

Detectie van voorkamerfibrillatie: een tensorgebaseerde methode

Simon Geirnaert

Thesis voorgedragen tot het behalen
van de graad van Master of Science
in de ingenieurswetenschappen:
wiskundige ingenieurstechnieken

Promotoren:

Prof. dr. ir. Sabine Van Huffel
Prof. dr. ir. Lieven De Lathauwer

Assessor:

Prof. dr. ir. Karl Meerbergen

Begeleiders:

Ir. Griet Goovaerts
Dr. Sibasankar Padhy

© Copyright KU Leuven

Zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van zowel de promotoren als de auteur is overnemen, kopiëren, gebruiken of realiseren van deze uitgave of gedeelten ervan verboden. Voor aanvragen tot of informatie i.v.m. het overnemen en/of gebruik en/of realisatie van gedeelten uit deze publicatie, wend u tot het Departement Computerwetenschappen, Celestijnenlaan 200A bus 2402, B-3001 Heverlee, +32-16-327700 of via e-mail info@cs.kuleuven.be.

Voorafgaande schriftelijke toestemming van de promotoren is eveneens vereist voor het aanwenden van de in deze masterproef beschreven (originele) methoden, producten, schakelingen en programma's voor industrieel of commercieel nut en voor de inzending van deze publicatie ter deelname aan wetenschappelijke prijzen of wedstrijden.

Voorwoord

‘Ben je gemotiveerd om aan je masterproef te beginnen?’: het is een vraag die ik meermaals kreeg in het begin van dit academiejaar. Mijn volmondige antwoord luidde steeds: *‘absoluut’*. Ik ben als enthousiaste leek binnen het domein van de biomedische dataverwerking gestart en heb de kans gekregen onderzoek te verrichten en mezelf te bekwamen in deze interessante discipline. Daarvoor wil ik in het bijzonder Prof. Van Huffel bedanken: bedankt voor de vele kansen die u me hebt geboden en die u me biedt. Dankjewel ook aan mijn copromotor Prof. De Lathauwer: bijleren is nooit zo efficiënt geweest als tijdens onze occasionele meeting. Verder wil ik graag ook Prof. Meerbergen bedanken voor het lezen van mijn masterproef.

Dankjewel ook aan mijn begeleiders: Siba, thanks for your advice regarding wavelets and data mining; I’ll remember you trying to read my poster in Dutch. Dankjewel Griet, een masterproefbegeleider heeft niet alleen nood aan een sterke technische bagage, maar misschien vooral ook aan veel empathie en vermogen om te motiveren. Ik kon geen betere begeleider wensen! It should not be underestimated how much time effort you both put in advising me. Ook een dankjewel aan Martijn voor de sporadische raadgevingen.

Ik wil ook graag de mensen bedanken die voor erg leuke (quiz-)ontspanningsmomenten zorgden: Plus de Môme. Ik kijk al uit naar onze foerage-avonturen deze zomer!

Dankjewel mama en papa voor de vele lieve gebaren en de vele inspanningen die jullie keer op keer leveren, niet in het minst jullie vele pogingen iets van mijn masterproef te begrijpen, maar toch alle taalfouten in competitie eruit te halen. Ik beloof het: ik zal nog vaak pianospelen.

Lieve Marie, mijn grootste dankjewel gaat naar jou. Dankjewel om me door alle moeilijke momenten heen te sleuren. Het gaat mijn verstand te boven (en misschien maar best) hoe je er telkens weer in slaagt. Sorry voor alle keren dat je me zag losgaan op Smetana, maar toch teder en geamuseerd zat toe te kijken.

Mijn laatste boodschap is voor u, de lezer: ik hoop van harte dat u iets heeft aan deze masterproef.

Simon Geirnaert

Inhoudsopgave

Voorwoord	i
Inhoudsopgave	ii
Samenvatting	iv
Lijst van figuren	v
Lijst van tabellen	vii
Lijst van algoritmes	viii
Lijst van afkortingen en symbolen	ix
1 Inleiding	1
1.1 Het electrocardiogram	1
1.2 Voorkamerfibrillatie	3
1.3 Doelstelling	5
1.4 Overzicht	5
2 Klassieke karakteristieken voor detectie van VKF	7
2.1 Hartritmevariabiliteit	7
2.2 Morfologie	14
3 Voorverwerking	17
3.1 Bandsperfiltering	17
3.2 Kwadratische Variatie Reductie	18
3.3 Waveletfiltering	21
3.4 Detectie van QRS-complexen	22
4 Tensoren	25
4.1 Notaties en definities	25
4.2 Tensorbewerkingen	27
4.3 Matrix- en tensorontbindingen	29
5 (ML)SWO-gebaseerde detectie	35
5.1 SWO-gebaseerde detectie voor éé kanaals ECG	35
5.2 MLSWO-gebaseerde detectie voor éé kanaals ECG	41
5.3 MLSWO-gebaseerde detectie voor meerkanaals ECG	48
5.4 Combinatie morfologische en HRV-karakteristieken	52
6 Resultaten en discussie	55

6.1	Scoringsmethodes	55
6.2	Detectie van VKF in éénkanaals ECG	56
6.3	Detectie van VKF in meerkanaals ECG	64
6.4	Detectie van VKF in éénkanaals ECG via combinatie met meerkanaals ECG	70
7	Besluit	75
7.1	Samenvatting en conclusie	75
7.2	Toekomstig onderzoek	77
A	Wavelets	81
A.1	Motivatie	81
A.2	De Discrete Wavelettransformatie	82
A.3	De keuze voor een wavelet	85
A.4	Voorbeeld op een ECG-signaal	86
B	Het Pan-Tompkins algoritme	89
C	Support Vector Machines	91
C.1	Niet-lineaire SVM's	91
C.2	Classificatieproblemen met meerdere klassen	94
D	Ruisclassificatie	95
D.1	Ruiskarakteristieken	95
D.2	Resultaten en discussie	97
E	Poster	99
	Bibliografie	101

Samenvatting

Voorkamerfibrillatie is de meest voorkomende hartritmestoornis, met vaak indirecte risico's voor de gezondheid. Ongeveer één op vier personen zal ooit aan voorkamerfibrillatie lijden, terwijl één op drie patiënten met voorkamerfibrillatie geen symptomen vertoont. Een vroege en accurate detectie is dus noodzakelijk. Deze masterproef beoogt de automatische detectie van voorkamerfibrillatie aan de hand van het electrocardiogram, zowel met één als met meerdere kanalen. Deze automatische detectie is relevant zowel in de klinische context, als hulpmiddel voor de cardioloog, als in de context van de digitale geneeskunde (*mHealth*).

De ontwikkelde methodes combineren door middel van dataminingstechnieken klassieke karakteristieken op basis van hartritmevariabiliteit en karakteristieken die de morfologie van de hartslagen beschrijven. De morfologische karakteristieken kwantificeren de gelijkheid met vooraf gedefinieerde ritmes, waaronder voorkamerfibrillatie. Verschillende éénkanaals signalen uit een modelset, elk voorgesteld door één representatieve hartslag, vormen van nature een matrix. Voor meerkanaals signalen blijkt de hogere-orde uitbreiding van een matrix, een tensor, een meer natuurlijke voorstelling te vormen. Tensoren kunnen ook éénkanaals signalen voorstellen, bijvoorbeeld na de redundante wavelettransformatie. De multilineaire singulierwaardenontbinding modelleert dan de hartslagen, waarna door oplossing van een lineair systeem een nieuw signaal vergeleken kan worden met de signalen uit de modelset. Een *Support Vector Machine* combineert dan alle karakteristieken, na training op een set van signalen waarvan het ritme gekend is.

Resultaten op reële datasets tonen dat een tensorgebaseerde methode voor éénkanaals signalen geen extra informatie toevoegt ten opzichte van een matrixgebaseerde methode. Voor meerkanaals signalen lijkt dit wel het geval. Ook blijkt dat de morfologische karakteristieken een minimale hoeveelheid informatie toevoegen wanneer alleen normale signalen en signalen met voorkamerfibrillatie beschouwd worden. Deze karakteristieken geven wel supplementaire informatie bovenop karakteristieken op basis van hartritmevariabiliteit wanneer er een extra klasse van abnormale signalen gedefinieerd is. In een klinische context is een dergelijke restklasse erg relevant. Daarnaast is het ook mogelijk verschillende datasets te koppelen. Dat zorgt ervoor dat dataminingstechnieken meer data kunnen gebruiken, wat de performantie van de detectiemethodes ten goede komt.

Lijst van figuren

1.1	Een hartslag van een normaal ECG, met bijhorende elektrische activiteit van het hart	2
1.2	De KardiaMobile™, het mobiele ECG-device ontwikkeld door AliveCor®	3
1.3	De elektrische activiteit van het hart van een patiënt met VKF	4
2.1	Vergelijking van de tachogrammen van signalen met een NSR met een ECG-sigitaal met VKF	8
2.2	De niet-parametrische kernel waarschijnlijkheidsdichtheidsschattingen van de tien HRV-karakteristieken op de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	9
2.3	De Poincaréplot van de RR- en Δ RR-intervallen van een ECG-sigitaal .	12
3.1	Een onbewerkt ECG-sigitaal, zijn genormaliseerde vermogensspectrum en de zoom van een hartslag	18
3.2	Het resultaat van de bandsperfiltering op een ECG-sigitaal	18
3.3	Het resultaat van QVR en waveletfiltering op een ECG-sigitaal	21
3.4	Het resultaat van het Pan-Tompkins algoritme zonder en met ruisdetectie	23
4.1	Een vector, matrix en tensor	26
4.2	De mode-1 vectoren en mode-(2,3) snedes van een tensor	26
4.3	De mode-2 ontvouwing van een tensor	28
4.4	Een visualisatie van de MLSWO van een derde-orde tensor	32
4.5	Een visualisatie van een LMLRB van een derde-orde tensor	34
5.1	Een overzicht van de SWO-gebaseerde methode	36
5.2	De segmentatie, alignering en compressie van hartslagen	37
5.3	De singuliere waarden van een matrix van hartslagen	38
5.4	Een visualisatie van de modelmatrix	39
5.5	Een visualisatie van vijfvoudige kruisvalidatie	40
5.6	De omzetting van een representatieve hartslag naar 2D met behulp van RWT	44
5.7	Een visualisatie van de modeltensor, na RWT	45
5.8	De integratie van de verschillende karakteristieken in één globale methode	53

6.1	De singuliere waarden en resultaten van kruisvalidatie, voor de modelmatrix van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	58
6.2	De tweedimensionale projecties van de morfologische vector van karakteristieken voor de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	60
6.3	Een representatieve hartslag uit de restklasse met een grote gelijkenis met een NSR	60
6.4	De verdeling van de voorspelde labels voor de beste performantie van de SWO-gebaseerde detectie met integratie HRV-karakteristieken	61
6.5	De multilineaire singuliere waarden van de modeltensor, na tensorisatie met de RWT	62
6.6	De F_1 -scores in functie van de grootte van de modelset voor de SWO-gebaseerde methode	64
6.7	De multilineaire singuliere waarden van de modeltensor van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	68
6.8	De morfologische karakteristieken voor de trainings- en testset van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset, voor zowel de MLSWO-gebaseerde methode als de SWO-gebaseerde variant	69
6.9	De ROC-curves voor de lineaire SVM op de MIT-BIH AFIB & AFTDB testset, voor de MLSWO-gebaseerde methode en de SWO-gebaseerde variant	70
6.10	De eerste, zesde en achtste basisvector	73
6.11	De ROC-curves voor de SVM's op de combinatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 testset en de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	73
6.12	Het tachogram en de representatieve hartslag van een misclassificatie o.b.v. enkel de HRV-karakteristieken, voor de combinatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 en de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	74
A.1	De opbouw van het tijds-frequentievlak met de DWT en met de STFT (WFT)	82
A.2	De filterbank van de DWT	84
A.3	De DWT op een ECG-sigitaal	87
A.4	De schalings- en waveletfunctie voor reconstructie van de biorthogonale spline wavelet met vier <i>vanishing moments</i>	88
B.1	Een visualisatie van de eerste stappen van het Pan-Tompkins algoritme	89
D.1	Een te ruzig ECG-sigitaal	95
D.2	De niet-parametrische kernel waarschijnlijkheidsdichtheidsschattingen van de ruiskarakteristieken op de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	97
D.3	De ROC-curve van de ruisclassificator	98
D.4	Voorbeelden van misclassificaties bij de ruisclassificatie	98

Lijst van tabellen

2.1	Een overzicht van resultaten uit de literatuur op de MIT-BIH AFIB dataset	15
6.1	Het dataprofiel van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	57
6.2	De resultaten op de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset	59
6.3	Het dataprofiel van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	66
6.4	De resultaten voor de verschillende methodes op de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	67
6.5	Het dataprofiel van de combinatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 en de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	71
6.6	De resultaten van de combinatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 en de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset	72
A.1	Het frequentiegebied van de verschillende schalen, met $f_s = 250$ Hz en vijf schalen	86

Lijst van algoritmes

1	Berekening Toeplitz-afstand	13
2	Verwijdering ruissegmenten	23
3	Segmentatie ECG-sigitaal en alignering hartslagen	37
4	Berekening representatieve hartslag	38
5	Berekening morfologische karakteristieken SWO	42
6	Berekening morfologische karakteristieken MLSWO	47
7	R-piekdetectie: Pan-Tompkins	90

Lijst van afkortingen en symbolen

Afkortingen

AUC	<i>Area Under the (ROC) Curve</i>
CPO	Canonieke Polyadische Ontbinding
DWT	Discrete Wavelettransformatie
ECG	Elektrocardiogram
HRV	Hartritmevariabiliteit
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
kNN	<i>k-Nearest-Neighbors</i>
LMLRB	Lage-multilineaire-rangbenadering
LRB	Lage-rangbenadering
LS-CPO	Lineair Systeem met een CPO-voorwaarde in de oplossing
MLSWO	Multilineaire Singulierewaardenontbinding
NSR	Normaal Sinusritme
PCA	Principale Componenten Analyse
QVR	Kwadratische Variatie Reductie
RBF	<i>Radial Basis Function</i>
RMS	<i>Root-mean-square</i>
ROC	<i>Receiver Operating Characteristic</i>
RWT	Redundante Wavelettransformatie
STFT	<i>Short-time Fourier Transform</i>
SVM	<i>Support Vector Machine</i>
SWO	Singulierewaardenontbinding
VKF	Voorkamerfibrillatie
ZC	<i>Zero Crossings</i>

Symbolen

\mathbb{N}	Verzameling van natuurlijke getallen
\mathbb{Z}	Verzameling van gehele getallen
\mathbb{R}	Verzameling van reële getallen
x	Scalair
\mathbf{v}	Vector
\mathbf{A}	Matrix
\mathcal{T}	Tensor
$ x $	Absolute waarde van scalair x
Δt	Verschil tussen opeenvolgende tijdswaarden
$\text{sign}(x)$	Teken van scalair x
$\min(x, y)$	Minimum van scalair x en y
$\max(x, y)$	Maximum van scalair x en y
$\text{argmax}(\cdot)$	Argument dat de uitdrukking maximaliseert
$\lfloor x \rfloor$	Afronden naar het dichtsbijzijnde geheel getal, kleiner dan scalair x
$\mathcal{O}(\cdot)$	Orde-complexiteit
$[\mathbf{v}]$	Kwadratische variatie van een vector \mathbf{v}
\mathbf{A}^T	Transpose van een matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Inverse van een matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^\dagger	Pseudoinverse van een matrix \mathbf{A}
$\text{vec}(\mathcal{T})$	Vectorisatie van een tensor \mathcal{T}
$\mathbf{T}_{(n)}$	Mode- n ontvouwing van tensor \mathcal{T}
$\ \cdot\ _2$	L_2 -norm
$\ \cdot\ _F$	Frobenius-norm
$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$	Kroneckerproduct tussen matrices \mathbf{A} en \mathbf{B}
$\mathcal{T} \cdot_n \mathbf{A}$	Mode- n product tussen tensor \mathcal{T} en matrix \mathbf{A}
$\langle \mathcal{A}, \mathcal{B} \rangle$	Inwendig product tussen tensoren \mathcal{A} en \mathcal{B}
$\text{rang}(\mathbf{A})$	Rang van matrix \mathbf{A}
$\text{rang}_n(\mathcal{T})$	n -rang van tensor \mathcal{T}
$\hat{\mathcal{T}}$	Benadering van tensor \mathcal{T}

Hoofdstuk 1

Inleiding

Dit hoofdstuk leidt het onderwerp van deze masterproef in: de detectie van voorkamerfibrillatie, een hartritmestoornis, aan de hand van het elektrocardiogram. Secties 1.1 en 1.2 bespreken wat het elektrocardiogram is en wat voorkamerfibrillatie inhoudt. Sectie 1.3 definieert vervolgens de doelstelling van de masterproef. Sectie 1.4 sluit af met een overzicht van de hoofdstukken.

1.1 Het elektrocardiogram

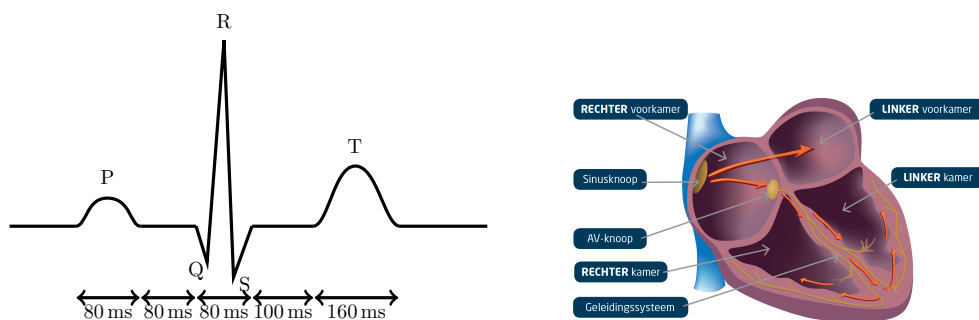
Het elektrocardiogram (ECG) meet de elektrische activiteit van het hart. Men noemt dit soms ook het ‘hartfilmpje’. Sectie 1.1.1 beschrijft deze elektrische activiteit, die overeenkomt met verschillende processen in het hart. Het opmeten van een ECG komt aan bod in Sectie 1.1.2.

1.1.1 Morfologie van het ECG-signaal

Figuur 1.1a toont de morfologie van een normale hartslag in een ECG-signaal. De onderdelen van het hart die een rol spelen in dit proces zijn voorgesteld op Figuur 1.1b. Het hart bestaat algemeen uit twee voorkamers (atria) en twee kamers (ventrikels). In de verschillende onderdelen van het hart vinden opeenvolgende elektrische activiteiten plaats, die zichtbaar zijn op het ECG [54]:

1. De sinusknop verspreidt een elektrisch signaal: dit komt overeen met de iso-elektrische lijn voor de P-golf.
2. Het elektrisch signaal plant zich door de voorkamers voort en veroorzaakt depolarisatie van de spiercellen¹. Dit leidt tot contractie van de voorkamers. In het ECG resulteert dit in een P-golf.
3. De atrioventriculaire knop vertraagt het signaal. Dit correspondeert met het iso-elektrische P-Q segment.

¹Op het niveau van de spiercellen correspondeert elektrische activiteit met zogenaamde *actiepottentialen*.



(a) Een hartslag van een standaard ECG². De waarden komen uit [54]. (b) De elektrische activiteit van het hart. (Afbeelding uit [36])

Figuur 1.1: Een hartslag van een normaal ECG, met bijhorende elektrische activiteit van het hart.

4. De atrioventriculaire knoop geeft het signaal door aan de bundel van His, de bundeltakken en Purkinje vezels (het geleidingssysteem), wat depolarisatie van de bijhorende spiercellen en dus contractie van de beide kamers veroorzaakt. Tegelijkertijd vindt ook de repolarisatie van de spiercellen in de voorkamers plaats, maar dit is ‘begraven’ onder het sterkere elektrische signaal van de kamers. In het ECG komt dit overeen met het QRS-complex.
5. Na depolarisatie hebben de spiercellen van de kamers een redelijk lang plateau in de actiepotentiaal, wat het iso-elektrische ST-segment veroorzaakt.
6. De repolarisatie van de spiercellen in de kamers correspondeert met de T-golf.

Hierna start de cyclus opnieuw. Het hart pompt op deze manier continu bloed door het lichaam. Een normaal, regelmatig ritme noemt men een normaal sinusritme (NSR).

1.1.2 Het opmeten van een ECG

De meting van het ECG kan gebeuren via één of meerdere kanalen (afleidingen). Men spreekt dus over het één- of meerkanaals ECG, afhankelijk van het aantal elektrodes.

Meerkanaals ECG

In het ziekenhuis meten cardiologen het ECG standaard op in twaalf kanalen (met tien elektrodes). Op deze manier kunnen niet enkel temporele, maar ook spatiële correlaties geëxploiteerd worden. Deze metingen duren vaak slechts een handvol minuten, gezien de klinische context waarin ze gemeten worden. Men brengt de tien elektrodes in principe gestandaardiseerd op het lichaam aan, zodat telkens dezelfde

²Figuur gebaseerd op TikZ-code van A.Ellet, te vinden op <https://tex.stackexchange.com/questions/245825/how-to-draw-an-ekg-tracing-with-tikz>.



Figuur 1.2: De KardiaMobile™, het mobiele ECG-device ontwikkeld door AliveCor®, en bijhorende app Kardia™. (Afbeelding uit [5])

kanalen opgemeten worden. Zo is de eerste afleiding gelijk aan het spanningsverschil tussen de elektrode op de linker- en op de rechterarm [54].

Om een ambulant ECG op te meten gebruikt men vaak een Holtermonitor. Dit draagbaar ECG-toestel zorgt ervoor dat vaak over langere periodes, tijdens normale activiteit van de patiënt, het ECG kan opgemeten worden. De Holtersignalen in deze masterproef zijn doorgaans tweekanaals, maar meer kanalen zijn ook mogelijk.

Eénkanaals ECG

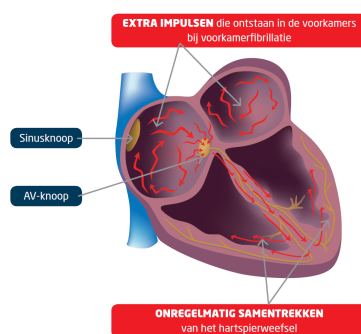
In de context van de digitale geneeskunde (*mHealth*) worden éénkanaals ECG-signalen steeds belangrijker. Men verwacht dat de inkomsten uit *mHealth*-technologie zowel in Europa als wereldwijd ongeveer zullen verviervoudigen tussen 2016 en 2021 (wereldwijd van \$13.2 miljard in 2016 naar \$46.2 miljard in 2021) [1].

Patiënten kunnen tegenwoordig met behulp van hun smartphone en andere digitale devices thuis hun eigen ECG opmeten. Eén van deze devices is ontwikkeld door AliveCor®: de KardiaMobile™ (en KardiaBand™) en de bijhorende app Kardia™. Figuur 1.2 toont het ontwikkelde mobiele ECG-device. Dit device bestaat uit twee elektrodes, waarbij een meting volgens de eerste afleiding gebeurt door twee vingers van beide handen op de elektrodes te laten rusten. In principe kan men ook andere afleidingen opmeten. Zo is voor de tweede afleiding vereist dat de linkerhand de ene elektrode aanraakt en de rechterhand de andere [6].

Het spreekt voor zich dat de kwaliteit van deze signalen minder goed is dan in een klinisch gecontroleerde setting, wat de uitdagingen op vlak van signaalverwerking nog groter maakt.

1.2 Voorkamerfibrillatie

Sectie 1.1.1 beschrijft het ECG voor een persoon met een NSR. Een veel voorkomende hartritmestoornis is voorkamerfibrillatie (VKF). Naar schatting één procent van de Belgische bevolking lijdt aan deze aandoening. De prevalentie van deze



Figuur 1.3: De elektrische activiteit van het hart van een patiënt met VKF. (Afbeelding uit [36])

hartritmestoornis stijgt boven de 60 jaar en ongeveer één op vier zal ooit aan voorkamerfibrillatie lijden [44].

Figuur 1.3 toont de elektrische activiteit in het hart van een patiënt met voorkamerfibrillatie. Bij voorkamerfibrillatie ontstaat er elektrische chaos in de voorkamers, naast het elektrische signaal van de sinusknoop. De kleine elektrische impulsen in de voorkamer resulteren in kleine, ongecoördineerde en niet gesynchroniseerde contracties van de spiercellen, met een frequentie van 300 à 400 contracties per minuut. De voorkamers gaan trillen of fibrilleren en stuwen minder bloed door [44].

De atrioventriculaire knoop ontvangt bijgevolg zeer veel elektrische impulsen. Desondanks vormt voorkamerfibrillatie geen acute bedreiging voor de gezondheid. De atrioventriculaire knoop filtert immers (al dan niet mee gecontroleerd door medicatie) vele van deze impulsen, waardoor de kamers niet mee fibrilleren, hoewel ze veel onregelmatiger contraheren. Ondanks de mindere voortstuwing van het bloed van de voorkamers naar de kamers, blijft de pompfunctie van het hart wel behouden, aangezien de kamers hier de grootste bijdrage aan hebben. De grootste risico's zijn eerder latent: doordat bloed zich ophoopt in de voorkamers, kunnen er zich bloedklonters vormen, die zich via het cardiovasculaire systeem een weg kunnen banen naar de longen of de hersenen. Het risico op longembolie (een bloedklonter die in de bloedbanen de zuurstoftoevoer afsnijdt) of een cerebrovasculair accident (een beroerte) stijgt hierdoor significant. Het is precies door deze risico's dat tijdige detectie van voorkamerfibrillatie essentieel is voor de behandeling, die vaak medicamenteus gebeurt [44].

In het ECG correspondeert de contractie van de voorkamers met de P-golf. Deze contractie is nu vervangen door fibrillaties, waardoor de P-golf verdwenen is. In de plaats ontstaan zogenaamde f-golven: atriale flutter. Deze hoogfrequente golfjes zijn echter niet altijd merkbaar in het ECG-signaal. De enige zekerheid is dat bij voorkamerfibrillatie de duidelijke P-golf verdwenen is en er een abnormaal hartritme is (de RR-intervallen, opeenvolgingen tussen twee R-pieken, zijn irregulier).

1.3 Doelstelling

Voorkamerfibrillatie is de meest voorkomende hartritmestoornis. Ze veroorzaakt bij één op drie patiënten geen symptomen [44]. Een vroege en accurate detectie is dus noodzakelijk. De digitale geneeskunde heeft reeds voor een revolutie gezorgd wat de beschikbaarheid van data betreft: iedereen kan thuis zijn eigen ECG opmeten. Deze trend past binnen de evolutie van de geneeskunde, waarbij de patiënt steeds actiever deelneemt aan zijn eigen gezondheidsproces (*patient-centered*) [31]. Cardiologen kunnen deze gigantische hoeveelheid ECG-signalen echter niet individueel beoordelen, aangezien dit veel te tijdsintensief is. De ingenieur kan, in samenwerking met de cardiologie, deze leemte opvullen door algoritmes en methodes te ontwikkelen voor de automatische detectie van VKF. Op basis van deze automatische detectie kan een patiënt dan beslissen een cardioloog te bezoeken voor verdere diagnose.

Ook in de klinische context kan een dergelijke automatische detectie de cardioloog assisteren in het diagnoseproces, om het aantal foute diagnoses te verminderen. Daarnaast is handmatig onderzoek erg tijdsintensief, wanneer bijvoorbeeld bij Holtermonitoring de meting over 24 uur gebeurt. Automatische detectie en classificatie kan ook hier een hulpmiddel zijn.

Deze masterproef beoogt precies de automatische detectie van voorkamerfibrillatie in kortetermijnsignalen, zowel één- als meerkanaals. Hierbij maken we gebruik van dataminingstechnieken: het is de bedoeling om een set van informatieve karakteristieken te ontwerpen (*feature engineering*), om deze daarna te gebruiken in classificatiemethodes (*Support Vector Machines*). Het uitgangspunt is gesuperviseerde classificatie: een set van geannoteerde ECG-signalen is beschikbaar, waarvan het ritme (VKF, NSR, ...) gekend is. De karakteristieken bestaan uit twee categorieën: klassieke karakteristieken op basis van hartritmevariabiliteit (HRV) en morfologische karakteristieken. Het grootste deel van deze masterproef behandelt het ontwerp van deze laatste categorie van karakteristieken, aan de hand van de modellering van hartslagen door een matrix- en/of tensorgebaseerde methode. Er wordt ook nagegaan of het mogelijk is om karakteristieken te vinden om éénkanaals ECG-signalen te classificeren aan de hand van meerkanaals ECG-signalen. De methodes worden uiteindelijk geëvalueerd op reële datasets.

1.4 Overzicht

Deze tekst bevat de volgende hoofdstukken:

Hoofdstuk 2: Klassieke karakteristieken voor detectie van VKF

Dit hoofdstuk bespreekt de twee klassen van klassieke karakteristieken die in de literatuur gebruikt worden. De set van karakteristieken op basis van HRV wordt uitgebreider uitgelegd en geanalyseerd, aangezien de algoritmes deze verder nog gebruiken. De tweede set omvat de morfologische karakteristieken, waarvoor we in deze masterproef een alternatief zoeken.

Hoofdstuk 3: Voorverwerking

Biomedische signalen zijn onvermijdelijk onderhevig aan ruis. Er is instrumentatieruis, fysiologische ruis, ... Dit hoofdstuk legt drie noodzakelijke voorverwerkingsstappen uit. De laatste sectie beschrijft de detectie van de QRS-complexen, nodig voor de berekening van zowel de HRV- als morfologische karakteristieken.

Hoofdstuk 4: Tensoren

Hoofdstuk 4 introduceert tensoren. Tensoren zijn meerdimensionale uitbreidingen van matrices. Dit hoofdstuk beschrijft de notaties, definities en bewerkingen met betrekking tot tensoren, nodig om het vervolg van de tekst te kunnen begrijpen. De laatste sectie bespreekt tensorontbindingen, waarbij de nadruk ligt op de (multilineaire) singulierewaardenontbinding. Deze ontbinding is de motor van de berekening van de morfologische karakteristieken.

Hoofdstuk 5: (ML)SWO-gebaseerde detectie

Dit hoofdstuk vormt het hoofdgedeelte van de ontwikkelde methodes. Het beschrijft verschillende methodes, allen gestoeld op de (ML)SWO, om zowel éénkanaals als meerkanaals ECG-signalen te classificeren aan de hand van hun morfologie. Er wordt ook een techniek beschreven om éénkanaals ECG-signalen met behulp van meerkanaals ECG-signalen te classificeren. Het hoofdstuk sluit af met een globale methode om VKF te detecteren aan de hand van de integratie van alle karakteristieken.

Hoofdstuk 6: Resultaten en discussie

Hoofdstuk 6 toont en analyseert de testresultaten van de methodes uit Hoofdstuk 5 op twee reële datasets. De dataset voor éénkanaals ECG-signalen bestaat, naast signalen met NSR en VKF, ook uit een klasse van restsignalen, die een ander ritme hebben of waarover twijfel bestaat.

Hoofdstuk 7: Besluit

Het laatste hoofdstuk vat de ontwikkelde methodes samen, formuleert een conclusie en duidt eventuele hiaten en mogelijkheden tot verbetering aan.

Appendices

Er zijn vier appendices: Appendix A biedt een korte inleiding tot de Discrete Wavelettransformatie, als achtergrond voor de geïnteresseerde lezer. Appendix B geeft het standaardalgoritme van Pan en Tompkins om de QRS-complexen te detecteren. Appendix C introduceert *Support Vector Machines* als classificatiemethode om op basis van karakteristieken te discrimineren tussen ritmes. Appendix D beschrijft een rudimentaire methode om ruizige signalen te identificeren, nodig om de resultaten uit Hoofdstuk 6 te kunnen vergelijken met andere algoritmes. Ten slotte bevat Appendix E de wetenschappelijke poster, gerelateerd aan deze masterproef.

Hoofdstuk 2

Klassieke karakteristieken voor detectie van VKF

De methodes voor de detectie van VKF in de beschikbare literatuur kunnen hoofdzakelijk opgedeeld worden in twee categorieën. De eerste categorie exploiteert de variabiliteit van de RR-intervallen (het verschil tussen twee R-pieken van consecutieve hartslagen), terwijl de tweede categorie de aanwezigheid toetst van VKF aan de hand van de specifieke morfologie van de hartslagen. Dit hoofdstuk beschrijft de voornaamste karakteristieken voor classificatie uit beide categorieën.

2.1 Hartritmevariabiliteit

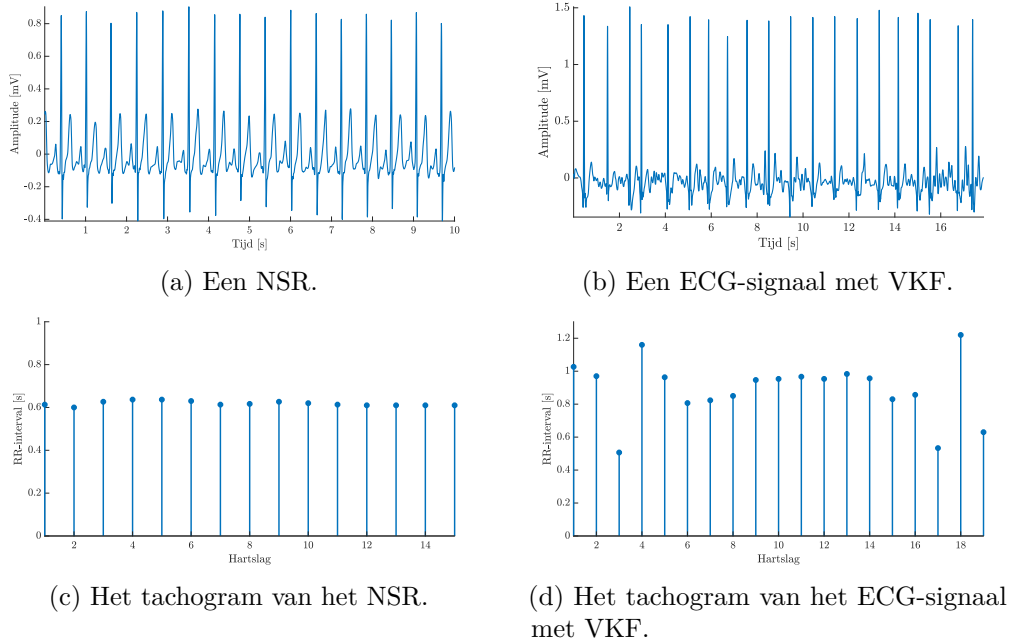
Een van de kenmerken van VKF is de onregelmatige contractie van de voorkamers (zie Sectie 1.2). Vele methodes spitsen zich dan ook toe op de detectie van VKF op basis van de variabiliteit in het hartritme. Een veelgebruikte visuele tool om in deze context de RR-intervallen te analyseren, is het tachogram. Een tachogram toont de RR-intervallen in functie van de hartslagindex (tijd). Figuur 2.1 toont een tachogram van een NSR en een ECG-sigitaal met VKF. Er is duidelijk te zien dat de variabiliteit in de RR-intervallen voor het ECG met VKF veel groter is. De HRV-karakteristieken kwantificeren op verschillende manieren deze variabiliteit.

Deze sectie splitst de HRV-karakteristieken op in statistische, geometrische en niet-lineaire karakteristieken (Sectie 2.1.1). Om de variabiliteit te kunnen analyseren (bijvoorbeeld met het tachogram), is het noodzakelijk om eerst de QRS-complexen te detecteren, wat aan bod komt in Sectie 3.4.

Een belangrijke parameter is de lengte van de segmenten of signalen waarover de berekening van deze karakteristieken gebeurt. Hoe langer deze segmenten, hoe betrouwbaarder de schatting van de HRV-karakteristieken. Korte segmenten laten dan weer makkelijker toe om paroxismale (kortstondige) episodes van VKF te detecteren [18].

De HRV-karakteristieken worden telkens geïllustreerd aan de hand van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset (zie Sectie 6.2.1). Hiervoor worden de karak-

2. KLASSIEKE KARAKTERISTIEKEN VOOR DETECTIE VAN VKF



Figuur 2.1: Een NSR en een ECG-sigitaal met VKF, samen met bijhorende tachogrammen. Er is duidelijk een grotere variabiliteit merkbaar voor VKF.

teristieken berekend over alle signalen met een NSR versus VKF om de verschillen tussen beide ritmes te verduidelijken.

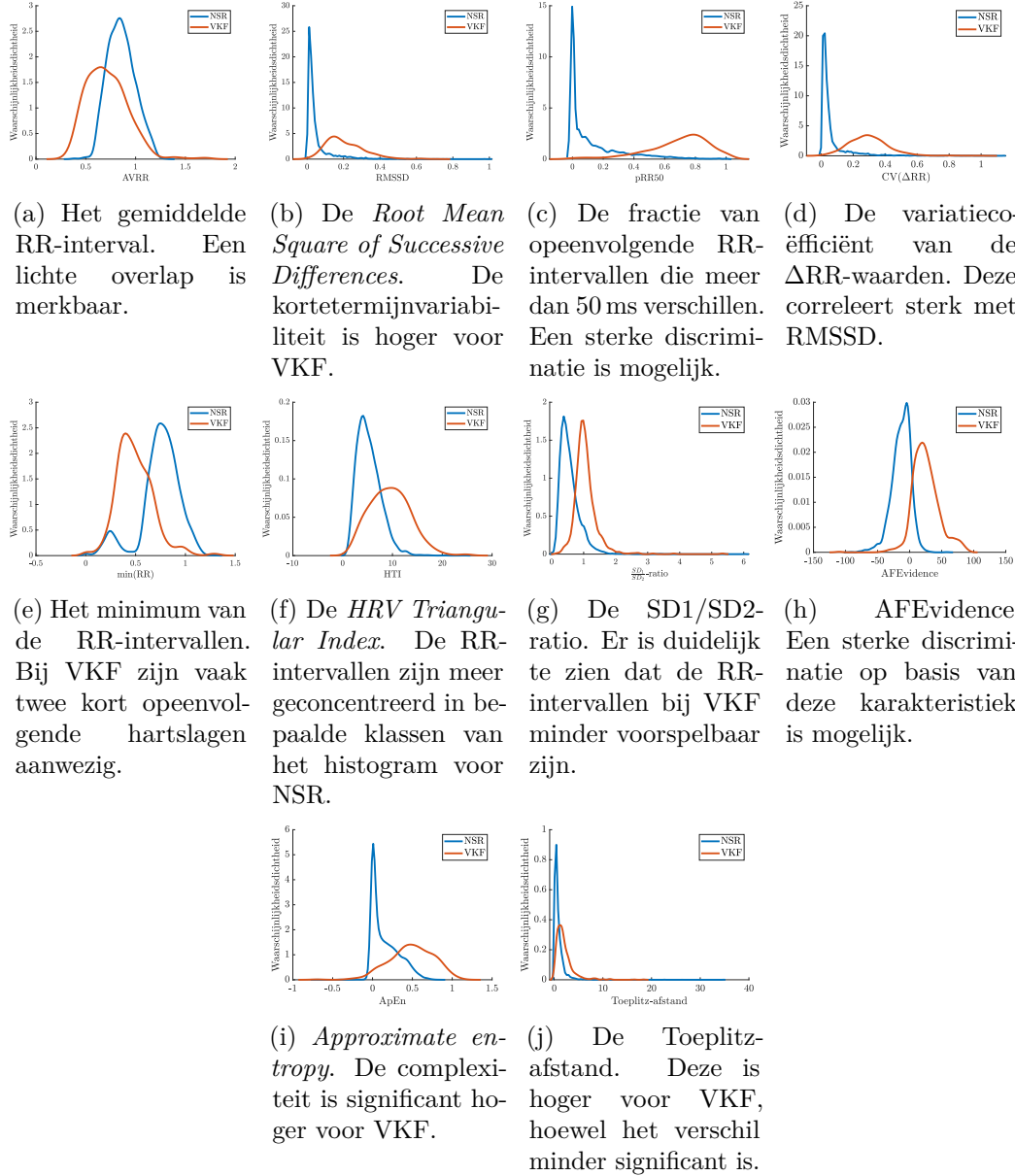
2.1.1 Statistische karakteristieken

De statistische karakteristieken vormen een eerste klasse van HRV-karakteristieken, die gebaseerd zijn op de momenten van de RR-intervallen en ΔRR -intervallen (verschillen tussen RR-intervallen) [39, 60].

AVRR

Een van de meest voor de hand liggende karakteristieken, is het gemiddelde van de RR-intervallen (AVRR). VKF gaat immers vaak gepaard met een versneld hartritme [44].

Figuur 2.2a toont een zacht verlopende, niet-parametrische waarschijnlijkheidsdichtheid, geschat met behulp van een Gaussische kernel (de zogenaamde *Parzen-Rosenblatt* schatter [34]), van de gemiddelde RR-intervallen voor signalen met een NSR en signalen met VKF. Een heuristiek determineert de bandbreedte die optimaal is voor Gaussische distributies (de duimregel van Silverman) [35]. Er is te zien dat ondanks de overlap, discriminatie mogelijk blijft.



Figuur 2.2: De niet-parametrische kernel waarschijnlijkheidsdichtheidsschattingen van de tien HRV-karakteristieken voor signalen met een NSR en signalen met VKF, op basis van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset.

RMSSD

De *Root Mean Square of Successive Differences* (RMSSD) meet de RMS-waarde van de ΔRR -waarden en meet vooral de kortetermijneffecten in het hartritme [60]:

$$\text{RMSSD} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \Delta RR_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (RR_{i+1} - RR_i)^2},$$

gegeven N RR-intervallen. Figuur 2.2b toont dat deze kortetermijnvariabiliteit inderdaad hoger is voor VKF.

pRR50

pRR50 meet de fractie van opeenvolgende RR-intervallen die meer dan 50 ms van elkaar verschillen:

$$\text{pRR50} = \frac{\#(\Delta RR_i > 50 \text{ ms})}{N-1}.$$

Deze maat correleert met RMSSD [60]. Figuur 2.2c toont dat er een sterke discriminatie mogelijk is op basis van deze variabiliteitsmaat.

De berekening van deze karakteristiek gebeurt in principe enkel op intervallen tussen normale hartslagen (NN-intervallen). Een dergelijke berekening vergt echter een extra tussenstap van hartslagclassificatie. Gezien de complexiteit daarvan, is dit hier niet in beschouwing genomen. Uit Figuur 2.2c blijkt immers dat deze karakteristiek ook op alle hartslagen toegepast, toegevoegde waarde biedt.

CoV(ΔRR)

Een andere populaire maat is de variatiecoëfficiënt van de ΔRR -intervallen (CoV(ΔRR)) [62]:

$$\text{CoV}(\Delta RR) = \frac{\sigma_{\Delta RR}}{\text{AVRR}},$$

met $\sigma_{\Delta RR}$ de standaardafwijking van de ΔRR -intervallen. Figuur 2.2d toont dat deze karakteristiek sterk gecorreleerd is met RMSSD en dat een sterke discriminatie mogelijk is.

min(RR)

Een niet-lineaire statistische karakteristiek (uit de *order statistics*) die een lage correlatie heeft met vorige statistische karakteristieken (behalve met AVRR), is het minimum van de RR-intervallen (min(RR)). Figuur 2.2e toont dat bij VKF de snelste opeenvolging van RR-intervallen vaak nog sneller is dan de snelste opvolging bij een NSR.

Andere statistische karakteristieken

Er bestaan nog vele andere statistische karakteristieken, zoals de standaardafwijking van de RR-intervallen, het aantal RR-intervallen groter dan 50 ms, het verschil tussen

het maximale en minimale hartritme, . . . Deze karakteristieken hebben zeer sterke correlaties met voorgaande karakteristieken of kunnen enkel betrouwbaar geschat worden op basis van langetermijnsignalen [60].

2.1.2 Geometrische en andere niet-lineaire karakteristieken

Geometrische technieken representeren het hartritme op een geometrische wijze en trachten dit kwantitatief te beschrijven [39]. Populaire technieken zijn het RR-interval histogram en de Poincaréplot.

HTI

De *HRV Triangular Index* (HTI) is gedefinieerd op basis van het RR-interval histogram, met klassenbreedte $1/128$ s, als één over de relatieve frequentie van de meest frequente klasse [66, 39, 60]:

$$\text{HTI} = \frac{N}{f_{\max}}.$$

Figuur 2.2f toont opnieuw de waarschijnlijkheidsdichtheden, waaruit afgeleid kan worden dat voor een NSR het hartritme meer geconcentreerd is in het histogram.

SD1/SD2-ratio

Een populaire tool in niet-lineaire HRV-analyse is de Poincaréplot van de RR-intervallen. Deze plot toont voor een tijdsreeks elke waarde ten opzichte van de volgende waarde. Figuur 2.3a toont een voorbeeld van een Poincaréplot van de RR-intervallen van een ECG-signaal. Normaal vindt men een wolk van punten terug rond de eerste bissectrice. Hoe hoger de dichtheid van deze wolk, hoe uniformer de RR-intervallen. De analyse van deze wolk kan informatie verschaffen over verschillende hartritmestoornissen.

Op deze puntenwolk wordt een ellips gefit met als hoofdassen de eerste bissectrice en de daarop orthogonale lijn, door het gemiddelde van de wolk. SD1 en SD2 zijn gedefinieerd als de standaardafwijkingen van de projecties op deze hoofdassen [39]. Er geldt dan dat:

$$\text{SD1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{RMSSD} \text{ en } \text{SD2} = \sqrt{2\text{SDRR}^2 - \frac{1}{2}\text{RMSSD}^2},$$

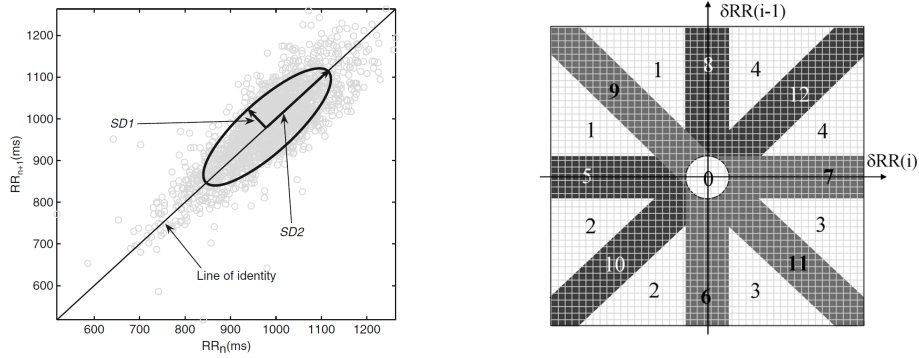
met SDRR de standaardafwijking van de RR-intervallen.

Een interessante karakteristiek blijkt dan de verhouding van SD1 en SD2 te zijn. Deze kwantificeert de onvoorspelbaarheid van de RR-intervallen [60]. Figuur 2.2g bevestigt dat bij VKF de RR-intervallen meer onvoorspelbaarheid vertonen.

AFEvidence

AFEvidence gebruikt een 2D-histogram van de Poincaréplot van de Δ RR-intervallen [58]. Figuur 2.3b toont de projectie van een 2D-histogram op een dergelijke Poincaréplot. De klassen (*bins*) van het histogram worden onderverdeeld in verschillende

2. KLASSIEKE KARAKTERISTIEKEN VOOR DETECTIE VAN VKF



(a) De Poincaréplot van de RR-intervallen. De RR-intervallen liggen duidelijk geclusterd rond de eerste bissectrice. Met behulp van de standaardafwijkingen SD1 en SD2 van de projecties op de eerste bissectrice en de orthogonale lijn daarop, door het gemiddelde, wordt een ellips op de wolk van punten gefit. (Afbeelding uit [39])

(b) De Poincaréplot van de ΔRR -intervallen. Op deze plot wordt een 2D-histogram geprojecteerd, verdeeld in 13 segmenten. (Afbeelding uit [58])

Figuur 2.3: De Poincaréplot van de RR- en ΔRR -intervallen van een ECG-signaal, nodig voor de berekening van de SD1/SD2-ratio en AFEvidence.

segmenten (0-12). De verwachting is dat voor een NSR, de meeste punten in segment 0 geclusterd zijn. AFEvidence, dat op een alternatieve manier de irregulariteit van de RR-intervallen kwantificeert, is dan gedefinieerd als:

$$AFEvidence = IrregularityEvidence - OriginCount - 2PACEvidence,$$

met

$$\left\{ \begin{array}{l} IrregularityEvidence = \sum_{n=1}^{12} BinCount_n, \\ PACEvidence = \sum_{n=1}^4 (PointCount_n - BinCount_n) + \\ \sum_{n=5,6,10} (PointCount_n - BinCount_n) - \\ \sum_{n=7,8,12} (PointCount_n - BinCount_n), \end{array} \right.$$

waarbij $PointCount_n$ het aantal punten in segment n is, $BinCount_n$ het aantal klassen in segment n die een punt bevatten en $OriginCount$ het aantal punten in het segment rond de oorsprong (segment 0). De code om deze waarden in MATLAB te berekenen, is afkomstig van [16].

Er bestaan ook andere maten als kwantificatie van de Poincaréplot, zoals *Complex Correlation Measures*, maten voor hartritmeassymetrie, ... [39].

ApEn

Approximate entropy (ApEn) is een maat voor korte tijdssignalen die zich baseert op entropie. Het meet de complexiteit van een signaal: hoe hogere de maat, hoe meer onzekerheid in de onderlinge predictie van segmenten van het signaal [42, 60, 53]. Het valt dus te verwachten dat signalen met VKF een grotere ApEn in de RR-intervallen hebben. De code om deze karakteristiek in MATLAB te berekenen, is afkomstig van [43]. Figuur 2.2i toont dat er inderdaad een significant verschil is in entropie tussen signalen met een NSR en signalen met VKF.

In de literatuur zijn ook andere maten, zoals *Sample Entropy* en *CosEn*, uit de notie van ApEn afgeleid [60, 42].

Toeplitz-afstand

Een laatste karakteristiek, specifiek ontwikkeld voor deze studie, tracht de uniformiteit in de RR-intervallen over heel het signaal te kwantificeren, in plaats van enkel lokaal naar de RR-intervallen te kijken (zoals bij RMSSD). Algoritme 1 toont het algoritme om deze karakteristiek te berekenen [23].

Algoritme 1 Berekening Toeplitz-afstand

Input: Vector $\mathbf{q} \in \mathbb{N}^N$ van posities van de R-pieken

Output: Toeplitz-afstand t_d

- 1: Stel symmetrische afstandsmatrix $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ op, met $\mathbf{D}_{ij} = \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i, 1 \leq i, j \leq N$
 - 2: Bereken $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{2N-1}$, met $\mathbf{g}_i = \text{gemiddelde}(\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{N-i+1,1} & \mathbf{D}_{N-i+2,2} & \cdots & \mathbf{D}_{N,i} \end{bmatrix})$
en $\mathbf{g}_{2N-i} = \mathbf{g}_i, 1 \leq i \leq N$
 - 3: Vorm de Toeplitz-matrix $\mathbf{D}_{\text{toep}} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ met als genererende vector \mathbf{g}
 - 4: Bereken de Toeplitz-afstand als: $t_d = \frac{1}{N} \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_{\text{toep}}\|_F$
 - 5: **return** t_d
-

Wanneer de RR-intervallen perfect uniform zijn, zou de afstandsmatrix \mathbf{D} een perfecte Toeplitz-matrix moeten zijn (dit wil zeggen met constante diagonalen). De Toeplitz-afstand kwantificeert dan de mate waarin de matrix geen Toeplitz-matrix is. Figuur 2.2j toont dat de RR-intervallen voor signalen met een NSR inderdaad uniformer zijn dan bij VKF.

Frequentiegebaseerde karakteristieken

Een andere klasse van karakteristieken is de energie in voorgedefinieerde spectrale banden van het RR-interval signaal [60]. Deze karakteristieken worden in de context van deze masterproef niet onderzocht, aangezien de lengte van de signalen ontoereikend is om een betrouwbare schatting van het vermogenspectrum van de RR-intervallen te verkrijgen.

Andere niet-lineaire karakteristieken

Andere niet-lineaire karakteristieken omvatten onder andere fractaalmaten, zoals *Detrended fluctuation analysis* [53] en *Fractal dimension* [53], *Correlation dimension* [53], ...

2.1.3 Een lineaire analyse van de karakteristieken

De covariantiematrix op de genormaliseerde set van karakteristieken geeft weer in welke mate de verschillende karakteristieken lineair gerelateerd zijn. De covariantiematrix C (die hier dus de Pearson correlatiecoëfficiënten bevat) is de volgende:

	AVRR	RMSSD	pRR50	HTI	min(RR)	SD1/SD2	ApEn	Toeplitz	CoV(Δ_{RR})	AFEvidence
AVRR	1.00	-0.01	-0.06	-0.05	0.72	0.01	-0.10	-0.23	-0.25	-0.02
RMSSD	-0.01	1.00	0.73	0.40	-0.51	0.52	0.42	0.50	0.91	0.48
pRR50	-0.06	0.73	1.00	0.60	-0.41	0.55	0.65	0.39	0.75	0.72
HTI	-0.05	0.40	0.60	1.00	-0.28	0.11	0.64	0.44	0.43	0.63
min(RR)	0.72	-0.51	-0.41	-0.28	1.00	-0.22	-0.36	-0.50	-0.65	-0.28
SD1/SD2	0.01	0.52	0.55	0.11	-0.22	1.00	0.27	0.06	0.51	0.34
ApEn	-0.10	0.42	0.65	0.64	-0.36	0.27	1.00	0.42	0.47	0.71
Toeplitz	-0.23	0.50	0.39	0.44	-0.50	0.06	0.42	1.00	0.58	0.32
CoV(Δ_{RR})	-0.25	0.91	0.75	0.43	-0.65	0.51	0.47	0.58	1.00	0.52
AFEvidence	-0.02	0.48	0.72	0.63	-0.28	0.34	0.71	0.32	0.52	1.00

De grootste lineaire relaties (in het vet) bestaan tussen volgende statistische karakteristieken: AVRR en min(RR), RMSSD en pRR50, RMSSD en CoV(Δ_{RR}) en pRR50 en CoV(Δ_{RR}). De correlaties bevestigen de observaties uit Sectie 2.1.1. Ook blijkt er een correlatie te zijn tussen AFEvidence, en pRR50 en ApEn.

2.2 Morfologie

De karakteristieken op basis van HRV zijn vooral informatief om enkel te discrimineren tussen signalen met een NSR en ECG-signalen met VKF. In praktijk is het echter opportuun om ook te kunnen discrimineren met andere hartritmestoornissen, die vaak ook irreguliere RR-intervallen hebben. Door enkel gebruik te maken van informatie afgeleid uit de RR-intervallen, is dit niet mogelijk.

Een andere categorie van technieken probeert aan de hand van de morfologische verschillen (vooral de afwezigheid van de P-golf) te discrimineren tussen signalen met een NSR en hartslagen met VKF. Zo stellen de auteurs van [41] een algoritme voor dat steunt op de afwezigheid van de P-golf (PWA). Ze stellen een statistisch model voor normale P-golven op, waarna ze, op basis van karakteristieken hieruit, een *Gaussian mixture model* (GMM) opstellen. De kenmerken van dit model determineren dan of er VKF aanwezig is of niet.

Uit de literatuur blijkt dat de wavelettransformatie (zie Appendix A) een interessante techniek is. Zo gebruiken de auteurs van [4] het concept *sample entropy*. Detectie van VKF gebeurt aan de hand van de entropie in de monsters, na reconstructie van de relevante waveletcoëfficiënten. [29, 7] classificeren VKF op basis van de relatieve energie in de waveletbanden (RWE) die atriale activiteit bevatten.

Algoritme	Methode	Acc (%)	Se (%)	Spe (%)
Xia et al. [68]	<i>Deep learning</i>	98.63	98.34	98.24
Garcia et al. [29]	Morfologie	93.32	91.21	94.53
Asgari et al. [7]	Morfologie	97.10	97.00	97.10
Ladavich and Ghoraani [41]	Morfologie	98.09	91.66	93.22
Tateno and Glass [62]	HRV	94.40	97.20	/

Tabel 2.1: Een overzicht van verschillende resultaten uit de literatuur op de MIT-BIH AFIB dataset. Alle methodes trachten (paroxismale) episodes van VKF in langetermijn Holter ECG-signalen te detecteren. De methodes worden geëvalueerd aan de hand van de accuraatheid (Acc), sensitiviteit (Se) en specificiteit (Spe).

In deze masterproef stellen we een nieuwe tensorgebaseerde methode voor om op basis van de morfologie van hartslagen, in combinatie met HRV, een detectie van VKF uit te voeren. De bovenstaande morfologische karakteristieken worden dus verder niet meer beschouwd.

Opmerking over *Deep learning*

Tijdens de laatste decennia is er vooral in beeldverwerking een zeer grote opkomst van *deep learning*. Daarin leert het netwerk de karakteristieken zelf (*feature learning*). Deze masterproef gaat uit van zelfgedefinieerde karakteristieken (*feature engineering*), waarna met behulp van machinaal leren classificatie volgt.

Gegeven dat nu ook klinische data in grote hoeveelheden beschikbaar worden (zie Sectie 1.1.2), passen onderzoekers deze technieken ook toe in signaalverwerking voor de detectie van VKF. Zo gebruiken de auteurs van [68] convolutionele neurale netwerken, terwijl in [13] recurrente neurale netwerken (LSTM's) gebruikt worden, met hoge nauwkeurigheden als resultaat. De verwachting is dat deze trend, naarmate meer en meer data beschikbaar worden, zich verder zal doorzetten en andere technieken zal overtreffen.

Overzicht van resultaten uit de literatuur

Tabel 2.1 toont de resultaten van verschillende methodes uit de literatuur op de MIT-BIH AFIB dataset (zie Sectie 6.3.1). Elk van deze methodes tracht (paroxismale) episodes van VKF te detecteren in 23 tweekanaals Holter ECG-signalen van tien uur lang. Behalve [68] gebruiken alle methodes slechts één van beide kanalen. Elk van deze methodes behaalt een gelijkaardige, zeer hoge performantie. Een belangrijke opmerking hierbij is dat niet altijd duidelijk is op welke manier de trainings- en testset verdeeld zijn. De auteurs van [68] segmenteren de langetermijnsignalen en nemen een willekeurige trainings- als testset. Dit veroorzaakt *overfitting*: segmenten van eenzelfde proefpersoon, eventueel zelfs binnen eenzelfde episode van VKF, komen voor zowel in de trainingsset als in de testset. Bij andere methodes is soms onduidelijk op welke manier de opsplitsing gebeurt (bijvoorbeeld in [7]).

Hoofdstuk 3

Voorverwerking

Biomedische signalen lijden vaak onder verschillende ruisinvloeden en artefacten. Deze kunnen het gevolg zijn van instrumentatieruis, 50/60 Hz-netfrequentie-interferentie¹ of van andere fysiologische bronnen (ademhaling, spiersamentrekkingen, ...). In dit hoofdstuk worden, in volgorde, drie voorverwerkingstechnieken behandeld:

1. Bandsperfiltering, om de netfrequentie-interferentie te verwijderen (Sectie 3.1)
2. Kwadratische Variatie Reductie, om basislijnafwijkingen te verwijderen (*Quadratic Variation Reduction*) (Sectie 3.2)
3. Waveletfiltering, om hoogfrequente ruis te verwijderen (Sectie 3.3).

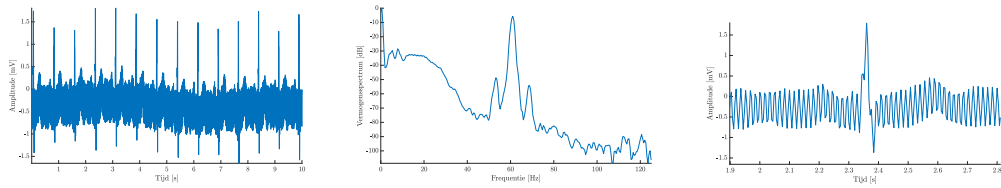
Figuur 3.1a toont een voorbeeld van een reëel ECG-signaal, waarop het effect van de drie voorverwerkingsstappen zal verduidelijkt worden.

3.1 Bandsperfiltering

De 50 of 60 Hz-netfrequentiecomponent is een voorbeeld van deterministische, periodische ruis. Toestellen in de omgeving zenden elektromagnetische golven uit, die de meetapparatuur kan oppikken [55]. Figuren 3.1b en 3.1c tonen dat deze netfrequentie de dominante ruiscomponent veroorzaakt. Zo toont Figuur 3.1b een duidelijke piek rond 60 Hz. Het genormaliseerde vermogensspectrum is berekend met behulp van de Welch-methode met een Hamming-venster van 250 monsters en een overlap van 64 monsters. Door het deterministische karakter van de ruis, kan een zogenaamde bandsperfilter (*notch-filter*) deze component gemakkelijk wegfilteren. Deze filter heeft een nulpunt op de eenheidscirkel, op een hoek overeenstemmend met de netfrequentie. Daarnaast wordt vaak een pool toegevoegd rond dezelfde hoek, om te vermijden dat er relevante signaalkarakteristieken, met spectrale informatie in de buurt, mee gefilterd worden. De pool is hier op een radius van 0.4 geplaatst, zodat de filter zeker stabiel blijft. Figuur 3.2 toont het effect van deze filter.

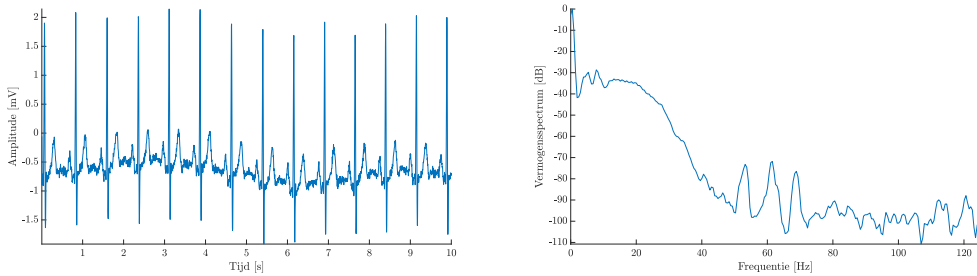
¹60 Hz wordt gebruikt in de VS, 50 Hz in Europa.

3. VOORVERWERKING



- (a) Een onbewerkt NSR ($f_s = 250$ Hz). Er is zowel een laagfrequente trend als hoogfrequente ruis aanwezig. De dominante ruiscomponent komt van de 60 Hz-netfrequentie.
- (b) Het bijhorende genormaliseerde vermogenspectrum. Een laagfrequente piek is duidelijk zichtbaar, evenals het interessante gebied van het ECG-signaal ($0 - \pm 40$ Hz).
- (c) Deze zoom van Figuur 3.1a toont dat de 60 Hz-interferentie domineert ten opzichte van het ECG-signaal (behalve het QRS-complex). Er zijn duidelijk 6 periodes per 0.1 s, wat bevestigt dat het om de netfrequentiecomponent gaat.

Figuur 3.1: Een onbewerkt ECG-signaal, samen met de zoom op een hartslag en zijn genormaliseerde vermogenspectrum, als voorbeeld voor de voorverwerkingsstappen.



- (a) Het resultaat van de bandsperfilter op het onbewerkte signaal. De P- en T-golf zijn al veel duidelijker.
- (b) Het genormaliseerde vermogenspectrum van het resultaat van de filtering. De piek rond 60 Hz is duidelijk onderdrukt.

Figuur 3.2: Het resultaat van de bandsperfiltering op het onbewerkte signaal.

3.2 Kwadratische Variatie Reductie

Figuur 3.2a toont duidelijk een laagfrequente trend (trage oscillaties, samen met een DC-offset), waarschijnlijk door ademhaling. Deze trend is dus een voorbeeld van voornamelijk fysiologische ruis. Deze laagfrequente trend (ook wel een basislijnafwijking genoemd) zorgt ervoor dat de iso-elektrische segmenten (zoals het ST-segment) niet meer vergelijkbaar zijn [56]. Voor verdere detectiestappen is het dus belangrijk om deze basislijnafwijking te verwijderen.

Figuur 3.1b toont dat het vermogen van het voorbeeld-signaal een piek heeft rond $0 - 0.5$ Hz, overeenstemmend met de basislijnafwijking. Standaard filteringmethodes, zoals een Butterworthfilter, kunnen deze basislijnafwijking wegfilteren, maar vaak ten koste van relevante laagfrequente informatie in het ECG-signaal. Deze informatie

correspondeert dan vooral met de P-golf, meteen een van de hoofdkarakteristieken die detectiealgoritmes kunnen exploiteren. Wanneer bij VKF deze P-golf afwezig is, introduceren standaard filteringmethodes (op basis van het spectrale domein) mogelijk extra distorties in dit segment, net zoals in het ST-segment [25].

Kwadratische Variatie Reductie (QVR) biedt dan een valabel alternatief, met resultaten die klassieke methodes overtreffen. Deze sectie geeft een kort overzicht van deze techniek, als samenvatting van [27].

3.2.1 Kwadratische variatie

Kwadratische variatie is een gekend begrip uit de stochastiek en wordt hier gedefinieerd op volgende wijze:

Definitie 3.1 (Kwadratische variatie). [27] De kwadratische variatie $[\mathbf{x}]$ van gegeven discreet signaal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, met $n \geq 2$, is gedefinieerd als:

$$[\mathbf{x}] = \sum_{k=1}^{n-1} (x_k - x_{k+1})^2 = \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|_2^2,$$

met

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times n}.$$

Deze kwadratische variatie kan gebruikt worden als maat voor de variabiliteit van een signaal. Een interessante eigenschap van deze maat is dat voor signalen, gecontamineerd met additieve ruis, de kwadratische variatie gemiddeld gezien stijgt als functie van de ruisvariantie. Dit maakt het een aantrekkelijke tool om de basislijn van een signaal te schatten door te eisen dat de kwadratische variatie beperkt blijft.

3.2.2 Het schatten en verwijderen van de basislijnafwijking

QVR bestaat erin om een schatting van de basislijn te verwijderen van het signaal. Gegeven het originele, onbewerkte signaal $x(t)$, gediscetiseerd in een vector \mathbf{x} , wordt de basislijn \mathbf{b} gezocht die in een kleinste-kwadradenbenadering zo dicht mogelijk bij het originele signaal ligt. Deze basislijn moet dus een gereduceerde kwadratische variatie hebben. De vertaling hiervan in een optimalisatieprobleem gaat als volgt:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n} \quad & \|\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & [\mathbf{b}] \leq \rho \end{aligned} \tag{3.1}$$

De parameter $\rho \geq 0$ kan men gebruiken om de maximale kwadratische variatie van de basislijn te controleren. Het optimalisatieprobleem (3.1) is een convex optimalisatieprobleem, aangezien zowel de doelfunctie als de ongelijkheidsbeperking

convex zijn (herinner dat $[\mathbf{b}] = \|\mathbf{D}\mathbf{b}\|_2$). Deze convexiteit zorgt ervoor dat de KKT-voorwaarden voldoende voorwaarden zijn voor een globaal minimum. De oplossing van de KKT-voorwaarden, met Lagrange-multiplicator $\mu \geq 0$, geeft aanleiding tot volgende oplossing:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{I} + \mu\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{x}, \quad (3.2)$$

met $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ de eenheidsmatrix. Er blijkt dat er een één-op-één relatie geldt tussen ρ en Lagrange-multiplicator μ : $[\mathbf{b}] = \|\mathbf{D}(\mathbf{I} + \mu\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{x}\|_2 = \rho$ (als $\mu > 0$ en er dus een actieve ongelijkheidsbeperking is), zodat μ de kwadratische variatie kan controleren. Hoe groter μ , hoe kleiner de kwadratische variatie. In praktijk blijkt dat de keuze van μ niet kritisch is voor het eindresultaat.

Met behulp van de oplossing \mathbf{b} kan nu het signaal $\tilde{\mathbf{x}}$ zonder basislijnafwijking bekomen worden via: $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{b}$.

Oplossing van (3.2)

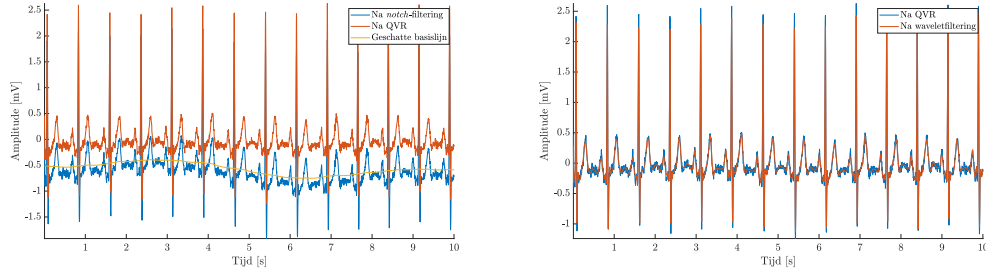
Om een goede methode te hebben, moet de oplossing van (3.2) computationeel efficiënt kunnen gebeuren, zeker met real-time en/of mobiele toepassingen indachtig. De matrix $\mathbf{I} + \mu\mathbf{D}^T\mathbf{D}$ uit (3.2) heeft volgende structuur:

$$\mathbf{I} + \mu\mathbf{D}^T\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 + \mu & -\mu & 0 & \cdots & 0 \\ -\mu & 1 + 2\mu & -\mu & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\mu \\ 0 & \cdots & 0 & -\mu & 1 + \mu \end{bmatrix}.$$

Deze matrix is een symmetrische, tridiagonale, positief definitieve matrix, zodat dit stelsel in $8n$ flops kan opgelost worden [33].

3.2.3 Voorbeeld op ECG-signaal

Figuur 3.3a toont het effect van QVR op het ECG-signaal na bandsperfiltering. μ is gelijk aan 1.1×10^4 gekozen, wat in praktijk een goede waarde blijkt te zijn [27]. De basislijnafwijking is inderdaad verwijderd. In [26, 28] voeren de auteurs van deze techniek een uitgebreide studie uit, waarbij ze aan reële ECG-signalen gekende vormen van basislijnafwijking toevoegen en vergelijken tussen verschillende technieken (mediaanfiltering, hoogdoorlaatfiltering, ...). Hierbij wordt de schattingsfout op de basislijn op zowel het volledige signaal als op de ST-segmenten, normale hartslagen, ..., geëvalueerd, om een volledig beeld te krijgen van de distorties geïntroduceerd door QVR. Na statistische analyse blijkt dat QVR klassieke technieken overtreft, zowel in de schatting van de basislijn, als in de introductie van distorties in het originele ECG-signaal.



(a) Het ECG-signaal na bandsperfiltering, samen met het resultaat na QVR. De geschatte basislijn is ook zichtbaar. De basislijnafwijking en DC-offset zijn duidelijk verdwenen.

(b) Het ECG-signaal na QVR, samen met het uiteindelijke resultaat na waveletfiltering. Het bekomen ECG-signaal is nu een vloeiend signaal, waarbij alle relevante karakteristieken duidelijk onderscheidbaar zijn.

Figuur 3.3: Een vergelijking tussen het ECG-signaal na bandsperfiltering en het signaal na QVR, samen met de vergelijking tussen het signaal na QVR en na waveletfiltering.

3.3 Waveletfiltering

De laatste voorverwerkingsstap bestaat uit de verwijdering van hoogfrequente ruis, bijvoorbeeld ten gevolge van instrumentatieruis of spieractiviteit. Opnieuw bestaan er talloze klassieke filteringsmethodes, zoals Butterworthfilters. Waveletfiltering zorgt ervoor dat relevante signaalkarakteristieken opnieuw zoveel mogelijk behouden blijven (zeker bij overlap in het frequentiedomein) en dat weinig tot geen fasedistorties geïntroduceerd worden, zoals het geval is bij Butterworthfilters.

Appendix A geeft een korte, praktische inleiding tot de Discrete Wavelettransformatie (DWT). Alle belangrijke eigenschappen over wavelets die betrekking hebben op ECG-analyse, worden toegelicht.

Ruisverwijdering met behulp van wavelets bestaat uit volgende stappen, afgeleid uit [38]:

1. Bereken de DWT van het signaal. De biorthogonale spline wavelet met vier *vanishing moments* en vier schalen levert in praktijk goede resultaten op [15].
2. Bepaal een globale drempelwaarde voor alle waveletcoëfficiënten volgens de regel [24]:

$$t = \sigma \sqrt{2 \ln(n)},$$

met n de lengte van het signaal en $\sigma = \text{mediaan}(\{|w_{0k}|\}_{k \in \mathbb{Z}}) / 0.6745$, met w_{0k} de waveletcoëfficiënten na DWT met de Daubechies-1 wavelet en één schaal.

3. Pas *soft-thresholding* toe op alle waveletcoëfficiënten:

$$w_{jk} = \begin{cases} \text{sign}(w_{jk})(|w_{jk}| - t) & \text{als } |w_{jk}| > t \\ 0 & \text{elders} \end{cases}.$$

De schalingscoëfficiënten wijzigen niet. *Soft-thresholding* zorgt voor een vloeiender resultaat.

4. Bereken de inverse DWT om het signaal te reconstrueren.

Merk op dat zonder de bandsperfiltering, deze procedure niet zou slagen, aangezien de 60 Hz-ruiscomponent zeer dominant is.

Figuur 3.3b toont het signaal na basislijnverwijdering en na waveletfiltering. Het resultaat is een vloeiend ECG-sigitaal.

3.4 Detectie van QRS-complexen

Een belangrijke volgende stap is de detectie van de QRS-complexen of de R-pieken (zie Sectie 2.1). We kiezen voor het standaard QRS-detectiealgoritme van Pan-Tompkins [51], mits enkele aanpassingen. De initialisatie van de dynamische schattingen gebeurt volgens [45]. Uit deze studie blijkt ook dat het Pan-Tompkins algoritme nog steeds een van de beste detectiemethodes is. Appendix B geeft de volledige implementatie van dit algoritme (zie Algoritme 7), samen met de output van de eerste zes stappen van het algoritme.

Verwijderen van ruissegmenten

Verschillende ECG-signalen bevatten korte ruissegmenten, waardoor het algoritme valse QRS-complexen kan detecteren. Er zijn gemakkelijk situaties te bedenken waarbij een patiënt kortstondig beweegt, waardoor een plotse opstoot van ruis plaatsvindt. Een primitieve ruisdetectiemethode verwijdert de duidelijkste ruissegmenten a priori op basis van de *root-mean-square* (RMS) waarden en het aantal tekenwisselingen (*Zero Crossings* (ZC)) van/in een lopend venster (lengte empirisch bepaald). Deze twee maten staan gekend als indicatoren van de activiteit van een signaal [57]. Door per venster een combinatie van absolute en relatieve (ten opzichte van de mediaan) drempelwaarden toe te passen op beide maten, kan de methode ruissegmenten detecteren. Algoritme 2 toont deze methode.

Figuur 3.4 toont het resultaat van het Pan-Tompkins algoritme op een ECG-sigitaal met en zonder ruisdetectie. In Appendix B toont Figuur B.1 de invloed van het ruissegment in de eerste zes stappen van het Pan-Tompkins algoritme. Door de ruisdetectie heeft het kortstondige ruissegment rond 12s geen invloed op de verdere analyse van de QRS-complexen en het hartritme.

Deze methode verwijdert ook zogenaamde vals positieven, R-pieken die beschouwd worden als ruispieken, bijvoorbeeld de twee pieken rond de ruispiek op 12s. Dat is het nadeel van deze primitieve methode. Om toch een betrouwbare schatting te hebben van de RR-intervallen, worden artificieel lange RR-intervallen door ruisverwijdering niet in beschouwing genomen (in het voorbeeld het RR-interval tussen de piek voor en na het ruissegment). Deze conservatieve keuze zorgt ervoor dat mogelijk informatie verloren gaat, maar ze introduceert geen verkeerde informatie.

Er bestaan meer geavanceerde methodes om ruis te detecteren die minder fouten maken, maar deze vallen buiten het bestek van deze masterproef.

Algoritme 2 Verwijdering ruissegmenten**Input:** ECG-signaal $x(n)$, gedetecteerde pieklocaties \mathbf{p} **Output:** \mathbf{p}_{rw} , de pieken zonder die in ruissegmenten

- 1: Bereken RMS-waarden over een lopend venster van $M = 291$ monsters, gecentreerd rond elk monster:

$$\text{RMS}(n) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} x(n+k)^2}$$

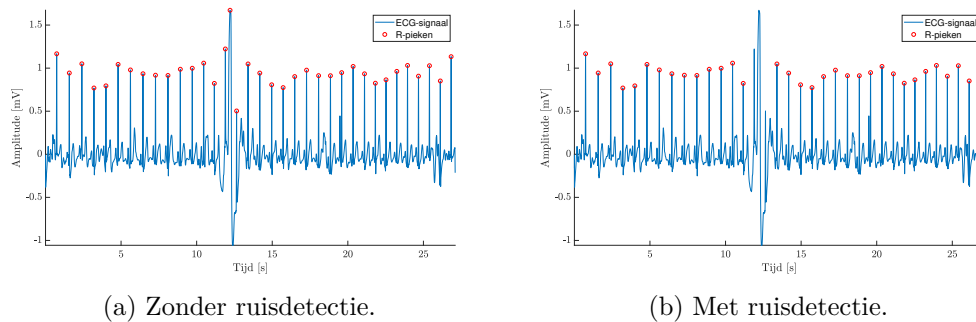
- 2: Bereken ZC-waarden over een lopend venster van $M = 301$ monsters, gecentreerd rond elk monster:

$$\text{ZC}(n) = \#\text{tekenwisselingen in } \left[-\frac{M-1}{2}, \frac{M-1}{2} \right]$$

- 3: Stel \mathbf{p}_{rw} op, door alle pieklocaties p uit \mathbf{p} te verwijderen waarvoor:

$$\begin{aligned} \text{RMS}(p) &> 1.42 \text{ mediaan}(\text{RMS}) \ \& \ \text{RMS}(p) > 0.11 \ \& \\ \text{ZC}(p) &> 2 \text{ mediaan}(\text{ZC}) \ \& \ \text{ZC}(p) > 15 \end{aligned}$$

- 4: **return** \mathbf{p}_{rw}



Figuur 3.4: Het resultaat van het Pan-Tompkins algoritme zonder en met voorafgaande ruisdetectiemethode om korte ruissegmenten buiten beschouwing van het detectiealgoritme te laten.

Hoofdstuk 4

Tensoren

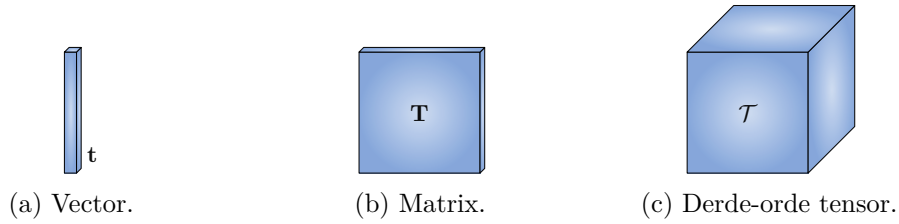
Een *tensor* is een meerdimensionale uitbreiding van een matrix. Verschillende soorten data hebben een natuurlijke tweedimensionale matrixvoorstelling: een ECG-sigitaal van één persoon in verschillende kanalen, een spraaksigitaal opgevangen door meerdere microfoons, . . . In heel wat toepassingen is het denkbaar dat meer dan twee parameters de signalen of data beschrijven: het meerkanaals ECG-sigitaal gemeten op opeenvolgende dagen, een kleurenafbeelding van eenzelfde scène onder meerdere lichtomstandigheden en kijkhoeken, . . . Matrices zouden ook deze signalen kunnen beschrijven door opeenvolgende matrices (bijvoorbeeld bij metingen op opeenvolgende dagen bij het ECG-sigitaal) samen te stellen tot één grote matrix. Er is echter geen reden om de oorspronkelijke dimensionaliteit van deze data niet te behouden, waardoor een maximale hoeveelheid informatie, over alle dimensies heen, geëxploiteerd kan worden. De wiskundige structuur die deze meerdimensionaliteit modelleert, is een tensor. Dit hoofdstuk biedt binnen de context van deze masterproef een overzicht van de belangrijkste definities, bewerkingen en ontbindingen in verband met tensoren.

Sectie 4.1 beschrijft de notatie van een tensor en zijn onderdelen, in Sectie 4.2 worden de belangrijkste bewerkingen met tensoren gedefinieerd, zoals het mode- n product, het Kroneckerproduct en ontvouwingen. Tensor- en matrixdecomposities, waarvan de (multilineaire) singulierewaardenontbinding in de context van deze masterproef de belangrijkste is, staan beschreven in Sectie 4.3.

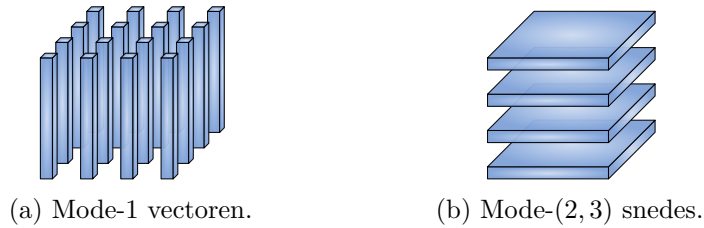
4.1 Notaties en definities

Een N -de-orde tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ stelt N -dimensionale data voor. Kalligrafische letters stellen tensoren voor (\mathcal{T}), vette hoofdletters matrices (\mathbf{T}), vette kleine letters vectoren (\mathbf{t}) en kleine letters scalaren (t).

Een dimensie noemt men ook een mode, terwijl het aantal dimensies gelijk is aan de orde. Binnen dit kaderwerk kunnen ook scalaren ($N = 0$), vectoren ($N = 1$) en matrices ($N = 2$) gedefinieerd worden. Vanaf $N = 3$ spreekt men van een hogere-orde tensor. Figuur 4.1 stelt deze structuren voor, tot en met $N = 3$: de hoogste orde waarvoor er een visualisatie is. De indexering van de elementen uit \mathcal{T} gebeurt via



Figuur 4.1: De natuurlijke overgang van een vector, over een matrix, naar een derde-orde tensor.



Figuur 4.2: De mode-1 vectoren en mode-(2,3) snedes van een $4 \times 4 \times 4$ -tensor. De andere mode- n vectoren en mode- (m,n) snedes zijn gelijkaardig.

een N -dimensionale vector: zo geeft $(\mathcal{T})_{i_1, \dots, i_N} = t_{i_1, \dots, i_N}$ het $(i_1, \dots, i_N)^e$ element aan, met $1 \leq i_n \leq I_N$.

Net zoals matrices uit rij- en kolomvectoren bestaan, bestaan tensoren uit mode- n vectoren (of vezels):

Definitie 4.1 (mode- n vector). [40] Een mode- n vector uit een tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is de vector die men bekomt door alle indices vast te zetten, behalve de n^e .

In het matrixgeval zijn de mode-1 vectoren de kolommen en de mode-2 vectoren de rijen. Figuur 4.2a toont de mode-1 vectoren van een derde-orde tensor.

Op dezelfde manier wordt een snede gedefinieerd:

Definitie 4.2 (mode- (m,n) snede). [40] Een mode- (m,n) snede uit een tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is de matrix die men bekomt door alle indices vast te zetten, behalve de m^e en de n^e .

Bij een derde-orde tensor spreekt men van de horizontale (mode-(2,3)), laterale (mode-(1,3)) en frontale snedes (mode-(1,2)). Figuur 4.2b toont bijvoorbeeld de horizontale snedes van een derde-orde tensor.

Ten slotte volgt de definitie van de Frobenius-norm:

Definitie 4.3 (Frobenius-norm). [40] De Frobenius-norm $\|\mathcal{T}\|_F \in \mathbb{R}$ van een tensor

$\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is gedefinieerd als:

$$\|\mathcal{T}\|_F = \sqrt{\sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} t_{i_1, i_2, \dots, i_N}^2}.$$

4.2 Tensorbewerkingen

Er bestaan verschillende tensorbewerkingen die relaties met matrixalgebra definiëren of matrixbewerkingen veralgemenen naar tensoren. Deze sectie beschrijft de belangrijkste bewerkingen in het kader van deze masterproef.

4.2.1 Vectorisatie en mode- n ontvouwing

De vectorisatie van een tensor is als volgt gedefinieerd:

Definitie 4.4 (vectorisatie). De vectorisatie $\text{vec}(\mathcal{T}) \in \mathbb{R}^J$, met $J = \prod_{n=1}^N I_n$, van tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ heeft als elementen:

$$\text{vec}(\mathcal{T})_j = 1 + \sum_{n=1}^N (i_n - 1)J_n, \text{ met } J_n = \prod_{k=1}^{n-1} I_k,$$

voor $1 \leq j \leq \prod_{n=1}^N I_n$.

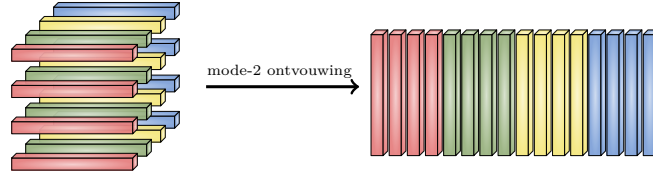
In praktijk komt dit neer op het vullen van een kolomvector, eerst volgens de eerste mode, dan de tweede mode, ... Als laatste varieert de N^e mode.

Net zoals een tensor omgevormd kan worden tot vector, kan er vanuit een tensor een matrix gevormd worden op verschillende manieren. Een ervan is via de mode- n ontvouwing:

Definitie 4.5 (mode- n ontvouwing). [40] De mode- n ontvouwing $\mathbf{T}_{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times J}$, met $J = \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N I_k$, van tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, mapt de elementen (i_1, \dots, i_N) op matricelementen (i_n, j) , met:

$$j = 1 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N (i_k - 1)J_k, \text{ met } J_k = \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{k-1} I_m.$$

De mode- n ontvouwing komt neer op het kolomsgewijs vullen van een matrix met de mode- n vectoren, waarbij de ordening analoog is aan die van de vectorisatie. Figuur 4.3 toont het proces van mode-2 ontvouwing op een derde-orde tensor.



Figuur 4.3: De mode-2 ontvouwing van een $4 \times 4 \times 4$ -tensor. De mode-2 vectoren vormen de kolommen van de resulterende 4×16 -matrix. De mode-1 en mode-3 ontvouwingen hebben een gelijkaardige visualisatie.

Verschillende auteurs gebruiken andere conventies voor de ordening bij het vullen van matrices en vectoren. Zolang men dezelfde conventie consistent aanhoudt, blijkt er geen verandering in het resultaat van berekeningen te zijn [40].

4.2.2 Matrix- en tensorvermenigvuldigingen

Er bestaan verschillende matrix- en tensorvermenigvuldigingen, waaronder het Kroneckerproduct en het mode- n product.

Het Kroneckerproduct, een matrixvermenigvuldiging, is als volgt gedefinieerd:

Definitie 4.6 (Kroneckerproduct). [40] Het Kroneckerproduct $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{I_1 I_2 \times J_1 J_2}$ tussen matrices $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times J_1}$ en $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{I_2 \times J_2}$ is gedefinieerd als:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & a_{12}\mathbf{B} & \cdots & a_{1J_1}\mathbf{B} \\ a_{21}\mathbf{B} & a_{22}\mathbf{B} & \cdots & a_{2J_1}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I_1 1}\mathbf{B} & a_{I_1 2}\mathbf{B} & \cdots & a_{I_1 J_1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1 \quad \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_2 \quad \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_3 \quad \dots \quad \mathbf{a}_{j_1} \otimes \mathbf{b}_{j_2-1} \quad \mathbf{a}_{j_1} \otimes \mathbf{b}_{j_2}] \end{aligned}$$

Het Kroneckerproduct vervangt alle elementen uit \mathbf{A} door het product van dat element met matrix \mathbf{B} . Men kan eenvoudig inzien dat de transpose van het Kroneckerproduct gelijk is aan het Kroneckerproduct van de transposes. Andere matrixproducten zijn het Khatri-Rao en het Hadamardproduct.

Een belangrijke tensor-matrixvermenigvuldiging, als veralgemening van de matrix-matrixvermenigvuldiging naar een tensor en een matrix, is het mode- n product:

Definitie 4.7 (mode- n product). [40] Het mode- n product $\mathcal{T} \cdot_n \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{I_1 \times \cdots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \cdots \times I_N}$ tussen tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$ en matrix $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{J \times I_n}$ heeft als elementen:

$$(\mathcal{T} \cdot_n \mathbf{U})_{i_1 \dots i_{n-1} j i_{n+1} \dots i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} t_{i_1 i_2 \dots i_N} u_{j i_n},$$

voor alle indices.

Het mode- n product vermenigvuldigt elke mode- n vector met de matrix \mathbf{U} [40]. De mode- n ontvouwing verduidelijkt dit:

$$\mathcal{S} = \mathcal{T} \cdot_n \mathbf{U} \Leftrightarrow \mathbf{S}_{(n)} = \mathbf{U} \mathbf{T}_{(n)}. \quad (4.1)$$

De matrix-matrixvermenigvuldiging tussen matrices $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times J}$ en $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times I_2}$, kan geschreven worden als een mode-2 product:

$$\mathbf{A}\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot_2 \mathbf{B}^T.$$

Het mode- n vectorproduct is een specifiek geval hiervan, waarbij de resulterende tensor van één orde lager is.

Een belangrijke eigenschap is de volgende:

Eigenschap 4.1. [40] Gegeven tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ en matrices $\mathbf{U}^{(n)} \in \mathbb{R}^{J_n \times I_n}$, $n \in \{1, \dots, N\}$, dan geldt $\forall n \in \{1, \dots, N\}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{S} = \mathcal{T} \cdot_1 \mathbf{U}^{(1)} \cdot_2 \mathbf{U}^{(2)} \cdot_3 \dots \cdot_N \mathbf{U}^{(N)} &\Leftrightarrow \\ \mathbf{S}_{(n)} = \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{T}_{(n)} \left(\mathbf{U}^{(N)} \otimes \dots \otimes \mathbf{U}^{(n-1)} \otimes \mathbf{U}^{(n+1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{U}^{(1)} \right)^T. \end{aligned}$$

Merk op dat de volgorde van vermenigvuldigingen in het mode- n product tussen strikt verschillende modes niet uitmaakt, wat uitdrukkingen zoals in Eigenschap 4.1 mogelijk maakt [40].

Men definieert het inwendig product tussen tensoren als:

Definitie 4.8 (Inwendig product). [20] Het inwendig product $\langle \mathcal{A}, \mathcal{B} \rangle \in \mathbb{R}$ van tensoren $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is gedefinieerd als:

$$\langle \mathcal{A}, \mathcal{B} \rangle = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} a_{i_1 i_2 \dots i_N} b_{i_1 i_2 \dots i_N}.$$

Tensoren waarvoor het inwendig product nul is, zijn orthogonaal.

4.3 Matrix- en tensorontbindingen

Deze sectie introduceert een van de belangrijkste matrixontbindingen: de singulierewaardenontbinding (SWO) en zijn hogere-orde uitbreiding: de multilineaire singulierewaardenontbinding (MLSWO). Deze ontbinding is het werkpaard dat toelaat VKF te detecteren. Bijhorend worden ook de rang van een matrix en de multilineaire uitbreidingen ervan gedefinieerd.

Andere belangrijke tensorontbindingen zijn bijvoorbeeld de Canonieke Polyadische Ontbinding (CPO) en de Bloktermontbinding (BTO) [14].

4.3.1 De singulierewaardenontbinding

De SWO van een reële matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ is als volgt gedefinieerd:

Definitie 4.9 (Singulierewaardenontbinding (SWO)). De singulierewaardenontbinding van gegeven matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ is gelijk aan:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}^{(1)} \mathbf{S} \mathbf{U}^{(2)\top} = \mathbf{S} \cdot_1 \mathbf{U}^{(1)} \cdot_2 \mathbf{U}^{(2)},$$

waarbij:

- $\mathbf{U}^{(1)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_1}$ en $\mathbf{U}^{(2)} \in \mathbb{R}^{I_2 \times I_2}$ orthogonale matrices zijn,
- $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ een diagonale matrix is met niet-negatieve, niet-stijgende diagonaalelementen:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min(I_1, I_2)} \geq 0.$$

De diagonaalelementen $\sigma_i, i \in \{1, \dots, \min(I_1, I_2)\}$ noemt men de singuliere waarden, terwijl de kolomvectoren van $\mathbf{U}^{(1)}$, respectievelijk $\mathbf{U}^{(2)}$, de linker en rechter singuliere vectoren zijn.

De SWO heeft een aantal interessante eigenschappen:

1. *Bestaan en uniciteit:* de SWO bestaat voor elke matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$, waarbij de singuliere waarden σ_i uniek gedefinieerd zijn. De singuliere vectoren zijn uniek op een tekenwissel van linker en rechter singuliere vectoren na, wanneer \mathbf{A} vierkant is en alle singuliere waarden verschillend zijn [63]. Deze uniciteit volgt precies uit de orthogonaliteits- en diagonaliteitsvoorwaarde.
2. *Rang:* De rang $R \leq \min(I_1, I_2)$ van matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ is de dimensie van de kolom- en rijruimte (die in het matrixgeval dezelfde dimensie hebben). Deze rang is precies gelijk aan het aantal van nul verschillende singuliere waarden ($\sigma_R > 0$ en $\sigma_i = 0, \forall i \in \{R+1, \dots, \min(I_1, I_2)\}$). De SWO is de meest gebruikte tool om de rang van een matrix te schatten. In praktijk spreekt men vaak over de ‘numerieke’ rang van een matrix: het aantal significant van nul verschillende singuliere waarden ($\sigma_R \gg 0$ en $\sigma_i \approx 0, \forall i \in \{R+1, \dots, \min(I_1, I_2)\}$).
3. *Basis:* Gegeven matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ met rang R , dan vormen de eerste R linker singuliere vectoren $\{\mathbf{u}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{u}_R^{(1)}\}$ een orthonormale basis voor de kolomruimte van \mathbf{A} en de R rechter singuliere vectoren $\{\mathbf{u}_1^{(2)}, \dots, \mathbf{u}_R^{(2)}\}$ een orthonormale basis voor de rijruimte van \mathbf{A} . De overige singuliere vectoren spannen dan telkens het orthogonale complement op: zo spant $\{\mathbf{u}_{R+1}^{(2)}, \dots, \mathbf{u}_{I_2}^{(2)}\}$ de nulruimte van \mathbf{A} op (het complement van de rijruimte).
4. *Lage-rangbenadering:* De SWO zoekt naar de richtingen met de grootste variantie. Een matrix transformeert een cirkel in een ellips, waarvan de linker singuliere vectoren de principale assen definiëren en de singuliere waarden de lengte van deze assen aangeven. Een dergelijke interpretatie wordt gehanteerd in de Principale Componenten Analyse (PCA): de SWO vindt de orthogonale

richtingen waarlangs er maximale variantie of energie van de data is. De singuliere vectoren geven deze richtingen aan, waarbij de variantie van de geprojecteerde data gelijk is aan σ_i^2 . Deze eigenschap wordt onder andere gebruikt in een lage-rangbenadering (LRB).

Gegeven matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$ met rang R , dan kan men aan de hand van de SWO deze ontbinden als de som van R rang-1 termen (de zogenaamde dyadische ontbinding):

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^R \sigma_i \mathbf{u}_i^{(1)} \mathbf{u}_i^{(2)\top}. \quad (4.2)$$

Er blijkt dat het behouden van $r < R$ termen van deze uitdrukking de beste LRB in kleinste-kwadraten geeft:

Theorema 4.1 (Eckart-Young theorema). [46] Gegeven de SWO van matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2} : \mathbf{A} = \mathbf{U}^{(1)} \mathbf{S} \mathbf{U}^{(2)\top}$, met $\mathbf{U}^{(1)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_1}$, $\mathbf{U}^{(2)} \in \mathbb{R}^{I_2 \times I_2}$, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$, definieer de rang- r matrix $\hat{\mathbf{A}}$ door de SWO af te knotten:

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{U}}^{(1)} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{U}}^{(2)\top} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i^{(1)} \mathbf{u}_i^{(2)\top},$$

met $\hat{\mathbf{U}}^{(1)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times r}$, $\hat{\mathbf{U}}^{(2)} \in \mathbb{R}^{I_2 \times r}$ en $\hat{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{r \times r}$.

Dan geldt dat:

$$\|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_{\text{F}} = \min_{\text{rang}(\mathbf{B}) \leq r} \|\mathbf{A} - \mathbf{B}\|_{\text{F}} = \sqrt{\sum_{i=r+1}^R \sigma_i^2}.$$

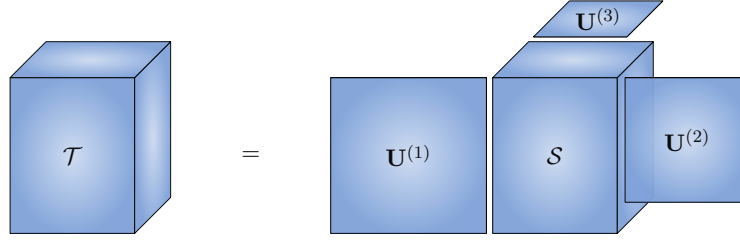
De verwijdering van de singuliere vectoren horende bij kleinste singuliere waarden, maakt de benaderingsfout minimaal. In de context van data kan dit gezien worden als de verwijdering van ruis-elementen, die weinig tot geen informatie (variantie of energie) bevatten. Op deze manier kan men om een model van de data te bouwen alle relevante signaaldelen capteren in een minimaal aantal componenten, wat toelaat om sterk te generaliseren en *overfitting* te vermijden. Dit laatste is een cruciale eigenschap in de modellering van ECG-signalen.

4.3.2 De multilineaire singulierewaardenontbinding

De hogere-orde uitbreiding van de SWO naar tensoren is de multilineaire singulierewaardenontbinding (MLSWO). Deze is als volgt gedefinieerd:

Definitie 4.10 (Multilineaire singulierewaardenontbinding (MLSWO)). [20] De multilineaire singulierewaardenontbinding van gegeven tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is gelijk aan:

$$\mathcal{T} = \mathcal{S} \cdot_1 \mathbf{U}^{(1)} \cdot_2 \mathbf{U}^{(2)} \cdot_3 \dots \cdot_N \mathbf{U}^{(N)},$$



Figuur 4.4: Een visualisatie van de MLSWO van een derde-orde tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$, met kerntensor $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ en factormatrices $\mathbf{U}^{(1)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_1}$, $\mathbf{U}^{(2)} \in \mathbb{R}^{I_2 \times I_2}$, $\mathbf{U}^{(3)} \in \mathbb{R}^{I_3 \times I_3}$.

waarbij:

- de factormatrices $\mathbf{U}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times I_n}$, $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$ orthogonaal zijn,
- de kerntensor $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, met subtensoren $\mathcal{S}_{i_n=\alpha}$, bekomen door de n^e index vast te zetten, volgende eigenschappen heeft:
 - *Geheel-orthogonaliteit*: twee subtensoren $\mathcal{S}_{i_n=\alpha}$ en $\mathcal{S}_{i_n=\beta}$ zijn, voor alle waarden van n, α en β ($\alpha \neq \beta$), orthogonaal:

$$\langle \mathcal{S}_{i_n=\alpha}, \mathcal{S}_{i_n=\beta} \rangle = 0, \alpha \neq \beta,$$

- *Ordering*:

$$\|\mathcal{S}_{i_n=1}\|_F \geq \|\mathcal{S}_{i_n=2}\|_F \geq \dots \geq \|\mathcal{S}_{i_n=I_n}\|_F \geq 0,$$

voor alle mogelijke waarden van n .

De Frobenius-normen $\|\mathcal{S}_{i_n=i}\|_F = \sigma_i^{(n)}$ noemt men de mode- n multilineaire singuliere waarden, terwijl de kolomvectoren van $\mathbf{U}^{(n)}$, $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$, de mode- n singuliere vectoren vormen. Per mode zijn er dus andere singuliere waarden. Figuur 4.4 visualiseert de MLSWO voor een derde-orde tensor.

De hechte relatie tussen de SWO en de MLSWO blijkt uit de berekening van de matrices $\mathbf{U}^{(n)}$ via de mode- n ontvouwing van tensor \mathcal{T} [20]:

$$\mathbf{T}_{(n)} = \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{S}^{(n)} \mathbf{V}^{(n)\top}, \forall n \in \{1, 2, \dots, N\},$$

waarbij $\mathbf{S}^{(n)} = \text{diag}(\sigma_1^{(n)}, \dots, \sigma_{I_n}^{(n)})$. Deze relatie volgt uit Eigenschap 4.1. De kerntensor \mathcal{S} verkrijgt men dan via:

$$\mathcal{S} = \mathcal{T} \cdot_1 \mathbf{U}^{(1)\top} \cdot_2 \dots \cdot_N \mathbf{U}^{(N)\top}.$$

De volgende eigenschappen, die al dan niet volgen uit de SWO, gelden voor de MLSWO:

1. *Bestaan en uniciteit*: dit volgt uit het bestaan en de uniciteit van de SWO (waarvan (geheel-)orthogonaliteit de kern is) [20].

2. *Kerntensor*: een belangrijk verschil tussen de SWO en de MLSWO is dat de kerntensor \mathcal{S} , in tegenstelling tot de kernmatrix \mathbf{S} van de SWO, niet diagonaal is. Een dergelijke eis zou het aantal vrijheidsgraden teveel reduceren om orthogonaliteit op de factormatrices te kunnen eisen [20]. In het matrixgeval impliceert diagonaliteit ook geheel-orthogonaliteit.
3. *Rang*: het concept van de rang breidt zich op verschillende manieren uit naar tensoren. Zo wordt de multilineaire rang gedefinieerd als:

Definitie 4.11 (Multilineaire rang). [14] De multilineaire rang (R_1, R_2, \dots, R_N) van tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ is gedefinieerd als het tupel van n -rangen R_n van \mathcal{T} , met:

$$R_n = \text{rang}_n(\mathcal{T}) = \text{rang}(\mathbf{T}_{(n)}).$$

De n -rang is dus de dimensie van de vectorruimte van de mode- n vectoren.

De multilineaire rang kan dan op dezelfde manier als in de SWO bepaald worden, namelijk op basis van de singuliere waarden, voor elke mode apart. In het matrixgeval is de kolomrang gelijk aan de rijrang ($R_1 = R_2$) en valt deze definitie samen met een andere definitie van de rang van een tensor: het minimaal aantal rang-1 tensoren nodig om een tensor te beschrijven.

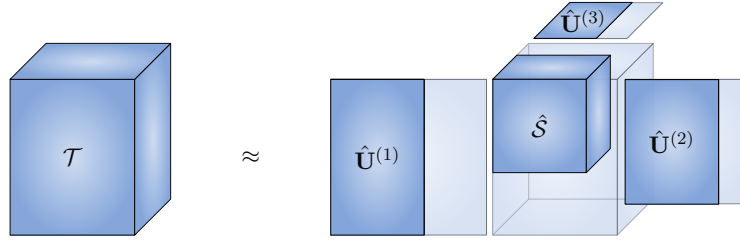
4. *Basis*: Op dezelfde manier als in de SWO vormen de eerste R_n mode- n singuliere vectoren $\{\mathbf{u}_1^{(n)}, \dots, \mathbf{u}_{R_n}^{(n)}\}$ een orthonormale basis voor de ruimte opgespannen door de mode- n vectoren. De overige singuliere vectoren spannen dan telkens het orthogonale complement van deze ruimte op.
5. *Lage-multilineaire-rangbenadering*: Gegeven rang- (R_1, \dots, R_N) tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, dan kan men proberen een lage-multilineaire-rangbenadering (LMLRB) met rang (r_1, \dots, r_N) (met $r_n < R_n$) te bekomen, door, gelijkaardig aan de SWO, de MLSWO af te knotten:

$$\hat{\mathcal{T}} = \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}^{(1)} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}^{(2)} \cdot_3 \dots \cdot_N \hat{\mathbf{U}}^{(N)},$$

met $\hat{\mathbf{U}}^{(1)} \in \mathbb{R}^{I_1 \times r_1}, \dots, \hat{\mathbf{U}}^{(N)} \in \mathbb{R}^{I_N \times r_N}$ en $\hat{\mathcal{S}} \in \mathbb{R}^{r_1 \times \dots \times r_N}$.

Figuur 4.5 visualiseert de LMLRB door de MLSWO af te knotten, met een kleinere kerntensor als gevolg. Er blijkt echter dat het Eckart-Young theorema (zie Theorema 4.1) *niet* veralgemeent naar hogere ordes: de afgeknotte MLSWO geeft niet de beste LMLRB in kleinste-kwadraten [20]. Immers, door af te knotten in elke mode afzonderlijk, wordt de interactie tussen de verschillende modes niet geëxploiteerd. Er bestaan verschillende methodes om een meer optimale benadering te berekenen (onder andere [21, 37]), die computationeel ook zwaarder zijn.

Om de afgeknotte MLSWO efficiënter te berekenen, kan de afknotting sequentieel (in de verschillende modes) gebeuren [64]. Deze methode vermijdt de berekening van een volledige SWO voor elke ontvouwing, door reductie van de



Figuur 4.5: Een LMLRB van een derde-orde tensor $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ door afknotting in elke mode. Deze heeft een kleinere tensor dan de volledige ontbinding.

grootte van de tensor na elke afknotting. Zonder dergelijke procedure zou deze berekening voor grote tensoren computationeel zeer zwaar zijn.

Ondanks de suboptimale oplossing van de afgeknotte MLSWO blijkt dat een dergelijke benadering in praktijk nog steeds zinvol is. Er geldt immers dat [20]:

$$\|\mathcal{T} - \hat{\mathcal{T}}\|_{\text{F}}^2 \leq \sum_{i_1=r_1+1}^{R_1} \sigma_{i_1}^{(1)2} + \sum_{i_2=r_2+1}^{R_2} \sigma_{i_2}^{(2)2} + \dots + \sum_{i_N=r_N+1}^{R_N} \sigma_{i_N}^{(N)2},$$

zodat de energie-interpretatie van de multilineaire singuliere waarden, die nog steeds geldt door de hechte relatie tussen de SWO en de MLSWO, de afgeknotte MLSWO kan motiveren. Opnieuw geldt dat het behouden van de meest significante multilineaire singuliere waarden de relevante informatie in de data capteert, waardoor generalisatie mogelijk is.

Software

Verschillende tensorbewerkingen en -ontbindingen zijn geïmplementeerd in de toolbox *Tensorlab* in MATLAB [65]. De algoritmes geïmplementeerd voor deze masterproef, maken gebruik van deze toolbox.

Hoofdstuk 5

(ML)SWO-gebaseerde detectie

Dit hoofdstuk introduceert een nieuwe algebraïsche techniek om VKF in zowel één- als meerkanaals ECG-signalen te detecteren, naar een idee van [8]. Deze techniek is gebaseerd op de morfologische vergelijking van ECG-signalen met een modelset van signalen. De verschillende methodes zijn allen variaties op hetzelfde thema: de motor van alle methodes is telkens de (ML)SWO. Er zijn drie variaties:

1. een detectiemethode op basis van de SWO voor éénkanaals ECG (Sectie 5.1)
2. een detectiemethode op basis van de MLSWO voor éénkanaals ECG (Sectie 5.2)
3. een detectiemethode op basis van de MLSWO voor meerkanaals ECG (Sectie 5.3).

Sectie 5.4 integreert dan de methodes van voorgaande secties met de klassieke karakteristieken uit Hoofdstuk 2 in één globale methode voor de detectie van VKF.

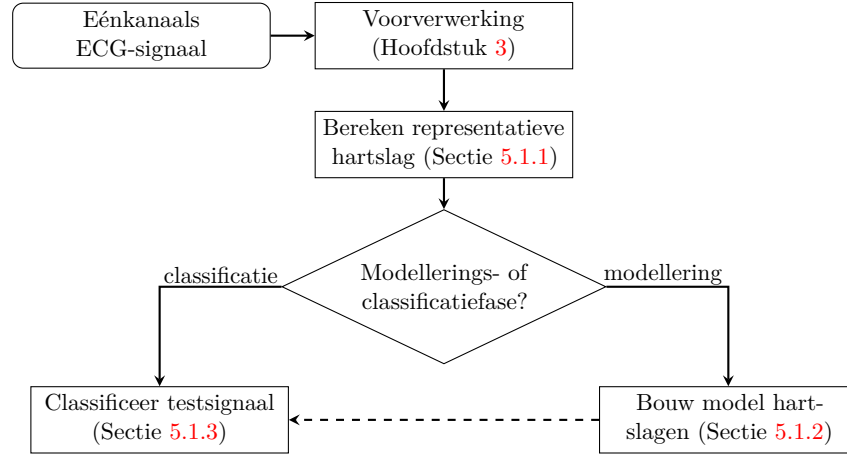
5.1 SWO-gebaseerde detectie voor éénkanaals ECG

Deze sectie beschrijft een eerste methode, gebaseerd op de SWO, om VKF te detecteren in éénkanaals ECG en om eventueel ook andere hartritmes te onderscheiden.

Figuur 5.1 toont een stroomdiagram van de methode, dat uitgediept wordt in drie secties: Sectie 5.1.1 beschrijft de berekening van de representatieve hartslag van een signaal, Sectie 5.1.2 beschrijft de constructie van een model voor hartslagen en Sectie 5.1.3 toont de classificatie van nieuwe ECG-signalen aan de hand van dit model. Het eerste deel van de methode omvat de voorverwerking (zie Hoofdstuk 3).

5.1.1 Berekening representatieve hartslag

Een eerste stap bestaat uit de compressie van het éénkanaals ECG-signaal in één representatieve hartslag. Hiertoe segmenteert het algoritme eerst het ECG-signaal in verschillende, gealigneerde hartslagen, waarna met behulp van de SWO een representatieve hartslag berekend wordt.



Figuur 5.1: Het overzicht van de methode om ECG-signalen te classificeren en VKF te detecteren aan de hand van de SWO.

Segmentatie ECG-sigitaal en alignering hartslagen

De eerste stap bestaat uit de segmentatie van het ECG-sigitaal en de alignering van de hartslagen (zie Algoritme 3). Na R-piekdetectie met het Pan-Tompkins algoritme (zie Sectie 3.4), splitst het algoritme elk ECG-sigitaal in de verschillende hartslagen. Hiervoor definieert het algoritme een venster van vaste lengte (250 ms voor tot 330 ms na) rond de R-piek. De lengte van het venster is zo gekozen dat de P-golf en T-golf zeker in het venster liggen. Dergelijke waarden zijn standaard in de literatuur (zie bijvoorbeeld [8]). Deze verschillende vensters worden dan allen gealigneerd ten opzichte van de eerste hartslag door de absolute waarde van de kruiscorrelatiefunctie (over een venster van constante lengte, zodat normalisatie niet nodig is) tussen beide hartslagen te maximaliseren. Het algoritme corrigeert het verschoven venster telkens door aan de juiste zijde van het venster monsters van het ECG-sigitaal toe te voegen. Figuur 5.2 visualiseert links de segmentatie en alignering van hartslagen.

Compressie in één representatieve hartslag

In een volgende stap comprimeert het algoritme de gealigneerde hartslagen $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{K \times N}$ (met K het aantal hartslagen en N het aantal monsters in een hartslag), nu voorgesteld als een matrix van monsters, in één representatieve hartslag $\mathbf{x}_r \in \mathbb{R}^N$. Aan de hand van de SWO (zie ook de eigenschappen van SWO, Sectie 4.3.1) kan van $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$ een rang-1 benadering berekend worden, gelijkaardig aan (4.2), met $r = 1$:

$$\mathbf{X} \approx \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T.$$

Kolomvector $\mathbf{v}_1 \in \mathbb{R}^N$ van $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ is de genererende basisvector van de ruimte van hartslagen, waarvan alle benaderende hartslagen een herscaling zijn. De singuliere waarden vertellen dan precies hoeveel van de signaalkarakteristieken,

¹[.] = afronden naar dichtstbijzijnd geheel getal

Algoritme 3 Segmentatie ECG-sigitaal en aligering hartslagen

Input: ECG-sigitaal $x(n)$, R-piek monsterlocaties $\mathbf{q} \in \mathbb{N}^{K'}$, bemonsteringsfrequentie f_s

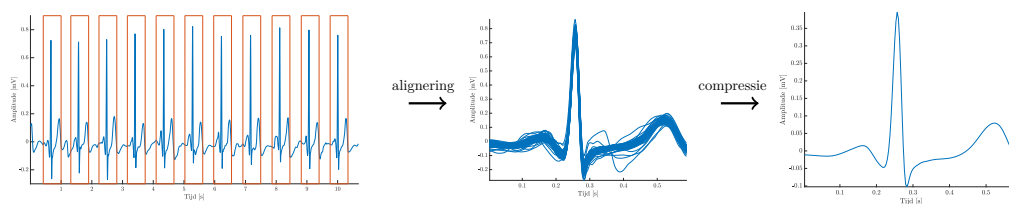
Output: $\mathbf{x}(n) \in \mathbb{R}^K$, de gealigneerde hartslagen, met $K = K' - 2$ en lengte $N = [0.25f_s] + [0.33f_s] + 1$ ¹

- 1: Definieer een venster $[0.25f_s, 0.33f_s]$ rond alle R-piek locaties in \mathbf{q} , uitgezonderd rond de eerste en laatste, extraheer alle hartslagen en vorm $\mathbf{x}(n)$
- 2: **for** $h_s = 2 \dots K - 2$ **do**
- 3: Definieer tijdsshift d als:

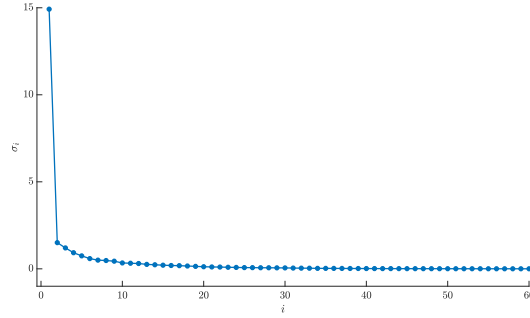
$$d = \underset{[-0.1f_s] \leq m \leq [0.1f_s]}{\operatorname{argmax}} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n+m)x_{h_s}(n) \right|,$$

waarbij het sigitaal $x_1(n)$ buiten het venster aangevuld wordt met monsters van het ECG-sigitaal

- 4: Corrigeer hartslag $x_{h_s}(n)$ aan de hand van d en vul aan met monsters van het ECG-sigitaal
 - 5: **end for**
 - 6: **return** Hartslagen $\mathbf{x}(n)$
-



Figuur 5.2: De linker figuur toont de segmentatie van het ECG-sigitaal in de verschillende hartslagen door definitie van een venster rond elke R-piek. De middelste figuur toont de aligering van alle hartslagen in het sigitaal. De rechter figuur toont de compressie van de gealigneerde hartslagen in één representatieve hartslag. Merk de verschillende schaal op, door normering.



Figuur 5.3: De singuliere waarden van matrix \mathbf{X} van hartslagen van een ECG-signaal. Er is duidelijk een zeer dominante singuliere waarde aanwezig, waardoor een goede rang-1 benadering (zie Theorema 4.1) mogelijk is.

hoeveel energie, deze basisvector beschrijft. Een genormeerde versie van de basisvector \mathbf{v}_1 , waarbij het teken van de piek positief is gemaakt (deze basisvectoren zijn op een tekenwissel na bepaald), stelt dan een representatieve hartslag voor.

Een dergelijke benadering is zinvol, gegeven de lage variabiliteit tussen de hartslagen in een kortetermijnsignaal, equivalent aan een zeer dominante singuliere waarde. Deze eigenschap laat toe enkel de gemeenschappelijke karakteristieken in het ECG-signaal te modelleren die overeenkomen met de eigenschappen van het ritme. Naast compressie resulteert deze stap dus ook in de verwijdering van irrelevante (ruis)karakteristieken van het signaal.

Figuur 5.2 toont rechts deze compressiestap. Merk op dat de schaal gewijzigd is door normering van de basisvector. Figuur 5.3 toont voor de bijhorende matrix \mathbf{X} van hartslagen de singuliere waarden. Deze figuur bevestigt, samen met Theorema 4.1, dat een rang-1 benadering en dus compressie met één basisvector gerechtvaardigd is. Er is immers duidelijk één dominante singuliere waarde: de representatieve hartslag capteert de meest relevante signaalkarakteristieken. Algoritme 4 vat het compressiealgoritme samen.

Algoritme 4 Berekening representatieve hartslag

Input: Gealigneerde hartslagen $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{K \times N}$

Output: Representatieve hartslag $\mathbf{x}_r \in \mathbb{R}^N$

1: Bereken SWO:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$$

2: **if** $\max(|\mathbf{v}_1|) > \max(\mathbf{v}_1)$ **then**

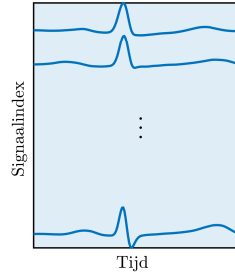
3: $\mathbf{x}_r \leftarrow -\frac{\mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|_2}$

4: **else**

5: $\mathbf{x}_r \leftarrow \frac{\mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|_2}$

6: **end if**

7: **return** \mathbf{x}_r



Figuur 5.4: Een visualisatie van de modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}}^T$. De rijen vormen hier de signalen uit de modelset, elk voorgesteld door één representatieve hartslag.

5.1.2 Bouwen van een model

Het volgende deel van de methode maakt het onderscheid tussen een modellerings- en classificatiefase. In de modelleringsfase bouwt de methode aan de hand van een modelset van representatieve hartslagen een basis voor de ruimte van de hartslagen. De labels (VKF of een ander ritme) van de signalen uit de modelset zijn gekend. De afgeknotte SWO is de ideale modelleringstool.

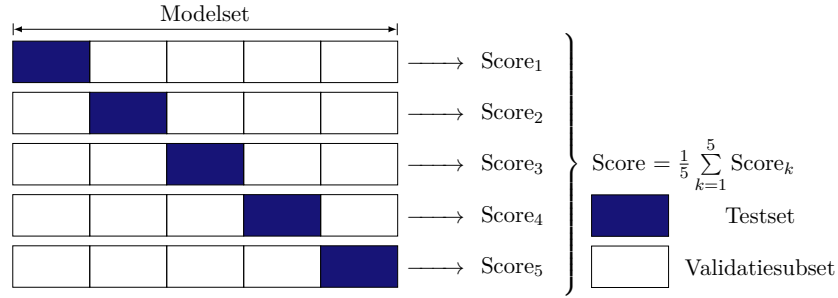
Modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ verzamelt alle M representatieve hartslagen $\mathbf{x}_r \in \mathbb{R}^N$ uit een modelset van ECG-signalen. Figuur 5.4 visualiseert de transpose van deze matrix. De afgeknotte SWO modelleert dan aan de hand van een LRB deze modelmatrix:

$$\mathbf{D}_{\text{model}} \approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}^T, \quad (5.1)$$

met $\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \in \mathbb{R}^{N \times r}$ een orthonormale basis van een benaderende deelruimte voor de tijdsdimensie, $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}} \in \mathbb{R}^{M \times r}$ een orthonormale basis voor de deelruimte van de hartslagen en $\hat{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ de kernmatrix.

De optimale rang

De afgeknotte SWO modelleert de hartslagen. Om een goed model te bekomen en sterk te kunnen generaliseren (zie de eigenschappen SWO, Sectie 4.3.1), is de keuze van de rang r in (5.1) cruciaal. Deze rang moet de optimale balans vormen tussen *underfitting*, waarbij het model te weinig informatie beschrijft, en *overfitting*, waarbij teveel niet-relevante karakteristieken gemodelleerd worden. *Overfitting* heeft een negatief effect op de detectie. n -voudige kruisvalidatie op de modelset kan dan een goede keuze voor de rang r maken. Deze techniek splitst de modelset in n verschillende subsets, waarbij in elk van de n experimenten telkens één subset als validatieset dient terwijl de anderen een nieuwe modelset vormen. Validering op elke validatieset resulteert in een score, waarna het gemiddelde van de scores van alle n experimenten de finale score vormt. Figuur 5.5 visualiseert deze procedure voor $n = 5$. Door deze procedure toe te passen voor verschillende waarden van r , kan men die rang selecteren waarvoor de score maximaal is. Deze procedure heeft als voordeel dat geen extra validatiedata nodig zijn en geeft een zeer betrouwbare



Figuur 5.5: De visualisatie van vijfvoudige kruisvalidatie om de optimale rang r te determineren.

schatting van de performantie. De singuliere waarden geven een goed zoekinterval van rangwaarden r .

Het model voor hartslagen

(5.1) drukt elke representatieve hartslag $\mathbf{x}_r^{(i)} \in \mathbb{R}^N, i \in \{1, \dots, M\}$ uit de modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}}$ uit als:

$$\mathbf{x}_r^{(i)} \approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathbf{S}} \mathbf{c}_h^{(i)} = \mathbf{B} \mathbf{c}_h^{(i)}, \quad (5.2)$$

waarbij $\mathbf{c}_h^{(i)T} \in \mathbb{R}^r$ de i^e rij uit $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}$ is. Een zinvolle interpretatie van (5.2) is mogelijk: de kolomvectoren van \mathbf{B} vormen een orthogonale (door herschaling van de singuliere waarden niet langer orthonormale) basis voor de ruimte van de hartslagen. Kolomvector $\mathbf{c}_h^{(i)}$ is dan precies de coëfficiëntenvector die de bijhorende hartslag uitdrukt in deze basis. De norm en het teken van deze coëfficiëntenvector zijn echter niet gekend. Immers, de basisvectoren kunnen allen met dezelfde schaalfactor vermenigvuldigd worden zonder dat de eigenschappen van de basis (zie PCA) wijzigen.

Alle genormaliseerde coëfficiëntenvectoren $\hat{\mathbf{c}}_h^{(i)} = \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(i)}) \frac{\mathbf{c}_h^{(i)}}{\|\mathbf{c}_h^{(i)}\|_2}$ vormen dan een database [8]. Elke vector uit deze database heeft een gekend label. Deze database vormt de basis voor verdere detectie.

5.1.3 Classificatie van nieuwe hartslagen

Algoritme 5 toont, gegeven de geannoteerde modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}}$ (de klasse van elk signaal is gekend), de berekening van een vector van morfologische karakteristieken voor een nieuwe representatieve hartslag $\mathbf{x}_r^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^N$. Na opstelling van de basis en de database van genormaliseerde coëfficiëntenvectoren, kan door projectie op de ruimte van hartslagen, opgespannen door \mathbf{B} , een nieuwe coëfficiëntenvector $\mathbf{c}_h^{(\text{test})}$ in deze ruimte berekend worden. Merk op dat het op te lossen lineair systeem goed geconditioneerd is, aangezien de afknotting van de SWO het conditiegetal $\kappa(\mathbf{B}) = \frac{\sigma_1}{\sigma_r}$ van matrix \mathbf{B} determineert. De berekening van de oplossing:

$$\mathbf{c}_h^{(\text{test})} = \hat{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}}^\dagger \mathbf{x}_r^{(\text{test})} = \hat{\mathbf{S}}^{-1} \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}}^T \mathbf{x}_r^{(\text{test})}, \quad (5.3)$$

kan op een achterwaarts stabiele en efficiënte manier ($\mathcal{O}(Nr)$) gebeuren.

Merk op dat (5.3) geïnterpreteerd kan worden in het kader van PCA (zie Sectie 4.3.1): nieuwe testsignalen worden geprojecteerd op de principale componenten. De varianties van deze projecties zijn maximaal, zodat de coëfficiënten veel informatie bevatten. Nadien corrigeert $\hat{\mathbf{S}}^{-1}$ de projecties met de variantie, zodat verschillen in de coëfficiënten vergelijkbaar zijn.

De vergelijking tussen de genormaliseerde coëfficiëntenvector $\tilde{\mathbf{c}}_{\mathbf{h}}^{(\text{test})}$ en de coëfficiëntenvectoren in de database gebeurt via het inwendig product:

$$s_i = \langle \tilde{\mathbf{c}}_{\mathbf{h}}^{(\text{test})}, \tilde{\mathbf{c}}_{\mathbf{h}}^{(i)} \rangle = \tilde{\mathbf{c}}_{\mathbf{h}}^{(\text{test})\text{T}} \tilde{\mathbf{c}}_{\mathbf{h}}^{(i)} = \cos(\theta_i), \forall i \in \{1, \dots, M\}.$$

Deze score $-1 \leq s_i \leq 1$ meet de cosinus van de hoek θ_i tussen beide vectoren die op de eenheidscirkel liggen, als maat voor de gelijkheid tussen beide vectoren.

De vector van morfologische karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^C$, met C het aantal klassen, verzamelt dan de gelijknissen van het testsignaal ten opzichte van elke klasse door een gewogen gemiddelde van de W beste scores $s_i, i \in C_c$, per klasse te berekenen. C_c duidt de set van indices aan van alle modelsignalen horende bij klasse c . De gewichtenvector $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^W$ is empirisch gekozen. Elk element uit $\mathbf{f}^{(\text{test})}$ geeft dus aan welke de morfologische gelijkheid is tussen het testsignaal en elke klasse van signalen.

Verschillende classificatiealgoritmes kunnen deze vector van karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})}$ gebruiken om de klasse waartoe het testsignaal behoort, te bepalen. Een van deze klassen is dan bijvoorbeeld VKF. Een simpele methode is het testsignaal aan die klasse toe te kennen waarvoor de bijhorende karakteristiek in $\mathbf{f}^{(\text{test})}$ maximaal is. Deze toekenningsmethode komt overeen met de gewogen kNN -methode (k -Nearest-Neighbors). De kruisvalidatie om de optimale rang te determineren gebruikt deze eenvoudige scoringsprocedure. In het vervolg kiezen we voor een *Support Vector Machine* (SVM) als classificatiemethode, om een goede integratie met andere karakteristieken te vereenvoudigen (zie Sectie 5.4).

5.2 MLSWO-gebaseerde detectie voor éénkanaals ECG

Deze sectie beschrijft een tweede methode om VKF te detecteren op basis van éénkanaals ECG. Deze tweede methode is een meerdimensionale uitbreiding van de techniek uit Sectie 5.1. Een schema, vergelijkbaar met Figuur 5.1, is hier toepasbaar. Op dezelfde wijze als in Sectie 5.1.1 wordt het voorverwerkte ECG-signaal gecomprimeerd tot één representatieve hartslag. Hierna verzamelt een tensor alle hartslagen in een modelset, na omzetting van de representatieve hartslag tot een matrix (Sectie 5.2.1). Deze tensor vormt opnieuw de basis voor een model (Sectie 5.2.2) waarmee nieuwe ECG-signalen geïdentificeerd kunnen worden (Sectie 5.2.3).

Algoritme 5 Berekening morfologische karakteristieken SWO

Input: Nieuwe representatieve hartslag $\mathbf{x}_r^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^N$, geannoteerde modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{N \times M}$, rang r , gewichten $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^W$

Output: Vector met morfologische karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^C$, met C het aantal klassen

- 1: Bereken de afgeknotte SWO met rang r :

$$\mathbf{D}_{\text{model}} \approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}^T$$

- 2: Vorm database $\{\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)}\}$, met $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)} = \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(i)}) \frac{\mathbf{c}_h^{(i)}}{\|\mathbf{c}_h^{(i)}\|_2}$, van genormaliseerde rijen

$$\mathbf{c}_h^{(i)T} \text{ uit } \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}, \forall i \in \{1, \dots, M\}$$

- 3: Vorm basismatrix $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathbf{S}}$

- 4: Los

$$\mathbf{x}_r^{(\text{test})} = \mathbf{B} \mathbf{c}_h^{(\text{test})}$$

in kleinste-kwadraten op

- 5: Normaliseer: $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(\text{test})} \leftarrow \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(\text{test})}) \frac{\mathbf{c}_h^{(\text{test})}}{\|\mathbf{c}_h^{(\text{test})}\|_2}$

- 6: **for** $i = 1 \dots M$ **do**

- 7: Bereken gelijkennis s_i :

$$s_i = \tilde{\mathbf{c}}_h^{(\text{test})T} \tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)}$$

- 8: **end for**

- 9: **for** $c = 1 \dots C$ **do**

- 10: Bereken $\mathbf{f}_c^{(\text{test})}$ als gewogen gemiddelde \mathbf{w} van de beste W scores s_i , voor $i \in C_c$, de set van labels c

- 11: **end for**

- 12: **return** $\mathbf{f}^{(\text{test})}$

5.2.1 Tensorisatie

Tensoren en hun bijhorende ontbindingen hebben al meermaals hun nut bewezen in toepassingen waar de data van nature één- of tweedimensionaal zijn, maar waar klassieke matrixtechnieken tekortschieten. Vooral in blinde bronscheidingsproblemen in de signaalverwerking (in elektro-encefalografie of audio) hebben verschillende tensorisaties, waaronder Hankelisatie, Löwnerisatie of segmentatie, tot goede resultaten geleid [22]. In de context van deze masterproef valt de keuze op de Redundante Wavelettransformatie (RWT). Het doel is om aan de hand van deze techniek en met opeenvolgende tensordecomposities extra informatie uit de representatieve hartslagen te halen. De techniek laat immers toe om verschillende (in frequentie) signaalkarakteristieken te scheiden en afzonderlijk te analyseren. De RWT zet een ééndimensionale representatieve hartslag om in een tweedimensionale representatie. Deze matrices vormen dan een modeltensor.

De DWT na MLSWO heeft al tot goede resultaten geleid in de detectie van hartinfarcten [50].

De Redundante Wavelettransformatie

Deze methode maakt gebruik van een tijds-frequentieanalyse om een ééndimensionale representatieve hartslag in twee dimensies voor te stellen. De RWT (Mallat; ook wel nog Stationaire Wavelettransformatie of het *algorithme à trous* genoemd) is een variatie op de DWT die hier gebruikt wordt om dergelijke transformatie uit te voeren.

De RWT verschilt van de klassieke DWT doordat deze transformatie in de filterbank na laag- en hoogdoorlaatfiltering geen decimatie (*downsampling*) met een factor twee toepast (zie Appendix A, Sectie A.2.2). Op deze manier resulteert het algoritme niet in N , maar in $(J+1)N$ waveletcoëfficiënten, met J het aantal schalen in de transformatie. Gezien de één-op-één relatie in de DWT, als basistransformatie, introduceert de RWT dus redundantie, wat zijn naam verklaart. De complexiteit van het algoritme is gelijk aan die van de snelle Fouriertransformatie.

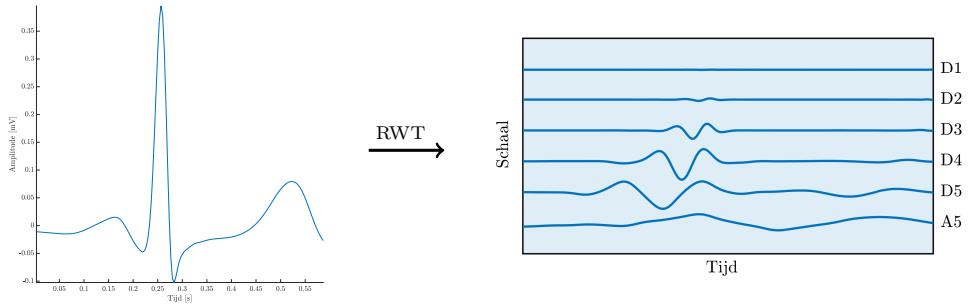
Een van de hoofdkenmerken van de DWT is dat de filters uit de hiërarchische filterbank in elke stap dezelfde zijn. Zonder decimatie is dit niet mogelijk, aangezien de bemonsteringsfrequentie dan constant blijft waardoor opeenvolgende filters geen effect meer hebben. Daardoor worden de filters in elke stap geïnterpoleerd (*upsampling*), zodat in het frequentiedomein de bandbreedte halveert en de filtering correct gebeurt. De interpolatie van de filters verklaart de alternatieve naam van het algoritme: het *algorithme à trous* (met gaten).

De RWT heeft twee belangrijke voordelen:

1. De DWT is door de decimatie een tijdsvariant algoritme: de DWT van een signaal verschoven in de tijd, is niet gelijk aan de DWT van het signaal verschoven over eenzelfde tijdsperiode. Zo kunnen kleine tijdsverschuivingen van elementen in het signaal leiden tot grote veranderingen in de waveletcoëfficiënten en in de energie van de schalen. Doordat de RWT geen decimatie bevat en de laag- en hoogdoorlaatfilters tijdsinvariant zijn, is de RWT in het geheel tijdsinvariant. Kleine verschuivingen in de tijd zorgen voor dezelfde verschuivingen in de coëfficiënten.
2. De DWT geeft aanleiding tot een verschillend aantal coëfficiënten per schaal. Om al deze informatie te verzamelen in een matrix zou het nodig zijn eerst de reconstructies per schaal te berekenen, zodat de resulterende signalen eenzelfde lengte hebben. De RWT vermijdt deze extra stap, aangezien er zonder decimatie evenveel coëfficiënten zijn op elke schaal, zodat een matrix die rechtstreeks kan verzamelen.

De keuze valt opnieuw op de biorthogonale spline wavelet met vier *vanishing moments* (zie Appendix A), in combinatie met vijf schalen. Andere wavelets leiden tot gelijkaardige of slechtere resultaten. In [3] leidt de auteur volgende heuristische formule af voor het aantal schalen om een ECG-signaal te analyseren:

$$J = \lfloor \log_2 f_s - 2.96 \rfloor.$$



Figuur 5.6: De omzetting van een ééndimensionale representatieve hartslag naar een tweedimensionale voorstelling met behulp van de RWT ($J = 5$, `bior4.4`). Het is duidelijk merkbaar dat de schaalmode een lagere rangstructuur heeft. De wavelet-schalen worden telkens op dezelfde (numerieke) schaal getoond. D1 komt overeen met het meest hoogfrequente deel, waar amper informatie is door de waveletfiltering in de voorverwerking.

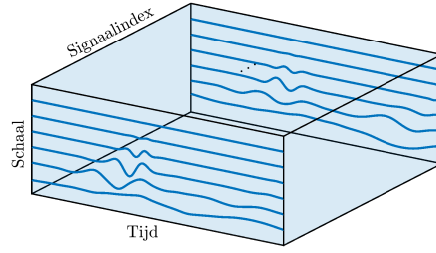
De bemonsteringsfrequentie van de éénkanaals ECG-signalen, gebruikt in deze masterproef, is gelijk aan 300 Hz, zodat $J = 5$ een goede waarde is. Figuur 5.6 toont de omzetting aan de hand van de RWT van een ééndimensionale representatieve hartslag naar een matrix. Er valt te verwachten dat er in de schaaldimensie een lagere rangstructuur is, aangezien in de hoogstfrequente schalen het QRS-complex telkens zeer dominant is en de schaal er veel kleiner is dan in de laagfrequenter schalen. Vooral schalen A_5 en D_5 zijn interessant voor de P-golf. Door ook andere schalen mee te nemen kunnen ook andere klassen, die andere QRS-eigenschappen hebben, onderscheiden worden. A priori wordt dus geen enkele schaal uitgesloten: de afknotting in de MLSWO zorgt voor een verlaging van de dimensie van deze mode. Het doel is een betere performantie te bekomen door de schaalruimte afzonderlijk te modelleren en af te knotten met behulp van de MLSWO.

5.2.2 Bouwen van een model

De volgende stap is, gelijkaardig aan Sectie 5.1.2, de modellering van de ruimte van de hartslagen. Een modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{J \times N \times M}$ verzamelt alle getransformeerde representatieve hartslagen $\mathbf{X}_r^{(i)} \in \mathbb{R}^{J \times N}$ uit een modelset waarvan de labels gekend zijn. Figuur 5.7 visualiseert deze tensor, met als modes schaal \times tijd \times signaalindex (= hartslag). De afgeknotte MLSWO (zie Sectie 4.3.2) dient hier als modelleringstool. Door in elke mode afzonderlijk af te knotten, wordt apart voor elke deelruimte (schaal, tijd en hartslagen) een orthonormale basis geschat. De afknotting leidt tot volgende rang- $(r_{\text{schaal}}, r_{\text{tijd}}, r_{\text{hartslag}})$ benadering van $\mathcal{D}_{\text{model}}$, met $r_{\text{schaal}} < J$, $r_{\text{tijd}} < N$, $r_{\text{hartslag}} < M$:

$$\mathcal{D}_{\text{model}} \approx \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}, \quad (5.4)$$

waarbij $\hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}} \in \mathbb{R}^{J \times r_{\text{schaal}}}$, $\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \in \mathbb{R}^{N \times r_{\text{tijd}}}$ en $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}} \in \mathbb{R}^{M \times r_{\text{hartslag}}}$ opnieuw



Figuur 5.7: Een visualisatie van de modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}}$. De eerste mode is die van de schaal, de mode-2 vectoren zijn de waveletcoëfficiënten in de tijd en de derde mode verzamelt alle representatieve hartslagen uit de modelset. De frontale snedes corresponderen dus met de matrices uit Figuur 5.6.

orthonormale kolommen hebben en de bijhorende ruimte benaderen. Kerntensor $\hat{\mathcal{S}} \in \mathbb{R}^{r_{\text{schaal}} \times r_{\text{tijd}} \times r_{\text{hartslag}}}$ verklaart de interactie tussen de drie modes.

De optimale rang

Op eenzelfde wijze als in Sectie 5.1.2 kan kruisvalidatie de optimale rang determineren (zie Figuur 5.5). Een groot verschil is echter dat kruisvalidatie nu een multilineaire rang $(r_{\text{schaal}}, r_{\text{tijd}}, r_{\text{hartslag}})$ moet schatten, in plaats van één rangwaarde. Daarom is het nog belangrijker om een goed interval van rangwaarden te hebben, om de complexiteit van de kruisvalidatie te beperken. De multilineaire singuliere waarden zullen typisch snel numeriek nul worden, vaak met plotse daling. Een goed interval van rangwaarden volgt vaak uit een analyse van de multilineaire singuliere waarden. Kleine singuliere waarden komen immers overeen met kleine, irrelevante (ruis)variëaties die niet nuttig zijn voor het classificatieprobleem. Sectie 6.2.2 toont hoe deze multilineaire singuliere waarden zich gedragen voor een reële modelset.

Omdat het aantal triplets van rangwaarden zich volgens een derde macht gedraagt met de grootte van de zoekintervallen per rang, kan de complexiteit van het zoekalgoritme beheerst worden door niet gelijktijdig, maar sequentieel te optimaliseren. Deze iteratieve optimalisatie gaat als volgt:

$$\cdots \rightarrow \left. \begin{array}{l} r_{\text{schaal}}^{(i)} \\ r_{\text{tijd}}^{(i)} \\ r_{\text{hartslag}}^{(i)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Varieer } r_{\text{schaal}}^{(i)}} \left. \begin{array}{l} r_{\text{schaal}}^{(i+1)} \\ r_{\text{tijd}}^{(i)} \\ r_{\text{hartslag}}^{(i)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Varieer } r_{\text{tijd}}^{(i)}} \left. \begin{array}{l} r_{\text{schaal}}^{(i+1)} \\ r_{\text{tijd}}^{(i+1)} \\ r_{\text{hartslag}}^{(i)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Varieer } r_{\text{hartslag}}^{(i)}} \left. \begin{array}{l} r_{\text{schaal}}^{(i+1)} \\ r_{\text{tijd}}^{(i+1)} \\ r_{\text{hartslag}}^{(i+1)} \end{array} \right\} \rightarrow \cdots$$

De methode varieert telkens één rang, terwijl de andere twee vast blijven. In praktijk blijkt dat wanneer men aan de hand van de multilineaire singuliere waarden goede initiële waarden kiest, er snel convergentie is. Deze methode heeft als nadeel dat ze slechts een suboptimale oplossing geeft, aangezien ze niet alle combinaties van rangwaarden test. De initiële rangwaarden en de volgorde waarin de rangwaarden

geoptimaliseerd worden, zijn erg belangrijk. Er is immers een bias in de richting van de mode(s) die als laatste(n) gekozen worden. De oplossing blijkt in praktijk echter goed genoeg te zijn.

Het model voor hartslagen

Gegeven een LMLRB van modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}}$ in (5.4), dan kan men voor elke tweedimensionale voorstelling $\mathbf{X}_r^{(i)} \in \mathbb{R}^{J \times N}$ schrijven dat:

$$\mathbf{X}_r^{(i)} \approx \underbrace{\hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \mathbf{c}_h^{(i)\text{T}}}_{\mathcal{B}}, \quad (5.5)$$

met $\mathbf{c}_h^{(i)\text{T}} \in \mathbb{R}^{r_{\text{hartslag}}}$ de i^{e} rij uit $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}$ en $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{J \times N \times r_{\text{hartslag}}}$. (4.1) toegepast op (5.5) resulteert in:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{X}_r^{(i)})^{\text{T}} &\approx \mathbf{c}_h^{(i)\text{T}} \mathbf{B}_{(3)} \\ \Leftrightarrow \text{vec}(\mathbf{X}_r^{(i)}) &\approx \mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}} \mathbf{c}_h^{(i)}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

met $\mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}} \in \mathbb{R}^{JN \times r_{\text{hartslag}}}$ gelijk aan:

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \\ \Rightarrow \mathbf{B}_{(3)} &= \hat{\mathbf{S}}_{(3)} (\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}})^{\text{T}} \\ \Leftrightarrow \mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}} &= (\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}}) \hat{\mathbf{S}}_{(3)}^{\text{T}}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

waarbij Eigenschap 4.1 gebruikt wordt. Opnieuw kan $\mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}}$ geïnterpreteerd worden als een basis voor de ruimte van de hartslagen op alle schalen tegelijk. Deze basis is in het algemeen niet langer orthogonaal. Op eenzelfde wijze als bij de SWO-gebaseerde methode (zie Sectie 5.1.2) vormen de genormaliseerde coëfficiëntenvectoren $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)} = \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(i)}) \frac{\mathbf{c}_h^{(i)}}{\|\mathbf{c}_h^{(i)}\|_2}$ een database met gekende labels. Deze coëfficiënten stellen de representatieve hartslagen voor, op *alle* schalen tegelijk.

5.2.3 Classificatie van nieuwe hartslagen

Op eenzelfde manier als in Sectie 5.1.3 gebeurt de classificatie van een nieuwe representatieve hartslag $\mathbf{X}_r^{(\text{test})}$, na RWT. Algoritme 6 toont de berekening van de vector van morfologische karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^C$, met C het aantal klassen. De representatieve hartslag, ontbonden in de verschillende schalen, wordt geprojecteerd in de nieuwe basis van hartslagen. Een belangrijke veronderstelling is dat de ruimte van de schalen transposeerbaar is naar het nieuwe testsignaal. In praktijk blijkt dat een constante $\hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}}$ een goede veronderstelling is, gegeven dat de schatting ervan gebeurt op een grote modelset. De stappen na projectie zijn dezelfde als in Algoritme 5. Een SVM kan dan als input de waarden van morfologische gelijkenis met elke klasse gebruiken.

Algoritme 6 Berekening morfologische karakteristieken MLSWO

Input: Nieuwe representatieve hartslag $\mathbf{x}_r^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^N$, modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{J \times N \times M}$, multilineaire rang $(r_{\text{schaal}}, r_{\text{tijd}}, r_{\text{hartslag}})$, gewichten $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^W$

Output: Vector met morfologische karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^C$, met C het aantal klassen

- 1: $\mathbf{X}_r^{(\text{test})} \leftarrow \text{RWT}(\mathbf{x}_r^{(\text{test})}) \in \mathbb{R}^{J \times N}$, met J levels en de `bior4.4`-wavelet
- 2: Bereken de afgeknotte MLSWO met multilineaire rang $(r_{\text{schaal}}, r_{\text{tijd}}, r_{\text{hartslag}})$:

$$\mathcal{D}_{\text{model}} \approx \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}$$

- 3: Vorm database $\{\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)}\}$, met $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)} = \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(i)}) \frac{\mathbf{c}_h^{(i)}}{\|\mathbf{c}_h^{(i)}\|_2}$, van genormaliseerde rijen

$\mathbf{c}_h^{(i)\text{T}}$ uit $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}$, $\forall i \in \{1, \dots, M\}$

- 4: Vorm basismatrix $\mathbf{B} = (\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}}) \hat{\mathbf{S}}_3^{\text{T}}$

- 5: Los

$$\text{vec}(\mathbf{X}_r^{(\text{test})}) = \mathbf{B} \mathbf{c}_h^{(\text{test})}$$

in kleinste-kwadraten op

- 6: Normaliseer: $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(\text{test})} \leftarrow \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(\text{test})}) \frac{\mathbf{c}_h^{(\text{test})}}{\|\mathbf{c}_h^{(\text{test})}\|_2}$

- 7: **for** $i = 1 \dots M$ **do**

- 8: Bereken gelijkensis s_i :

$$s_i = \tilde{\mathbf{c}}_h^{(\text{test})\text{T}} \tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)}$$

- 9: **end for**

- 10: **for** $c = 1 \dots C$ **do**

- 11: Bereken $\mathbf{f}_c^{(\text{test})}$ als gewogen gemiddelde \mathbf{w} van de beste W scores s_i , voor $i \in C_c$, de set van labels c

- 12: **end for**

- 13: **return** $\mathbf{f}^{(\text{test})}$
-

Numerieke eigenschappen van $\mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}}$

De matrix $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{(3)}^{\text{T}} \in \mathbb{R}^{JN \times r_{\text{hartslag}}}$ bevat in het algemeen geen orthogonale kolommen meer, aangezien de geheel-orthogonaliteit van de kerntensor verloren gaat bij afknotting van de MLSWO (in tegenstelling tot de diagonaliteit bij de SWO). Omdat de tensoren in deze toepassing veel structuur bevatten en de multilineaire singuliere waarden snel afnemen, kan er meer gezegd worden over de eigenschappen van \mathbf{B} . Er blijkt immers dat de kolommen van deze matrix *bijna* orthogonaal zijn en dat de singuliere waarden *ongeveer* gelijk zijn aan de r_{hartslag} mode-3 singuliere waarden van $\mathcal{D}_{\text{model}}$. Dit impliceert dat deze matrix opnieuw goed geconditioneerd is, aangezien enkel de significante mode-3 singuliere waarden gekozen zijn ($\sigma_{r_{\text{hartslag}}}^{(3)}$ is significant).

De volgende redenering verklaart waarom de singuliere waarden van \mathbf{B} bij bena-

dering gelijk zijn aan de r_{hartslag} mode-3 singuliere waarden van $\mathcal{D}_{\text{model}}$. Gegeven $\mathbf{B} = (\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}}) \hat{\mathbf{S}}_3^T$, dan zijn de singuliere waarden van \mathbf{B} gelijk aan die van $\hat{\mathbf{S}}_{(3)}^T$, aangezien $\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}}$ en $\hat{\mathbf{U}}_{\text{schaal}}$ orthonormale kolommen bevatten en eenvoudig te bewijzen valt dat het Kroneckerproduct deze orthonormaliteit behoudt. Zonder afknotting zijn de singuliere waarden van $\mathbf{S}_{(3)}$ gelijk aan mode-3 singuliere waarden, aangezien de rijen van deze ontvouwing precies orthogonaal zijn (door geheel-orthogonaliteit) en de normen van de rijen precies gedefinieerd zijn als de mode-3 singuliere waarden. De verwijdering van de kleinste multilineaire singuliere waarden komt overeen met de verwijdering van die snedes van \mathcal{S} die een kleine Frobenius-norm hebben. Op deze manier zijn de absolute waarden van de elementen van \mathcal{S} in deze snedes ook klein. De energie is precies geconcentreerd in de elementen met de laagste indices, door de ordening-eigenschap van de MLSWO (zie Definitie 4.10). Dit impliceert dat de rijen van $\hat{\mathbf{S}}_{(3)}$ bijna orthogonaal zijn, aangezien de verwijderde kolommen weinig energie bevatten. De singuliere waarden van $\hat{\mathbf{S}}_{(3)}^T$ zijn bijna gelijk aan de norm van de rijen van $\hat{\mathbf{S}}_{(3)}$, die op hun beurt bij benadering gelijk zijn aan de mode-3 singuliere waarden. Het spreekt voor zich dat het verschil tussen de r_{hartslag}^e mode-3 singuliere waarde en singuliere waarden van \mathbf{B} het grootst is.

5.3 MLSWO-gebaseerde detectie voor meerkanaals ECG

De opmeting van het ECG gebeurt in een klinische setting standaard met meerdere elektrodes (zie Sectie 1.1.2). Men spreekt dan van een meerkanaals ECG. Deze sectie beschrijft een methode om VKF in meerkanaals ECG te detecteren, gelijkaardig aan de methode voor éénkanaals ECG in Sectie 5.2. De tensorisatie en modellering van de hartslagen staat beschreven in Sectie 5.3.1, waarna Sectie 5.3.2 vier methodes bespreekt om nieuwe ECG-signalen te classificeren. Sectie 5.3.3 geeft een methode om databases te koppelen en éénkanaals ECG te classificeren aan de hand van meerkanaals ECG.

5.3.1 Bouwen van een model

Opnieuw dient een voldoende grote modelset van meerkanaals ECG-signalen als basis voor het model. Een meerkanaals ECG-signaal heeft reeds een tweedimensionale aard, waaruit een natuurlijke tensorisatie volgt die alle structurele informatie behoudt. De per kanaal voorverwerkte ECG-signalen worden opnieuw gecomprimeerd tot één representatieve hartslag per kanaal (zie Sectie 5.1.1). De modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{n_k \times N \times M}$, met n_k het aantal kanalen (meestal 12 of 2), N de lengte van een representatieve hartslag en M het aantal signalen in de modelset, verzamelt de representatieve hartslagen op alle kanalen, per signaal. Deze tensor heeft dus als modes kanaal \times tijd \times signaalindex (= hartslag). Met de afgeknotte MLSWO als LMLRB bekomt men opnieuw volgend model:

$$\mathcal{D}_{\text{model}} \approx \hat{\mathbf{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}, \quad (5.8)$$

waarbij $\hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}} \in \mathbb{R}^{n_k \times r_{\text{kanaal}}}$ ($r_{\text{kanaal}} < n_k$), $\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \in \mathbb{R}^{N \times r_{\text{tijd}}}$ ($r_{\text{tijd}} < N$) en $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}} \in \mathbb{R}^{M \times r_{\text{hartslag}}}$ ($r_{\text{hartslag}} < M$) een orthonormale basis vormen voor de bijhorende subruimtes.

Kruisvalidatie (eventueel sequentieel) determineert opnieuw de optimale rang. Elk meerkanaals ECG-signaal, voorgesteld als n_k representatieve hartslagen $\mathbf{X}_r^{(i)} \in \mathbb{R}^{n_k \times N}$, kan dan geschreven worden als:

$$\text{vec}(\mathbf{X}_r^{(i)}) \approx \mathbf{B} \mathbf{c}_h^{(i)},$$

met $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{(3)}^T \in \mathbb{R}^{n_k N \times r_{\text{hartslag}}}$ de mode-3 ontvouwing van de tensor $\mathcal{B} = \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}}$:

$$\mathbf{B} = (\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}}) \hat{\mathcal{S}}_{(3)}^T.$$

De kolommen van \mathbf{B} vormen dan een basis voor alle kanalen. Elke opeenvolgende vector van lengte N uit een kolom vormt dan een basisvector voor het bijhorende kanaal. De coëfficiëntenvector drukt in alle kanalen tegelijk een meerkanaals ECG-signaal uit.

De genormaliseerde coëfficiëntenvectoren $\{\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)}\}$, met $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(i)} = \text{sign}(\mathbf{c}_{h,1}^{(i)}) \frac{\mathbf{c}_h^{(i)}}{\|\mathbf{c}_h^{(i)}\|_2}$, vormen opnieuw een gelabelde database.

5.3.2 Classificatie van nieuwe hartslagen

De classificatie van een nieuw meerkanaals testsignaal verloopt op dezelfde wijze als in Algoritme 6, maar waarbij $\mathbf{X}_r^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^{n_k \times N}$ rechtstreeks uit de berekening van de representatieve hartslagen volgt. De coëfficiëntenvector $\mathbf{c}_h^{(\text{test})}$ volgt uit volgend lineair systeem:

$$\text{vec}(\mathbf{X}_r^{(\text{test})}) = \mathbf{B} \mathbf{c}_h^{(\text{test})}. \quad (5.9)$$

Schatten van de kanaalmatrix: LS-CPO

Merk op dat ook hier de veronderstelling is dat de kanaalmatrix $\hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}}$ constant is voor nieuwe hartslagen. Deze veronderstelling gaat op zolang de modelset groot genoeg is. In principe kan men, gelijkaardig aan [8], de kanaalmatrix niet vastzetten en deze mee schatten voor een nieuw testsignaal. Voor een meerkanaals ECG-signaal uit de modelset $\mathbf{X}_r^{(i)}$ geldt dan met behulp van Eigenschap 4.1 en (5.8):

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_r^{(i)} &\approx \hat{\mathcal{S}} \cdot_1 \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \mathbf{c}_h^{(i)T} \\ \Leftrightarrow \mathbf{X}_r^{(i)} &\approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathcal{S}}_{(2)} (\mathbf{c}_h^{(i)T} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}})^T \\ \Leftrightarrow \mathbf{X}_r^{(i)} &\approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathcal{S}}_{(2)} (\mathbf{c}_h^{(i)} \otimes \hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}}^T) \end{aligned}$$

Voor een nieuw testsignaal $\mathbf{X}_r^{(\text{test})}$ resulteert dit in volgend systeem van vergelijkingen:

$$\mathbf{X}_r^{(\text{test})} = \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \hat{\mathcal{S}}_{(2)} (\mathbf{c}_h^{(\text{test})} \otimes \mathbf{C}_k^{(\text{test})}), \quad (5.10)$$

met onbekenden $\mathbf{c}_h^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^{r_{\text{hartslag}}}$ en $\mathbf{C}_k^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^{r_{\text{kanaal}} \times n_k}$. (5.10) staat bekend als een gekoppelde Kroneckerproductvergelijking (cKPE) of als een gekoppeld lineair systeem met een CPO-voorwaarde² in de oplossing (LS-CPO) [9]. De koppeling is afkomstig van de tussen alle kanalen gedeelde coëfficiëntenvector. Het aantal onbekenden is in essentie gelijk aan $r_{\text{hartslag}} r_{\text{kanaal}}$. Het aantal vergelijkingen is gelijk aan r_{tijd} . De numerieke rang van de tijdsruimte is echter te klein (dit wil zeggen, de variabiliteit tussen alle hartslagen), zodat dit lineair systeem ondergedetermineerd is. Om deze reden beschouwen we cKPE's verder niet in de context van deze masterproef.

Oplossing per kanaal

In (5.9) wordt de coëfficiëntenvector $\mathbf{c}_h^{(\text{test})}$ gekoppeld over alle kanalen gezocht. In plaats van alle basissen per kanaal te koppelen, kan men ook per kanaal de coëfficiëntenvector zoeken. Voor representatieve hartslag $\mathbf{x}_r^{(i,k)}$ op kanaal $k \in \{1, \dots, n_k\}$ (de k^e rij uit $\mathbf{X}_r^{(i)}$), kan met behulp van (5.8) geschreven worden:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_r^{(i,k)} &\approx \hat{\mathbf{S}} \cdot_1 \mathbf{c}_k^{(k)\text{T}} \cdot_2 \hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \cdot_3 \mathbf{c}_h^{(i)\text{T}} \\ \Leftrightarrow \mathbf{x}_r^{(i,k)\text{T}} &\approx \underbrace{(\hat{\mathbf{U}}_{\text{tijd}} \otimes \mathbf{c}_k^{(k)\text{T}}) \hat{\mathbf{S}}_{(3)}^{\text{T}}}_{\mathbf{B}_k} \mathbf{c}_h^{(i)}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

waarbij $\mathbf{c}_k^{(k)\text{T}} \in \mathbb{R}^{r_{\text{kanaal}}}$ de k^e rij uit $\hat{\mathbf{U}}_{\text{kanaal}}$.

De oplossing van (5.11) voor een nieuw testsignaal, op elk kanaal apart, resulteert, na vergelijking van elke bekomen genormaliseerde coëfficiëntenvector $\tilde{\mathbf{c}}_h^{(\text{test},k)}$ met de database, in een nieuwe vector van morfologische karakteristieken $\mathbf{f}^{(\text{test})} \in \mathbb{R}^{n_k C}$. Deze vector verzamelt de morfologische gelijkenis van het meerkanaals ECG-signaal met elke klasse, op elk kanaal. Er valt echter te verwachten dat deze karakteristieken minder informatief zijn, aangezien de coëfficiëntenvectoren in de database opgesteld zijn op basis van het model op alle kanalen tegelijk. Meer nog, het is een stap terug naar een matrix-gebaseerd paradigma waarin de combinatie van de resultaten op verschillende kanalen pas in een late fase gebeurt (*late integration*), terwijl niet de volledige structuur in de data geëxploiteerd wordt.

SWO-gebaseerde variant

De modellering van de data met behulp van de afgeknotte MLSWO resulteert in een onafhankelijke modellering van de tijds- en kanaaldimensie. In plaats van modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{n_k \times N \times M}$ te modelleren met de MLSWO, kan ook de mode-3 ontvouwing $\mathbf{D}_{\text{model},(3)} \in \mathbb{R}^{M \times n_k N}$ gemodelleerd worden met de afgeknotte SWO. Op die manier gebeurt de modellering van de tijds- en kanaalruimte tezamen in plaats van apart. Deze modellering gebeurt via de afgeknotte SWO:

$$\mathbf{D}_{\text{model},(3)}^{\text{T}} \approx \hat{\mathbf{U}}_{\text{tk}} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}}^{\text{T}}$$

²De CPO reduceert in dit geval na vectorisatie tot een Kroneckerproduct.

met $\hat{\mathbf{U}}_{\text{tk}} \in \mathbb{R}^{n_k N \times r}$, $\hat{\mathbf{U}}_{\text{hartslag}} \in \mathbb{R}^{M \times r}$ en $\hat{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{r \times r}$. Algoritme 5 kan dan een nieuw ECG-signaal classificeren na concatenatie op elke kanaal ($\text{vec}(\mathbf{X}_r^{(\text{test})})$).

De vergelijking van de performantie van deze methode met de MLSWO-gebaseerde methode voor meerkanaals ECG-signalen vertelt hoeveel winst men kan boeken door apart de kanaalruimte te modelleren. Deze vergelijking is belangrijk om te beoordelen of de MLSWO-gebaseerde methode wel degelijk zin heeft.

5.3.3 Combinatie meerkanaals en éénkanaals ECG

Eénkanaals ECG-signalen worden in de context van de digitale geneeskunde steeds belangrijker. Meerkanaals ECG bevat echter meer informatie. Daarnaast zijn meerkanaals data momenteel ook breder beschikbaar. Deze sectie beschrijft kort een kader om VKF in éénkanaals ECG te detecteren aan de hand van een modelset bestaande uit meerkanaals ECG. De combinatie van datasets biedt de mogelijkheid om veel meer data te gebruiken en op die manier betere en betrouwbaardere classificatiemethodes te ontwikkelen.

In het algemeen is de afleiding (het kanaal) gekend waarlangs het éénkanaals ECG-signaal gemeten wordt. Bij de KardiaMobileTM (zie Sectie 1.1.2) gebeurt de meting bijvoorbeeld langs de eerste afleiding. In dat geval kan de procedure van Sectie 5.3.2 (*Oplossing per kanaal*) de representatieve hartslag van een éénkanaals ECG-signaal classificeren. De modelset van meerkanaals ECG-signalen vormt dan de overeenkomstige basismatrix \mathbf{B}_k van (5.11), op het juiste kanaal k . Merk op dat hierbij het éénkanaals ECG-signaal verondersteld wordt in de opstelling van het meerkanaals ECG-signaal, door de constant veronderstelde kanaalmatrix.

Alle vorige methodes gaan uit van een database van ECG-signalen, gemeten met dezelfde soort toestellen, in eenzelfde context. Dit maakt een vergelijking van de gevonden coëfficiëntenvector met die van de modelset nuttig. Bij de combinatie van datasets, bovendien bestaande uit één- en meerkanaals ECG-signalen, is een dergelijke vergelijking minder zinvol. De kans op een verkeerde of andere plaatsing van elektrodes, verschillende kanalen of inversies van afleidingen is immers een pak groter.

Om de éénkanaals ECG-signalen toch te kunnen classificeren, stellen we voor de coëfficiëntenvectoren rechtstreeks als vector van karakteristieken te gebruiken $\mathbf{f} = \tilde{\mathbf{c}}_h^{(k)} \in \mathbb{R}^{r_{\text{hartslag}}}$. Immers, ook de berekening van de gelijkenis tussen ritmes is gebaseerd op een specifieke signatuur in de coëfficiëntenvector. Wanneer verschillende ritmes vertegenwoordigd zijn in de modellering, zullen die, mits een goede afknotting, ook uit te drukken vallen in termen van de basisvectoren. Er valt dan te verwachten dat de coëfficiënten een verschillende signatuur zullen hebben voor verschillende ritmes. Merk op dat hiermee de dimensionaliteit van de input voor de SVM sterk stijgt. Deze hogere dimensionaliteit blijkt in praktijk geen probleem te zijn, gegeven dat een SVM goed werkt in hoogdimensionale ruimtes (zie Appendix C) en er genoeg data voorhanden is.

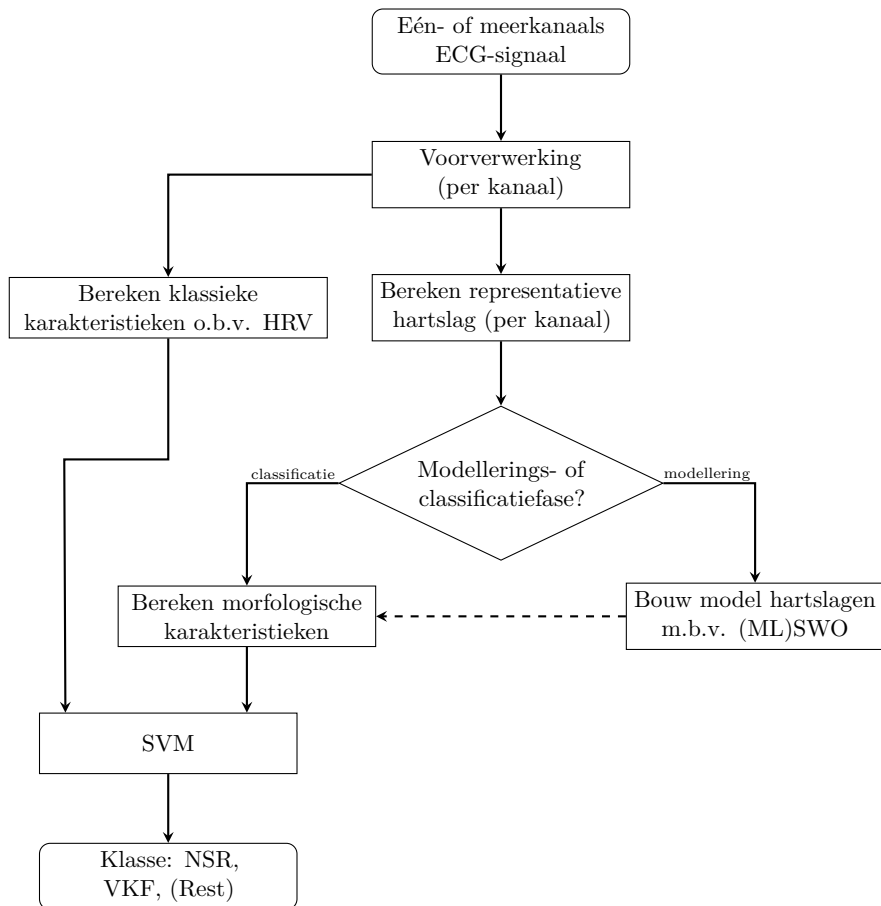
Indien de afleiding waarlangs de meting gebeurt, onbekend is, kan het opgemeten éénkanaals ECG-signaal verondersteld worden op elk kanaal. Aangezien geen extra

informatie voorhanden is, kan de coëfficiëntenvector berekend worden in de basis, gekoppeld over alle kanalen. Eventueel kan men in het geval van een beperkt aantal mogelijke kanalen een basis opstellen, steunende op de koppeling van de overeenkomstige kanalen, in plaats van op alle kanalen van de modelset.

5.4 Combinatie morfologische en HRV-karakteristieken

Figuur 5.8 toont de integratie van de (ML)SWO-gebaseerde detectie van dit hoofdstuk in een globale methode om VKF te detecteren in één- (Sectie 5.1 en 5.2) of meerkanaals (Sectie 5.3) ECG-signalen. Een SVM combineert de morfologische karakteristieken die uit de (ML)SWO-gebaseerde methode komen met de klassieke HRV-karakteristieken uit Hoofdstuk 2. Deze classificatiemethode determineert dan op basis van de complete vector van karakteristieken tot welke klasse een testsignaal behoort. Daarbij kan het onderscheid gemaakt worden tussen NSR en VKF (een binair classificatieprobleem), maar even goed tussen NSR, VKF en andere klassen van ritmes (een classificatieprobleem met meerdere klassen). In vele databases is er een restklasse gedefinieerd van andere ritmes naast NSR en VKF. Die restklasse bevat dan andere abnormale ECG-signalen of signalen waarover twijfel bestaat. Het is klinisch gezien erg interessant om een dergelijke klasse vertegenwoordigd te hebben in de dataset, zodat voor nieuwe testsignalen, die noch VKF noch NSR zijn, een correcte classificatie toch mogelijk is. Appendix C geeft een korte inleiding op SVM's, als laatste deel van het algoritme. Merk op dat alle karakteristieken voor classificatie steeds genormaliseerd worden over de trainingsset. Deze normalisatie verwijdert het gemiddelde en deelt door de standaardafwijking, per karakteristiek (over alle data). Voor het testen moet dezelfde normalisatie met hetzelfde gemiddelde en dezelfde standaardafwijking gebeuren op de nieuwe input, per karakteristiek.

Het uitgangspunt is gesuperviseerde classificatie: naast de geannoteerde modelset, is er een tweede set van ECG-signalen beschikbaar waarvan het ritme gekend is, onafhankelijk van de modelset (om algebraïsche *overfitting* te vermijden). De opsplitsing van deze set in een trainings- en testset zorgt ervoor dat de SVM getraind en op onafhankelijke wijze getest kan worden. In totaal zijn er dus drie datasets: een modelset, een trainingsset en een testset. De signalen worden op een willekeurige manier verdeeld over de verschillende sets, maar waarbij de verhouding van signalen per klasse ongeveer constant is per set. Deze verhouding is telkens representatief voor de verhouding van signalen per klasse in de totale dataset.



Figuur 5.8: Het overzicht van de globale methode om VKF te detecteren. De methode integreert de klassieke karakteristieken van Hoofdstuk 2 en de morfologische karakteristieken uit Hoofdstuk 5 in een SVM.

Hoofdstuk 6

Resultaten en discussie

Dit hoofdstuk bespreekt de performantie van de methodes uit Hoofdstuk 5 op reële datasets, zowel voor éénkanaals ECG (Sectie 6.2) als voor meerkanaals ECG (Sectie 6.3). Sectie 6.1 leidt dit hoofdstuk in door de evaluatiemethodes van de algoritmes toe te lichten.

6.1 Scoringsmethodes

Na de modellerings- en trainingsfase van de algoritmes wordt de performantie van de methodes bepaald op basis van een onafhankelijke set van ECG-signalen. De SVM voorspelt voor elk nieuw testsignaal het ritme aan de hand van de vector van morfologische en HRV-karakteristieken. Aangezien de SVM binnen het raamwerk van gesuperviseerde classificatie opereert, zijn de echte labels gekend. Cardiologen classificeren de ECG-signalen vooraf en produceren op die manier de zogenaamde *ground truth*. Het spreekt voor zich dat deze taak, wanneer meerdere verificaties door cardiologen nodig zijn, zeer tijdsintensief is. Daarbij maken cardiologen ook fouten, wat impliceert dat ook tijdens de modellerings- en trainingsfase foute informatie aanwezig is. Dit plaatst een bovengrens op de performantie die dataminingstechnieken kunnen behalen.

In het kader van de evaluatie van de methodes worden de volgende scores op basis van de vergelijking tussen de voorspelde en werkelijke labels berekend:

- *Accuraatheid (P)*: dit is de verhouding tussen het aantal juist geclassificeerde ECG-signalen en het totaal aantal voorspellingen, uitgedrukt in procent. Gegeven een classificatieprobleem met drie ritmes (NSR, VKF en rest), definieer:

		<i>Ground truth</i>			
		NSR	VKF	Rest	
Voorspelling	NSR	Nn	Nv	Nr	$\rightarrow \sum N$
	VKF	Vn	Vv	Vr	$\rightarrow \sum V$
	Rest	Rn	Rv	Rr	$\rightarrow \sum R$
		\downarrow	\downarrow	\downarrow	
		$\sum n$	$\sum v$	$\sum r$	

Dan geldt dat $P = \frac{Nn+Vv+Rr}{\sum n + \sum v + \sum r}$. Wanneer er een grote ongebalanceerdheid is, kan deze maat een verkeerd beeld geven van de performantie. Stel immers dat in een binair classificatieprobleem $>90\%$ NSR is en slechts $<10\%$ VKF. Als een methode nooit VKF zou detecteren, zou deze toch nog een accuraatheid van meer dan 90% hebben.

- F_1 -score: deze maat kan zowel in binaire als in classificatieproblemen met meerdere klassen gebruikt worden. De verschillende F_1 -scores zijn voor de drie klassen (NSR, VKF en rest) gedefinieerd als [17]:

$$\begin{cases} F_{1n} = 2 \frac{Nn}{N + \sum n}, \\ F_{1v} = 2 \frac{Vv}{V + \sum v}, \\ F_{1r} = 2 \frac{Rr}{R + \sum r}. \end{cases}$$

De totale F_1 -score is dan het gemiddelde van de drie scores.

- *ROC-curve en AUC*: de ROC-curve (*Receiver Operating Characteristic*) toont de sensitiviteit ($= \frac{TP}{TP+FN}$, met TP het aantal juist geclassificeerde positieve voorbeelden en FN het aantal verkeerd als negatief geclassificeerde voorbeelden) ten opzichte van 1-specificiteit ($= 1 - \frac{TN}{TN+FP}$, met gelijkaardige interpretatie van TN en FP), in functie van de drempelwaarde op de output. In SVM's ligt de drempel standaard op 0 (zie Sectie C.1). Variatie van de drempelwaarde geeft aanleiding tot een andere voorspelling en bijhorende performantie. Het spreekt voor zich dat het punt linksboven de curve het gewenste punt is. Een mogelijke kwantificatie is dan de AUC (*Area Under the (ROC) Curve*): de oppervlakte onder deze curve. Hoe dichter deze bij maximale waarde één ligt, hoe beter de classificatiemethode. Deze evaluatiemethode is enkel mogelijk bij binaire classificatieproblemen en geeft de performantie onafhankelijk van de gekozen drempelwaarde. We gebruiken deze maat enkel voor problemen met twee klassen (NSR en VKF), in tegenstelling tot de vorige twee maten.

6.2 Detectie van VKF in éénkanaals ECG

In deze sectie worden de SWO- en MLSWO-gebaseerde methodes getest en vergeleken op de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset van éénkanaals ECG-signalen. Sectie 6.2.1 beschrijft deze dataset. Sectie 6.2.2 bevat de resultaten en de discussie.

6.2.1 PhysioNet/Computing in Cardiology Challenge 2017

De PhysioNet/CinC Challenge is een competitie die jaarlijks binnen de biomedische dataverwerking gehouden wordt. In 2017 werd deze competitie georganiseerd rond het topic VKF [17]. Een set van 12186 éénkanaals ECG-signalen werd beschikbaar gesteld door AliveCor[®] (zie Sectie 1.1.2). In principe komen deze metingen overeen met de eerste afleiding (linkerarm-rechterarm), maar inversie van het teken is mogelijk

Set	Klasse				Totaal
	NSR	VKF	Rest	Ruis	
Modellering	3062	413	1471	171	5117
Training	994	163	493	57	1707
Testing	994	162	492	56	1704
Totaal	5050	738	2456	284	8528

Tabel 6.1: Het dataprofiel van de model-, trainings- en testset van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset.

doordat sommige patiënten het toestel omgekeerd houden. Van deze 12186 signalen behoren er 3658 tot een verborgen testset, gebruikt om de ingezonden algoritmes te beoordelen. Deze testset is niet beschikbaar, zodat de volledige dataset, gebruikt in deze masterproef, bestaat uit 8528 signalen. Er zijn vier klassen: NSR, VKF, een klasse van andere ritmes (‘rest’) en een klasse van signalen die te ruizig zijn (‘ruis’). AliveCor[®] voorzorg de labeling, die achteraf nog tweemaal werd aangepast.

De éénkanaals ECG-signalen duren tussen de 9 s en 60 s. De bemonsteringsfrequentie is gelijk aan 300 Hz. Voor het inlezen van de data maken we gebruik van de WFDB Toolbox [32, 61].

Tabel 6.1 geeft een overzicht van de opsplitsing van de dataset in een model-, trainings- en testset. Een modelset van 5117 signalen (60% van de totale dataset) geeft een goede trade-off tussen de modellering (zie Figuur 6.6) en voldoende data voor de training van de SVM en het testen.

6.2.2 Resultaten en discussie

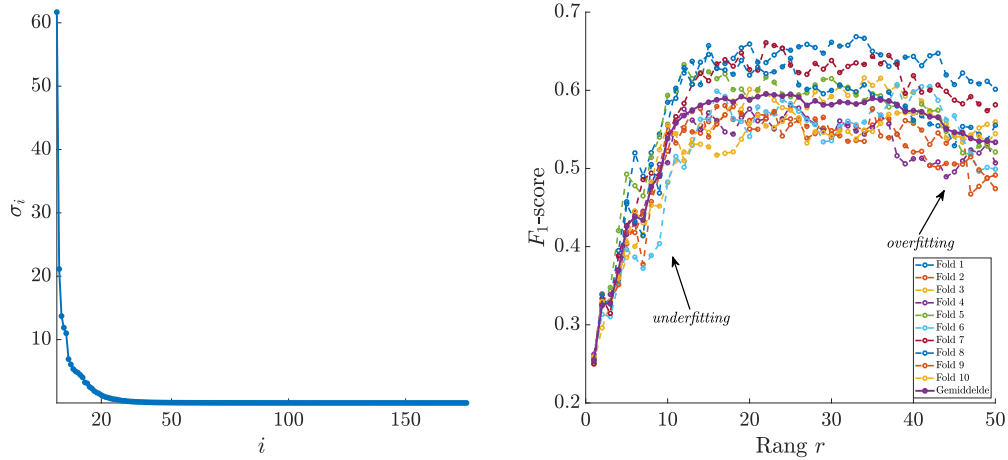
Tabel 6.2 geeft een overzicht van alle resultaten op deze dataset. Daarbij wordt het onderscheid gemaakt tussen de dataset zonder en met te ruizige signalen. De finale F_1 -score is gedefinieerd als [17]:

$$F_1 = \frac{F_{1n} + F_{1v} + F_{1r}}{3}.$$

De te ruizige signalen tellen niet mee in de finale score omwille van de arbitraire beoordeling ervan. Dit wil echter niet zeggen dat deze signalen geen invloed hebben op de scores van de andere klassen, aangezien classificatie van te ruizige signalen in een andere klasse mogelijk is. Daarom geeft Appendix D een rudimentaire ruisclassificatiemethode die te ruizige signalen scheidt van alle andere signalen alvorens verdere classificatie te doen. De methodes in de eerste helft van de tabel beschouwen op geen enkel moment de te ruizige signalen: de klasse is uitgesloten in deze methodes.

De arbitraire gewichtenvector $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{15}$ (zie Algoritme 5 en Sectie 5.1.3) kiezen we gelijk aan:

$$[0.3478 \ 0.1739 \ 0.1304 \ 0.0870 \ 0.0435 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217 \ 0.0217]^T.$$



(a) De singuliere waarden van de modelmatrix.

(b) De F_1 -scores op de verschillende *folders* bij kruisvalidatie. Er is duidelijk *underfitting* en *overfitting* merkbaar.

Figuur 6.1: De singuliere waarden van de modelmatrix en de resultaten van de kruisvalidatie op de modelset voor de rang r .

De grootste score krijgt een dubbel zo groot gewicht als de volgende, terwijl de som gelijk is aan één. Het gewogen gemiddelde van de 15 beste gelijkenscores per klasse wordt genomen.

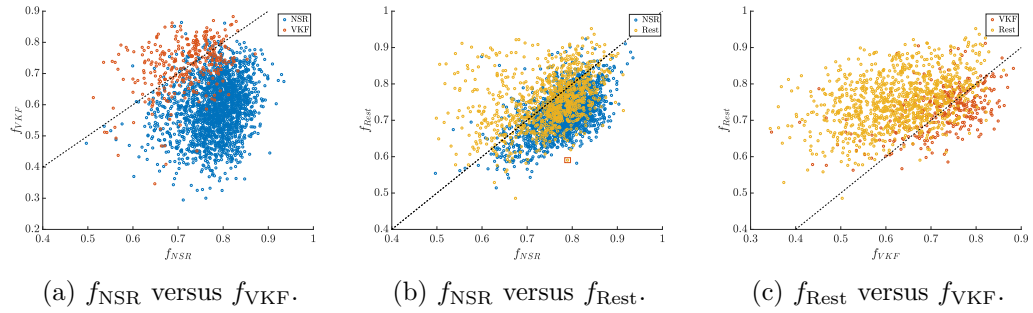
De volgende secties bespreken de resultaten voor de SWO-gebaseerde methode en de MLSWO-gebaseerde methode. Daarnaast bespreken twee secties wat er gebeurt wanneer de grootte van de modelset varieert en wat de invloed is van de ruisclassificatie.

SWO-gebaseerde detectie

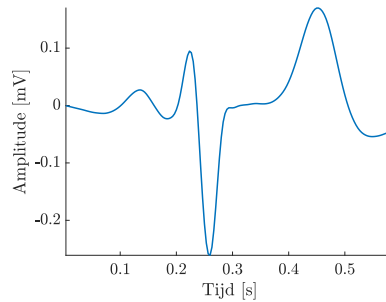
De singuliere waarden en kruisvalidatie Figuur 6.1a toont de singuliere waarden van de modelmatrix $\mathbf{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{176 \times 4946}$. Merk op dat de modellering de te ruizige signalen niet in beschouwing neemt. De singuliere waarden nemen snel af, zoals voorspeld in Sectie 5.1.2. Een goed zoekinterval voor de optimale rang ligt tussen 1 en 30: deze singuliere waarden bevatten ongeveer alle energie. De optimale rang r blijkt na tienvoudige kruisvalidatie 22 te zijn. Figuur 6.1b toont de evolutie van de kruisvalidatieperformantie (F_1 -score op basis van gewogen kNN) in functie van de rang r . Wanneer deze rang te klein is, bevat het model niet alle relevante informatie, zodat *underfitting* plaatsvindt. Het model is te rudimentair en beschrijft enkel signaalkarakteristieken die gemeenschappelijk zijn tussen de verschillende ritmes. De performantie bereikt een maximum tussen $r = 15$ en $r = 30$. Binnen dit interval blijkt de performantie niet gevoelig te zijn ten opzichte van de rang. Wanneer de rang te hoog wordt, daalt de performantie opnieuw ten gevolge van *overfitting*.

Methode	Kernel	$P(\%)$	F_{1n}, F_{1v}, F_{1r}	F_1	
Zonder ruisclassificatie	SWO, zonder integratie HRV	70.02	0.813,0.570,0.396	0.593	
	SWO, zonder integratie HRV	69.60	0.812,0.561,0.381	0.585	
	SWO, zonder integratie HRV	69.78	0.812,0.563,0.389	0.588	
	MLSWO, zonder integratie HRV	70.45	0.815,0.585,0.404	0.601	
	MLSWO, zonder integratie HRV	70.75	0.815,0.590,0.402	0.602	
	MLSWO, zonder integratie HRV	70.75	0.817,0.589,0.407	0.604	
	SWO, met integratie HRV	80.22	0.866,0.796,0.647	0.770	
	MLSWO, met integratie HRV	79.85	0.865,0.796,0.640	0.767	
	Enkel HRV	77.67	0.853,0.760,0.585	0.732	
	Enkel HRV	74.70	0.840,0.673,0.529	0.681	
	Met ruisclassificatie	SWO, zonder integratie HRV	68.72	0.803,0.557,0.378	0.579
		MLSWO, zonder integratie HRV	69.60	0.807,0.577,0.395	0.593
		SWO, met integratie HRV	79.05	0.860,0.779,0.645	0.761
		MLSWO, met integratie HRV	78.29	0.857,0.770,0.628	0.751
Enkel HRV		76.64	0.848,0.570,0.577	0.725	

Tabel 6.2: De resultaten voor de verschillende methodes op de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset. De MLSWO hanteert een optimale rang (16, 3, 14), terwijl de SWO rang 22 gebruikt. De optimale codering is steeds één-versus-één (zie Sectie C.2). Als a priori distributie is gekozen voor een empirische distributie, aangezien de verhoudingen van de klassen realistisch zijn. De optimalisatie van de hyperparameters c en σ^2 , in \log_{10} -schaal, gebeurt in interval $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^3]$, terwijl graad d tussen 2 en 4 varieert. Als optimaliseringsroutine wordt Bayesiaanse optimalisatie gekozen (zie Sectie C.1.1), waarbij de optimalisatiefunctie gedefinieerd is aan de hand van tienvoudige kruisvalidatie. Het maximaal aantal iteraties is gelijk aan 100.

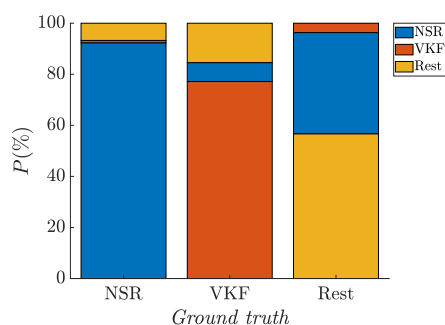


Figuur 6.2: De tweedimensionale projecties van vector $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ van morfologische karakteristieken voor de trainings- en testset van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset. De projecties tonen telkens enkel de datapunten horende bij de klassen die scheidbaar zouden moeten zijn op basis van de bijhorende karakteristieken. In elke figuur is telkens de eerste bissectrice getekend, overeenkomend met een classificatie op basis van gewogen $k\text{NN}$.



Figuur 6.3: Deze representatieve hartslag uit de restklasse komt overeen met het omkaderde datapunt uit Figuur 6.2. Het vertoont een grote gelijkens met een NSR door de aanwezigheid van de duidelijke P-golf en T-golf, waardoor $f_{\text{NSR}} > f_{\text{Rest}}$. Het QRS-complex heeft echter een afwijkende vorm, wat de reden zou kunnen zijn voor zijn echte label.

De morfologische karakteristieken Na constructie van het model volgt de berekening van de morfologische karakteristieken voor de trainings- en testset. Figuur 6.2 toont de drie tweedimensionale projecties van de vector $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ van morfologische gelijkens met elke klasse. Elke projectie toont enkel de klassen waartussen classificatie mogelijk is op basis van de bijhorende karakteristieken. De derde klasse ligt telkens verspreid over de projectie. Er is een sterke scheiding mogelijk tussen NSR en VKF enerzijds, en tussen VKF en de restklasse anderzijds. NSR en de restklasse vertonen duidelijk meer overlap. Aangezien de overlap vooral aan de zijde van NSR voorkomt, zijn er blijkbaar heel wat signalen uit de restcategorie die een grote gelijkens tonen met een NSR. Figuur 6.3 toont een voorbeeld van een signaal uit de restklasse met een grote gelijkens met een NSR.



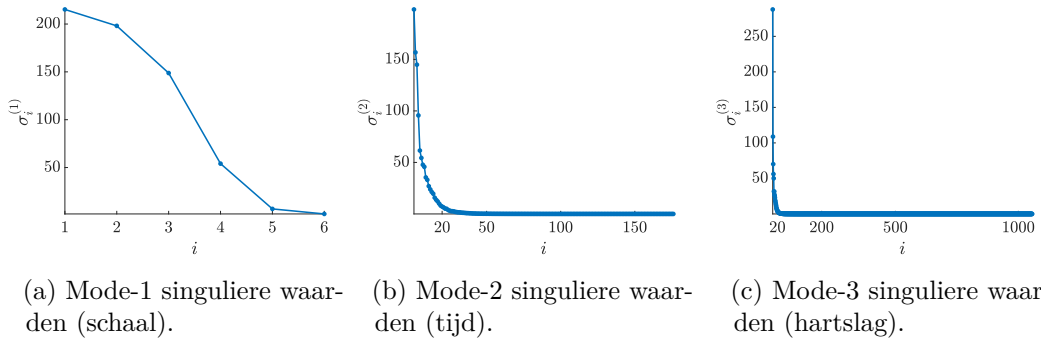
Figuur 6.4: Deze plot toont de verdeling van de voorspelde labels voor de beste performantie van de SWO-gebaseerde detectie met integratie van HRV ($F_1 = 0.770$). Het valt op dat de grootste moeilijkheid ligt in de scheiding van de restklasse en de klasse van NSR. VKF en NSR worden wel goed gescheiden.

Analyse resultaten Tabel 6.2 (eerste helft, zonder ruisclassificatie) toont dat zonder HRV-karakteristieken de SVM met een lineaire kernel en één-versus-één codering de beste F_1 -score van 0.593 heeft. Het valt binnen de verwachting dat er weinig verschil is tussen de kernels, aangezien de morfologische karakteristieken allen op dezelfde schaal de gelijkentis met een klasse weergeven (kNN komt hier overeen met een binaire classificatie volgens de eerste bissectrice in het geprojecteerde vlak).

De toevoeging van HRV-karakteristieken in de SVM verhoogt de performantie aanzienlijk. Deze karakteristieken bevatten immers veel informatie over VKF (zie Hoofdstuk 2): enkel op basis van HRV-karakteristieken bedraagt de F_1 -score reeds 0.732 (met een RBF kernel). De beste F_1 -score van 0.770 wordt echter bekomen aan de hand van de integratie van beide klassen karakteristieken. Dit bevestigt dat de morfologische informatie wel degelijk nuttig is bij de identificatie van abnormale ritmes. De stijging in performantie vindt dan ook vooral plaats voor VKF en de restklasse.

Figuur 6.4 toont de verdeling van de voorspelde labels voor deze beste SWO-gebaseerde classifier. Het aantal classificaties van VKF als NSR is minimaal. Klinisch gezien is dit erg voordelig: men kan beargumenteren dat dergelijke ‘vals negatieven’ schadelijker zijn dan classificaties van NSR als VKF of rest. Zoals verwacht situeert de grootste verwarring zich tussen de NSR-klasse en de restklasse. De HRV-karakteristieken zijn niet opgesteld om de restklasse te identificeren en er bleek dat op basis van de morfologische karakteristieken classificatie ook moeilijker is. Het kan voordelig zijn deze restklasse verder op te splitsen in verschillende klassen en op die manier, meer maar duidelijker afgelijnde klassen te bekomen. De modellering kan hier enkel maar voordeel uit halen. Daarnaast bestaat de restklasse ook uit signalen waar twijfel over bestaat, waar cardiologen het niet eens zijn met elkaar (zo kunnen sommige signalen uit de restklasse evengoed NSR zijn). Al deze elementen zorgen ervoor dat de classificatie het slechtst is voor de restklasse.

De score voor NSR is over alle classificatoren consistent de hoogste. Dit valt te verwachten, aangezien een NSR de meeste regulariteit bevat en de bijhorende



Figuur 6.5: De multilineaire singuliere waarden van modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}}$, na tensorisatie met de RWT. Elke mode heeft een lagere rangstructuur die door afknotting geëxploiteerd kan worden.

karacteristieken het duidelijkst gedefinieerd zijn.

MLSWO-gebaseerde detectie

De multilineaire singuliere waarden en kruisvalidatie Figuur 6.5 toont de multilineaire singuliere waarden van modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{6 \times 176 \times 4946}$. Zoals voorspeld in Sectie 5.2.1 heeft de schaalmode een rang lager dan zes. $\text{rang}_1(\mathcal{D}_{\text{model}})$ lijkt gelijk te zijn aan vier. Na sequentiële tienvoudige kruisvalidatie blijkt de optimale multilineaire rang gelijk te zijn aan (16, 3, 14) (3 iteraties). De initiële rangwaarden zijn gelijk aan (20, 3, 20), gekozen op basis van Figuur 6.5. Als eerste wordt de tweede mode (tussen rangwaarden 10 en 30), dan de derde mode (tussen 10 en 25) en als laatste de eerste mode (tussen 1 en 4) afgeknot. Merk op dat door als laatste de schaalmode af te knotten, er een sterke voorkeur is naar $\text{rang}_1 = 3$. Figuur 5.6 bevestigt dat $\text{rang}_1 = 3$ een goede keuze is, aangezien de hoogfrequente schalen enkel hetzelfde QRS-complex benadrukken.

Analyse resultaten Tabel 6.2 geeft aan dat een MLSWO-gebaseerde techniek geen informatie toevoegt voor éénkanaals ECG-signalen. Zonder HRV-integratie lijkt de performantie beter te zijn, met vooral winst in VKF en de restklasse. Deze stijging (van 0.593 naar 0.601 voor een lineaire kernel) is echter minimaal. Dit zou kunnen betekenen dat een lage-rangbenadering van de schaalmode geen irrelevante informatie verwijdert die wel nog aanwezig is in de hartslag zelf. Men zou de rang van de schaalmode nog verder kunnen reduceren, in de hoop de informatie uit de schaalmode nog meer te beperken tot informatie met betrekking tot de ritmes. Wanneer rang van de schaal mode gelijk is aan twee, terwijl de andere rangwaarden gelijk blijven aan 16 en 14, dan stijgt de F_1 -score op basis van een RBF kernel van 0.602 ($\text{rang}_1 = 3$) naar 0.604 ($\text{rang}_1 = 2$). Een dergelijke minimale stijging is ten opzichte van de SWO-gebaseerde methode nog steeds niet voldoende om een tensorgebaseerde methode te motiveren.

Met HRV-karakteristieken daalt de F_1 -score zelfs van 0.770 (SWO) naar 0.767 (MLSWO). De F_1 -scores zijn ongeveer gelijk voor NSR en VKF, terwijl de SWO-gebaseerde methode duidelijk beter scoort voor de restklasse (F_{1r} van 0.640 naar 0.647). Deze klasse is precies die waar met morfologische karakteristieken de grootste winst geboekt kan worden, wat de hogere performantie voor de SWO-gebaseerde methode nog signifikanter maakt.

De tensorisatie met de RWT bereikt dus niet haar verhoopte effect: er valt met een tijds-frequentieanalyse geen extra informatie te ontginnen dan al aanwezig in de representatieve hartslag. De RWT voegt immers geen nieuwe informatie toe, maar stelt de aanwezige informatie enkel op een andere, meer uitgebreide manier voor. We besluiten dat een SWO-gebaseerde methode, die met integratie van HRV-karakteristieken zelfs een betere F_1 -score behaalt, voor de detectie van VKF in éénkanaals ECG te verkiezen is boven een MLSWO-gebaseerde aanpak. Deze conclusie geldt des te meer wanneer de extra complexiteit van de RWT en MLSWO voor de MLSWO-gebaseerde methode in acht wordt genomen.

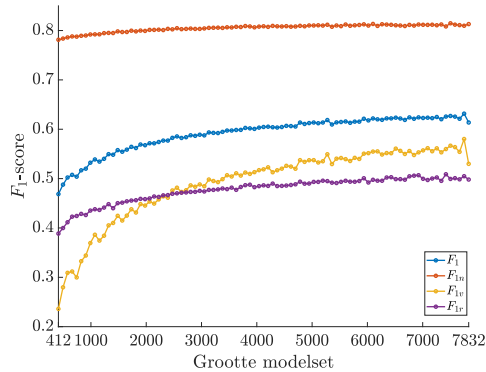
Grotere modelset

Deze sectie evalueert de performantie in functie van de grootte van de modelset op basis van de gewogen kNN -methode. Figuur 6.6 toont voor de SWO-gebaseerde methode de resultaten van de gewogen kNN -methode (toekenning aan de hand van de maximale score in \mathbf{f}) op basis van de trainings- en testset. Per grootte van de modelset wordt 20 keer hetzelfde experiment uitgevoerd: er wordt een willekeurige modelset van de bijhorende grootte genomen, waarna het testen gebeurt op alle andere signalen. De uiteindelijke F_1 -scores zijn dan de gemiddeldes over al deze experimenten. Op die manier wordt de performantie zo sterk mogelijk gerelateerd aan de grootte van de modelset, onafhankelijk van de signalen in de modelset. De rang blijft constant gelijk aan 22.

Er is vooral een stijging te zien voor VKF. Dit is niet toevallig de slechtst vertegenwoordigde klasse: meer voorbeelden van ECG-signalen met VKF leiden tot een beter model en een betere database. Bij de restklasse en NSR is de performantie ongeveer constant: van die klassen is al een grote subset van signalen aanwezig. Daarbij geldt verder dat een NSR een erg regulier gedrag heeft, waardoor weinig signalen het ritme beschrijven. Figuur 6.6 bevestigt dat de initiële keuze van de grootte van de modelset een goede trade-off vormt tussen deze omvang en de performantie.

Vergelijking met bestaande methodes

Om de methodes van deze masterproef te kunnen vergelijken met de algoritmes ontwikkeld voor de PhysioNet/CinC Challenge 2017 competitie, is ook een rudimentaire ruisclassificatiemethode ontworpen (zie Appendix D). De tweede helft van Tabel 6.2 toont de resultaten van de beste classificatoren van de eerste helft wanneer voorafgaand ruisclassificatie is toegepast. De beste F_1 -score van 0.76 wordt bereikt voor de SWO-gebaseerde methode, met integratie van HRV-karakteristieken.



Figuur 6.6: De F_1 -scores in functie van de grootte van de modelset voor de SWO-gebaseerde methode (van 5% tot 95% van de totale dataset). Zowel de totale F_1 -score als de individuele F_1 -scores worden getoond. De grootte van de modelset beïnvloedt het meest de performantie voor VKF.

Het beste algoritme van de competitie behaalde een F_1 -score van 0.83, terwijl de slechtste deelnemer een F_1 -score van 0.25 behaalde [17]. Een F_1 -score van 0.76 levert een gedeelde 38^e plaats op, op een totaal van 67 officiële deelnemers [2]. Daarnaast gebruikt een deel van de best scorende algoritmes methodes uit *deep learning* (vier in de top tien). Deze erg krachtige methodes hebben één belangrijk nadeel: doordat de karakteristieken ook over de data geleerd worden, zijn ze vaak niet interpreteerbaar. In samenwerking met cardiologen en in de communicatie met patiënten is het echter belangrijk interpreteerbare karakteristieken te hebben. Deze masterproef gebruikt dergelijke karakteristieken. Zo kan de cardioloog beter begrijpen waarom de SVM een ECG-sigitaal als een bepaald ritme classificeert (zie bijvoorbeeld ook de analyse in Sectie 6.3.2). Dit is een niet te onderschatten argument om methodes met zelfgedefinieerde karakteristieken toch te verkiezen.

Een belangrijke opmerking is dat deze vergelijking gebeurt op basis van de resultaten op een *verschillende* testset. De testset van de competitie, zoals eerder vermeld, is verborgen. Indien deze testset wel beschikbaar zou zijn, kan de volledige set van 8528 signalen dienen als model- en trainingsset. Dat zou ervoor kunnen zorgen dat de performantie nog stijgt. Een dergelijk effect was ook al merkbaar in de vorige paragraaf.

6.3 Detectie van VKF in meerkanaals ECG

In deze sectie worden de methodes van Sectie 5.3 op een dataset van meerkanaals ECG-signalen getest. De samenstelling van deze dataset bestaat uit de AF Termination Challenge (AFTDB) dataset en de MIT-BIH Atrial Fibrillation (MIT-BIH AFIB) dataset. Sectie 6.3.1 beschrijft deze datasets. Sectie 6.3.2 bespreekt de testresultaten.

6.3.1 MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset

De dataset is samengesteld uit twee datasets: de MIT-BIH Atrial Fibrillation dataset [32, 48] en de AF Termination Challenge dataset [32, 49, 52].

De MIT-BIH AFIB dataset De eerste dataset bestaat uit 23 tweekanaals Holter ECG-signalen, gemeten over tien uur en met een bemonsteringsfrequentie van 250 Hz. Deze signalen zijn gemeten bij patiënten met vooral paroxismale voorkamerfibrillatie. De verschillende ritmes in die langetermijnsignalen zijn geannoteerd. Uit deze 23 signalen worden willekeurig 80 segmenten met lengte één minuut geëxtraheerd, allen gelabeld als NSR. Deze kortetermijnsignalen komen dus *niet* van verschillende testpersonen. Er is dus geen volledige onafhankelijkheid. Over het algemeen is er echter weinig variabiliteit bij een NSR tussen patiënten, zodat deze set toch representatief is voor een NSR. Merk op dat deze studie geen segmenten gebruikt die als VKF gelabeld zijn. Uit analyse van resultaten op die dataset blijkt immers dat de labels voor beide kanalen niet altijd betrouwbaar zijn.

De AFTDB dataset De AF Termination Challenge dataset bestaat uit 80 tweekanaals Holter ECG-signalen. De bemonsteringsfrequentie van deze dataset is gelijk aan 128 Hz. De AFTDB dataset bestaat uit kortetermijnsignalen van één minuut, allen met VKF. Deze signalen zijn voor een competitie in 2004 geëxtraheerd uit een grotere dataset van Holter ECG-signalen. Dit zorgt ervoor dat alle signalen extra gecontroleerd zijn op VKF, zodat de kwaliteit en correctheid ervan gegarandeerd zijn.

Voor deze competitie is de dataset opgesplitst in drie subsets, die we hier als model-, trainings- en testset gebruiken. Geen twee signalen van dezelfde proefpersoon zijn aanwezig in verschillende sets. Binnen de model- en trainingsset is het wel mogelijk dat signalen van dezelfde proefpersoon afkomstig zijn (maar wel altijd van verschillende episodes). De 30 signalen in de modelset zijn afkomstig van 20 proefpersonen, de 20 signalen in de trainingsset van 10 proefpersonen. Enkel voor de testset geldt er ook onafhankelijkheid binnen de set: de 30 signalen zijn afkomstig van 30 verschillende proefpersonen. Ter samenvatting: aangezien er *tussen* de verschillende sets onafhankelijkheid van proefpersonen is én daarenboven ook *binnen* de testset, is de performantie - zeker wat VKF betreft - betrouwbaar.

De uiteindelijke dataset Aan de model-, trainings- en testset van de AFTDB dataset zijn willekeurige subsets van de 80 geëxtraheerde signalen uit de MIT-BIH AFIB dataset toegevoegd, waarbij perfecte balancerings in acht is genomen. Belangrijk hierbij is dat er decimatie van de MIT-BIH AFIB signalen gebeurt, aangezien de bemonsteringsfrequentie verschilt. Merk op dat beide datasets uit hetzelfde ziekenhuis (het Beth Israel Deaconess Medical Center in Boston, Massachusetts) en uit dezelfde periode komen, met gelijke karakteristieken [52, 48]. De samenvoeging van deze signalen is dus gerechtvaardigd.

Tabel 6.3 vat de samenstelling van de dataset samen.

Set	Klasse		Totaal
	NSR	VKF	
Modellerings	30	30	60
Training	20	20	40
Testing	30	30	60
Totaal	80	80	160

Tabel 6.3: De verdeling van modellerings-, trainings- en testset voor de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset.

6.3.2 Resultaten en discussie

Tabel 6.4 geeft de resultaten weer op de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset. Het inlezen van de data gebeurt met de WFDB Toolbox [32, 61]. De totale F_1 -score is opnieuw gedefinieerd als het gemiddelde van de F_1 -scores op de twee klassen. Gezien de veel kleinere modelset, is de gewichtenvector ook kleiner: het gewogen gemiddelde van de 10 beste scores per klasse wordt genomen:

$$[0.3902 \quad 0.1951 \quad 0.1463 \quad 0.0976 \quad 0.0488 \quad 0.0244 \quad 0.0244 \quad 0.0244 \quad 0.0244 \quad 0.0244]^T$$

Merk op dat de kanaalmatrix van de volledige MLSWO a priori reeds gekend is: men kan bewijzen dat deze twee orthonormale vectoren steeds elementen uit $\{\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ bevatten. Dit impliceert dat de basissen voor beide kanalen dezelfde zijn, op een tekenwissel na. Kruisvalidatie moet dan nog determineren of afknotting nodig is of niet (één of twee multilineaire singuliere vectoren). De kerntensor is opnieuw diagonaal wanneer de kanaalmode als rang-1 beschouwd wordt.

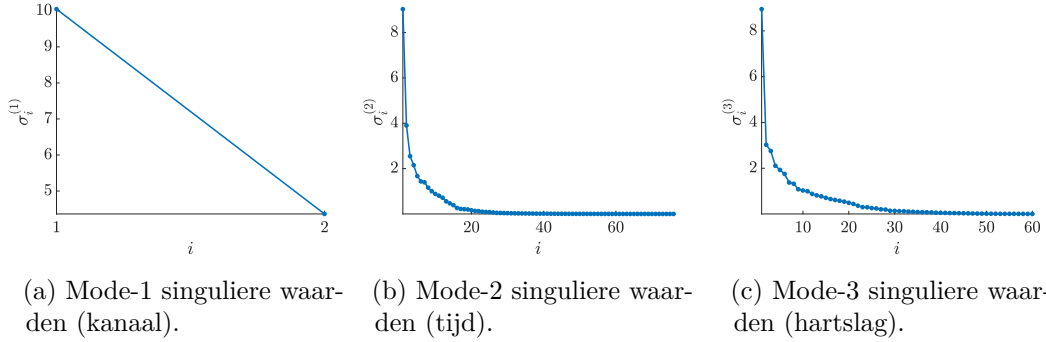
De volgende sectie bespreekt de MLSWO-gebaseerde methode, waarbij gekoppeld over alle kanalen de coëfficiëntenvector gezocht wordt. De laatste twee secties vergelijken deze methode met de MLSWO-gebaseerde methode waarbij er per kanaal een oplossing gezocht wordt en met de SWO-gebaseerde variant van het algoritme.

MLSWO-gebaseerd, gekoppeld over alle kanalen

De multilineaire singuliere waarden en kruisvalidatie 20-voudige kruisvalidatie op de modelset geeft nu een multilineaire optimale rang van $(23, 1, 23)$. De kruisvalidatie is niet sequentieel, maar overloopt ditmaal wel alle combinaties van mogelijke rangwaarden. Dat is mogelijk doordat de modelset erg klein is. Figuur 6.7 geeft de multilineaire waarden weer. Hieruit kunnen de volgende zoekintervallen gedistilleerd worden: $\{1, 2\}$ voor de eerste mode, $\{1, \dots, 30\}$ voor de tweede en derde mode. Om de modelset voldoende representatief te houden tijdens kruisvalidatie, is gekozen voor een groot aantal *folds*. Merk op dat, aangezien er geen onafhankelijkheid is binnen de modelset, er een kans is op *overfitting*. We nemen echter aan dat de signalen uit de modelset voldoende verschillend en representatief zijn. Daarnaast kiezen we voor de lineaire kernel bij het gebruik van enkel de morfologische karakteristieken, omwille van de aard van de data en om *overfitting* te vermijden.

Methode	Kernel	$P(\%)$	AUC	F_{1n}, F_{1v}	F_1
MLSWO, gekoppeld, zonder integratie HRV	Linear	93.33	0.990	0.935, 0.931	0.933
SWO-variant, zonder integratie HRV	Linear	85.00	0.969	0.866, 0.830	0.848
MLSWO, per kanaal (allen), zonder integratie HRV	Linear	86.67	0.970	0.882, 0.846	0.864
MLSWO, per kanaal (kanaal 1), zonder integratie HRV	Linear	86.67	0.911	0.879, 0.852	0.865
MLSWO, per kanaal (kanaal 2), zonder integratie HRV	Linear	76.67	0.911	0.806, 0.708	0.757
MLSWO, gekoppeld, met integratie HRV	RBF	100	1.000	1.000, 1.000	1.000
Enkel HRV	RBF	98.33	1.000	0.984, 0.983	0.983

Tabel 6.4: De resultaten voor de verschillende methodes op de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset. De MLSWO hanteert een optimale rang (23, 1, 23), terwijl de SWO-gebaseerde variant rang 43 gebruikt. De optimalisatie van de hyperparameters c en σ^2 , in \log_{10} -schaal, gebeurt in interval $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^3]$. De optimalisatiefunctie, waarover met behulp van Bayesiaanse optimalisatie geoptimaliseerd wordt, is gedefinieerd aan de hand van tienvoudige kruisvalidatie. Het maximaal aantal iteraties is gelijk aan 100.



Figuur 6.7: De multilineaire singuliere waarden van modeltensor $\mathcal{D}_{\text{model}} \in \mathbb{R}^{2 \times 76 \times 60}$ van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset. De tijds- en hartslagmode hebben opnieuw een lagere rangstructuur.

De morfologische karakteristieken en analyse van resultaten Tabel 6.4 toont dat enkel op basis van de morfologische karakteristieken $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^2$ al een erg sterke discriminatie tussen NSR en VKF mogelijk is. Figuur 6.8a toont de datapunten van zowel de trainingsset als de testset, samen met de lineaire beslissingsgrens (lineaire SVM). Er zijn duidelijk twee clusters: de punten linksboven corresponderen met signalen met een grote gelijkenis met VKF ($f_{\text{VKF}} > f_{\text{NSR}}$), rechtsonder is er een grotere correspondentie met een NSR ($f_{\text{NSR}} > f_{\text{VKF}}$). De lineaire beslissingsgrens scheidt deze twee clusters. Op de trainingsset is er één vals positieve, terwijl er drie vals negatieven zijn op de testset.

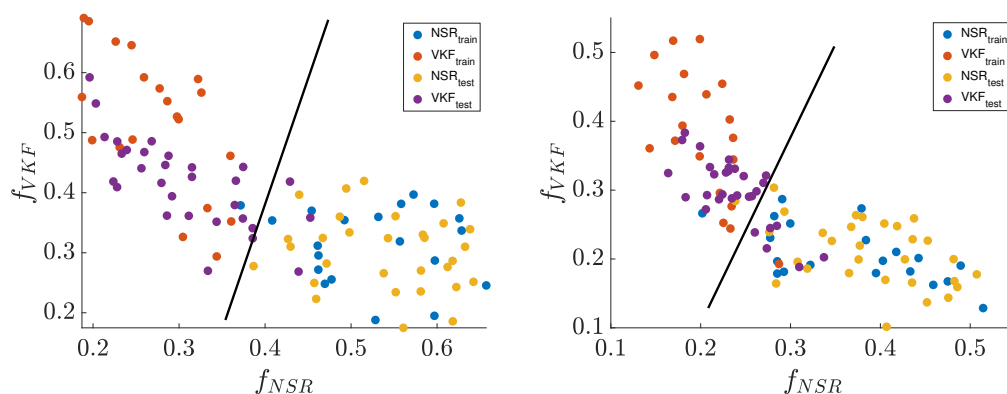
De toevoeging van HRV-karakteristieken zorgt ervoor dat geen enkele fout meer gemaakt wordt: de twee klassen zijn perfect scheidbaar. Merk op dat op basis van enkel de HRV-karakteristieken, de AUC ook al één is. Dit wil zeggen dat er door aanpassing van de drempelwaarde van de SVM perfecte scheiding mogelijk is. De SVM heeft deze perfecte scheiding echter niet gevonden, aangezien de trainingsset erg klein is. In zekere zin is de AUC dus de meest betrouwbare bron om de classificatiemethode te beoordelen. Generalisatie op basis van een dergelijke kleine trainingsset is immers erg moeilijk, aangezien er snel *overfitting* optreedt. De AUC bevestigt dat de set van HRV-karakteristieken erg informatief is voor de detectie van VKF, wat in Hoofdstuk 2 aan bod kwam. Morfologische karakteristieken voegen dan weinig informatie toe, maar hebben op zich toch veel informatieve waarde. Training van een lineaire SVM op de volledige set van karakteristieken, bevestigt dit. Immers, gegeven een lineaire kernel, dan is de beslissingsfunctie gelijk aan (zie Sectie C.1):

$$y(\mathbf{f}) = \text{sign}(\mathbf{v}^T \mathbf{f} + b),$$

$$\text{met } \mathbf{f} \in \mathbb{R}^{12} \text{ en } \mathbf{v} = \sum_{k=1}^{\#\text{SV's}} \alpha_k y_k \mathbf{f}_k \in \mathbb{R}^{12}.$$

Uit analyse van

$$\mathbf{v}^T = \begin{bmatrix} f_{\text{NSR}} & f_{\text{VKF}} & \text{AVRR} & \text{RMSSD} & \text{pRR50} & \text{HTI} & \text{min}(\text{RR}) & \text{SD1/SD2} & \text{ApEn} & \text{ToepHz} & \text{CoV}(\Delta\text{RR}) & \text{AFEvidence} \\ -0.5466 & 0.4227 & -0.2158 & 0.2619 & 0.4972 & 0.4466 & -0.1354 & -0.1181 & 0.4549 & 0.2688 & 0.2871 & 0.5059 \end{bmatrix},$$



(a) MLSWO-gebaseerd. De classifier maakt slechts één fout voor de trainingsset (één vals positieve) en drie fouten voor de testset (driemaal vals negatieve).

(b) SWO-gebaseerde variant. De classifier maakt twee onvermijdbare fouten (één vals positieve en één vals negatieve) op de trainingsset en zeven fouten (één vals positieve en zes vals negatieven) op de testset.

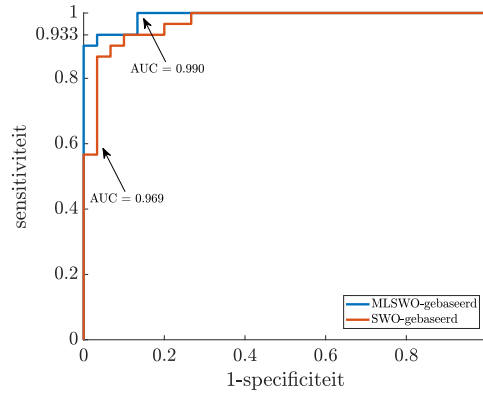
Figuur 6.8: De morfologische karakteristieken $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^2$ voor de trainings- en testset van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset, voor zowel de MLSWO-gebaseerde methode als de SWO-gebaseerde variant. De lineaire beslissingsgrens, opgesteld via een SVM, wordt ook getoond.

blijkt dat bij de morfologische karakteristieken de grootste coëfficiënten horen. Deze geven dus de sterkste aanwijzing voor de aanwezigheid ($v_2 > 0$) of afwezigheid ($v_1 < 0$) van VKF. Merk op dat de andere coëfficiënten consistent zijn met Figuur 2.2: grote AVRR, $\min(\text{RR})$ of $\text{SD1}/\text{SD2}$ -ratio wijzen op een NSR (de score van de SVM wordt negatief, waarmee NSR overeenstemt), de anderen wijzen op VKF. Enkel de $\text{SD1}/\text{SD2}$ -ratio is niet consistent met Figuur 2.2g: de distributie blijkt hier anders te zijn. Merk op dat de bijhorende coëfficiënt dan ook een van de kleinste is.

Ondanks de niet onafhankelijke signalen met een NSR zijn deze zeer goede resultaten toch aannemelijk. Aan de ene kant heeft een NSR een zeer regelmatig gedrag, zodat er weinig variatie tussen proefpersonen is. Aan de andere kant blijkt dat de resultaten even goed zijn voor VKF, waar wel onafhankelijkheid geldt. Deze resultaten zijn vergelijkbaar met die van de methodes uit Tabel 2.1. Een volledige vergelijking is niet mogelijk, aangezien de methodes in Tabel 2.1 vaak slechts gebruik maken van één kanaal en geen onafhankelijkheid tussen proefpersonen nastreven, wat hier, althans voor VKF, wel het geval is.

MLSWO-gebaseerd, oplossing per kanaal

Deze sectie vergelijkt de MLSWO-gebaseerde methode, waarbij gekoppeld over alle kanalen de coëfficiëntenvector gezocht wordt, met de methode waarbij per kanaal een coëfficiëntenvector berekend wordt (zie Sectie 5.3.2). Tabel 6.4 bevestigt de voorspelling uit Sectie 5.3.2 dat de prestatie inderdaad lager is. Dit zowel wanneer



Figuur 6.9: De ROC-curves van de lineaire classificatoren op de MIT-BIH AFIB & AFTDB testset, voor zowel de MLSWO-gebaseerde methode als de SWO-gebaseerde variant. De MLSWO-gebaseerde methode behaalt een hogere specificiteit voor dezelfde sensitiviteit en heeft een hogere AUC.

geclassificeerd wordt aan de hand van de morfologische gelijkenis op beide kanalen tegelijk, als op basis van een van beide kanalen.

Het eerste kanaal blijkt wel meer informatief te zijn dan het tweede kanaal. Dit blijkt ook uit de vorm van de ROC-curves (hier niet getoond), ondanks dezelfde AUC.

SWO-gebaseerde variant

Figuur 6.8b toont de morfologische karakteristieken $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^2$ en de lineaire beslissingsgrens, na opstelling van de karakteristieken met de SWO-gebaseerde variant (zie Sectie 5.3.2). De optimale rang blijkt na 20-voudige kruisvalidatie 43 te zijn. Merk op dat, in tegenstelling tot de MLSWO-methode, de basissen op beide kanalen nu wel verschillend zijn. Visueel valt reeds te zien dat de twee clusters minder goed gescheiden zijn dan op basis van de MLSWO-gebaseerde methode. In de regio rond de beslissingsgrens is er een grotere overlap tussen beide klassen. Tabel 6.4 en Figuur 6.9 bevestigen deze waarneming: de AUC is kleiner voor de SWO-gebaseerde variant. Voor eenzelfde sensitiviteit (0.933), is de specificiteit lager voor de SWO-gebaseerde variant. Gelijktijdige afknotting van de kanaal- en tijdsmoden levert dus wel degelijk slechtere resultaten op, zodat de MLSWO-gebaseerde methode zijn heeft. Een belangrijke nuance hierbij is dat, gezien de geringe omvang van de dataset, voor een andere rangwaarde de performantie misschien hoger komt te liggen.

6.4 Detectie van VKF in éénkanaals ECG via combinatie met meerkanalen ECG

Deze sectie beschrijft in welke mate de methode uit Sectie 5.3.3 slaagt op de classificatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset aan de hand van de modellering

6.4. Detectie van VKF in éénkanaals ECG via combinatie met meerkanaals ECG

Set	Klasse		Totaal
	NSR	VKF	
Modellering (tweekanaals)	80	80	160
Training (éénkanaals)	3030	443	3473
Testing (éénkanaals)	2020	295	2315

Tabel 6.5: Het dataprofiel van de model-, trainings- en testset van de combinatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 en de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset.

met de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset.

6.4.1 De data

De modelset bevat nu 160 tweekanaals ECG-signalen uit de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset (zie Tabel 6.3), terwijl de trainings- en testset bestaan uit alle signalen van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset, zonder de rest- en ruisklasse. De restklasse bevat signalen die niet vertegenwoordigd zijn in de modelset, zodat het onwaarschijnlijk is dat deze restsignalen gescheiden kunnen worden van de andere ritmes. Tabel 6.5 toont het dataprofiel van de model-, trainings- en testset.

6.4.2 Resultaten en discussie

De karakteristieken

Zoals besproken in Sectie 5.3.3 is de vector van karakteristieken nu rechtstreeks gelijk aan de genormaliseerde coëfficiëntenvector. Ritmes worden niet gedefinieerd aan de hand van de gelijkenis met signalen uit de modelset, maar de SVM kan zelf ritmes definiëren en onderscheiden op basis van de coëfficiëntenvector. De multilineaire rang kiezen we, gelijkaardig aan Sectie 6.3.2, gelijk aan $(23, 1, 23)$. Dit impliceert dat de vector van karakteristieken een 23-dimensionale vector is: $\mathbf{f} = \tilde{\mathbf{c}}_h^{(k)} \in \mathbb{R}^{23}$. Deze dimensionaliteit is geen probleem, gezien de grote trainingsset. Met HRV-karakteristieken erbij resulteert dit in een 33-dimensionale vector.

Aangezien de basis dezelfde is voor beide kanalen (zie Sectie 6.3.2), maakt het niet uit op welk kanaal de coëfficiëntenvector gezocht wordt.

Resultaten en analyse

Tabel 6.6 toont de resultaten op de onafhankelijke testset, na training van de SVM. Op basis van de coëfficiëntenvector is al een sterke discriminatie mogelijk tussen NSR en VKF. De SVM blijkt dus in staat te zijn de verschillen, gerelateerd aan verschillen tussen beide ritmes, in de basiscoëfficiënten uit te buiten.

Een interessante analyse is te achterhalen welke coëfficiëntenvectoren het belangrijkste zijn in de discriminatie van beide ritmes. Hiertoe wordt opnieuw een SVM met een lineaire kernel getraind, zonder HRV-integratie, waarna de coëfficiënten in de SVM, gelijkaardig aan Sectie 6.3.2, deze informatie geven. Deze lineaire kernel

Methode	Kernel	$P(\%)$	AUC	F_{1n}, F_{1v}	F_1
MLSWO	RBF	93.56	0.955	0.964, 0.707	0.836
MLSWO, met integratie HRV	RBF	97.75	0.991	0.987, 0.908	0.948
Enkel HRV	RBF	97.02	0.974	0.983, 0.875	0.929

Tabel 6.6: De resultaten voor de verschillende methodes op de combinatie van de PhysioNet/CinC 2017 Challenge dataset en MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset. De MLSWO hanteert een optimale rang (23, 1, 23). De optimalisatie van de hyperparameters c en σ^2 , in \log_{10} -schaal, gebeurt in interval $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^3]$. De optimalisatiefunctie is gedefinieerd aan de hand van vijfvoudige kruisvalidatie, waarbij met behulp van Bayesiaanse optimalisatie geoptimaliseerd wordt. Het maximaal aantal iteraties is gelijk aan 100.

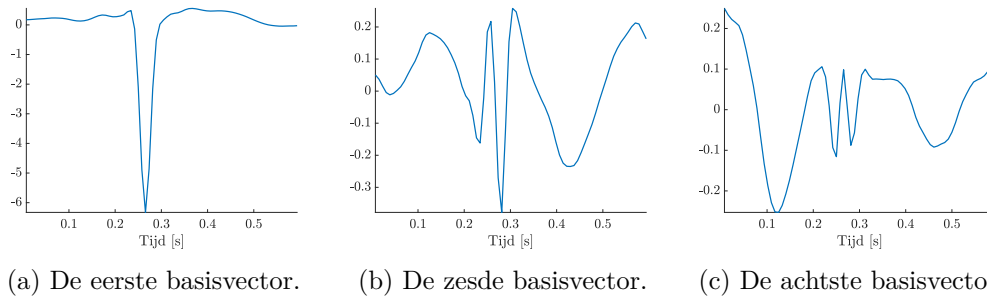
resulteert, na 20 iteraties met vijfvoudige kruisvalidatie, in een AUC van 0.84 en F_1 -score van 0.686. Dit geeft aan dat de RBF kernel hier noodzakelijk is, om de niet-lineariteit te exploiteren. De vector $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{23}$ is gelijk aan:

$$\mathbf{v}^T = [0.63 \ 0.63 \ 1.94 \ -0.57 \ -1.80 \ 2.09 \ -0.77 \ -2.26 \ -1.96 \ 0.85 \ 1.36 \ 0.41 \ -0.19 \ -0.65 \ -0.31 \ 0.65 \ -0.60 \ -0.61 \ 0.07 \ 0.81 \ -0.77 \ -0.81 \ -0.47].$$

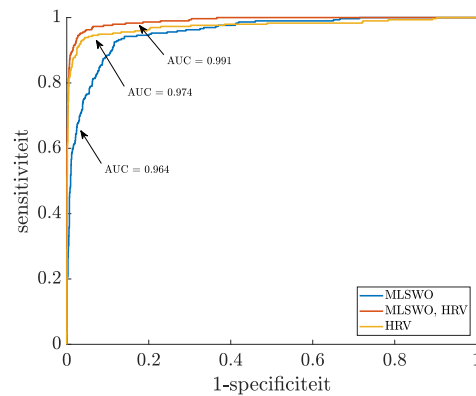
Hieruit blijkt dat vooral de derde, vijfde, zesde, achtste en negende SVM-coëfficiënt belangrijk is. Figuur 6.10 toont de eerste, zesde en achtste basisvector. De eerste basisvector beschrijft een gemiddelde hartslag en heeft een negatief teken. Dit wil zeggen dat in de normalisatie de tekens van alle basiscoëfficiënten wijzigen, aangezien elke representatieve hartslag een positieve piek heeft (zie Algoritme 6). Figuren 6.10b en 6.10c tonen de basisvectoren horende bij de basiscoëfficiënten die de SVM het belangrijkste acht. Deze tonen beide niet toevallig een grote component op de positie van de P-golf. Het valt te verwachten dat de SVM vooral gebruik maakt van deze basisvectoren, aangezien daar het meeste verschil in morfologie te verwachten valt tussen NSR en VKF. Merk op dat de zesde basisvector een positieve P-golf toont, terwijl de achtste een negatieve P-golf heeft. Een NSR stemt overeen met een negatieve output van de SVM. Dit wil zeggen dat voor een positieve P-golf, een negatieve SVM-coëfficiënt verwacht wordt. Door de wijziging van de tekens, stemt dit in de SVM nu echter overeen met een positieve coëfficiënt. Dit verklaart de tekens van de zesde en achtste coëfficiënt van \mathbf{v} .

Opmerkelijk is dat de toevoeging van HRV-karakteristieken nu wel een betere performantie geeft ten opzichte van enkel de HRV-karakteristieken. Figuur 6.12 toont informatie over een ECG-sigitaal dat de SVM op basis van enkel de HRV-karakteristieken als NSR classificeert, terwijl de *ground truth* zegt dat het VKF is. De toevoeging van morfologische karakteristieken zorgt ervoor dat dit signaal nu wel juist geassocieerd wordt. Het tachogram in Figuur 6.12a toont enige irregulariteit, maar niet voldoende om VKF te detecteren. Figuur 6.12b toont de representatieve hartslag, waarin duidelijk de P-golf afwezig is. Deze morfologische informatie geeft hier de doorslag om dit ECG-sigitaal als VKF te classificeren. Dit is dus een voorbeeld waarin de morfologische informatie complementair is aan informatie

6.4. Detectie van VKF in éénkanaals ECG via combinatie met meerkanaals ECG



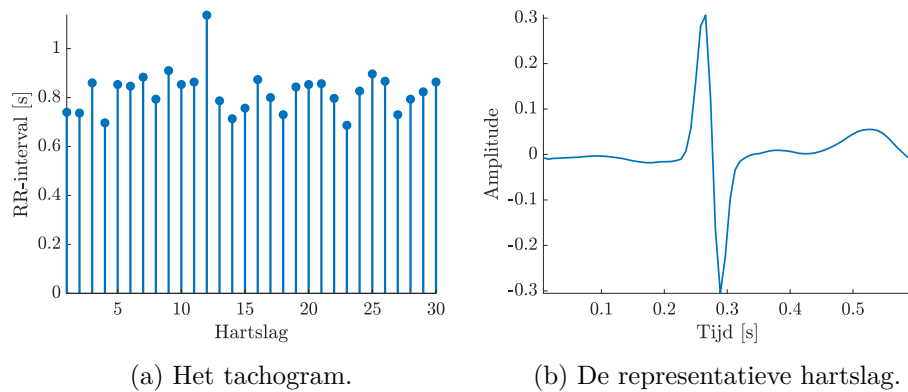
Figuur 6.10: De eerste, zesde en achtste basisvector. De eerste basisvector beschrijft een gemiddelde hartslag, terwijl de andere twee basisvectoren vooral belangrijk om de P-golf te beschrijven.



Figuur 6.11: De ROC-curves van de SVM-classificatoren op de classificatie van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset aan de hand van de MIT-BIH AFIB & AFTDB dataset. De drie classificatoren gebruiken elk een verschillende set van karakteristieken, respectievelijk de coëfficiëntenvector, de coëfficiëntenvector en de HRV-karakteristieken samen, en de HRV-karakteristieken apart. De combinatie van beide karakteristieken levert de beste AUC op.

uit HRV. Andere fouten bij de detectie op basis van de HRV-karakteristieken zijn afkomstig van verkeerde R-piek detectie (het overslaan van R-pieken, zie Sectie 3.4). De morfologische karakteristieken corrigeren dan deze fouten.

De HRV-karakteristieken zijn opnieuw sterker dan de morfologische karakteristieken alleen, zoals ook in vorige voorbeelden. Het geheel van morfologische en HRV-karakteristieken ($\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{33}$) is nu echter wel informatiever, met een F_1 -score van 0.948 als resultaat. Figuur 6.11 toont de ROC-curves van de drie classificatoren en ondersteunt deze conclusie.



Figuur 6.12: Het tachogram en de representatieve hartslag van een verkeerd geclassificeerd ECG-signaal door de SVM op basis van enkel de HRV-karakteristieken. Het tachogram is niet irregulier genoeg om op basis van de HRV-karakteristieken het signaal als VKF te classificeren. In de representatieve hartslag is de P-golf duidelijk wel afwezig, zodat op basis van de morfologische karakteristieken dit correct geclassificeerd wordt als VKF.

Hoofdstuk 7

Besluit

7.1 Samenvatting en conclusie

Het doel van deze masterproef was om een tensorgebaseerde methode te ontwikkelen voor de automatische detectie van voorkamerfibrillatie op basis van zowel één- als meerkanaals ECG-signalen van beperkte duur. De ontwikkelde methode integreert twee klassen van karakteristieken in een SVM om verschillende ritmes, zoals VKF en NSR, te identificeren. De eerste set van karakteristieken bevat een aantal maten in verband met HRV waarvan uit de literatuur geweten is dat deze erg informatief zijn voor de beschrijving van VKF. Om deze karakteristieken betrouwbaar te kunnen berekenen, evenals voor de verdere bewerking van het ECG-signaal, zijn a priori drie voorverwerkingsstappen noodzakelijk om de verschillende soorten ruis te verwijderen. De methode maakt gebruik van bandsperfiltering om netfrequentie-interferentie te verwijderen, QVR om basislijnafwijkingen te elimineren en waveletfiltering om hoogfrequente ruis te verwijderen. De detectie van de QRS-complexen gebeurt met het Pan-Tompkins algoritme, na verwijdering van lokale ruissegmenten.

De grootste bijdrage van deze masterproef bevindt zich in de berekening van de morfologische karakteristieken. Deze kwantificeren de gelijkenis tussen een nieuw ECG-signaal en verschillende vooraf gedefinieerde ritmes. Hiertoe worden de ECG-signalen gesegmenteerd in hartslagen en met behulp van de SWO gecomprimeerd tot één representatieve hartslag. Aan de hand van een gekende set van representatieve hartslagen wordt een model van hartslagen opgesteld. Voor éénkanaals ECG gebruiken we hiervoor de SWO of, na tensorisatie met de RWT, de MLSWO. Een gecomprimeerde coëfficiëntenvector representeert dan elk signaal uit de modelset in de basis van de hartslagen. De oplossing van een lineair systeem geeft een gelijkaardige coëfficiëntenvector voor nieuwe signalen. Elke morfologische karakteristiek is dan gelijk aan het gewogen gemiddelde van de gelijkenisscores van deze nieuwe coëfficiëntenvector met alle coëfficiëntenvectoren uit de database horende bij een ritme.

De berekening van morfologische karakteristieken verloopt gelijkaardig voor meerkanaals ECG-signalen. De tensorisatie volgt hier automatisch uit de aard van meerkanaals ECG. Variaties op deze methode omvatten de detectie per kanaal

en een SWO-gebaseerde methode. Ten slotte wordt een methode voorgesteld om morfologische karakteristieken te berekenen voor éénkanaals ECG aan de hand van een model van meerkanaals ECG. Deze berekening gebeurt door de coëfficiëntenvector in de basis meteen als vector van morfologische karakteristieken te gebruiken.

De testresultaten van deze methodes op reële datasets maken volgende conclusies duidelijk:

- Uit de resultaten voor éénkanaals ECG-signalen blijkt dat de MLSWO-gebaseerde methode na tensorisatie met de RWT geen extra informatie toevoegt ten opzichte van een SWO-gebaseerde methode. De SWO-gebaseerde methode is dus de te verkiezen methode in geval van éénkanaals ECG.
- Voor meerkanaals ECG-signalen blijkt dat de MLSWO-gebaseerde methode een klein voordeel heeft ten opzichte van de SWO-gebaseerde variant. Een belangrijke opmerking hierbij is dat de dataset erg klein is om hierover sluitende conclusies te trekken. Meer data, met meer kanalen, is nodig om hier uitgebreider te kunnen analyseren.
- De koppeling over verschillende kanalen zorgt voor een stijging van de performantie ten opzichte van een oplossing waarbij per kanaal van het meerkanaals ECG-signaal de gelijkensis berekend wordt.
- De classificatie van éénkanaals signalen aan de hand van een model van meerkanaals ECG-signalen is mogelijk zonder te vergelijken met de database, al is verder onderzoek hierover nodig.
- De morfologische karakteristieken kunnen op zich gebruikt worden om VKF van een NSR te onderscheiden. De klassieke HRV-karakteristieken slagen er echter nog steeds beter in dit binaire classificatieprobleem op te lossen. Bij de combinatie van beide karakteristieken blijkt er slechts een kleine winst te zijn ten opzichte van enkel de klassieke HRV-karakteristieken.
- De morfologische karakteristieken voegen wel veel extra informatie toe aan de klassieke HRV-karakteristieken wanneer er ook andere ritmes gedefinieerd zijn. Klinisch gezien is dit erg relevant en interessant: er bestaan heel wat andere ritmes waarvan identificatie nodig is. Zo zijn er andere hartritme-toornissen met eveneens een onregelmatig hartritme (zoals een disfunctie van de sinusknop of kamerfibrillatie), wat de morfologische karakteristieken essentieel maakt.

De grootste problemen situeren zich in de beschikbaarheid van data. Het is moeilijk publiek beschikbare datasets te vinden met een representatieve set van signalen en met betrouwbare annotaties. De datarevolutie is pas sinds enkele jaren in de medische wereld begonnen en dat laat zich merken in de geringe beschikbaarheid van data. Om een betrouwbaarder beeld te krijgen van de performantie van de ontwikkelde methodes voor meerkanaals ECG is er nood aan meer en onafhankelijke data. Hiernaast is het ook belangrijk om preciezere labels te hebben en meerdere ritmes te combineren. Meerdere ritmes zijn in een klinische context erg relevant om

te voorkomen dat een ongekend, abnormaal ritme als een NSR of VKF geïdentificeerd wordt.

Een laatste opmerking hierbij is dat hand in hand met de data-revolutie ook technieken van *deep learning* de medische wereld veroveren. Dat is al merkbaar in de PhysioNet/CinC Challenge 2017 competitie: in de top tien van de competitie gebruiken vier auteurs *deep learning* (twee in de top drie). *Deep learning* lijkt, net zoals in beeldverwerking, steeds meer de beste methodes te produceren. Een belangrijke noot hierbij is dat dit geen interpreteerbare karakteristieken oplevert, wat wel het geval is in deze masterproef. In de samenwerking met cardiologen is dit echter wel een belangrijk argument om rekening mee te houden.

7.2 Toekomstig onderzoek

Tot slot formuleren we een aantal verfijningen en uitbreidingen waarrond in de toekomst onderzoek kan verricht worden:

- De verwachting is dat door de ingezette digitalisering van onze gezondheidszorg, er in de toekomst steeds meer data beschikbaar worden. Dat moet toelaten de ontwikkelde methodes grondiger te testen, vooral op meerkanaals ECG-signalen. Daarnaast is er ook nood aan een meer specifieke labeling van de data, om klinisch meer relevante methodes te kunnen ontwerpen.
- De koppeling van datasets is mogelijk door rechtstreeks de coëfficiëntenvector te gebruiken als vector van karakteristieken en niet te vergelijken met de modelset. Dat laat toe om meer data te gebruiken en dus betere classificatiemethodes te ontwikkelen. Deze methode roept echter nog heel wat vragen op: wat is de optimale rang? Welke coëfficiënten zijn het meest informatief?
- De ontwikkelde methodes dienen voor de detectie van VKF op basis van kortetermijnsignalen. Holtermonitoring en andere draagbare sensoren genereren echter data van lange duur. De methodes kunnen dan uitgebreid worden door een venster over het signaal te schuiven en telkens het venster te classificeren. Op die manier is ook de detectie van paroxysmale episodes van VKF mogelijk. Hierbij moet nagedacht worden over de lengte van de vensters, de manier waarop het beginpunt van een episode wordt gevonden, ...
- Sectie 5.3.2 bespreekt kort een manier om samen met de coëfficiëntenvector van de hartslagen ook de kanaalmatrix te schatten. Door de extra onbekenden resulteert dit in een ondergedetermineerd systeem. Men zou dit systeem toch kunnen oplossen door regularisatie toe te voegen aan het probleem, rechtstreeks in het lineair systeem of in het niet-lineaire optimalisatieprobleem dat uit het LS-CPO probleem volgt. Op deze manier is de schatting van de kanaalmatrix toch mogelijk door toevoeging van extra informatie over de oplossing. De oplossing met vaste kanaalmatrix kan dan als initiële oplossing voor het optimalisatieprobleem dienst doen. Dat leidt potentieel tot betere oplossingen.

Bijlagen

Bijlage A

Wavelets

De wavelettransformatie is een aantrekkelijke tool om een tijds-frequentieanalyse uit te voeren van een niet-stationair signaal. Wavelets zijn immers gelokaliseerd zowel in tijd als in frequentie. Ze lenen zich tot meerdere toepassingen: van ruisverwijdering en compressie, tot de definitie van karakteristieken voor dataminingtoepassingen. Deze appendix geeft een korte, praktische inleiding tot de Discrete Wavelettransformatie (DWT) voor gebruik bij ECG-signalen.

A.1 Motivatie

Klassiek gebruikt men de *Short-time Fourier Transform* (STFT) om een tijds-frequentieanalyse uit te voeren. Een venster van constante lengte wordt daarbij over het signaal geschoven, eventueel met overlap, waarbij voor elk venster de Fouriertransformatie berekend wordt. De keuze van het venster staat hierbij centraal, waarbij de Heisenbergongelijkheid de beperkende vergelijking is:

Theorema A.1 (Heisenberg onzekerheidsprincipe). [11] Gegeven signaal $x(t)$ en zijn Fouriergetransformeerde $X(\omega)$ met:

$$\bar{t} = \frac{\int t|x(t)|^2 dt}{\int |x(t)|^2 dt}, \bar{\omega} = \frac{\int \omega|X(\omega)|^2 d\omega}{\int |X(\omega)|^2 d\omega}$$

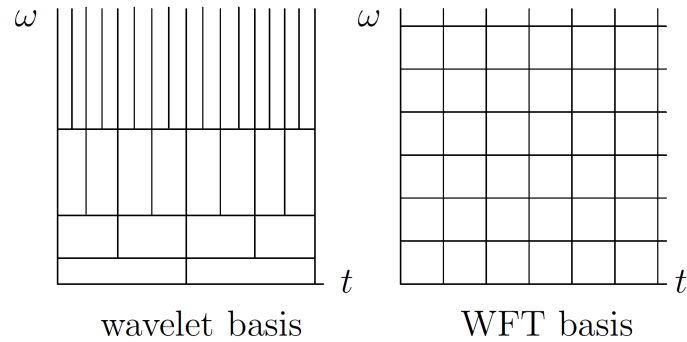
eindig. Definieer

$$\Delta t^2 = \frac{\int (t - \bar{t})^2 |x(t)|^2 dt}{\int |x(t)|^2 dt}, \Delta \omega^2 = \frac{\int (\omega - \bar{\omega})^2 |X(\omega)|^2 d\omega}{\int |X(\omega)|^2 d\omega},$$

dan geldt:

$$\Delta t^2 \Delta \omega^2 \geq \frac{1}{4}.$$

Dit onzekerheidsprincipe stelt dus dat het product van de frequentie- en tijdsresolutie (met het energesignaal in tijd en frequentie beschouwd als densiteiten) naar onder begrensd is, zodat een signaal nooit perfect gelokaliseerd kan zijn in tijd *en*



Figuur A.1: De opbouw van het tijds-frequentievlak met de DWT en met de STFT (WFT) (Afbeelding uit [12]).

in frequentie. Figuur A.1, rechts, visualiseert op welke manier de STFT het tijds-frequentievlak opbouwt, namelijk met rechthoeken van constante lengte en breedte. Een signaal kan echter bestaan uit veel verschillende componenten: laagfrequente componenten hebben meer tijd nodig om zich te ‘ontplooiën’ en vereisen bijgevolg een langer venster, terwijl hoogfrequente componenten veel sneller voorkomen en dus een preciezere tijdslokalisatie nodig hebben. Een meer natuurlijke opbouw is dan ook te zien in Figuur A.1, links. De analyse van laagfrequente componenten gebeurt met een veel langer tijdsvenster en dus bijgevolg met een preciezere frequentielokalisatie (zie Heisenberg), terwijl hoogfrequente componenten veel beter gelokaliseerd in tijd zijn, met verlies van frequentieresolutie tot gevolg. De DWT streeft een dergelijk effect na.

A.2 De Discrete Wavelettransformatie

De DWT heeft twee interpretaties. De eerste, als basistransformatie, vertrekt vanuit een wiskundige perspectief, terwijl de tweede, als filterbank, meer vanuit het perspectief van digitale signaalverwerking vertrekt.

A.2.1 Basistransformatie

De basisfuncties van de DWT $\psi_{jk}(t)$ zijn wiskundige functies met specifieke eigenschappen, die allen verschoven (analyse in tijd, verschuiving k) en tijdsgescaleerde (analyse in frequentie, schaal j) versies van een moeder-wavelet $\psi(t)$ zijn:

$$\psi_{jk}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k), j, k \in \mathbb{Z}.$$

Dit zorgt ervoor dat de tijds- en frequentieresolutie invers aan elkaar gerelateerd zijn.

Het comprimeren en uitrekken met een factor twee blijkt voldoende te zijn om nog steeds de eigenschappen van perfecte reconstructie na DWT te hebben. Men spreekt dan ook over de *dyadische* DWT.

Aan elke moeder-wavelet is ook een zogenaamde vader-wavelet $\phi_{jk}(t)$ verbonden, zie ook Theorema A.2. Deze vader-wavelet is nodig om de meest laagfrequente

informatie in het signaal voor te stellen. Samen vormen de basisfuncties een *multiresolutie analyse*. Door te projecteren op deze basisfuncties, bekomt men de wavelet- en schalingscoëfficiënten:

Definitie A.1. Gegeven signaal $x(t)$, waveletfuncties $\psi_{jk}(t)$ en schalingfuncties $\phi_{jk}(t)$, zoals gedefinieerd hierboven, definieer de waveletcoëfficiënten w_{jk} en schalingscoëfficiënten v_{jk} als:

$$\begin{cases} w_{jk} = \langle x(t), \psi_{jk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{jk}(t) dt \\ v_{jk} = \langle x(t), \phi_{jk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \phi_{jk}(t) dt \end{cases}$$

zodat $x(t)$ benaderd wordt door:

$$x(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} v_{0k} \phi_{0k}(t) + \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} w_{jk} \psi_{jk}(t).$$

In praktijk gebruikt men een eindig aantal schalen J om de decompositie te berekenen. Het signaal $x(t)$ wordt op die manier ontbonden op verschillende schalen, voorgesteld door $\sum_{k \in \mathbb{Z}} w_{jk} \psi_{jk}(t)$.

A.2.2 Filterbankinterpretatie

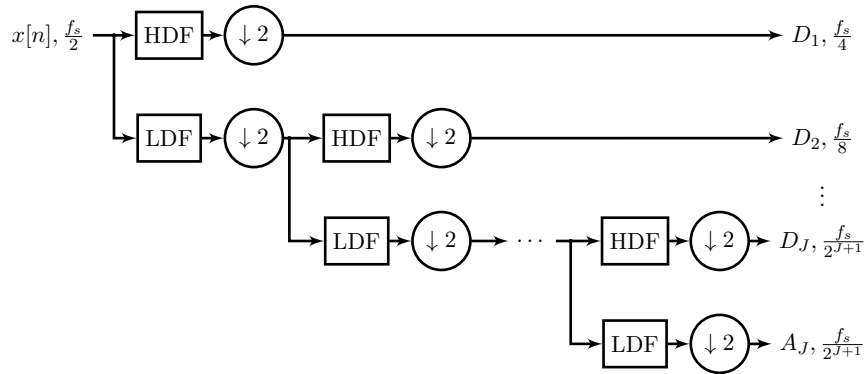
De DWT kan ook geïnterpreteerd worden als een filterbank bestaande uit een set van hiërarchische filters. De berekening van de waveletcoëfficiënten gebeurt door een hoogdoorlaatfilter, gevolgd door decimatie met een factor twee (de vermindering van de bemonsteringsfrequentie), terwijl een laagdoorlaatfilter, gevolgd door decimatie met een factor twee, de schalingscoëfficiënten geeft. De *two-scale* relatie of *dilation* vergelijking geeft het verband tussen deze hoog- en laagdoorlaatfilters en de wavelet- en schalingfuncties:

Theorema A.2 (Two-scale relatie). De relatie tussen de vader/moeder-functie $\phi(t)/\psi(t)$ en de laag-/hoogdoorlaatfiltercoëfficiënten g_k/h_k wordt gegeven door:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2t - k), \psi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \phi(2t - k).$$

Er bestaan verschillende relaties tussen de filtercoëfficiënten en de waveletfuncties, bijvoorbeeld over de lengte van de filter en de drager van de wavelet.

Figuur A.2 geeft een voorbeeld weer van deze filterbank voor een signaal met bemonsteringsfrequentie f_s . Het geeft de implementatie van een DWT met J schalen. Zo geeft schaal D_1 de waveletcoëfficiënten op de meest hoogfrequente schaal aan, terwijl D_J en A_J de wavelet- en schalingscoëfficiënten aangeven die de meest laagfrequente componenten weergeven. Deze filterbankinterpretatie geeft aanleiding tot een aantal opmerkingen:



Figuur A.2: De filterbank die de DWT, met J schalen, van een signaal met bemonsteringsfrequentie f_s implementeert. De bandbreedtes van de resulterende signalen staan mee aangegeven. De resulterende waveletcoëfficiënten corresponderen met D (van detail), de schalingscoëfficiënten met A (van approximatie). Hoe lager de index, hoe groter schaal j uit Definitie A.1.

- Na elke decimatie, halveert het aantal monsters. Gegeven discreet signaal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, resulteert dit in $\frac{N}{2} + \frac{N}{4} + \dots + \frac{N}{2^J} + \frac{N}{2^J} = N(\sum_{k=1}^J 2^{-k} + 2^{-J}) = N(1 - 2^{-J} + 2^{-J}) = N$ monsters rechts. Het aantal coëfficiënten is dus gelijk aan het origineel aantal monsters, wat de interpretatie van de DWT als basistransformatie bevestigt.
- De decimatie veroorzaakt in theorie geen vouwvervorming, aangezien de hoog- en laagdoorlaatfilter de bandbreedte in elke stap halveert. Dit veronderstelt echter ideale filters. In praktijk zijn de filters niet ideaal, hoewel dat, wanneer aan perfecte reconstructie voldaan is en wanneer alle coëfficiënten onbewerkt blijven, geen verlies van informatie hoeft te betekenen na reconstructie (de inverse filterbank).
- Door hiërarchisch te filteren halveert de bandbreedte na elke stap, zodat de laagfrequente componenten inderdaad een betere (fijnere) frequentieresolutie bekomen. Dat stemt overeen met de opbouw van het tijds-frequentievlak in Figuur A.1, links. Aangezien laagfrequenter schalen overeenkomen met een uittrekking van de basisfuncties, stemt dit overeen met een slechtere tijdsresolutie.
- Uit de filterbankinterpretatie volgt een computationeel zeer efficiënt algoritme om de DWT te berekenen van $\mathcal{O}(N)$ (*Fast Wavelet Transform*). Ter vergelijking: de snelle Fouriertransformatie heeft complexiteit $\mathcal{O}(N \log_2 N)$.

A.3 De keuze voor een wavelet

Er bestaan verschillende waveletfamilies die voldoen aan alle eigenschappen om als basisfuncties te fungeren (zodat onder andere aan perfecte reconstructie voldaan is). Voorbeelden zijn: de Daubechies-wavelets, symlets, Coiflets, biorthogonale spline wavelets (CDF¹), ... De toepassing bepaalt welke wavelet de meest geschikte is. Bij deze keuze kunnen vier eigenschappen als leidraad dienen:

- *Symmetrie*: symmetrische wavelets geven aanleiding tot symmetrische filters. Op voorwaarde dat ze ook een eindige impulsresponsie hebben, resulteert deze symmetrie in een lineaire fase filter. Dat zorgt ervoor dat er na filtering geen oneigenlijke vervorming ontstaat in het signaal. Zo zijn de Daubechies-wavelets niet symmetrisch, terwijl de biorthogonale spline wavelets dat wel zijn. Symlets zijn dan weer bijna symmetrisch.
- *Vorm*: de vorm van een wavelet is belangrijk in toepassingen zoals ruisverwijdering en compressie. Hoe meer de wavelet lijkt op de dominante signaal-karakteristieken, hoe minder coëfficiënten zijn nodig om het signaal voor te stellen na de basistransformatie. Meer coëfficiënten kunnen dus op nul gezet worden, wat in een grotere compressie resulteert. Op dezelfde wijze verwijdert men ruis effecten.
- *Orthogonaliteit*: orthogonale basisfuncties zorgen ervoor dat er behoud van energie is via de gelijkheid van Parseval. Deze orthogonaliteit garandeert dat de relatieve energie in de coëfficiënten een werkelijke representatie is van hun belang. Op die manier leiden kleine modificaties in de coëfficiënten tot overeenkomstige wijzigingen in het signaal. Bij biorthogonale basisfuncties geldt enkel dat energie in de coëfficiënten naar boven en beneden begrensd is, in functie van de energie in het signaal. In de meeste gevallen zijn de grenzen scherp genoeg om een betekenisvolle interpretatie te geven aan de coëfficiënten. Daubechies-wavelets hebben het grote voordeel dat ze orthogonaal zijn (net zoals symlets), terwijl biorthogonale spline wavelets dat niet zijn.
- *Vanishing moments*: het aantal *vanishing moments* van een wavelet determineert hoe vloeiend en zacht verlopend de wavelet is. Hoe meer *vanishing moments*, hoe meer veeltermen van hogere-orde de vader-functie kan voorstellen, dus ook hoe vloeiender de moeder-functie. Er blijkt dat de waveletcoëfficiënten dalen als $\mathcal{O}(2^{-jd})$, met d de orde (het aantal *vanishing moments*), daar waar het signaal lokaal vloeiend is. Een grotere orde kan dus voor een grotere compressie zorgen. Het nadeel is wel dat de drager van de wavelet stijgt. Een goede trade-off tussen beide elementen is belangrijk.

¹Cohen-Daubechies-Feauveau

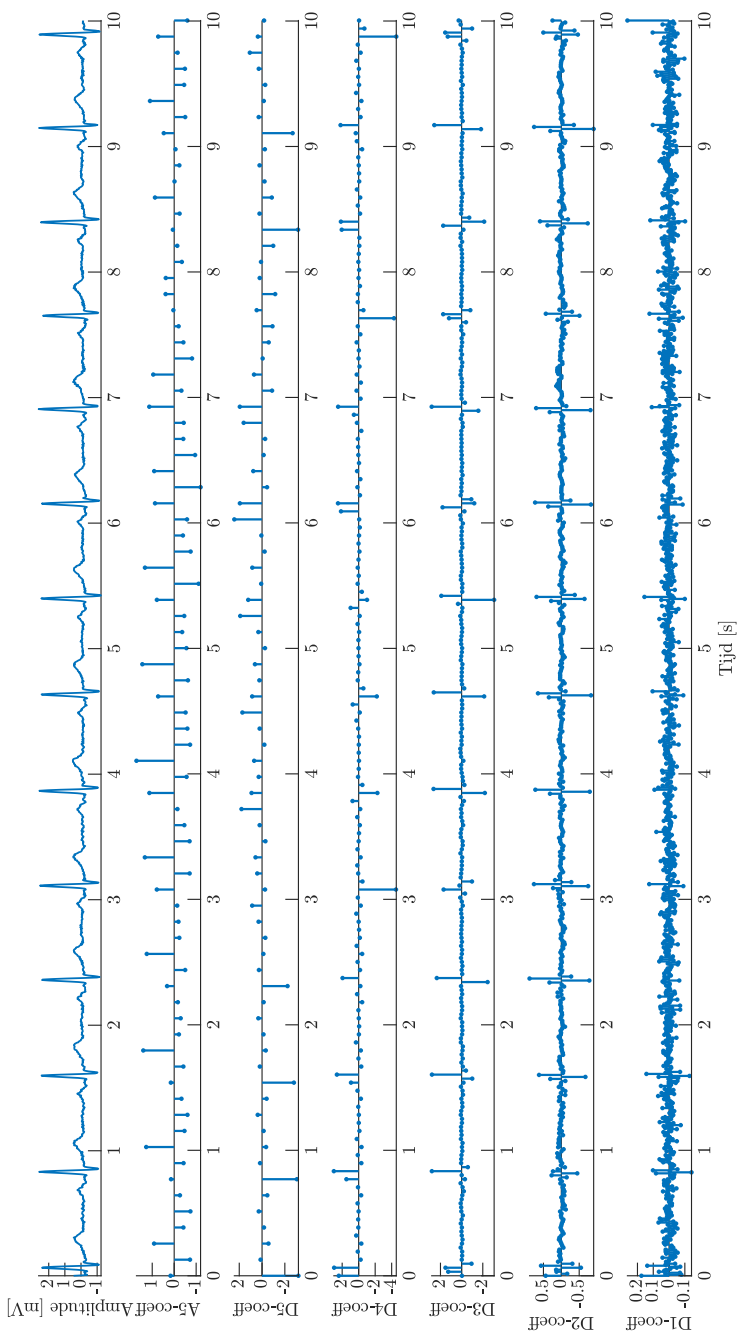
Schaal	Frequentiegebied (Hz)
Schaal D_1	62.5 - 125
D_2	31.25 - 62.5
D_3	15.625 - 31.25
D_4	7.8125 - 15.625
D_5	3.9063 - 7.8125
A_5	0 - 3.9063

Tabel A.1: Het frequentiegebied van de verschillende schalen, met $f_s = 250$ Hz en vijf schalen.

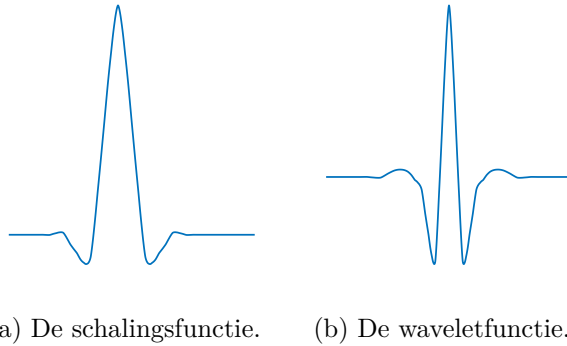
A.4 Voorbeeld op een ECG-signaal

Figuur A.3 toont de DWT op een ECG-signaal. De gebruikte wavelet is de biorthogonale spline wavelet, met vier *vanishing moments* voor zowel de decompositie- als biorthogonale reconstructiewavelets (bior4.4). Het aantal *vanishing moments* van de reconstructiewavelet determineert de orde in de decompositie. Daarnaast erft de reconstructie, na eventuele aanpassing van de coëfficiënten, de eigenschappen van deze reconstructiewavelet. Deze orde blijkt in praktijk een goede trade-off tussen de drager van de wavelet en de daling van de waveletcoëfficiënten. De schalings- en waveletfunctie zijn gegeven in Figuur A.4. De waveletfunctie heeft een vorm zeer gelijkaardig aan het QRS-complex, terwijl ook de schalingsfunctie een vorm gelijkaardig aan de P- en T-golf heeft. Dit alles maakt het een goede wavelet om ECG-signalen te analyseren.

Om de DWT aan de randen te kunnen berekenen, is er hier gekozen voor een periodische extensie. Andere extensies, zoals symmetrisch, met nullen, ... zijn ook mogelijk. De DWT is berekend met vijf schalen. Tabel A.1 toont de verdeling van de frequenties, gegeven de bemonsteringsfrequentie $f_s = 250$ Hz. Gegeven dat het ECG-signaal tot ongeveer 20 Hz relevante informatie bevat, lijken schalen D_2 en voornamelijk D_1 vooral ruis te bevatten. Dat is ook duidelijk uit Figuur A.3. Schaal D_3 lijkt het meest interessant om de QRS-complexen te analyseren, terwijl vooral schaal A_5 veel informatie bevat over de T-golf en in mindere mate de P-golf. De waveletcoëfficiënten kan men uiteindelijk gebruiken om het signaal te comprimeren, ruis te verwijderen, ...



Figuur A.3: Een ECG-signaal met daaronder de verschillende wavelet- en schalingscoëfficiënten op de verschillende schalen. De laagfrequente schalen geven vooral de P- en T-golf weer, de hoogfrequente het QRS-complex, terwijl schaal D_1 voornamelijk ruis bevat.

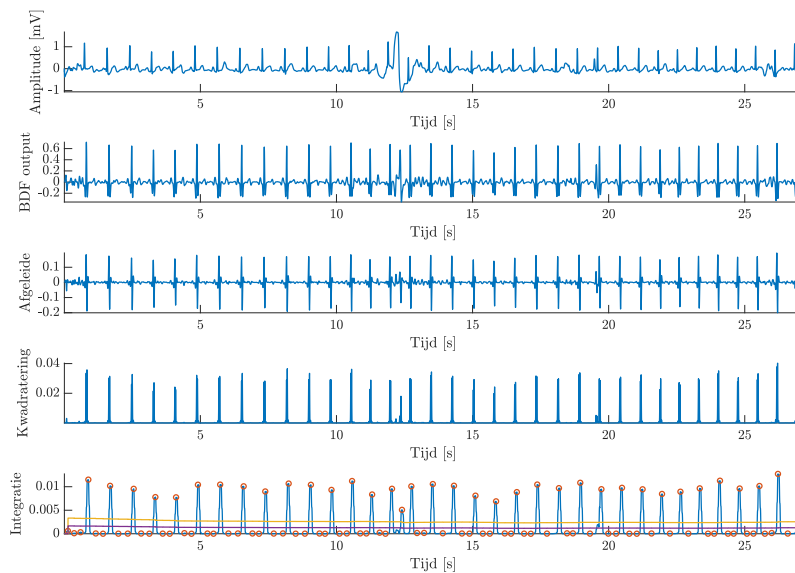


Figuur A.4: De schalings- en waveletfunctie voor reconstructie van de biorthogonale spline wavelet met vier *vanishing moments*. Vooral de waveletfunctie heeft een vorm zeer gelijkaardig aan het QRS-complex, wat het interessant maakt voor compressie en ruisverwijdering.

Bijlage B

Het Pan-Tompkins algoritme

Algoritme 7 toont het algoritme van Pan en Tompkins om de R-pieken in een ECG-signaal te detecteren. Dit algoritme behoort tot de standaardliteratuur in de biomedische signaalverwerking. Figuur B.1 toont de output na de eerste zes stappen van het algoritme op een ECG-signaal. De verschillende filteringoperaties versterken het QRS-complex en proberen er één mooie, detecteerbare piek van te maken. Daarna detecteert het algoritme deze pieken met adaptieve *thresholding*.



Figuur B.1: De output van stappen één tot zes van Algoritme 7 op een ECG-signaal. Rond 12s is er duidelijk invloed van een ruissegment op het algoritme.

Algoritme 7 R-piekdetectie: Pan-Tompkins

Input: ECG-signaal $x(n)$, bemonsteringsfrequentie f_s

Output: \mathbf{q} , de posities van de R-pieken

- 1: Pas een laagdoorlaatfilter met transferfunctie $H(z) = \frac{1}{32} \frac{(1-z^{-6})^2}{(1-z^{-1})^2}$ toe
 - 2: Pas een hoogdoorlaatfilter met transferfunctie $H(z) = \frac{1}{32} \frac{-1+32z^{-16}-32z^{-17}+z^{-32}}{1+z^{-1}}$ toe
 - 3: Bereken de vijfpuntsafgeleide met transferfunctie $H(z) = \frac{1}{8}(-z^{-2}-2z^{-1}+2z+z^2)$
 - 4: Kwadrateer het signaal
 - 5: Pas een 30-punts *moving average* integratie toe
 - 6: Detecteer alle K pieken (locatie LOC, signaalwaarde PEAK) van het resulterende signaal $y(n)$ met minimale afstand $0.19f_s$
 - 7: Verwijder alle pieken in ruissegmenten met behulp van Algoritme 2
 - 8: Segmenteer $y(n)$ in segmenten van 2.5 s en neem de maximale piek in elk segment. Initialiseer THR1 als 0.35 keer de mediaan van alle maximale pieken, THR2 als 0.3 keer THR1, SPKI als de eerste R-piek, NPKI als de eerste ruispiek, RR2 als het eerste RR-interval
 - 9: **for** $i = 1 \dots K$ **do**
 - 10: **if** (*Searchback*) Geen R-piek gedetecteerd voor interval $> 4.7RR2$ **then**
 - 11: Zoek eerste piek sinds laatste R-piek $> THR2$ en voeg toe aan \mathbf{q}
 - 12: $SPKI \leftarrow 0.25PEAK_i + 0.75SPKI$
 - 13: $RR2 \leftarrow$ gemiddelde van acht meest recente RR-intervallen in $[0.92RR2, 1.16RR2]$
 - 14: $THR1 \leftarrow 0.75NPKI + 0.25SPKI$
 - 15: $THR2 \leftarrow 0.3THR1$
 - 16: Begin opnieuw vanaf deze laatste R-piek
 - 17: **end if**
 - 18: **if** $PEAK_i > THR1$ **then**
 - 19: $PEAK_i$ is R-piek (voeg toe aan \mathbf{q})
 - 20: $SPKI \leftarrow 0.125PEAK_i + 0.875SPKI$
 - 21: $RR2 \leftarrow$ gemiddelde van 8 meest recente RR-intervallen in $[0.92RR2, 1.16RR2]$
 - 22: **else**
 - 23: $PEAK_i$ is geen R-piek, maar ruispiek
 - 24: $NPKI \leftarrow 0.125PEAK_i + 0.875NPKI$
 - 25: **end if**
 - 26: $THR1 \leftarrow 0.75NPKI + 0.25SPKI$
 - 27: $THR2 \leftarrow 0.3THR1$
 - 28: **end for**
 - 29: Corrigeer posities R-pieken \mathbf{q} met de vertraging geïntroduceerd door de filtering-operaties
 - 30: $\mathbf{q} \leftarrow$ de pieken in het originele signaal in de omgeving van \mathbf{q}
 - 31: **return** \mathbf{q}
-

Bijlage C

Support Vector Machines

SVM's vormen een klasse van classificatie- en regressiemethodes in *machine learning*. In de context van deze masterproef wordt de SVM gebruikt als gesuperviseerde classificatiemethode om vanuit de inputvector van karakteristieken \mathbf{f} , het ritme (NSR, VKF, ...) te determineren. De veronderstelling is dat er een geannoteerde trainingsset $\{\mathbf{f}_k, y_k\}_{k=1}^{N_{\text{train}}}$, met inputdata $\mathbf{f}_k \in \mathbb{R}^n$ en labels $y_k \in \{-1, +1\}$, en onafhankelijke testset van ECG-signalen beschikbaar is. Het vertrekpunt is een binair classificatieprobleem, maar uitbreidingen naar een classificatieprobleem met meer klassen zijn mogelijk.

De klassieke uitleg van de originele SVM van Vapnik verloopt aan de hand van een lineair scheidbaar probleem, waarbij het beste (volgens een bepaald criterium) hypervlak gezocht wordt dat de inputdata perfect classificeert. Dit criterium houdt de maximalisatie in van de marge tussen de dichtstbijzijnde punten van beide klassen. Uiteindelijk vertaalt dit probleem zich in een convex optimalisatieprobleem met beperkingen. Dit classificatieparadigma breidt zich uit naar het niet-scheidbaar probleem door de invoering van zogenaamde *slack* variabelen (toleranties ten opzichte van de beperking), waarbij convexiteit van het optimalisatieprobleem behouden blijft. Voor een meer uitgebreide en extensieve opbouw van de methode, verwijzen we naar [59, 19].

C.1 Niet-lineaire SVM's

De overgang van de lineaire naar de niet-lineaire SVM gebeurt via de zogenaamde *feature map* $\phi(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$. Deze *feature map* transformeert de inputdata naar een hoogdimensionale (potentieel oneindig-dimensionale) *feature space* waarin een lineaire SVM getraind kan worden (overeenkomstig met een niet-lineaire SVM in de ruimte van de inputdata). De integratie van alle voorgaande elementen leidt tot volgend convex optimalisatieprobleem:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{w}, b, \xi} \quad \boxed{\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w}} + \boxed{c} \sum_{k=1}^{N_{\text{train}}} \xi_k \\
 & \text{s.t.} \quad \begin{cases} y_k [\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{f}_k) + b] \geq 1 - \xi_k, k = 1, \dots, N_{\text{train}} \\ \xi_k \geq 0, k = 1, \dots, N_{\text{train}}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Regularisatie
Hyperparameter
Minimalisatie misclassificaties

De doelfunctie bestaat uit twee termen: de regularisatie (het voorkomen van *overfitting*, oorspronkelijk komende van de maximalisatie van de marge) en de minimalisatie van het aantal misclassificaties, gegeven dat ξ_k de *slack*-variabele is bij het k^{e} datapunt. Deze *slack*-variabele geeft aan in welke mate er een overtreding is van de eerste beperking, die de juiste classificatie van alle datapunten uitdrukt. De hyperparameter¹ c balanceert tussen de regularisatie en de minimalisatie van misclassificaties: een te grote c leidt tot *overfitting*, een te kleine c tot *underfitting*.

Gegeven dat dit een convex optimalisatieprobleem is en aan de Slättervoorwaarde voldaan is, geldt er sterke dualiteit. Het duale QP-probleem, gevonden met behulp van de KKT-voorwaarden, wordt dan:

$$\begin{aligned}
 & \max_{\alpha} \quad -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N_{\text{train}}} y_k y_l K(\mathbf{f}_k, \mathbf{f}_l) \alpha_k \alpha_l + \sum_{k=1}^{N_{\text{train}}} \alpha_k \\
 & \text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_{\text{train}}} \alpha_k y_k = 0 \\ 0 \leq \alpha_k \leq c, k = 1, \dots, N_{\text{train}}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Dit optimalisatieprobleem heeft volgende eigenschappen:

- De grootte van de optimalisatievariabele is gelijk aan N_{train} (de grootte van de database), terwijl het primaire probleem als dimensionaliteit de grootte van de input heeft. In de oplossing blijkt dat vele van de Lagrangemultiplicatoren α_k uit $\alpha \in \mathbb{R}^{N_{\text{train}}}$ nul zijn. De niet-nul waarden noemt men de *support values*, terwijl de bijhorende datapunten \mathbf{f}_k de *support vectors* zijn. Deze naam komt van de uiteindelijke voorstelling van de classifier:

$$y(\mathbf{f}) = \text{sign} \left(\sum_{k=1}^{\#\text{SV's}} \alpha_k y_k K(\mathbf{f}, \mathbf{f}_k) + b \right).$$

Deze beslissingsfunctie kan uitgedrukt worden in functie van enkel de *support vectors*.

- Noch in het duale probleem, noch in de uitdrukking van de classificatiefunctie, komt de *feature map* $\phi(\cdot)$ voor. Enkel de inwendige producten tussen *feature*

¹Een hyperparameter determineert parameters op een lager niveau, in casu: de optimalisatievariabelen.

maps komen voor. De *kernel trick* bestaat erin deze inwendige producten te vervangen door een kernelfunctie:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \phi(\mathbf{x})^T \phi(\mathbf{z}). \quad (\text{C.1})$$

De Mercervoorwaarde zegt dat als deze kernelfunctie positief-definiet is dat er altijd een bijhorende *feature map* $\phi(\cdot)$ bestaat zodat (C.1) geldig is. Uiteindelijk kan men *feature maps* en ruimtes vergeten en hoeft men enkel met kernels in de inputruimte te werken.

Drie veel gebruikte kernels zijn:

- De RBF (*Radial Basis Function*) kernel: $K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{z}\|_2^2}{\sigma^2}}$, waarbij σ^2 een nieuwe hyperparameter is die de niet-lineariteit van de kernel bepaalt. Grote σ^2 vlakkt vele verschillen uit, zodat de kernel meer lineair wordt. Kleine σ^2 versterkt kleine verschillen, resulterend in een meer niet-lineaire kernel.
 - De lineaire kernel (SVM): $K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{x}^T \mathbf{z}$.
 - De veelterm kernel van graad d : $K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{z} + \tau)^d$. De Mercervoorwaarde geldt voor alle positieve τ .
- De laatste voorwaarde noemt men de *box*-voorwaarde. De *support values* leven in een ‘doos’ gedefinieerd door hyperparameter c .
 - In het geval van een ongebalanceerde dataset, kan men per klasse een andere hyperparameter c_i nemen. Klassen met een grotere a priori probabilmiteit of een grotere misclassificatiekost krijgen dan een groter gewicht, zodat de hyperparameter stijgt en minder misclassificaties voor de overeenkomstige klasse getolereerd worden.
 - Door convexiteit van zowel het primaire als het duale probleem, is er een globaal optimum. Dit in tegenstelling tot neurale netwerken, waarvoor het optimalisatieprobleem niet-convex is, wat leidt tot lokale optima. Een ander voordeel ten opzichte van neural netwerken is dat het aantal neuronen rechtstreeks uit de formulering volgt, namelijk het aantal *support vectors*.

C.1.1 Optimalisatie van de hyperparameters

De optimalisatie van de hyperparameters c en σ^2, d (bij bijhorende kernels) gebeurt over een doelfunctie gedefinieerd met kruisvalidatie over de trainingsset (zie ook Figuur 5.5). Deze optimalisatie kan met behulp van *gridsearch*, dat een rooster van hyperparameters evalueert, of met behulp van Bayesiaanse optimalisatie, die op basis van de maximalisatie van een a posteriori probabilmiteit, gradiëntenvrij en iteratief de doelfunctie optimaliseert [10, 30].

C.2 Classificatieproblemen met meerdere klassen

Wanneer het classificatieprobleem meerdere klassen bevat (bijvoorbeeld: VKF, NSR en een restcategorie van andere ritmes), kan de binaire classificatiemethode van een SVM als bouwblok dienen om de klassen te onderscheiden. Verschillende configuraties zijn mogelijk, waaronder:

- *Hiërarchische classificatie*: hierbij wordt boomsgewijs onderscheid gemaakt tussen groepen van klassen. Bijvoorbeeld: neem eerst VKF en de restcategorie samen en classificeer ten opzichte van NSR, scheid daarna VKF en de restcategorie.
- *Eén-versus-allen*: in dit paradigma geven K klassen aanleiding tot K binaire classificatoren: één voor elke klasse ten opzichte van de verzameling van andere klassen. Potentiële problemen zijn de gecreëerde ongebalanceerdheid en contradicties tussen de verschillende toegekende labels. Een mogelijke oplossing om een juiste beslissing te nemen, is het gebruik van a posteriori probabiliteiten (scoring van de verschillende classificatoren).
- *Eén-versus-één*: deze methode traint voor elke twee klassen een binaire classifier, resulterend in $\frac{K(K-1)}{2}$ SVM's, voor K klassen. Deze methode zoomt meer in op de details tussen klassen. Het toegekende label behoort tot de klasse die de meeste stemmen krijgt.

De codering kan samen met de andere hyperparameters geoptimaliseerd worden.

Bijlage D

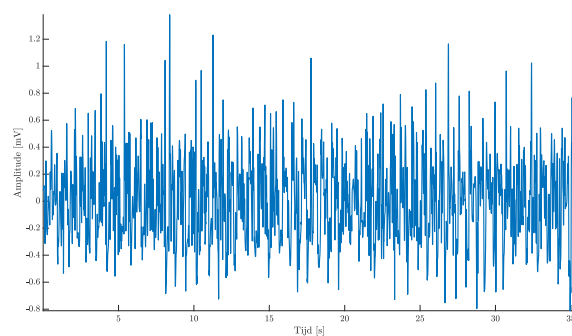
Ruisclassificatie

Deze appendix introduceert een rudimentaire methode om te ruizige signalen te scheiden van alle andere signalen in de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset (zie Sectie 6.2.2). In de literatuur zijn geavanceerdere methodes te vinden [47]. Het probleem is een binair classificatieprobleem: de ruisclassificatie probeert de te ruizige signalen te scheiden van het aggregaat van alle andere klassen (NSR, VKF en rest), voordat de andere klassen gescheiden worden. Als classificatiemethode kiezen we opnieuw voor de SVM (zie Appendix C). Deze SVM neemt als input een set van beschrijvende waarden die toelaten ruis te herkennen. Sectie D.1 beschrijft deze karakteristieken, waarna Sectie D.2 de testresultaten weergeeft.

Figuur D.1 toont een ECG-sigitaal dat als label ‘te ruizig’ heeft.

D.1 Ruiskarakteristieken

Maten soortgelijk aan die van in Sectie 3.4 kunnen gebruikt worden als indicatoren van de activiteit van een signaal [57]. Er valt te verwachten dat wanneer de ruis erg dominant is ten opzichte van het ECG-sigitaal, de activiteit of het vermogen, groter is. Anders dan bij de verwijdering van ruissegmenten, gebeurt de berekening van



Figuur D.1: Een ECG-sigitaal met als label ‘te ruizig’, na voorverwerking. Sommige R-pieken zijn nog zichtbaar, al zijn alle andere signaalkarakteristieken verdwenen.

deze indicatoren nu op het volledige, voorverwerkte signaal. De activiteitsindicatoren zijn:

- *RMS-waarde*: de RMS-waarde van het signaal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ is gedefinieerd als:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2}.$$

Figuur D.2a bevestigt dat de RMS-waarde voor te ruizige signalen inderdaad hoger ligt dan voor andere signalen.

- *FF*: de vormfactor (FF) meet de complexiteit van een signaal en is gelijk aan [57]:

$$\text{FF} = \frac{\sigma_{x''}/\sigma_{x'}}{\sigma_{x'}/\sigma_x},$$

de verhouding van de mobiliteit van de eerste afgeleide en van het signaal zelf, waarbij σ_x de standaardafwijking van signaal \mathbf{x} is. Deze maat kan onder andere gebruikt worden om tussen normale en ectopische hartslagen te discrimineren [57]. Figuur D.2b toont dat inderdaad te discrimineren valt op basis van deze karakteristiek.

- *SDRR*: er valt te verwachten dat de detectie van de QRS-complexen (zie Sectie 3.4) een willekeurige output zal produceren voor signalen waar de ruis domineert ten opzichte van het ECG-signaal. De standaardafwijking van de RR-intervallen (SDRR), na R-piek detectie, vormt dan een discriminatieve waarde (zie Figuur D.2c). Deze maat buit dus de ruisgevoeligheid van het detectiealgoritme voor QRS-complexen uit.
- *BC*: deze maat meet de gemiddelde correlatie tussen opeenvolgende hartslagen:

$$\text{BC} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K-1} \text{BC}_k,$$

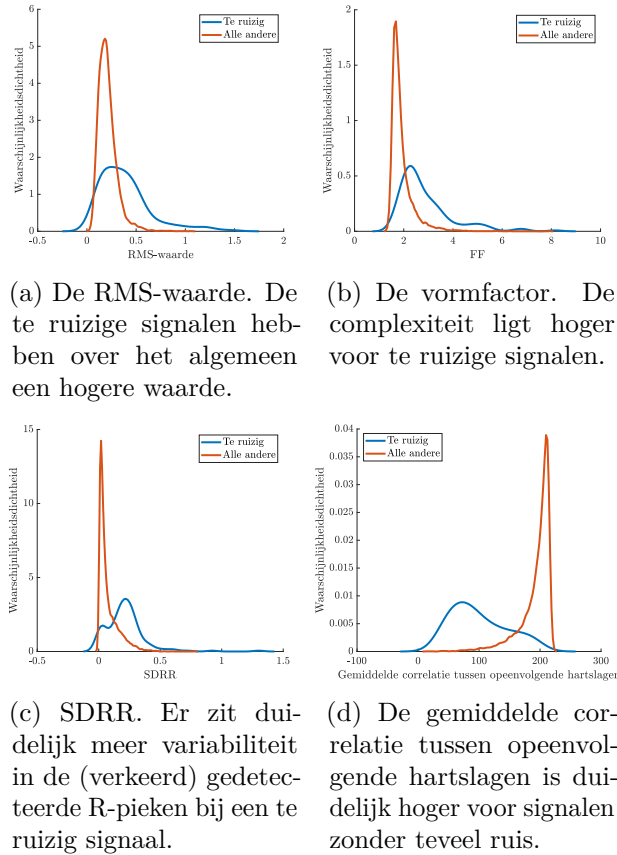
met K het aantal gedetecteerde hartslagen. BC_k is gedefinieerd als de kruiscorrelatie tussen genormaliseerde hartslagen $x_k(n)$ en $x_k(n+1)$, $0 \leq n \leq N-1$, op tijdstip nul:

$$\text{BC}_k = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x_k(n)x_{k+1}(n) \right|.$$

Aangezien willekeurige ruis domineert, zal de gemiddelde correlatie veel lager zijn dan bij een regulier ECG-signaal. Figuur D.2d bevestigt dit.

De covariantiematrix met Pearson correlatiecoëfficiënten is de volgende:

$$\begin{array}{c} \text{RMS} \\ \text{FF} \\ \text{SDRR} \\ \text{BC} \end{array} \begin{bmatrix} \text{RMS} & \text{FF} & \text{SDRR} & \text{BC} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1.00 & 0.22 & 0.05 & -0.20 \\ 0.22 & 1.00 & 0.21 & -0.53 \\ 0.05 & 0.21 & 1.00 & -0.50 \\ -0.20 & -0.53 & -0.50 & 1.00 \end{array} \right] \end{bmatrix}.$$



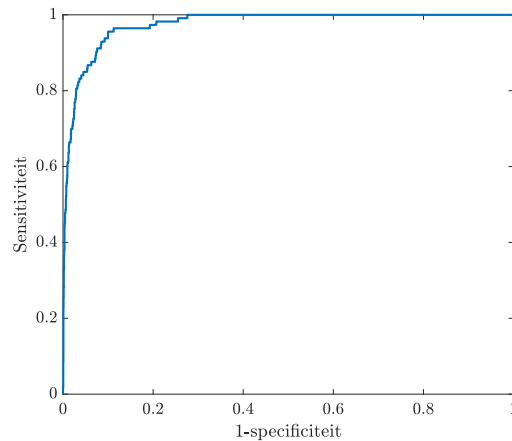
Figuur D.2: De niet-parametrische kernel waarschijnlijkheidsdichtheidsschattingen van de vier ruiskarakteristieken voor de te ruizige signalen en het aggregaat van alle andere signalen, op basis van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset.

Deze geeft aan dat, wat betreft lineaire relaties, alle karakteristieken nuttige informatie toevoegen. Er zijn immers nooit sterke correlaties tussen variabelen.

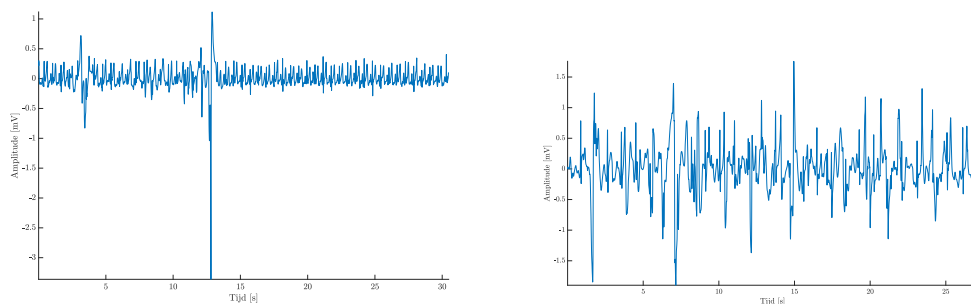
D.2 Resultaten en discussie

Deze vier karakteristieken dienen dan als input voor een SVM met een RBF kernel. De karakteristieken worden eerst genormaliseerd (weghalen van het gemiddelde en delen door de standaardafwijking, per karakteristiek). De optimalisatie van de SVM gebeurt met vijfvoudige kruisvalidatie, met maximaal 50 iteraties. De trainingsset is hier gelijk aan de modelset van de PhysioNet/CinC Challenge 2017 dataset (5117 signalen), terwijl de testset de trainings- en testset van Sectie 6.2.1 omvat (3411 signalen). In de testset hebben 113 signalen het label ‘te ruizig’ gekregen.

De accuraatheid is 97.80%, $F_{1nr} = 0.99$, $F_{1r} = 0.58$, zodat de gemiddelde F_1 -score gelijk is aan 0.78. Figuur D.3 toont de ROC-curve, met een AUC van 0.98. Deze scores tonen dat de ruisclassificatie betrouwbaar is. Merk op dat de classificatiemethode voor



Figuur D.3: De ROC-curve van de ruisclassificator. De AUC is gelijk aan 0.98. Dit wijst op een sterke generalisatie.



(a) Werkelijk label is 'te ruizig', voorspelling zegt van niet.

(b) Predictie is 'te ruizig', terwijl het werkelijk label zegt van niet.

Figuur D.4: Deze twee ECG-signalen tonen misclassificaties van de ruisclassificator. De linker figuur toont een ECG-signaal dat als te ruizig gelabeld werd, maar dat de classificator als niet ruizig bestempelt. Er zijn vooral lokaal duidelijk ruisinvloeden merkbaar, terwijl een groot deel van het signaal wel bruikbaar is. Rechts staat een signaal dat de ruisclassificatie als te ruizig beoordeelt, terwijl de *ground truth* zegt dat er niet te veel ruis is. Dat toont aan dat in werkelijkheid de ruislabels niet zo accuraat zijn.

alle andere signalen veel minder fouten maakt. De verklaring hiervoor is tweeledig: enerzijds is een overgrote meerderheid van signalen niet ruizig, wat de focus van de classificator op deze signalen verklaart. Anderzijds zijn de ruiskarakteristieken van Figuur D.2 veel meer gepiekt en dus eenduidiger voor niet-ruizige signalen.

Figuur D.4 toont voorbeelden van verkeerd geclassificeerde ECG-signalen. Deze voorbeelden tonen dat misclassificaties van de ruisclassificatiemethode niet steeds als dusdanig moeten beschouwd worden.

Bijlage E

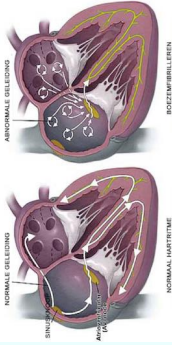
Poster

De volgende pagina toont de wetenschappelijke poster, gerelateerd aan deze masterproef.

Detectie van voorkamerfibrillatie: een tensorgebaseerde methode

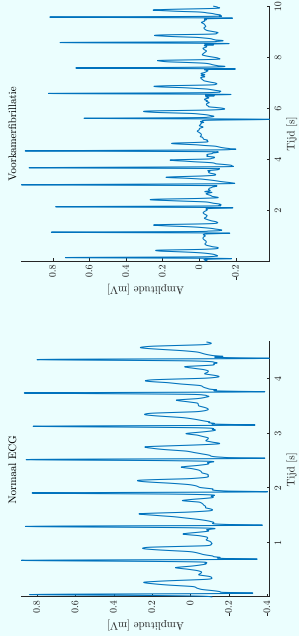
Situering & Doelstelling

Doelstelling: detectie van **voorkamerfibrillatie**, één van de meeste voorkomende hartritmeaandoeningen. Ongeveer **één op vier** ontwikkelt ooit voorkamerfibrillatie.

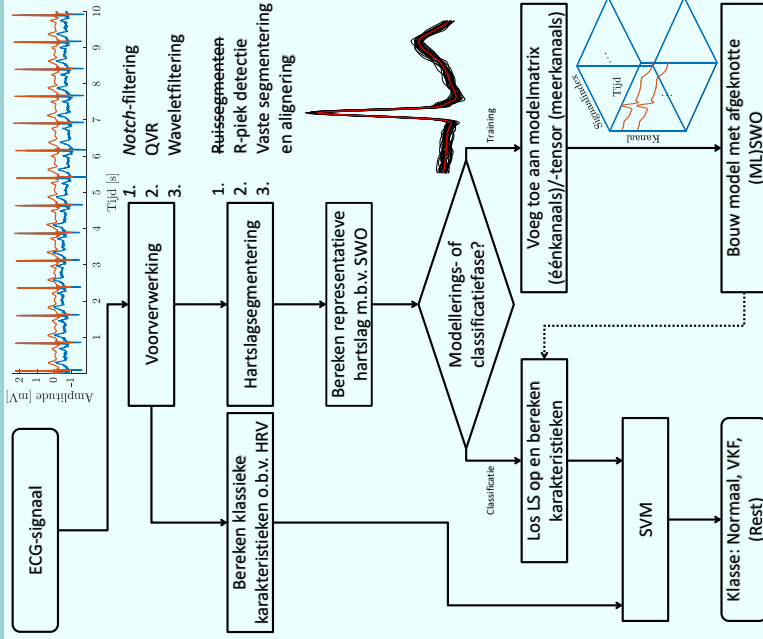


Tool: het **elektrocardiogram**, waarin voorkamerfibrillatie gekarakteriseerd wordt door:

- Onregelmatig hartritme
- Afwezigheid van de P-golf



Algoritme



Detectie m.b.v. (ML)SWO

Gegeven **lage-multilineaire-rangbenadering** van modeltensor \mathcal{D} :

$$\mathcal{D} \approx \hat{S}_1 \cdot \hat{U}_k \cdot \hat{U}_t \cdot \hat{U}_3 \cdot \hat{U}_s$$

De **optimale rang** wordt m.b.v. **10-fold crossvalidation** bepaald. Dit resulteert, voor één specifiek signaal op alle kanalen, \mathcal{D} , na mode-3 ontvouwing, in volgend **lineair systeem**:

$$\text{vec}(\mathcal{D}) \approx (\hat{U}_t \otimes \hat{U}_k) \hat{S}_t \hat{c}_s$$

Gegeven nieuw ECG $\mathcal{D}^{(\text{test})}$, los vergelijking op en **vergelijk** $\hat{c}_s^{(\text{test})}$ met \hat{c}_s (m.b.v. inwendig product). Dit resulteert in morfologische karakteristieken.

Voor **éénkanaals ECG**: tensor wordt matrix, MLSWO wordt **SWO**. **Tensorisatie** m.b.v. RWT (bior4.4, 6 levels) levert **geen extra informatie** op (zie resultaten).

Het model voor meerkanaals ECG kan gebruikt worden om éénkanaals ECG te classificeren door rechte reeks de coëfficiëntenvector, gevonden op de bijhorende schaal, als input voor de SVM te gebruiken.

Conclusie

Tensorgebaseerde methodes complementeren met morfologische karakteristieken klassieke karakteristieken (HRV), vooral wanneer restklasse aanwezig is

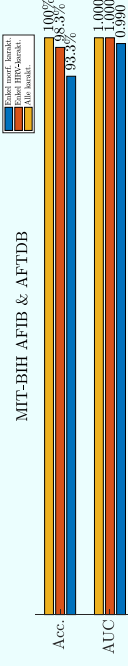
Tensorisaties m.b.v. RWT van éénkanaals ECG leveren geen extra informatie op t.o.v. matrixgebaseerd

Koppeling van databases is mogelijk.

Resultaten

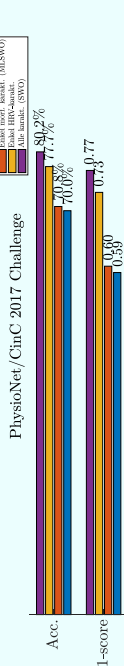
MIT-BIH AFIB & AFTDB database

- 160 **tweekanaals** ECG-signalen, twee klassen: normaal en VKF
- 60 in testset



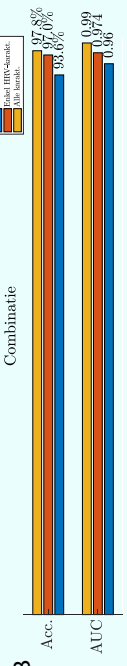
PhysioNet/CinC Challenge 2017 database

- 8244 korte-termijn **éénkanaals** ECG-signalen, drie klassen: normaal, VKF, rest
- 1704 signalen in testset



Koppeling PhysioNet/CinC Challenge (test) en MIT-BIH AFIB & AFTDB database (model)

- Enkel normaal en VKF
- 2315 in testset



[1] Boussé, M., N. Vervet, L. Demaree, O. Debaix, and L. De Lathauwer. Linear systems with a canonical polyadic decomposition on centered solutions. *Algorithms and Applications*. Technical Report 17-01, EASYS/STADIUS, KU Leuven, Leuven, Belgium, 2017.
 [2] Boussé, M., G. Goovaerts, N. Vervet, O. Debaix, S. Van Huffel, and L. De Lathauwer. Regular hypermatrix decomposition using Kronecker product equations in Tucker decomposition. *Journal of Mathematical Sciences*, 2017.
 [3] J. A. C. (AACC). Voorbarmethoden. Informatie voor patiënten. <https://www.lakwv.nl/nid/25888>, februari 2017.
 [4] Goldberger, A. L., Amaral, L. A. N., Glass, L., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. Ch., Mark, R. G., Mietus, E., Moody, G. B., Peng, C. K., Stanley, H. E., PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 2000.

Bibliografie

- [1] Mobile Health (mHealth) Technologies and Global Markets estimated to reach \$46.2 billion by 2021. *PR Newswire*, June 2017.
- [2] Official results PhysioNet/CinC Challenge 2017. <https://physionet.org/challenge/2017/results.csv>, October 2017. [Online; beschikbaar op 18 mei 2017].
- [3] A. Al-Fahoum. Quality assessment of ECG compression techniques using a wavelet-based diagnostic measure. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 10(1):182–191, January 2006.
- [4] R. Alcaraz, C. Vayá, R. Cervigón, C. Sánchez, and J. Rieta. Wavelet sample entropy: A new approach to predict termination of atrial fibrillation. In *Computers in Cardiology*, volume 33, pages 597–600, 2006.
- [5] AliveCor[®]. KardiaMobile. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:KardiaMobile.jpg>. [Online; beschikbaar op 25 mei 2018].
- [6] AliveCor[®]. Gebruikershandleiding voor Kardia[™] van AliveCor[®]. <https://alivecor.zendesk.com/hc/en-us#quickstart>, December 2017. [Online; beschikbaar op 27 mei 2018].
- [7] S. Asgari, A. Mehrnia, and M. Moussavi. Automatic detection of atrial fibrillation using stationary wavelet transform and support vector machine. *Computers in Biology and Medicine*, 60:132–142, May 2015.
- [8] M. Bousse, G. Goovaerts, N. Vervliet, O. Debals, S. Van Huffel, and L. De Lathauwer. Irregular heartbeat classification using Kronecker Product Equations. In *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS*, pages 438–441. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., September 2017.
- [9] M. Boussé, N. Vervliet, I. Domanov, O. Debals, and L. De Lathauwer. Linear Systems with a Canonical Polyadic Decomposition Constrained Solution: Algorithms and Applications. Technical report, ESAT-STADIUS, KU Leuven, 2017.

- [10] E. Brochu, V. M. Cora, and N. de Freitas. A Tutorial on Bayesian Optimization of Expensive Cost Functions, with Application to Active User Modeling and Hierarchical Reinforcement Learning. *arXiv preprint arXiv:1012.2599*, December 2010.
- [11] A. Bultheel and D. Huybrechs. Wavelets with applications in signal and image processing. chapter 2.6 The Heisenberg uncertainty principle, p.27-28, August 2014.
- [12] A. Bultheel and D. Huybrechs. Wavelets with applications in signal and image processing. chapter 2.7 Time-frequency plane, p.29, August 2014.
- [13] S. Chauhan and L. Vig. Anomaly detection in ECG time signals via deep long short-term memory networks. In *Data Science and Advanced Analytics (DSAA), 2015. 36678 2015. IEEE International Conference on*, pages 1–7. IEEE, October 2015.
- [14] A. Cichocki, D. Mandic, L. De Lathauwer, G. Zhou, Q. Zhao, C. Caiafa, and H. Phan. Tensor decompositions for signal processing applications: From two-way to multiway component analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 32(2):145–163, March 2015.
- [15] G. D. Clifford, F. Azuaje, and P. McSharry. *Advanced Methods And Tools for ECG Data Analysis*, chapter 5.3.3 A Denoising Example: Wavelet Choice, pages 144–148. Artech House, Inc., Norwood, MA, USA, 2006.
- [16] G. D. Clifford, R. Colloca, and J. Oster. Comput_AFEv, comp_dRR, metrics, BPCount. <https://github.com/pratyusk/AFibClassification>. [Code AFEvidence, Online; beschikbaar op 13 mei 2018].
- [17] G. D. Clifford, C. Liu, B. Moody, L.-w. H. Lehman, I. Silva, Q. Li, A. Johnson, and R. G. Mark. AF Classification from a short single lead ECG recording: the PhysioNet/Computing in Cardiology Challenge 2017. *Computing*, 44:1, 2017.
- [18] R. Colloca, A. E. Johnson, G. D. Clifford, and L. Mainardi. A Support Vector Machine approach for reliable detection of atrial fibrillation events. In *Computing in Cardiology*, volume 40, pages 1047–1050, 2013.
- [19] N. Cristianini and J. Shawe-Taylor. *An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods*. Cambridge University press, Cambridge, 2000.
- [20] L. De Lathauwer, B. De Moor, and J. Vandewalle. A Multilinear Singular Value Decomposition. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 21(4):1253–1278, 2000.
- [21] L. De Lathauwer, B. De Moor, and J. Vandewalle. On the Best Rank-1 and Rank-(R1,R2,. . .,RN) Approximation of Higher-Order Tensors. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 21(4), January 2000.

-
- [22] O. Debals. *Tensorization and Applications in Blind Source Separation*. PhD thesis, Leuven, 2017.
- [23] O. Debals and L. De Lathauwer. Stochastic and deterministic tensorization for blind signal separation. In *International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation*, volume 9237, pages 3–13. Springer, 2015.
- [24] D. Donoho. De-noising by soft-thresholding. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 41(3):613–627, May 1995.
- [25] A. Fasano and V. Villani. Baseline wander removal in ECG and AHA recommendations. In *Computing in Cardiology*, volume 40, pages 1171–1174, 2013.
- [26] A. Fasano and V. Villani. ECG baseline wander removal and impact on beat morphology: A comparative analysis. In *Computing in Cardiology*, volume 40, pages 1167–1170, 2013.
- [27] A. Fasano and V. Villani. Baseline wander removal for bioelectrical signals by quadratic variation reduction. *Signal Processing*, 99:48–57, June 2014.
- [28] A. Fasano, V. Villani, and L. Vollero. Fast ECG baseline wander removal preserving the ST segment. In *Proceedings of the 4th International Symposium on applied sciences in biomedical and communication technologies, ISABEL '11*, pages 1–5. ACM, October 2011.
- [29] M. García, J. Ródenas, R. Alcaraz, and J. J. Rieta. Application of the relative wavelet energy to heart rate independent detection of atrial fibrillation. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 131:157–168, July 2016.
- [30] M. A. Gelbart, J. Snoek, and R. P. Adams. Bayesian Optimization with Unknown Constraints. *arXiv preprint arXiv:1403.5607*, March 2014.
- [31] L. Geris. *Wetenschap en utopie: Lessen voor de eenentwintigste eeuw*, chapter Utopie voor morgen: digitale gezondheidszorg, pages 79–94. Lessen voor de eenentwintigste eeuw 23. Leuven UP, Leuven, 2017.
- [32] A. Goldberger, L. L. Amaral, A. N. L. Glass, M. J. Hausdorff, Ch. P. Ivanov, G. R. Mark, E. J. Mietus, B. G. Moody, Eugene C.-K. Peng, Eugene, and H. Stanley, Eugene. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation: Journal of the American Heart Association*, 101(23):e215–e220, June 2000.
- [33] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix computations*, volume 3, chapter 4.3.6 Tridiagonal System Solving, page 157. JHU Press, 2012.
- [34] A. Gramacki. *Nonparametric Kernel Density Estimation and Its Computational Aspects*. Studies in Big Data, 37. Springer International Publishing, 2018.

- [35] A. Gramacki. *Nonparametric Kernel Density Estimation and Its Computational Aspects*, chapter 2.5 Parzen Windows, page 16. *Studies in Big Data*, 37. Springer International Publishing, 2018.
- [36] Hartcentrum Hasselt. Voorkamerfibrillatie? Informatie voor patiënten. <http://www.hartcentrumhasselt.be/patient/hartziekten/hartritmestoornissen/te-snel-hartritme--tachycardie/voorkamerfibrillatie>. [Online; beschikbaar op 25 mei 2018].
- [37] M. Ishteva, P.-A. Absil, S. Van Huffel, and L. De Lathauwer. Best Low Multilinear Rank Approximation of Higher-Order Tensors, Based on the Riemannian Trust-Region Scheme. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 32(1):115–135, 2011.
- [38] M. Kania, M. Fereniec, and R. Maniewski. Wavelet denoising for multi-lead high resolution ECG signals. *Measurement science review*, 7(4):30–33, 2007.
- [39] A. H. Khandoker, C. Karmakar, M. Brennan, M. Palaniswami, and A. Voss. *Poincaré Plot Methods for Heart Rate Variability Analysis*. Springer US : Imprint: Springer, Boston, MA, 2013.
- [40] T. G. Kolda and B. W. Bader. Tensor Decompositions and Applications. *SIAM Review*, 51(3):455–500, August 2009.
- [41] S. Ladavich and B. Ghoraani. Rate-independent detection of atrial fibrillation by statistical modeling of atrial activity. *Biomedical Signal Processing and Control*, 18, April 2015.
- [42] D. E. Lake and J. R. Moorman. Accurate estimation of entropy in very short physiological time series: the problem of atrial fibrillation detection in implanted ventricular devices. *American journal of physiology. Heart and circulatory physiology*, 300(1), January 2011.
- [43] K. Lee. ApEn. <https://nl.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32427-fast-approximate-entropy>. [Code ApEn, Online; beschikbaar op 15 april 2018].
- [44] Leuvens Aritmie Centrum. Voorkamerfibrillatie, Informatie voor patiënten. <https://www.uzleuven.be/node/58989>, Februari 2017.
- [45] R. A. Álvarez, A. J. M. Penín, and X. A. V. Sobrino. A Comparison of Three QRS Detection Algorithms Over a Public Database. *Procedia Technology*, 9:1159–1165, 2013.
- [46] I. Markovsky. *Low Rank Approximation: Algorithms, Implementation, Applications*, chapter 2: From Data to Models, page 62. Communications and Control Engineering. Springer, London, 2012.

-
- [47] J. Moeyersons, C. Varon, D. Testelmans, B. Buyse, and S. Van Huffel. ECG Artefact Detection Using Ensemble Decision Trees. *Computing in Cardiology*, 44:1, 2017.
- [48] G. Moody. A new method for detecting atrial fibrillation using RR intervals. *Computers in Cardiology*, pages 227–230, 1983.
- [49] G. Moody. Spontaneous termination of atrial fibrillation: a challenge from physionet and computers in cardiology 2004. In *Computers in Cardiology, 2004*, pages 101–104. IEEE, 2004.
- [50] S. Padhy and S. Dandapat. Third-order tensor based analysis of multilead ECG for classification of myocardial infarction. *Biomedical Signal Processing and Control*, 31:71–78, January 2017.
- [51] J. Pan and W. J. Tompkins. A Real-Time QRS Detection Algorithm. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, BME-32(3):230–236, March 1985.
- [52] S. Petrutiu, A. V. Sahakian, and S. Swiryn. Abrupt changes in fibrillatory wave characteristics at the termination of paroxysmal atrial fibrillation in humans. *Europace*, 9(7):466–470, July 2007.
- [53] U. Rajendra Acharya, K. Paul Joseph, N. Kannathal, C. Lim, and J. Suri. Heart rate variability: a review. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 44(12):1031–1051, December 2006.
- [54] R. M. Rangayyan. *Biomedical Signal Analysis*, chapter 1.2.5 The electrocardiogram (ECG), pages 24–25. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2015.
- [55] R. M. Rangayyan. *Biomedical Signal Analysis*, chapter 3.1 Problem Statement, page 104. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2015.
- [56] R. M. Rangayyan. *Biomedical Signal Analysis*, chapter 3.3.3 Motion artifact in the ECG, page 104. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2015.
- [57] R. M. Rangayyan. *Biomedical Signal Analysis*, chapter 5.6 Analysis of Activity, pages 314–320. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2015.
- [58] S. Sarkar, D. Ritscher, and R. Mehra. A Detector for a Chronic Implantable Atrial Tachyarrhythmia Monitor. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 55(3):1219–1224, March 2008.
- [59] B. Schölkopf and A. J. Smola. *Learning with kernels: support vector machines, regularization, optimization, and beyond*. Adaptive computation and machine learning. MIT Press, Cambridge, 2002.
- [60] F. Shaffer and J. P. Ginsberg. An Overview of Heart Rate Variability Metrics and Norms. *Frontiers in Public Health*, 5, September 2017.

- [61] I. Silva and G. B. Moody. An open-source toolbox for analysing and processing physionet databases in matlab and octave. *Journal of open research software*, 2(1), 2014.
- [62] K. Tateno and L. Glass. Automatic detection of atrial fibrillation using the coefficient of variation and density histograms of RR and Delta RR intervals. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 39(6):664–671, November 2001.
- [63] L. N. Trefethen and D. Bau. *Numerical linear algebra*, chapter 4. The Singular Value Decomposition, pages 29–30. SIAM, Philadelphia, 1997.
- [64] N. Vannieuwenhoven, R. Vandebril, and K. Meerbergen. A New Truncation Strategy for the Higher-Order Singular Value Decomposition. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 34(2):1027–1052, 2012.
- [65] N. Vervliet, O. Debals, L. Sorber, M. Van Barel, and L. De Lathauwer. Tensorlab 3.0. <https://www.tensorlab.net>, Mar. 2016. Available online.
- [66] M. Vollmer. A robust, simple and reliable measure of heart rate variability using relative RR intervals. In *Computing in Cardiology Conference (CinC), 2015*, pages 609–612. CCAL, September 2015.
- [67] B. Weng, J. J. Wang, F. Michaud, and M. Blanco-Velasco. Atrial fibrillation detection using stationary wavelet transform analysis. *Conference proceedings: 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Annual Conference*, 2008, 2008.
- [68] Y. Xia, N. Wulan, K. Wang, and H. Zhang. Detecting atrial fibrillation by deep convolutional neural networks. *Computers in Biology and Medicine*, 93:84–92, February 2018.

Fiche masterproef

Student: Simon Geirnaert

Titel: Detectie van voorkamerfibrillatie: een tensorgebaseerde methode

Engelse titel: Detection of atrial fibrillation: a tensor-based method

UDC: 51-7

Korte inhoud:

Voorkamerfibrillatie is de meest voorkomende hartritmestoornis, met vaak indirecte risico's voor de gezondheid. Ongeveer één op vier personen zal ooit aan voorkamerfibrillatie lijden, terwijl één op drie patiënten met voorkamerfibrillatie geen symptomen vertoont. Een vroege en accurate detectie is dus noodzakelijk. Deze masterproef beoogt de automatische detectie van voorkamerfibrillatie aan de hand van het electrocardiogram. Deze automatische detectie is relevant zowel in de klinische context, als hulpmiddel voor de cardioloog, als in de context van de digitale geneeskunde (mHealth). De ontwikkelde methodes combineren door middel van dataminingstechnieken klassieke karakteristieken op basis van hartritmevariabiliteit en karakteristieken die de morfologie van de hartslagen beschrijven. De morfologische karakteristieken kwantificeren de gelijkenis met vooraf gedefinieerde ritmes, waaronder voorkamerfibrillatie. Verschillende éénkanaals signalen uit een modelset, elk voorgesteld door één representatieve hartslag, vormen van nature uit een matrix. Voor meerkanaals signalen blijkt de hogere-orde uitbreiding van een matrix, een tensor, een meer natuurlijke voorstelling te vormen. De multilineaire singulierewaardenontbinding modelleert de hartslagen, waarna door oplossing van een lineair systeem een nieuw signaal vergeleken kan worden met de signalen uit de modelset. Een Support Vector Machine combineert dan alle karakteristieken. Resultaten op reële datasets tonen dat een tensorgebaseerde methode voor éénkanaals signalen, na wavelettransformatie, geen extra informatie toevoegt ten opzichte van een matrixgebaseerde methode. Voor meerkanaals signalen lijkt dit wel het geval. Ook blijkt dat de morfologische karakteristieken vooral supplementaire informatie bovenop karakteristieken op basis van hartritmevariabiliteit geven wanneer er een extra klasse van abnormale signalen gedefinieerd is. In een klinische context is een dergelijke restklasse erg relevant. Daarnaast is het ook mogelijk verschillende datasets te koppelen. Dat zorgt ervoor dat dataminingstechnieken meer data kunnen gebruiken, wat de performantie van de detectiemethodes ten goede komt.

Thesis voorgedragen tot het behalen van de graad van Master of Science in de ingenieurswetenschappen: wiskundige ingenieurstechnieken

Promotoren: Prof. dr. ir. Sabine Van Huffel

Prof. dr. ir. Lieven De Lathauwer

Assessor: Prof. dr. ir. Karl Meerbergen

Begeleiders: Ir. Griet Goovaerts

Dr. Sibasankar Padhy