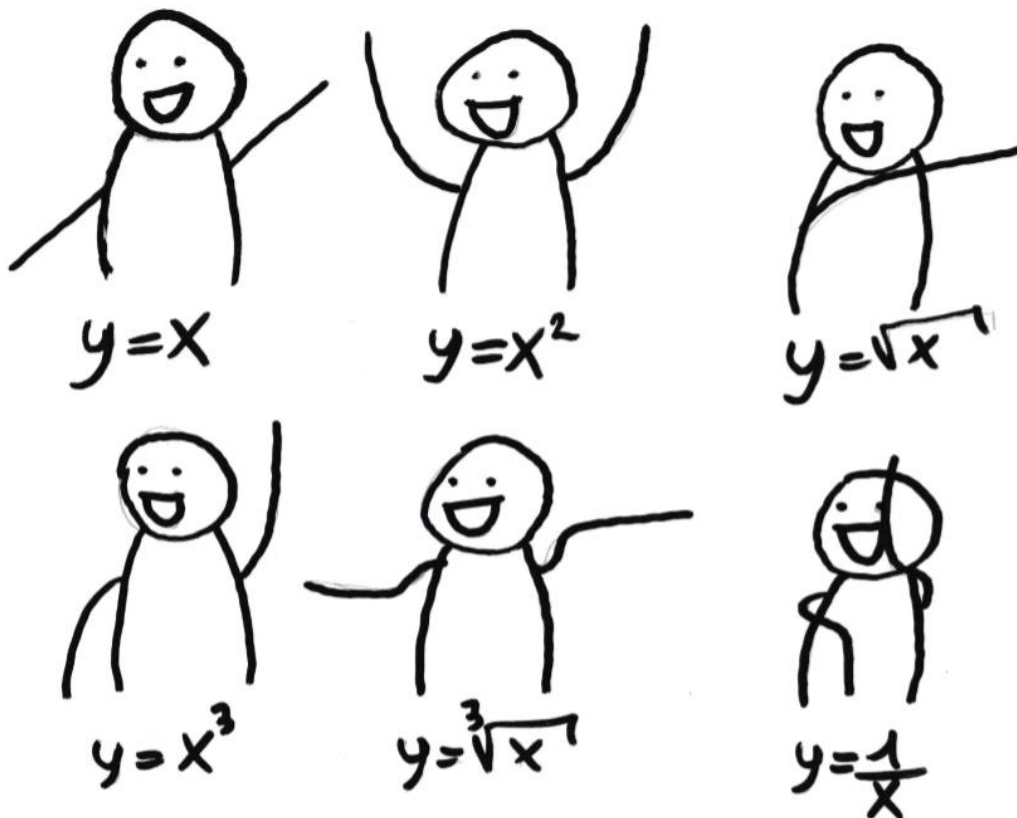


## Elementaire functies

### Theorie

Oefen de onderstaande danspasjes en vul hierbij de werkblaadjes in!

Wat beelden de danspasjes uit?



A.  $f(x) = x^3$

• Dom  $f =$

Ber  $f =$

• Nulpunt:

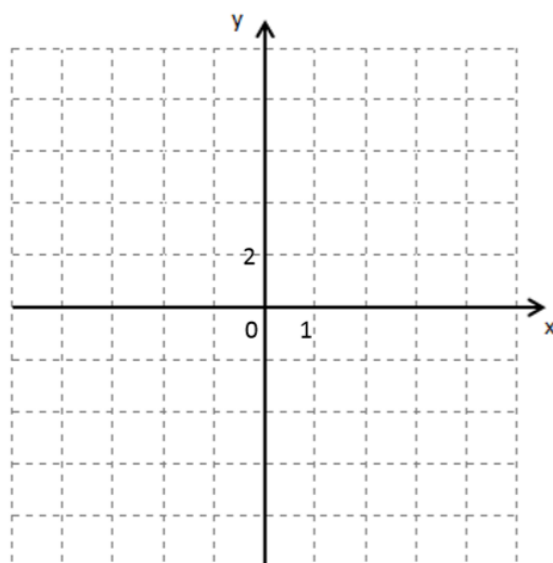
• Tekenonderzoek:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Verloop:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Symmetrie:





B.  $f(x) = \sqrt{x}$

• Dom  $f =$

Ber  $f =$

• Nulpunt:

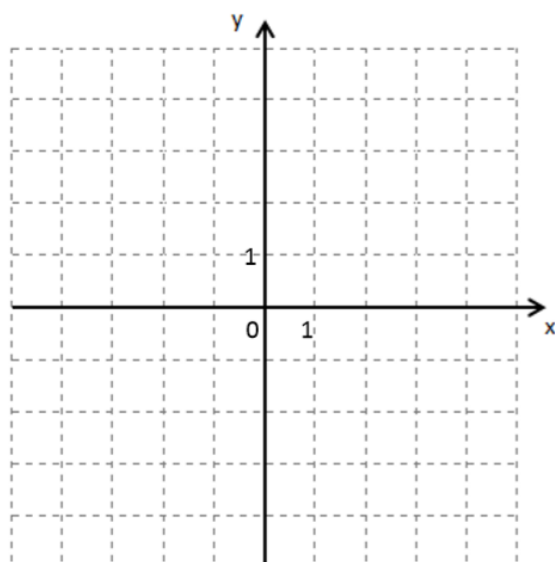
• Tekenonderzoek:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Verloop:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Symmetrie:



C.  $f(x) = \sqrt[3]{x}$

• Dom  $f =$

Ber  $f =$

• Nulpunt:

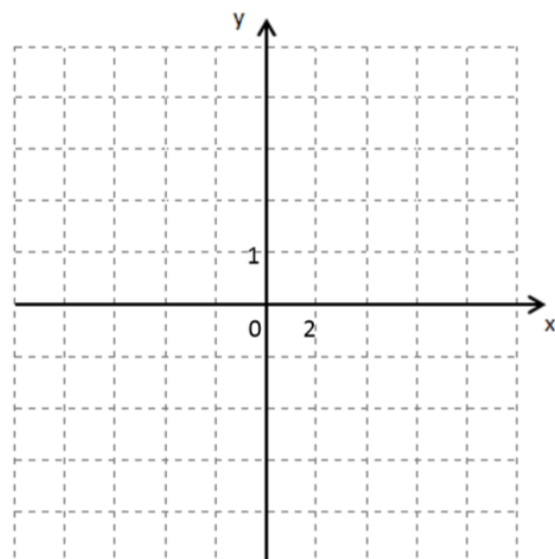
• Tekenonderzoek:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Verloop:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Symmetrie:



D.  $f(x) = \frac{1}{x}$

• Dom  $f =$

Ber  $f =$

• Nulpunt:

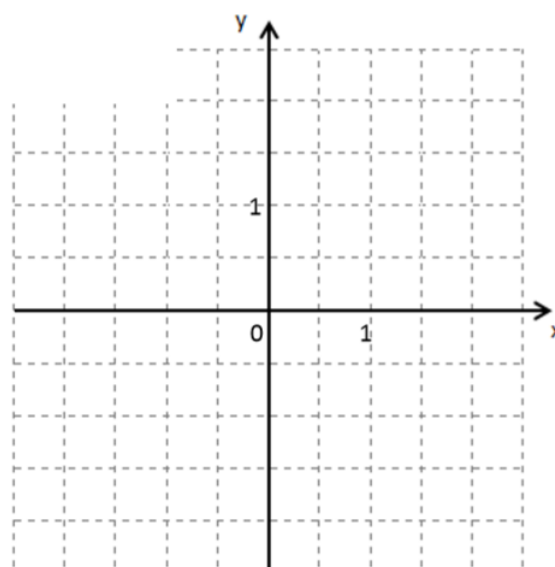
• Tekenonderzoek:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

• Verloop:

|   |  |
|---|--|
| x |  |
| y |  |

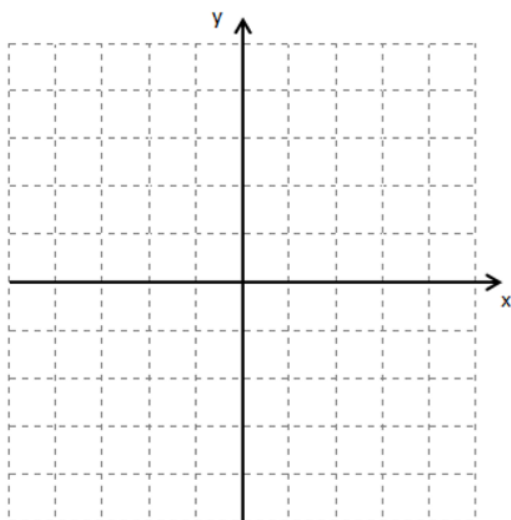
• Symmetrie:



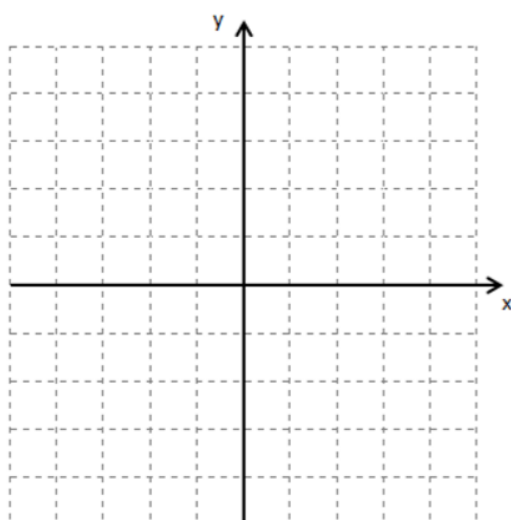
## Oefeningen

Opdracht 1: Los de onderstaande ongelijkheden grafisch op.

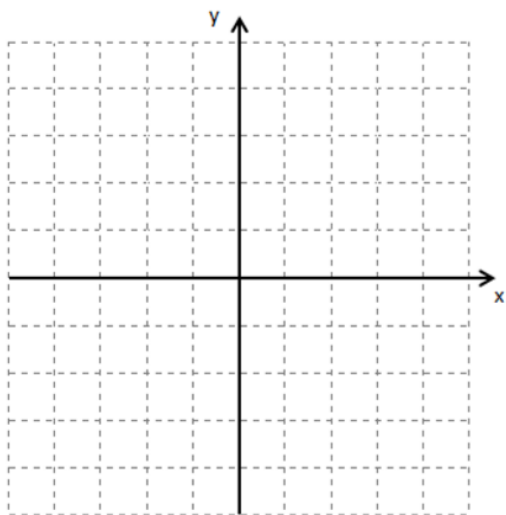
$$x^3 < 8$$



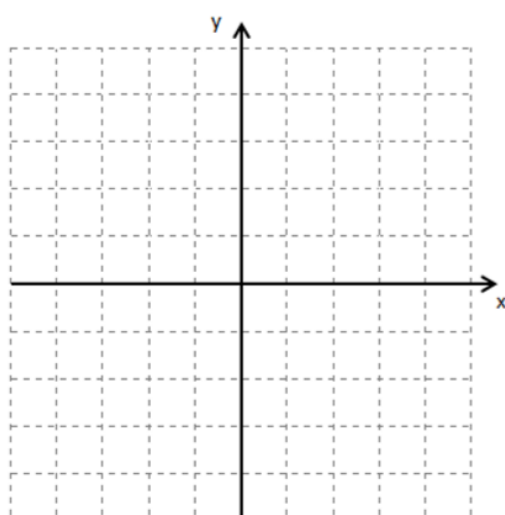
$$\sqrt[3]{x} > 2$$

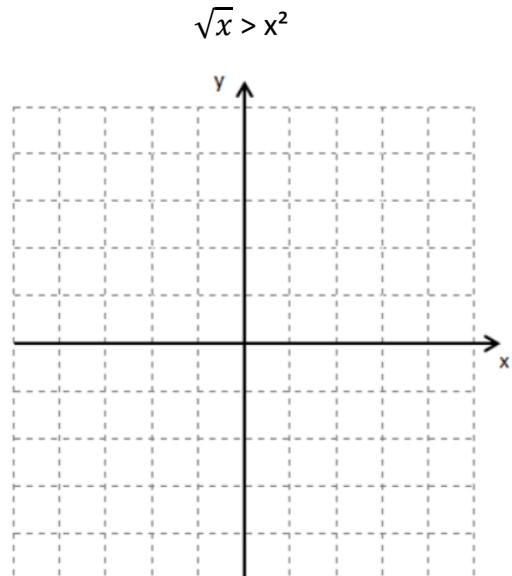
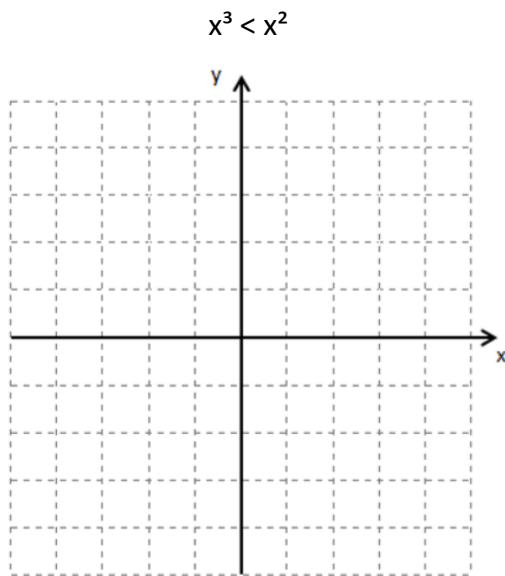


$$x^3 < 4x$$



$$\sqrt[3]{x} - x + 10 < 0$$





**Opdracht 2:** Beschouw de functies  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  en  $g(x) = x$ . Voor welke waarden van  $x$  geldt:

- a.  $f(x) = g(x)$ ?
- b.  $f(x) > g(x)$ ?
- c.  $f(x) < g(x)$ ?

**Opdracht 3:** Beschouw de functies  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = x^2$  en  $h(x) = \sqrt{x}$ . Voor welke waarden van  $x$  geldt:

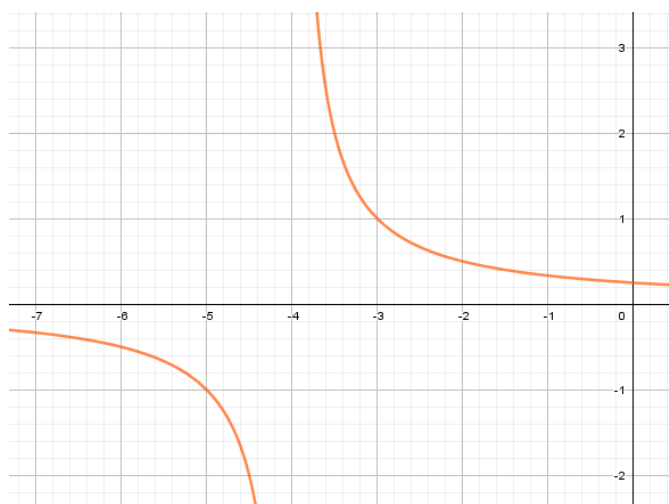
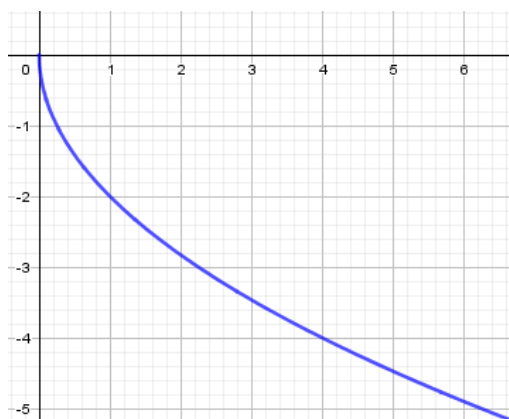
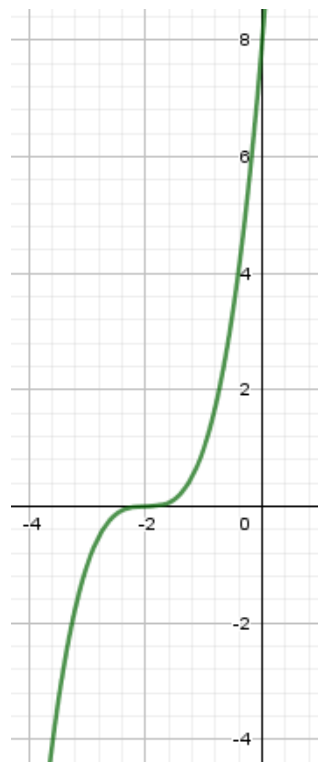
- a.  $f(x) < h(x) < g(x)$ ?
- b.  $f(x) > h(x) > g(x)$ ?

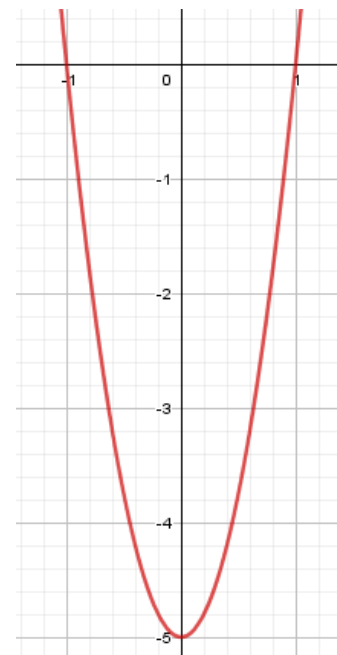
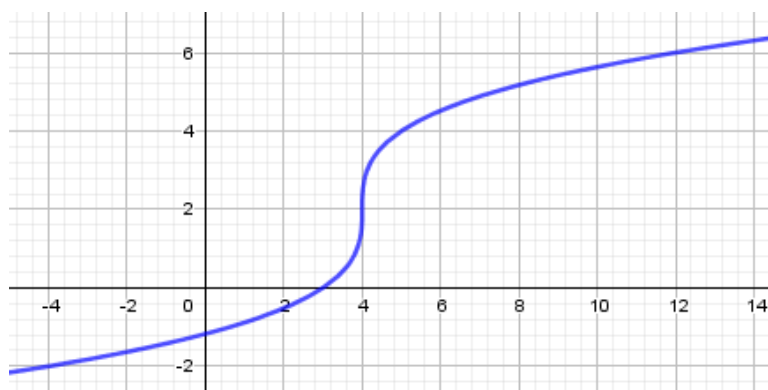
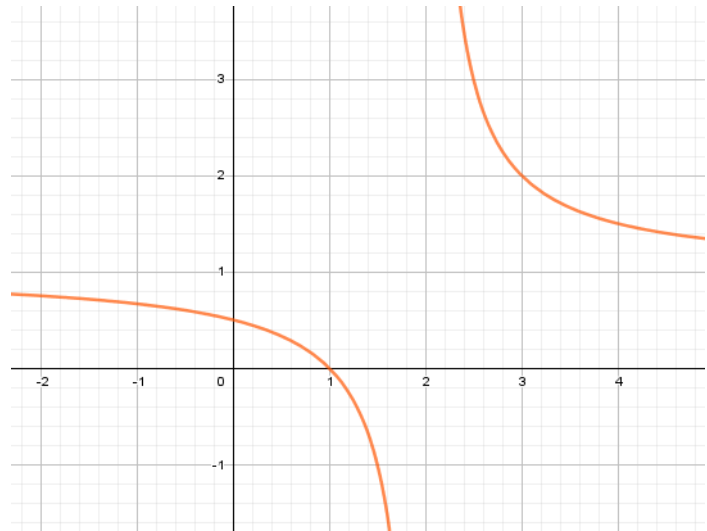
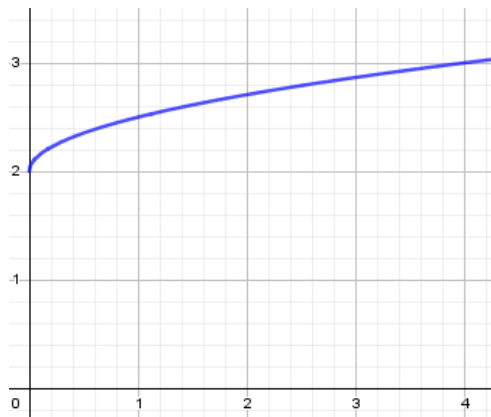
**Opdracht 4:** Een kubusvormig cakeblik heeft een inhoud van 8 liter.

- a. Hoe groot is de cakevorm in decimeter?
- b. Hoeveel liter cakedeeg kan in de vorm wanneer je hem tot 1dm hoogte wil vullen?

De volgende opdrachten horen bij de basisleerstof voor de richtingen met 5 uur wiskunde en bij de uitbreiding voor richtingen met 4 uur wiskunde.

**Opdracht 5:** Geef het functievoorschrift van de onderstaande grafieken. Stel indien mogelijk de vergelijking van de horizontale en verticale asymptoot op.





**Opdracht 6:** Door welke transformaties ontstaan volgende grafieken uit hun basisgrafiek?

a.  $g(x) = 2(x-2)^3 - 5$  uit  $f(x) = x^3$

b.  $g(x) = \frac{3}{x+1,5}$  uit  $f(x) = \frac{1}{x}$

c.  $g(x) = \sqrt[3]{x+8} + 2$  uit  $f(x) = \sqrt[3]{x}$

d.  $g(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x} + 8$  uit  $f(x) = \sqrt{x}$

**Opdracht 7:** Geef het voorschrift van de functie g.

- a. De functie g ontstaat uit de functie  $f(x) = \frac{1}{x}$  door een verticale inkrimping met factor 2 en een horizontale verschuiving over drie eenheden naar rechts.
- b. De functie g ontstaat uit de functie  $f(x) = x^3$  door een spiegeling om de x-as, een verschuiving over 1,5 eenheden naar boven en 5,5 eenheden naar links.
- c. De functie g ontstaat uit de functie  $f(x) = \sqrt{x}$  door een verticale uitrekking met factor 3, een horizontale verschuiving over 5 eenheden naar links en een verticale verschuiving over 1 eenheid naar onder.

**Opdracht 8:** Bepaal een mogelijk voorschrift van een functie die als grafiek een hyperbool heeft met asymptoten  $a \leftrightarrow y = 4$  en  $b \leftrightarrow x = -1$  en met nulpunt -1,5.

**Opdracht 9:** Voor een frisdrankautomaat bedraagt de maandelijkse huur €150. Per drankje bedragen de materiaalkosten €0,20. De totale maandelijkse kosten  $K$  (in €) worden bepaald door het aantal gekochte drankjes  $n$ .

- Bepaal  $K$  in functie van  $n$ .
- De kosten per drankje stellen we voor door  $k$ . Bepaal  $k$  in functie van  $n$ .
- Hoeveel drankjes moeten er minstens per maand gemaakt worden opdat een prijs van €0,50 per drankje kostendekkend zou zijn?
- Tot welke prijs nadert de kostprijs per drankje als het aantal verkochte drankjes groter en groter wordt?

**Opdracht 10:** Op een terras bestel je een warme kop chocomelk. De temperatuur hiervan kan beschreven worden met de formule  $T = \frac{55}{t+1} + 25$ , waarbij  $T$  de temperatuur in °C is en  $t$  de tijd na het serveren van de chocomelk in minuten.

- Hoe warm is de chocomelk wanneer deze geserveerd wordt?
- Hoe lang duurt het vooraleer de chocomelk een temperatuur van 45°C heeft bereikt?
- Welke temperatuur heeft de chocomelk na 10 minuten wachten?

**Opdracht 11:** De grafiek van een willekeurige functie  $y = f(x)$  wordt evenwijdig met de eerste bissectrice verschoven over een afstand  $\sqrt{2}$  (zodanig dat de  $x$ - en de  $y$ -waarden van elk punt groter worden). Het voorschrift van de nieuwe functie is:

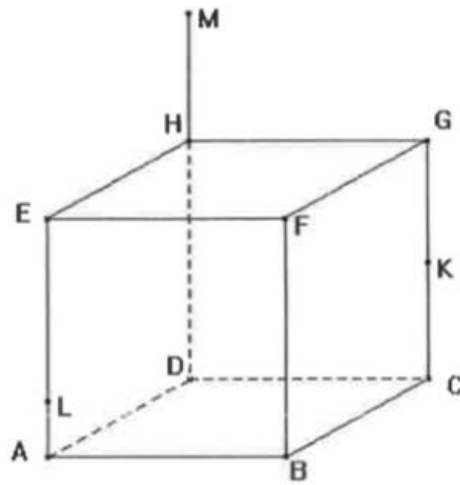
- $y = f(x + 1) + 1$
- $y = f(x - 1) + 1$
- $y = f(x) + \sqrt{2}$
- $y = f(x + \sqrt{2}) + \sqrt{2}$
- $y = f(x - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$

(Bron © VWO 1997, tweede ronde)

## Ruimtemeetkunde

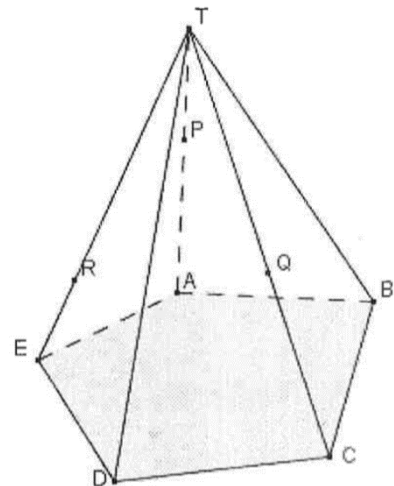
**Opdracht 1:** Bepaal de onderlinge ligging van de volgende rechten en/of vlakken. Indien snijdend, bepaal je het snijpunt of de snijlijn.

- GM en KL
- DH en DM
- AG en CE
- BC en vl(A, D, M)
- MD en vl(A, B, C)
- vl(M, K, L) en vl(H, G, C)
- vl(A, B, C) en vl(E, F, G)



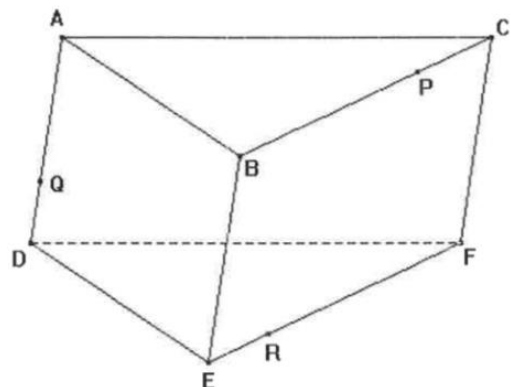
**Opdracht 2:** Bepaal de onderlinge ligging van de volgende rechten en/of vlakken in de onderstaande piramide. Indien snijdend, bepaal je het snijpunt of de snijlijn.

- AB en CD
- DT en CQ
- PQ en BC
- AB en vl(T, C, D)
- vl(R, D, E) en vl(P, A, E)



**Opdracht 3:** Bepaal de onderlinge ligging van de volgende rechten en/of vlakken in het onderstaande prisma. Indien snijdend, bepaal je het snijpunt of de snijlijn.

- AB en EF
- PQ en DE
- BQ en DE
- AC en vl(R, D, F)
- PQ en vl(D, E, F)
- vl(D, E, F) en vl(C, P, F)

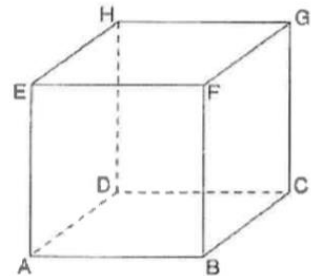




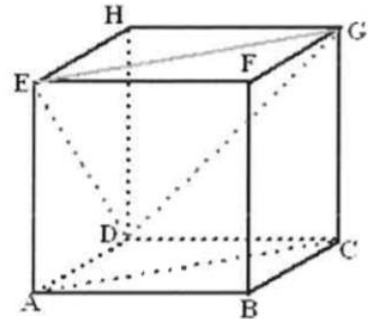
**Opdracht 4:** Waar of onwaar? Indien onwaar verbeter je de uitspraak of geef je hier een verklaring voor.

- a.  $a // \alpha \wedge b // \alpha \Rightarrow a // b$
- b.  $a \nparallel b \wedge a // \alpha \Rightarrow b \nparallel \alpha$
- c.  $a \perp \alpha \wedge a \perp \beta \Rightarrow \alpha = \beta$
- d.  $a \subset \alpha \wedge b \not\subset \alpha \wedge a \nparallel b \Rightarrow b \nparallel \alpha$
- e.  $\alpha \perp \beta \wedge \alpha \cap \beta = s \wedge s \perp \gamma \Rightarrow \alpha // \gamma$

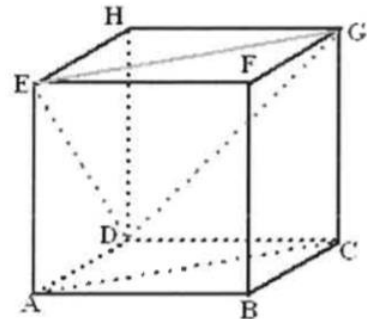
**Opdracht 5:** Construeer en bereken de hoek tussen AG en het bovenvlak in onderstaande kubus met ribbe 4 cm.



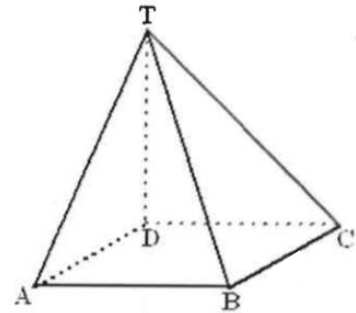
**Opdracht 6:** Construeer en bereken de hoek tussen ED en vl(A, G, C) in onderstaande kubus met ribbe 6 cm.



**Opdracht 7:** Toon aan dat  $\widehat{vl(E, D, G)} \widehat{vl(E, G, C)} = \widehat{DMN}$  met M is het midden van EG en N is het midden van AC. Bereken deze hoek vervolgens.



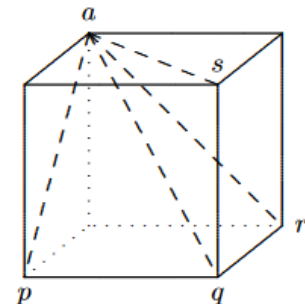
**Opdracht 8:** In de onderstaande piramide ligt T recht boven het punt D. Het grondvlak is een vierkant met zijde 4 en de hoogte van de piramide is gelijk aan 4. Teken en bereken de hoek tussen de vlakken TAD en TAC.



**Opdracht 9:** Als je uit het hoekpunt a van een kubus vier diagonalen trekt zoals op de figuur hiernaast is aangegeven, en je berekent de hoeken  $\widehat{paq}$ ,  $\widehat{par}$ ,  $\widehat{pas}$ ,  $\widehat{qar}$ ,  $\widehat{qas}$ ,  $\widehat{ras}$ , hoeveel verschillende waarden verkrijg je dan?

- A 1                      B 2                      C 3                      D 4                      E 5

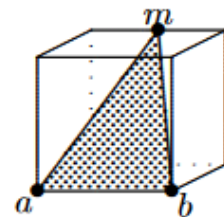
(Bron © VWO 1995, eerste ronde)



**Opdracht 10:** Men verbindt het midden m van een ribbe van een kubus met de twee verst verwijderde hoekpunten a en b. De cosinus van  $\widehat{amb}$  is gelijk aan

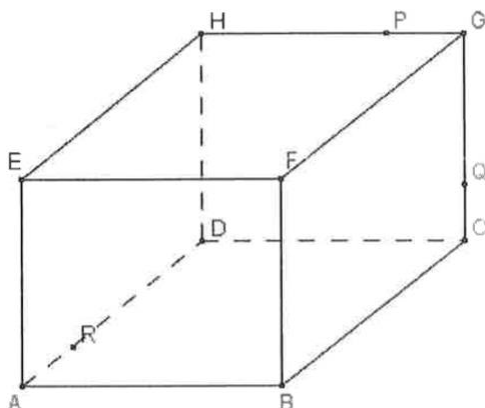
- A  $\frac{1}{2}$                       B  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D  $\frac{7}{9}$                       E  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

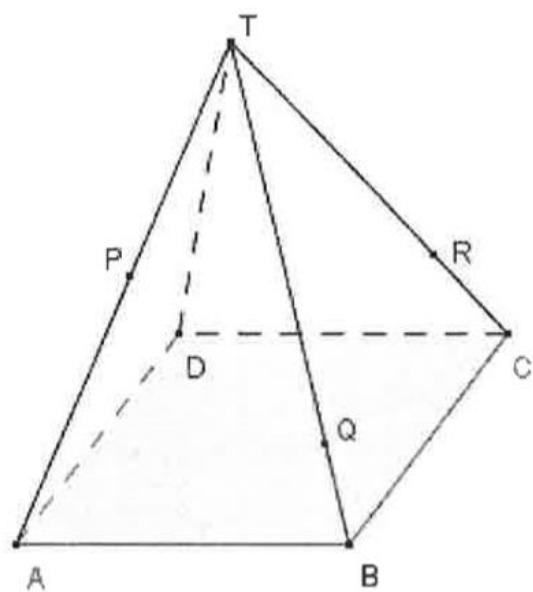
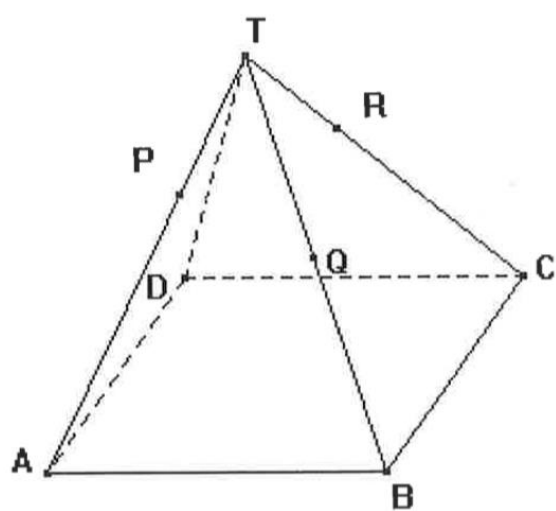
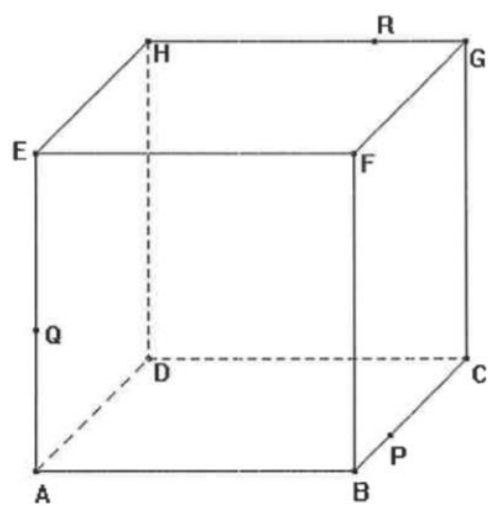
(Bron © VWO 1997, eerste ronde)

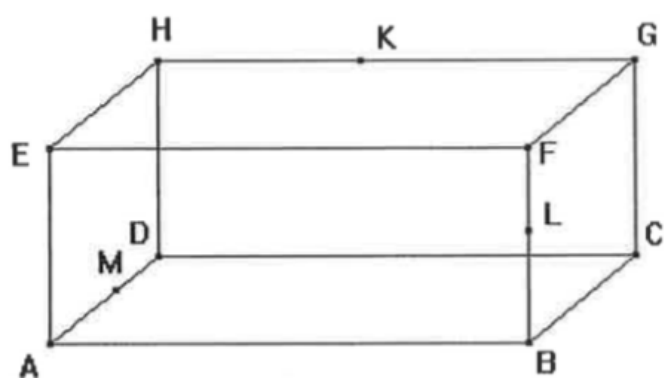
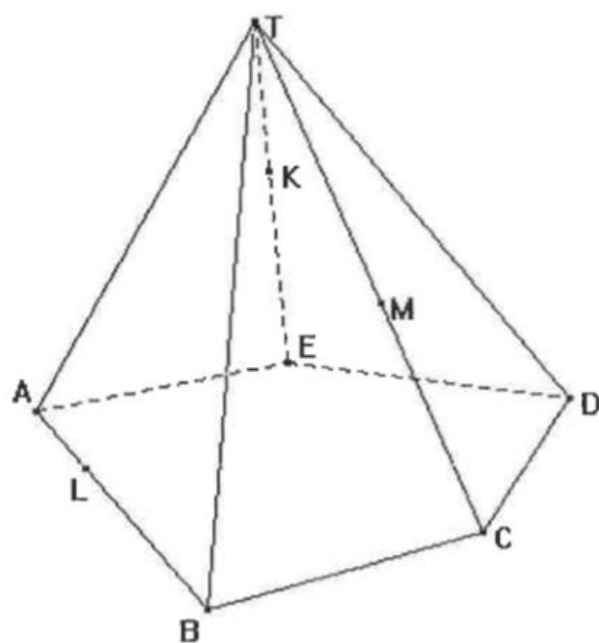
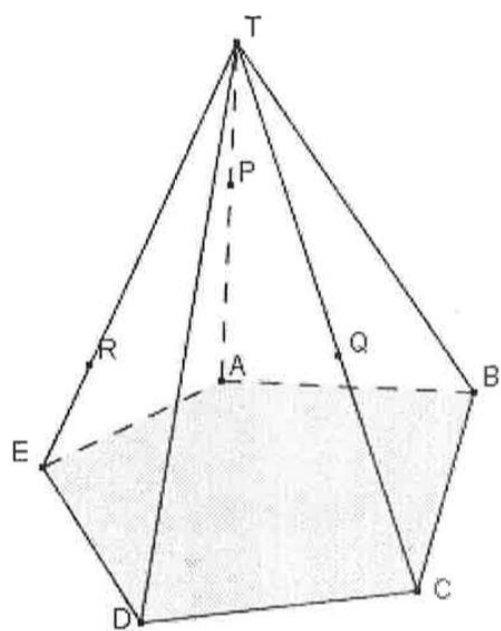


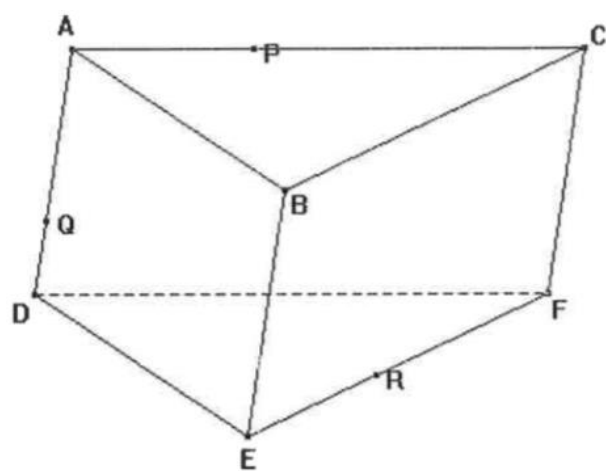
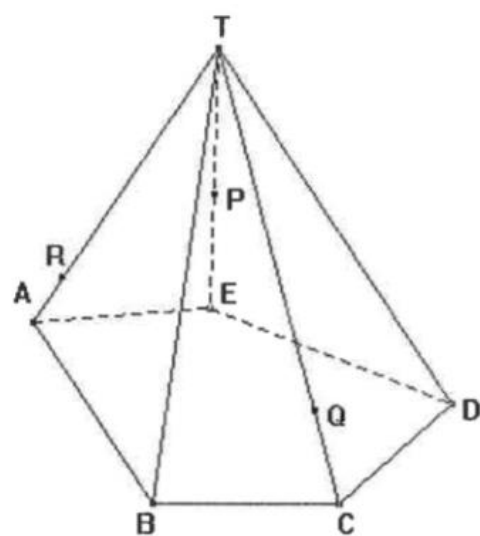
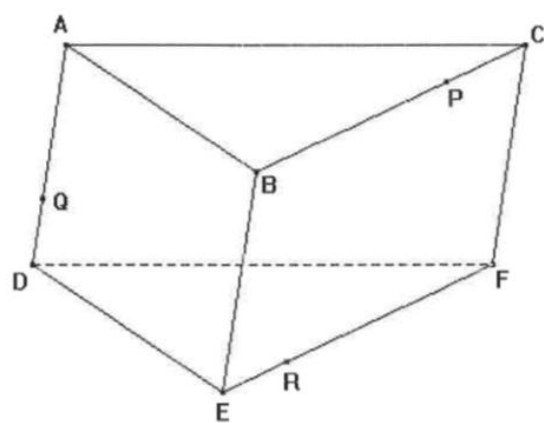
De volgende opdracht zijn oefeningen op doorsneden. Dit is basisleerstof voor richtingen met 5 uur wiskunde en kan als uitbreiding gemaakt worden in richtingen met 4 uur wiskunde. Bij de laatste oefeningen kan je zelf 3 punten plaatsen en hier een doorsnede door tekenen.

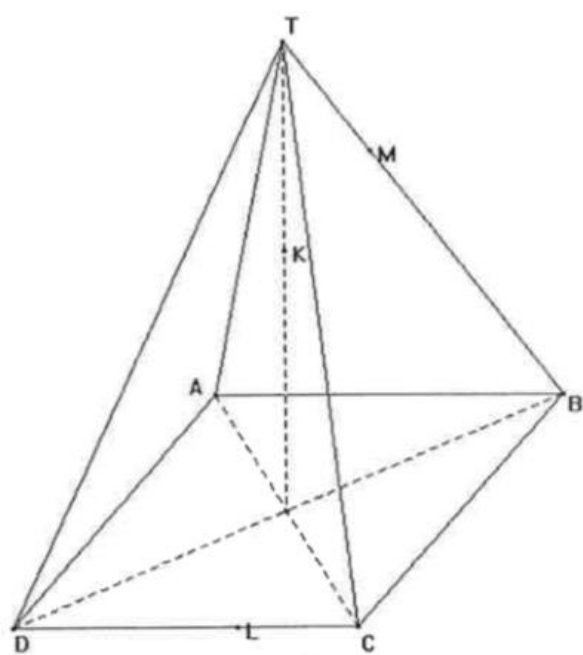
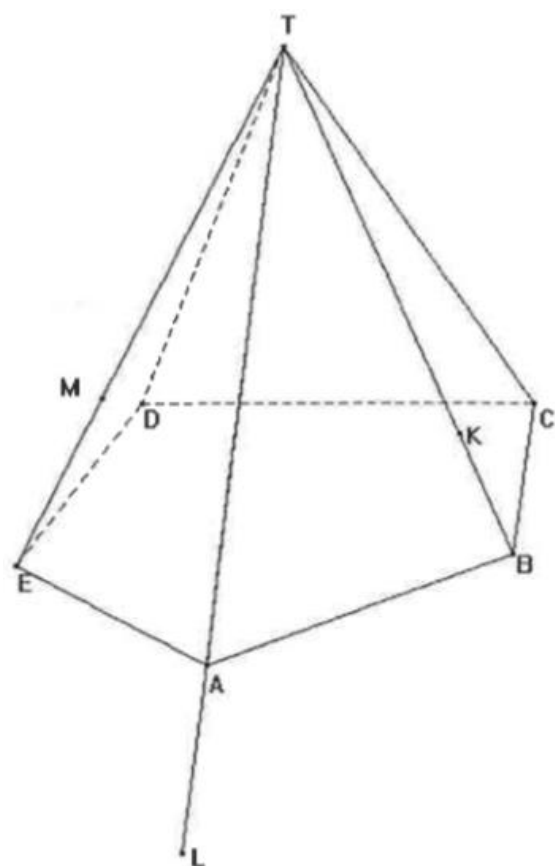
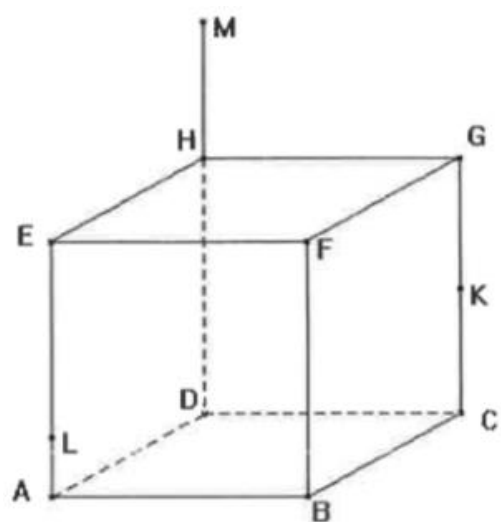
**Opdracht 11:** Construeer de doorsneden door de aangegeven punten.

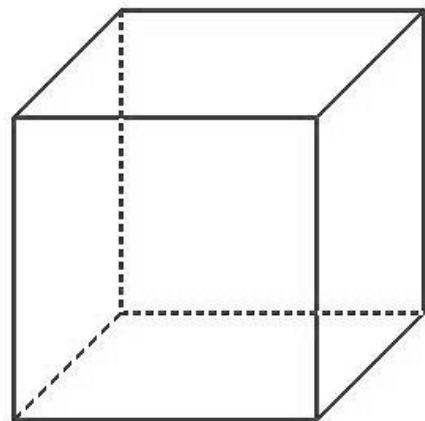
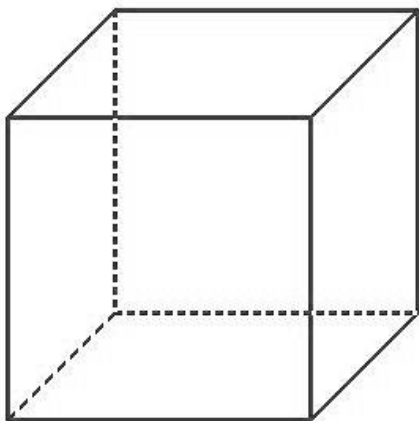
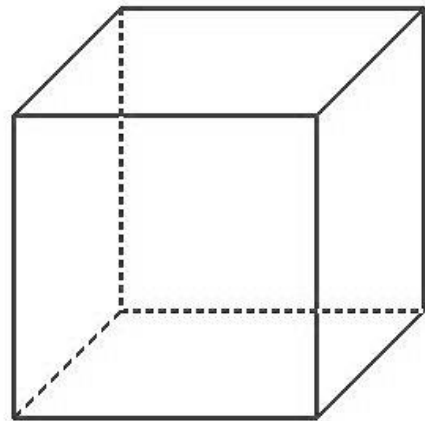
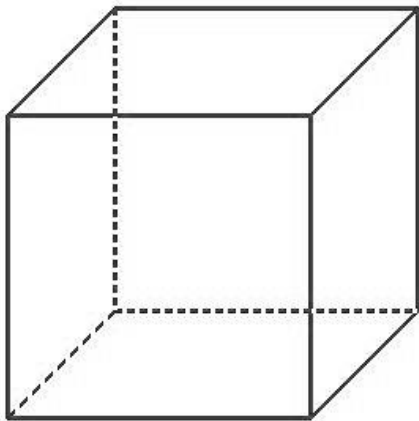
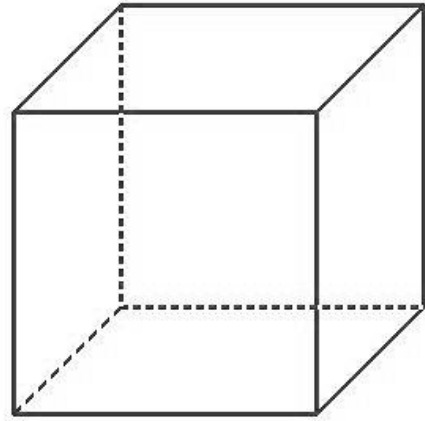
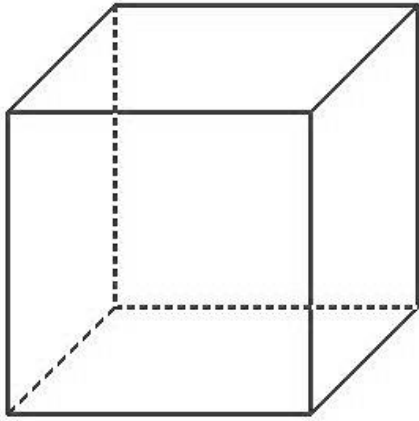


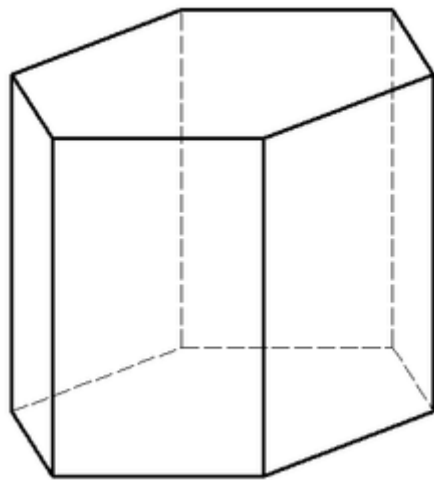
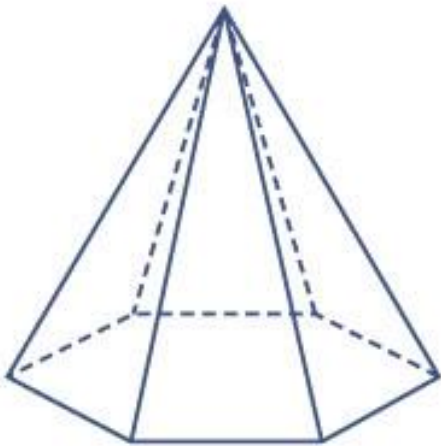
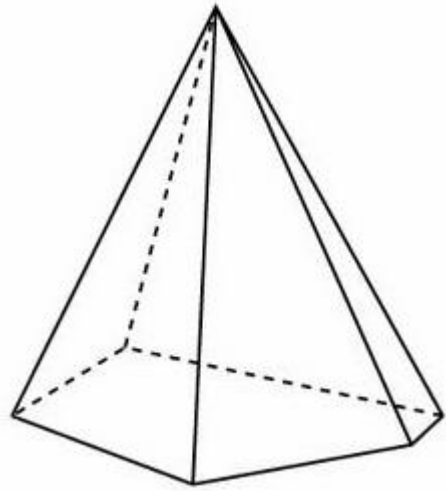
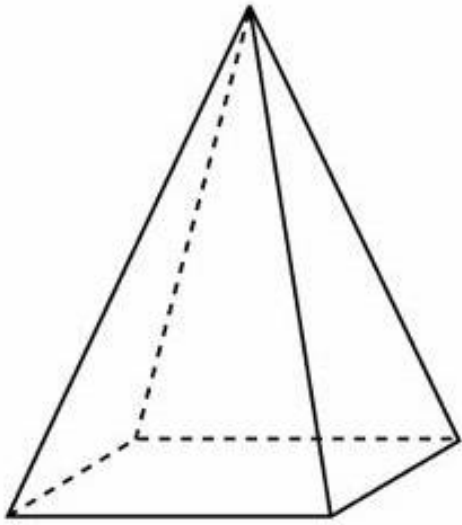














## Statistiek

Dit hoofdstuk start met een kruiswoordraadsel om enkele begrippen op te frissen. Vervolgens zijn er vier korte opdrachten en twee lange waarmee al de leerstof besproken wordt.

**Opdracht 1:** Vul de woorden die bij onderstaande verklaringen horen in, in het kruiswoordraadsel. De lange ij schrijf je in 1 vakje.

- a. Een selectie uit een totaal aantal elementen waarover je informatie wil verzamelen.
- b. Dit woord is een ander woord voor een 'goede afspiegeling'.
- c. Een maat voor de spreiding, de gemiddelde kwadratische afwijking.
- d. Een ander woord voor een categorische variabele.
- e. Een centrummaat die een schatting maakt van het centrum van een verdeling van een variabele.
- f. De waarde met de grootste frequentie.
- g. Een ander woord voor een numerieke variabele.
- h. Een centrummaat die het midden aanduidt.
- i. Een waarde die heel sterk afwijkt van een andere waarde.
- j. De vierkantswortel van de gemiddelde kwadratische afwijking.
- k. Een categorische variabele waarbij je waarden op volgorde kan plaatsen.
- l. Een variabele die enkel een vaste, numerieke waarde kan aannemen.
- m. De afstand tussen  $Q_1$  en  $Q_3$ .
- n. Het aantal elementen dat je uit het totale aantal dat je wil onderzoeken hebt gekozen.
- o. De groep elementen waarover je informatie wil verzamelen.
- p. We spreken hiervan als de kenmerken van de groep die je uit het totaal aantal elementen gekozen hebt, niet overeenkomt met de volledige groep.

[illegible]

Welke zin bekom je?

**Opdracht 2:** Vermeld bij de onderstaande onderzoeken of de onderzochte variabele een kwalitatieve (nominaal of ordinaal) of een kwantitatieve (discreet of continu) variabele is.

- Je wil weten wat de gemiddelde lengte van een vrouwenhand is.
- Je wil weten hoeveel mensen blauwe ogen hebben.
- Je wil weten welke haarkleur het vaakst voorkomt in Vlaanderen.
- Je wil weten of je leerkrachten dit jaar vaak, soms of bijna nooit toetsen gaan geven.
- Je wil weten wat de gemiddelde score op statistiek in het vierde middelbaar is.

**Opdracht 3:** Je wil weten hoeveel Vlamingen vaak snoepen. Welke steekproef is dan het best? Een steekproef met  $n = 200$  of een steekproef met  $n = 5000$ ? Waarom?

---

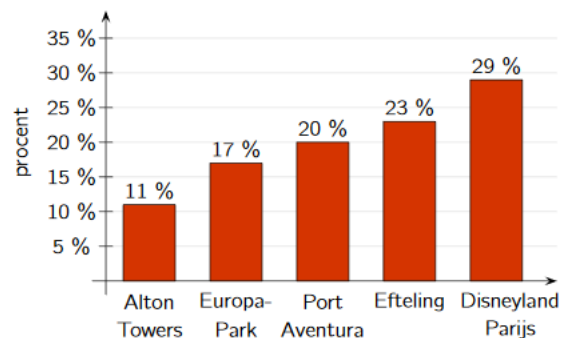
---

Stel dat je de steekproef opnieuw doet en hierbij 5000 mensen bevroegd. Hoe kan je deze personen het best kiezen? Waarom?

---

---

**Opdracht 4:** In het staafdiagram zien we hoe de bezoekers van de vijf meest bezochte Europese pretparken over deze pretparken verdeeld zijn. Deze parken hebben samen 56 miljoen bezoekers per jaar.  
Hoeveel bezoekers heeft Disneyland Parijs elk jaar meer dan de Efteling?



- A 1 980 000      B 2 575 000      C 2 800 000      D 3 125 000      E 3 360 000

(Bron © JWO 2018, eerste ronde)

**Opdracht 5:** Het gemiddelde inkomen van 25 werknemers van videotheek Home Alone is 24 400 euro per jaar. Volgende week gaat Jef – de oudste en bestbetaalde werknemer – op pensioen. Jef wordt vervangen door een nieuwe werknemer met beginwedge 18 000 euro per jaar. Het gemiddelde inkomen zal daardoor dalen tot 23 900 euro per jaar. Hoeveel euro verdiende Jef per jaar?

- A 30 000      B 30 500      C 30 800      D 30 950      E 31 000

(Bron © JWO 2004, tweede ronde)

**Opdracht 6:** Je wil graag weten hoe goed je voor statistiek gescoord hebt ten opzichte van de rest van je jaar dus je gaat op onderzoek uit. Alle leerlingen van het vierde middelbaar hebben dezelfde test afgelegd. Deze test ging op 40 en er waren 180 leerlingen die deze hebben afgelegd. De scores die behaald werden op deze test kan je in de onderstaande tabel terugvinden.

| Resultaat /40 | A.F. | R.F. | C.A.F. | C.R.F. |
|---------------|------|------|--------|--------|
| [0,5[         | 8    |      |        |        |
| [5,10[        | 2    |      |        |        |
| [10,15[       | 9    |      |        |        |
| [15,20[       | 28   |      |        |        |
| [20,25[       | 46   |      |        |        |
| [25,30[       | 37   |      |        |        |
| [30,35[       | 29   |      |        |        |
| [35,40[       | 18   |      |        |        |
| [40,45[       | 3    |      |        |        |
| Totaal        | 180  |      |        |        |

**Opdracht 6.1:** Vul in de tabel de relatieve frequentie, de cumulatieve absolute frequentie en de cumulatieve relatieve frequentie in. Rond af op 2 cijfers na de komma.

**Opdracht 6.2:** Bereken het gemiddelde resultaat dat behaald werd op deze test. Is dit resultaat representatief?

**Opdracht 6.3:** Bereken de mediaan. Wat wil dit resultaat zeggen?

**Opdracht 6.4:** Stel de gegevens voor in een histogram en in een ogief.

**Opdracht 7:** Je vind deze resultaten te algemeen en gaat daarom naar de punten van je eigen klas kijken. Hieronder vind je de resultaten op de test van je eigen klas terug.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 40 | 8  | 19 | 22 | 30 | 38 | 19 | 12 | 1  |
| 30 | 28 | 22 | 19 | 36 | 19 | 25 | 35 | 22 |

**Opdracht 7.1:** Stel een frequentietabel op.

**Opdracht 7.2:** Stel de resultaten grafisch voor in een staaf- of cirkeldiagram.

**Opdracht 7.3:** Hoeveel leerlingen zijn geslaagd op de test van statistiek? Hoeveel procent is dit?

**Opdracht 7.4:** Welk resultaat komt het vaakst voor? Hoe noemen we deze centrummaat?

**Opdracht 7.5:** Bereken het gemiddelde en de mediaan van de klas.

**Opdracht 7.6:** Om te weten hoeveel je van het gemiddelde afwijkt, bereken je de variantie en de standaardafwijking.

**Opdracht 7.7:** Je wil graag weten welke resultaten bij de 25% beste resultaten horen en bij de 25% slechtste. Hiervoor bereken je de kwartielen. Hoe groot is de interkwartielafstand?

**Opdracht 7.8:** Zijn er uitschieters onder de resultaten? Zo ja, welke?

**Opdracht 7.9:** Stel hier een boxplot bij op en houd rekening met eventuele uitschieters. Is deze verdeling symmetrisch? Hoe kan je dit zien?

## **Bronnen extra oefenmateriaal**

### **Bronnen afbeeldingen**

Begrip: Piramide. (z.j.). Geraadpleegd via <http://www.spage.nl/uitleg/Piramide>

Begrip: Regelmatige piramide. (z.j.). Geraadpleegd via <http://www.spage.nl/uitleg/Regelmatige%20piramide>

Regelmäßiges sechsseitiges prisma. (2007). Geraadpleegd via <https://www.4teachers.de/?action=keywordsearch&searchtype=images&searchstring=Sechskant>

Romeo en Julia kleurplaat. (2010). Geraadpleegd via <http://www.supercoloring.com/nl/kleurplaten/romeo-en-julia>

Ruimtelijke figuren. (z.j.). Geraadpleegd via [https://www.google.be/imgres?imgurl=http%3A%2F%2Fmath4allview.appspot.com%2Fgetresource%3Fblob-key%3DAMIv97JNIdoA5qIYh4mu6mMTRaNEiDx0OLejE9UwMiQ\\_3WAY42Mq3ViP-OLZW0xDhlln5CPoq6pebCzgRbHyYqWqD4Qs3vuTMqi6OiKvikARlgvb8-lcZ50EXxYnj63psAAQPtc7zmhn\\_j2n-H1M7KOFHS1GoAJFdcOf\\_fgWdXnOsPtPqbY\\_o&imgrefurl=http%3A%2F%2Fmath4allview.appspot.com%2Fview%3Fcomp%3Dhv-me3%26subcomp%3Dhv-me31%26variant%3Dm4a\\_view\\_old%26repo%3Dm4a%26item%3Dexample%26num%3D2&docid=2KeDFH5Q4WPFgM&tbnid=IDsipVmih5TdQM%3A&vet=10ahUKEwjc6pygkJfbAhUNPVAKHfQPDEsQMwgOKA4wDg..i&w=203&h=203&hl=nl-BE&bih=578&biw=1252&q=ruimtelijke%20figuren%20piramide&ved=0ahUKEwjc6pygkJfbAhUNPVAKHfQPDEsQMwgOKA4wDg&iact=mr&uact=8](https://www.google.be/imgres?imgurl=http%3A%2F%2Fmath4allview.appspot.com%2Fgetresource%3Fblob-key%3DAMIv97JNIdoA5qIYh4mu6mMTRaNEiDx0OLejE9UwMiQ_3WAY42Mq3ViP-OLZW0xDhlln5CPoq6pebCzgRbHyYqWqD4Qs3vuTMqi6OiKvikARlgvb8-lcZ50EXxYnj63psAAQPtc7zmhn_j2n-H1M7KOFHS1GoAJFdcOf_fgWdXnOsPtPqbY_o&imgrefurl=http%3A%2F%2Fmath4allview.appspot.com%2Fview%3Fcomp%3Dhv-me3%26subcomp%3Dhv-me31%26variant%3Dm4a_view_old%26repo%3Dm4a%26item%3Dexample%26num%3D2&docid=2KeDFH5Q4WPFgM&tbnid=IDsipVmih5TdQM%3A&vet=10ahUKEwjc6pygkJfbAhUNPVAKHfQPDEsQMwgOKA4wDg..i&w=203&h=203&hl=nl-BE&bih=578&biw=1252&q=ruimtelijke%20figuren%20piramide&ved=0ahUKEwjc6pygkJfbAhUNPVAKHfQPDEsQMwgOKA4wDg&iact=mr&uact=8)

Stoof, B. (2013). *Gebroken boom*. Geraadpleegd via [http://bramstoof.nl/tekening%20en%20aquarel%20\\_drawing%20and%20watercolour\\_bram%20stoo f/natuur\\_nature\\_bram%20stoof/flora\\_bram%20stoof.html](http://bramstoof.nl/tekening%20en%20aquarel%20_drawing%20and%20watercolour_bram%20stoo f/natuur_nature_bram%20stoof/flora_bram%20stoof.html)

Stopbord. (2018). Geraadpleegd via <https://nl.wikipedia.org/wiki/Stopbord>

The Guardian. (2018, March 13). *Sudoku 4006 medium*. Retrieved from <https://www.theguardian.com/lifeandstyle/2018/mar/13/sudoku-4006-medium>

### **Bronnen ter inspiratie**

Claes, M. (z.j.). *Cursus Ruimte meetkunde*. Hechtel, België.

Claes, M. (z.j.). *Elementaire functies*. Hechtel, België.

Claes, M. (z.j.). *Rekenkundige en meetkundige rijen*. Hechtel, België.

Claes, M. (z.j.). *Telproblemen en kansrekenen*. Hechtel, België.

Deloddere, N., De Wilde, N., Op De Beeck, R., Paduwat, Y., & Tytgat, P. (2009). *Delta Nova 4a leerweg* 5. Plantyn, Mechelen, België.

Deloddere, N., De Wilde, N., Op De Beeck, R., Paduwat, Y., & Tytgat, P. (2013). *Delta Nova 4b leerweg* 5. Plantyn, Mechelen, België.

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade. (z.j.). *Nederlandse Wiskunde Olympiade*. Geraadpleegd via <http://wiskundeolympiade.nl/old/>

Tytgat, P., Deloddere, N., De Wilde, N., Elias, L., & Verniers, T. (2009). *Delta Nova statistiek 3/4*. Plantyn, Mechelen, België.

Uitwisseling. (z.j.). Geraadpleegd via <http://www.uitwisseling.be/>

Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw. (z.j.). *Vlaamse Wiskunde Olympiade*. Geraadpleegd via <https://www.vwo.be/vwo/>