

**UNIVERSITEIT GENT**

**FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE**

**ACADEMIEJAAR 2015 – 2016**

Centrale toewijzing van kinderen aan scholen

Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van

Master of Science in de

Toegepaste Economische Wetenschappen: Handelsingenieur

**Liesa D’haeseleer**

**onder leiding van**

**Prof. Dr. Dries Goossens**



**UNIVERSITEIT GENT**

**FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE**

**ACADEMIEJAAR 2015 – 2016**

Centrale toewijzing van kinderen aan scholen

Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van

Master of Science in de

Toegepaste Economische Wetenschappen: Handelsingenieur

**Liesa D’haeseleer**

**onder leiding van**

**Prof. Dr. Dries Goossens**

**PERMISSION**

Ondergetekende verklaart dat de inhoud van deze masterproef mag geraadpleegd en/of gereproduceerd worden, mits bronvermelding.

Liesa D’haeseleer

Woord vooraf

Met deze masterproef sluit ik een erg mooie en leerrijke periode van mijn leven af en tezelfdertijd is het ook het spannende begin van een nieuwe periode. Het schrijven van de masterproef heeft veel tijd, inzet en doorzettingsvermogen vereist en was niet mogelijk geweest zonder de ervaring en steun van anderen, waarvoor mijn oprechte dank.

Allereerst wil ik mijn promotor, prof. dr. Dries Goossens, bedanken voor de begeleiding bij de opzet van mijn onderzoek en de verdere ontwikkeling van mijn masterproef. Vervolgens wil ik ook de personen bedanken die het mogelijk hebben gemaakt om het onderwijssysteem in Vlaanderen beter te begrijpen en doorgronden, namelijk lokaal onderwijsplatform (LOP) deskundige voor de regio Vlaamse Ardennen, Luc Top, en kabinetsmedewerker Onderwijs, Joke Goetmaeckers. Voor het verwezenlijken van dit onderzoek heb ik data ter beschikking gekregen van Steven Penneman en Kim Athoni, consulenten onderwijs van de Stad Antwerpen, en Katrien De Boyser, LOP-deskundige aan de Vlaamse Overheid. Dankzij hun bijdragen leunen de resultaten dichter aan bij de realiteit. Tenslotte wil ik nog mijn ouders en Pieter Herrygers bedanken voor de steun en aanmoediging die ik van hen kreeg en voor het nalezen van dit werk.

Inhoudsopgave

Lijst van gebruikte afkortingen V

Lijst van figuren VI

Lijst van tabellen VII

Inleiding 1

1. Probleemstelling en definities 4

2. Literatuurstudie 7

2.1. Basisalgoritmen 7

2.1.1. Deferred Acceptance Algorithm 7

2.1.2. Top Trading Cycles Algorithm 10

2.1.3. Random Serial Dictatorship 11

2.1.4. Boston Algorithm 12

2.1.5. Vergelijking van de algoritmen 13

2.2. Gecontroleerde schoolkeuze 14

2.2.1. Minority reserves 14

2.2.2. Eigenschappen 15

2.3. Tie breaking 16

2.4. Efficiëntieverbeteringen 17

2.4.1. Stable improvement cycles 17

2.4.2. Modified Deferred Acceptance Algorithm with Minority reserves 19

2.5. Mechanism design 21

2.5.1. Doelfunctie 22

2.5.2. Stabiliteitsbeperking 23

2.6. Toewijzingsmechanismen in België 24

2.6.1. Overgang naar een gecentraliseerde toewijzingsprocedure 24

2.6.2. Toewijzingsalgoritme in Antwerpen 25

2.6.3. Toewijzingsalgoritme in Lokeren 26

3. Methodologie 28

3.1. Meetinstrumenten 28

3.1.1. Efficiëntie 28

3.1.2. Stabiliteit 30

3.1.3. Strategieneutraliteit 32

3.1.4. Sociale mix 32

3.1.5. Afstand 33

3.2. Modellen 34

3.2.1. Parameters en variabelen 34

3.2.2. Model zonder positief actiebeleid (Model 1) 36

3.2.3. Model met reserves (Model 2) 37

3.2.4. Loting en afstand als prioriteiten 37

3.2.4.1. Model met reserves en zonder loting- en afstandslijsten (Model 3a) 38

3.2.4.2. Model met reserves en met loting- en afstandslijsten (Model 3b) 40

3.2.5. Modellen met het oog op een betere sociale mix 41

3.2.5.1. Model met reserves (Model 4a) 42

3.2.5.2. Model zonder reserves (Model 4b) 43

3.2.5.3. Model met reserves en zonder prioriteiten (Model 4c) 43

3.2.5.4. Model zonder reserves en zonder prioriteiten (Model 4d) 44

3.2.5.5. Model met reserves en prioriteiten van gedeeltelijk belang (Model 4e) 45

3.2.5.6. Model met reserves, prioriteiten van gedeeltelijk belang en capaciteitsvoorwaarde (Model 4f) 46

3.2.5.7. Model met quota (Model 4g) 47

3.2.6. Quota en reserves 47

3.2.6.1. Minimum reserves en statische maximum quota als parameters (Model 5a) 47

3.2.6.2. Minimum reserves en dynamische maximum quota als parameters (Model 5b) 49

3.2.6.3. Minimum reserves als parameters en maximum quota als beslissingsvariabele (Model 5c) 50

4. Resultaten 52

4.1. Data 52

4.2. Basismodellen 55

4.2.1. Model zonder positief actiebeleid 55

4.2.2. Model met positief actiebeleid 58

4.3. Ordeningscriteria 62

4.3.1. Multiple versus single tie breaker 62

4.3.2. Impact van loting 65

4.3.3. Loting versus afstand als ordeningscriterium 68

4.3.3.1. Minimalisatie van voorkeuren als doelfunctie 69

4.3.3.2. Maximalisatie van toewijzingen als doelfunctie 75

4.4. Impact van schaarste en overaanbod 76

4.5. Verhoging van efficiëntie 79

4.6. Verhoging van sociale mix 81

4.6.1. Ondergrens voor de gewogen gemiddelde afwijking van sociale mix 82

4.6.2. Twee ordeningscriteria 87

4.6.3. Geen ordeningscriteria 87

4.6.4. Quota en reserves 89

4.7. Toetsing aan de werkelijkheid 94

5. Conclusie en aanbevelingen 96

6. Referenties IX

7. Bijlagen 99

7.1. Minority reserves 99

7.2. Zoektocht naar alle elementaire circuits in een gerichte graaf 100

7.3. Voorbeeld dataset 102

7.4. Resultaten voor Lokeren 103

7.4.1. Model zonder positief actiebeleid 103

7.4.1.1. Overzicht prestatiemaatstaven 103

7.4.1.2. Impact van lengte voorkeurslijst 103

7.4.1.3. Verband tussen lengte van voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur 104

7.4.1.4. Impact van populaire scholen 104

7.4.1.5. Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen 105

7.4.1.6. Verband tussen type leerling en populariteit van school van eerste voorkeur 105

7.4.2. Model met positief actiebeleid 106

7.4.2.1. Overzicht prestatiemaatstaven 106

7.4.2.2. Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen 106

7.4.2.3. Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix 107

7.4.3. Multiple versus single tie breaker 108

7.4.3.1. Overzicht prestatiemaatstaven model 1 en 2 met STB 108

7.4.4. Impact van loting 109

7.4.4.1. Kans op toewijzing aan meest waarschijnlijke school 109

7.4.4.2. Impact van loting op prestatiemaatstaven 109

7.4.4.3. Model 1 110

7.4.4.4. Model 2 110

7.4.5. Loting versus afstand als ordeningscriterium – maximalisatie van toewijzingen 111

7.4.6. Impact van schaarste en overaanbod 112

7.5. Robuustheid parameters – model 3a 113

7.6. Voorbeeld twee ordeningscriteria: strategieneutraliteit 114

7.7. Statische versus Dynamische quota 117

7.8. Optimale maximum quota 118

7.8.1. Prestatiemaatstaven 118

7.8.2. Ex ante versus Ex post bepaling van quota 119

7.8.3. Scholen met een verbetering in sociale mix 120

Lijst van gebruikte afkortingen

|  |  |
| --- | --- |
| DA | Deferred Acceptance Algorithm |
| SOSM | Student Optimal Stable Mechanism |
| TTC | Top Trading Cycles Algorithm |
| RSD | Random Serial Dictatorship |
| MTB | Multiple Tie Breakers |
| STB | Single Tie Breakers |
| SIC | Stable Improvement Cycles |
| DAm | Deferred Acceptance Algoritme with Minority Reserves |
| MDAm | Modified Deferred Acceptance Algoritme with Minority Reserves |
| IP | Integer Programming |
| LOP | Lokaal Onderwijsplatform |
| BP | Blokkeringsparen |
| SO | Sociale Onrechtvaardigheid |

Lijst van figuren

Figuur 1: Toewijzingsalgoritme van Lokeren (deel 1) 26

Figuur 2: Toewijzingsalgoritme van Lokeren (deel 2) 27

Figuur 3: Voorbeeld van een gerichte graaf 28

Figuur 4: Lengte van voorkeurslijst (Antwerpen) 53

Figuur 5: Lengte van voorkeurslijst (Lokeren) 53

Figuur 6: Verband tussen lengte van voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur (Antwerpen) 57

Figuur 7: Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix - model 2 (Antwerpen) 61

Figuur 8: Impact van verstrenging en verzwakking van positief actiebeleid – model 2 (Antwerpen) 62

Figuur 9: Impact van populaire school als eerste keuze - model 2 met MTB en STB (Antwerpen) 64

Figuur 10: Impact van loting op toewijzingen – model 1 & 2 (Antwerpen) 65

Figuur 11: Percentage toewijzingen i.f.v. afstand - model 2 versus model 3a met a(s) = 100% (Lokeren) 72

Figuur 12: Percentage toewijzingen i.f.v. afstand (populaire scholen) - model 2 versus model 3a met a(s) = 100% (Lokeren) 72

Figuur 13: Aantal kinderen in SIC in situaties van schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) 78

Figuur 14: Sociale onrechtvaardigheid in situaties van schaarste en overaanbod – model 2 (Antwerpen) 78

Figuur 15: Stochastische dominantie bij schaarste (20% extra leerlingen) - model 2 (Antwerpen) 78

Figuur 16: Sociale mix in situaties van schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) 78

Figuur 17: Stochastische dominantie bij overaanbod (20% exra plaatsen) - model 2 (Antwerpen) 79

Figuur 18:Impact van loting op toewijzingen bij schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) 79

Figuur 19: Ruilalgoritme 80

Figuur 20: Aantal leerlingen die van school veranderd zijn na ruilalgoritme (Antwerpen) 81

Figuur 21: Aantal (niet-)indicatorleerlingen die van school veranderd zijn na ruilalgoritme 81

Figuur 22: Rangverdeling - model 4a (Lokeren) 86

Figuur 23: Rangverdeling - model 4b (Lokeren) 86

Figuur 24: Rangverdeling - model 4c (Lokeren) 86

Figuur 25: Rangverdeling - model 4d (Lokeren) 86

Figuur 26: Rangverdeling - model 4e (Lokeren) 86

Figuur 27: Rangverdeling - model 4f (Lokeren) 86

Figuur 28: Trade-off weigeringen en sociale mix - model 5b (Antwerpen) 91

Figuur 29: Bepaling van quota vóór en na aanmeldingen - model 5b & 5c (Antwerpen) 93

Figuur 30: Algoritme voor bepaling van quota 93

Figuur 31: Verband tussen lengte voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur (Lokeren) 105

Figuur 32: Verband tussen type leerling en populariteit van school van eerste voorkeur (Lokeren) 106

Figuur 33: Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix - model 2 (Lokeren) 108

Figuur 34: Impact van populaire school als eerste keuze - model 2 met MTB en STB (Lokeren) 109

Figuur 35: Impact van loting op toewijzingen – model 1 & 2 (Lokeren) 110

Figuur 36: Bepaling van quota vóór en na aanmeldingen – model 5b & 5c (Lokeren) 120

Lijst van tabellen

[Tabel 1: Vergelijking van toewijzingsalgoritmen 13](#_Toc456609845)

[Tabel 2: Waardering van toewijzingen in Gent voor schooljaar 2013-2014 30](#_Toc456609846)

[Tabel 3: Capaciteitstekort voor toewijzingen aan scholen van eerste voorkeur 54](#_Toc456609847)

[Tabel 4: Capaciteitstekort voor toewijzingen aan scholen van tweede voorkeur 54](#_Toc456609848)

[Tabel 5: Rangverdeling - model 1 (Antwerpen) 55](#_Toc456609849)

[Tabel 6: Bepaling van Ks (Antwerpen) 56](#_Toc456609850)

[Tabel 7: Impact van lengte voorkeurslijst – model 1 (Antwerpen) 57](#_Toc456609851)

[Tabel 8: Impact van populaire scholen – model 1 (Antwerpen) 58](#_Toc456609852)

[Tabel 9: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen – model 1 (Antwerpen) 58](#_Toc456609853)

[Tabel 10: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 2 (Antwerpen) 61](#_Toc456609854)

[Tabel 11: Cumulatieve rangverdeling MTB versus STB - model 1 (Antwerpen) 63](#_Toc456609855)

[Tabel 12: Cumulatieve rangverdeling MTB versus STB - model 2 (Antwerpen) 63](#_Toc456609856)

[Tabel 13: Aantal kinderen in SIC MTB versus STB - model 1 & 2 (Antwerpen) 63](#_Toc456609857)

[Tabel 14: Cumulatieve rangverdeling bij hybride vorm van STB en MTB - model 2 (Antwerpen) 64](#_Toc456609858)

[Tabel 15: Aantal kinderen in SIC bij hybride vorm van STB en MTB - model 2 (Antwerpen) 64](#_Toc456609859)

[Tabel 16: Impact van loting op prestatiemaatstaven - model 2 met MTB (Antwerpen) 66](#_Toc456609860)

[Tabel 17: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 1 (MTB/STB) (Antwerpen) 66](#_Toc456609861)

[Tabel 18: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 2 (MTB/STB) (Antwerpen) 67](#_Toc456609862)

[Tabel 19: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a (Lokeren) 70](#_Toc456609863)

[Tabel 20: Prestatiemaatstaven - model 3a (Antwerpen) 70](#_Toc456609864)

[Tabel 21: Prestatiemaatstaven - model 3b (Lokeren) 71](#_Toc456609865)

[Tabel 22: Rangverdeling - DA algorithm met loting als 1ste ordeningscriterium en afstand als 2e ordeningscriterium (Antwerpen) 73](#_Toc456609866)

[Tabel 23: Impact van lengte voorkeurslijst - model 3a (Antwerpen) 74](#_Toc456609867)

[Tabel 24: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a met aantal toewijzingen als doelfunctie (Antwerpen) 75](#_Toc456609868)

[Tabel 25: Sociale mix - modellen 4a t.e.m. 4g (Lokeren & Antwerpen) 82](#_Toc456609869)

[Tabel 26: Beschrijving en stabiliteitsvoorwaarden van modellen 4a t.e.m. 4g (deel 1) 84](#_Toc456609870)

[Tabel 27: Beschrijving en stabiliteitsvoorwaarden van modellen 4a t.e.m. 4g (deel 2) 85](#_Toc456609871)

[Tabel 28: Sociale mix - model 3a met sociale mix als doelfunctie (Lokeren & Antwerpen) 87](#_Toc456609872)

[Tabel 29: Sociale mix - model 3a met afstand en zonder loting (Antwerpen) 88](#_Toc456609873)

[Tabel 30: Sociale mix - model 3a met afstand en zonder loting (Lokeren) 88](#_Toc456609874)

[Tabel 31: Blokkeringsparen - model 3a met afstand en zonder loting (Lokeren) 88](#_Toc456609875)

[Tabel 32: Sociale mix en afstand - model 3a, 100% afstand, wandelzones (Lokeren & Antwerpen) 89](#_Toc456609876)

[Tabel 33: Werkelijke toewijzingen versus toewijzingen volgens model 2 met afstand als ordeningscriterium (Lokeren) 94](#_Toc456609877)

[Tabel 34: DA algorithm met voorkeur en afstand als ordeningscriteria (Antwerpen) 95](#_Toc456609878)

[Tabel 35: Voorkeur en afstand als ordeningscriteria - model 3a (Antwerpen) 95](#_Toc456609879)

[Tabel 36: Voorbeeld dataset van Lokeren 103](#_Toc456609880)

[Tabel 37: Voorbeeld dataset van Antwerpen 103](#_Toc456609881)

[Tabel 38: Overzicht prestatiemaatstaven - model 1 (Lokeren) 104](#_Toc456609882)

[Tabel 39: Impact van lengte voorkeurslijst – model 1 (Lokeren) 104](#_Toc456609883)

[Tabel 40: Impact van populaire scholen - model 1 (Lokeren) 105](#_Toc456609884)

[Tabel 41: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 1 (Lokeren) 106](#_Toc456609885)

[Tabel 42: Overzicht prestatiemaatstaven - model 2 (Lokeren) 107](#_Toc456609886)

[Tabel 43: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 2 (Lokeren) 107](#_Toc456609887)

[Tabel 44: Overzicht prestatiemaatstaven - model 1 en 2 (STB) (Lokeren) 109](#_Toc456609888)

[Tabel 45: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 1 (MTB/STB) (Lokeren) 111](#_Toc456609889)

[Tabel 46: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 2 (MTB/STB) (Lokeren) 111](#_Toc456609890)

[Tabel 47: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a met toewijzingen als doelfunctie (Lokeren) 112](#_Toc456609891)

[Tabel 48: Impact van aantal opgegeven scholen - model 3a met toewijzingen als doelfunctie (Lokeren) 112](#_Toc456609892)

[Tabel 49: Overzicht prestatiemaatstaven - model 2 in situaties van schaarste en overaanbod (Lokeren) 113](#_Toc456609893)

[Tabel 50: Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 25% (Lokeren) 114](#_Toc456609894)

[Tabel 51:Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 50% (Lokeren) 114](#_Toc456609895)

[Tabel 52: Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 75% (Lokeren) 114](#_Toc456609896)

[Tabel 53: Statische versus dynamische quota (Antwerpen) 118](#_Toc456609897)

[Tabel 54: Statische versus dynamische quota (Lokeren) 118](#_Toc456609898)

[Tabel 55: Overzicht prestatiemaatstaven - model 5c (Lokeren) 119](#_Toc456609899)

[Tabel 56: Overzicht prestatiemaatstaven - model 5c (Antwerpen) 119](#_Toc456609900)

[Tabel 57: Verbetering van sociale mix in scholen – model 5c (Lokeren) 121](#_Toc456609901)

[Tabel 58: Gemiddeld aantal blokkeringsparen - model 5c (Lokeren) 121](#_Toc456609902)

# 

# Inleiding

Elk jaar in de maand maart wensen duizenden ouders in Vlaanderen hun kinderen in te schrijven in een basisschool van hun voorkeur. Op hun beurt worden de schoolbesturen elk jaar geconfronteerd met het beslissingsprobleem hoe deze kinderen moeten worden toegewezen aan de vrije plaatsen in de basisscholen. Niet elke aanmelding is immers een garantie voor een toewijzing. In 2015 kregen minstens 3.700 ouders te horen dat hun kind geen plaats kon bemachtigen in een school (Belga, 2015b). Bovendien zal in de toekomst dit probleem alsmaar erger worden indien er geen actie wordt ondernomen. In 2015 werd er voor het eerst op lange termijn de noden van het Vlaamse leerplichtonderwijs bestudeerd door de KULeuven en de VUB. Uit de prognose blijkt dat Antwerpen te kampen zal hebben met een tekort van maar liefst 8.411 plaatsen tegen 2020 indien er geen capaciteitsuitbreiding wordt voorzien. Het Brussels Hoofdstedelijk Gewest en Gent komen op de tweede en derde plaats in deze ranglijst en zullen worden geconfronteerd met een tekort van respectievelijk 1.215 en 923 plaatsen (Groenez & Surkyn, 2015).

Er gaat geen jaar voorbij in het afgelopen decennia zonder een krantenartikel waarin wordt vermeld dat honderden ouders aan de schoolpoort kamperen om hun kinderen in te schrijven. Dit fenomeen treedt op wanneer de scholen het ‘first come, first served’ principe hanteren, waarbij de snelheid van inschrijving het ordeningscriterium vormt. Kleinere gemeentes hanteren vaak dit principe, alhoewel hier verandering in komt. De trend verschuift van voorgaande procedure naar een aanmeldingsprocedure. Volgens het inschrijvingsrecht is aanmelden gelijk aan “het kenbaar maken van een intentie tot inschrijven voor een bepaald schooljaar in één of meerdere scholen of vestigingsplaatsen waarbij ouders een volgorde in keuze aangeven” (Onderwijs Vlaanderen, 2012). Voor het gewoon basisonderwijs geldt reeds een verplichting voor de scholen in de steden Antwerpen, Brussel en Gent (Onderwijs Vlaanderen, 2012). Een belangrijke vraag dringt zich hier echter op: welk beslissingscriterium zal er worden gehanteerd in plaats van snelheid?

Een schoolbestuur kan voor zijn school/scholen een aanmeldingsprocedure instellen omwille van twee redenen. De eerste reden is het optimaliseren van het inschrijvingsproces. Er wordt meer rechtszekerheid en transparantie aangeboden aan ouders bij de inschrijvingen. In de tweede plaats kan er gestreefd worden naar een evenredige verdeling van indicator- en niet-indicatorleerlingen. Een indicatorleerling is een leerling wiens moeder niet in het bezit is van een diploma secundair onderwijs of waarbij het gezin minstens één schooltoelage ontving in het schooljaar, voorafgaand aan het schooljaar waarop de inschrijving van de leerling betrekking heeft. De verdeling van indicator- en niet-indicatorleerlingen wordt verwezenlijkt door het principe van dubbele contingentering. Dit houdt in dat het schoolbestuur voor zijn school/scholen twee contingenten bepaalt voor de gelijktijdige inschrijving van indicator- en niet-indicatorleerlingen. De twee contingenten vormen samen 100% van alle leerlingen (zowel de nieuw in te schrijven als de reeds ingeschreven leerlingen). De dubbele contingentering heeft steeds als doelstelling de sociale mix in de scholen en vestigingsplaatsen te versterken en segregatie te vermijden of te doorbreken (Onderwijs Vlaanderen, 2012). Een school die aanmeldt is, minstens voor de ‘instroomjaren’, verplicht te werken met dubbele contingentering. Dankzij de invoer van deze contingenten in 2012 kende België voor het eerst in meer dan tien jaar tijd weer een lichte desegragatie. Desondanks blijven er nog steeds vragen rijzen over hoe dit nog verder kan worden verbeterd. De Organisatie voor Economische Samenwerking en Ontwikkeling (OESO) heeft immers aangetoond dat slechte schoolprestaties kunnen worden bestreden door kansarme met kansrijke leerlingen samen in de klas te zetten. België scoort volgens het rapport van OESO doorgaans beter dan gemiddeld in Europa, maar niet voor leerlingen met een migratieachtergrond (Alsteens, 2016). België kan het rapport en de aanbevelingen, waaronder meer sociale mix, dus niet zomaar negeren.

Het inschrijvingsrecht heeft in totaal vier uitgangspunten, waarvan de volgende drie gelden voor heel Vlaanderen:

1° Het realiseren van optimale leer- en ontwikkelingskansen voor alle leerlingen (Onderwijs Vlaanderen, 2012);

2° Het vermijden van uitsluiting, segregatie en discriminatie (Onderwijs Vlaanderen, 2012);

3° Het bevorderen van sociale mix en cohesie (Onderwijs Vlaanderen, 2012);

Het inschrijvingsdecreet dat het hele concept van aanmelding omvat, werd op 9 november 2011 door het Vlaamse Parlement goedgekeurd. Het belangrijkste uitgangspunt van dit decreet is het bevorderen van de sociale mix.

Met al deze feiten in het achterhoofd kan er besloten worden dat het onderzoek naar bestaande en nieuwe toewijzingsmechanismen die gebruikt kunnen worden in de aanmeldingsprocedure een grote toegevoegde waarde kan vormen voor het Vlaamse Onderwijs. De kwestie van het capaciteitstekort gaat dit onderzoek voorbij. Welk soort toewijzingsmechanisme er moet worden toegepast, welke ordeningscriteria er dienen te worden gehanteerd en hoe de sociale mix verwezenlijkt wordt, zijn echter wel vragen die in dit onderzoek beantwoord zullen worden. Het toewijzingsprobleem wordt hier beschouwd als een optimalisatieprobleem, waarbij een doelfunctie wordt vooropgesteld (bv. sociale mix) en bepaalde voorwaarden moeten voldaan worden (bv. de capaciteit van de scholen mag niet overschreden worden). De literatuurstudie toont aan dat dit in de praktijk niet vaak op die manier wordt voorgesteld. Nadien worden verschillende ordeningscriteria (loting, afstand) toegepast op dit optimalisatieprobleem. De toewijzingsmechanismen worden geëvalueerd op basis van vijf criteria:

1. Wordt de keuze van de leerling zoveel mogelijk gerespecteerd? (Efficiëntie)
2. Worden de prioriteiten van de leerlingen, geformuleerd door de scholen en/of door de wetgeving, geschonden? (Stabiliteit)
3. Is het voor ouders optimaal om de scholen volgens ware voorkeuren op te geven? (Strategieneutraliteit)
4. Is er een evenredige verdeling tussen leerlingen met een hoge en lage sociale economische status op de scholen? (Sociale mix)
5. Zijn de leerlingen die toegewezen worden aan een school woonachtig in de buurt van de school? (Afstand)

Rekening houdend met de dreigende capaciteitstekorten in de toekomst, wordt de impact van een toenemende vraag op de nieuwe toewijzingsmechanismen bestudeerd. Vervolgens behandelt dit onderzoek ook hoe het uitgangspunt van het inschrijvingsdecreet, namelijk het bevorderen van de sociale mix, kan worden gerealiseerd. Dit onderzoek werd uitgevoerd met data over de aanmeldingen in Antwerpen en Lokeren voor het schooljaar 2014-2015.

Deze masterproef is gestructureerd in verschillende delen. Allereerst wordt de probleemstelling en enkele definities behandeld in het eerste deel. Vervolgens wordt er in het tweede deel de literatuurstudie, waar doorheen deze thesis op gesteund wordt, overlopen. Verder licht het derde deel de methodologie toe. De vierde sectie introduceert de dataset, beschrijft de resultaten van de modellen en vergelijkt de resultaten met de werkelijke toewijzingen. Tenslotte bevat het vijfde hoofdstuk de conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek.

# Probleemstelling en definities

Een schoolkeuzeprobleem bestaat uit een set van leerlingen K en een set van scholen S. Elke school s heeft een capaciteit q(s), wat het aantal beschikbare plaatsen op school s voorstelt. Elke leerling k K heeft een strikte voorkeursrelatie over S , waarbij de buitenstaande optie (zoals bv. thuisonderwijs) voorstelt. De leerlingen geven met andere woorden een strikte volgorde op van scholen die ze prefereren en twee of meer scholen mogen geen zelfde voorkeur krijgen. Elke school s S heeft een strikte of zwakke prioriteitsrelatie over K , waarbij een resterende plaats voorstelt. De prioriteitsrelatie is strikt indien de scholen de leerlingen dusdanig ordenen dat er evenveel prioriteitsklassen zijn als leerlingen (bv. ordening op basis van unieke lotingnummers). Wanneer het aantal prioriteitsklassen kleiner is dan het aantal leerlingen, dan is de prioriteitsrelatie zwak (bv. ordening van groepen van leerlingen op basis van woonzones). De ene school kan zijn prioriteitenlijst opstellen op basis van afstand, terwijl een andere school nog steeds de snelheid van aanmelding (first come, first served) heel belangrijk vindt.

Bovendien bestaan er in België wettelijke voorrangsgroepen, die ook als prioriteiten kunnen worden beschouwd. De inschrijvingen van voorrangsgroepen gebeuren in de onderstaande volgorde waarvan niet kan worden afgeweken (Onderwijs Vlaanderen, 2012):

1. Kinderen van dezelfde leefentiteit (zussen, broers)
2. Kinderen van personeelsleden
3. Nederlandstaligen (enkel van toepassing in Brussel)

Het schoolkeuzeprobleem kan worden beschouwd als een tweezijdig matching probleem waarbij elke leerling wordt gekoppeld met maximaal één school of niet-gekoppeld blijft. Een school kan worden gekoppeld aan leerlingen tot het zijn capaciteit bereikt. Een matching is een functie : K S 🡪 2K ᶸ S zodanig dat:

***Voorbeeld van een matching***

Er zijn drie leerlingen (k1, k2, k3) en drie scholen (s1, s2, s3) met elk één plaats. De voorkeuren van de leerlingen en de prioriteiten van de scholen zijn als volgt:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

We noteren een matching dat k1 toewijst aan s1, k2 aan s2 en k3 niet-gekoppeld als:

1 =

Alvorens zich te verdiepen in de toewijzingsalgoritmen, dienen enkele basisbegrippen worden gedefinieerd die veelvuldig in het schoolkeuzeprobleem voorkomen (Abdulkadiroǧlu & Sönmez, 2003).

Het eerste begrip betreft *individuele rationaliteit*. Als een leerling een school toegewezen krijgt die niet in zijn of haar keuzelijst wordt vermeld, dan kan men verwachten dat zijn/haar familie zal kiezen voor een andere optie zoals thuisonderwijs of een private school. Een matching is *individueel rationeel* als het elke leerling koppelt met scholen die in zijn/haar voorkeurslijst staan en hem/haar niet-toegewezen laat in het andere geval, d.i. voor elke en voor elke .

Een van de meest voor de hand liggende desiderata dat een ontwerp beïnvloedt, is dat het matchingsproces het welzijn van de leerlingen zoveel mogelijk moet bevorderen (d.i. zoveel mogelijk de keuze van de leerling respecteren), m.a.w. het moet *efficiënt* zijn voor leerlingen. Men zegt dat een matching een plaats verspilt op een school (en dus niet efficiënt is) als er een lege plaats overblijft op een school en een in aanmerking komende leerling deze school verkiest boven zijn/haar toegewezen school. In het voorbeeld verspilt 1 een plaats bij omdat leerling niet toegewezen is, een plaats bij s3 beschikbaar blijft en verkiest boven het niet toegewezen zijn. De onderstaande matching verbetert het welzijn van zonder nadelige gevolgen te hebben voor andere leerlingen.

Een subtielere verspilling treedt op in de toewijzing van en . Merk op dat zowel en aan hun tweede keuze worden toegewezen. Ze zouden beter af zijn als ze hun toewijzingen ruilen. Met andere woorden, in vergelijking met , verbetert de onderstaande matching het welzijn van en zonder schade toe te brengen aan .

Een matching *Pareto domineert* een andere matchingindien de eerste het welzijn van leerlingen kan verbeteren zonder anderen te schaden ten opzichte van de laatste, i.e. voor elke en voor sommige . In ons voorbeeld Pareto domineert , dat vervolgens zelf Pareto domineert. We zeggen dat een matching *Pareto-efficiënt* of kortweg *efficiënt* is als het niet Pareto gedomineerd wordt door een andere matching.

Een onmisbare input voor het model zijn de prioriteiten van de scholen. Scholen gebruiken prioriteiten om plaatsen te rantsoeneren wanneer het aantal leerlingen die zich aanmelden de capaciteit overschrijdt. Een matchingschendt de prioriteit van een leerling voor een school als de leerling school hoger rangschikt dan zijn/haar toegewezen school en een hogere prioriteit heeft dan een andere leerling die wel toegewezen is aan school . Het paar wordt een blokkerend paar genoemd. Een matching is *stabiel* indien het individueel rationeel is en geen blokkerend paar heeft. Indien de scholen geen dubbele contingentering hanteren, dan heeft een matching geen blokkerend paar indien voor elk paar (k,s) waarbij en voor elke (Hafalir et al., 2013).

Wanneer men terugblikt op het eerste voorbeeld, dan kan men zien dat de prioriteit van schendt bij s1 omdat s1 verkiest boven zijn/haar toegewezen school s3 en hij/zij een hogere prioriteit heeft bij s1 dan , die toegewezen is aan s1. Daarom is het niet stabiel. In feite is de enige stabiele matching in dit voorbeeld. Merk op dat de leerlingen en hun tweede keuzes krijgen bij , en ze beter af zouden geweest zijn indien ze hun matchings verwisselden. In dat geval zou de prioriteit van bij s1 worden geschonden. Dit is de eerste trade-off die er aangetroffen wordt: stabiliteit komt ten koste van het welzijn van leerlingen. Een stabiele matching hoeft niet efficiënt te zijn en een efficiënte matching hoeft niet stabiel te zijn (Vulkan et al., 2013).

Aangezien een toewijzingsmechanisme reageert op de voorkeuren van de leerling, kan een leerling vermoedelijk zijn/haar toewijzing beïnvloeden door het veranderen van de lijst van scholen die hij/zij opgeeft in zijn/haar aanvraagformulier. Een toewijzingsmechanisme is *strategieneutraal* (voor leerlingen) indien het waarheidsgetrouw invullen van de schoolvoorkeuren een dominante strategie is voor leerlingen, ongeacht de prioriteitsstructuur en de applicaties van andere leerlingen (Vulkan et al., 2013). Met andere woorden, een toewijzingsmechanisme is strategieneutraal als voor elk kind k en voor elke er geen bestaat zodat . Abdulkadiroǧlu et al. (2006) hebben aangetoond dat overwegend ouders van lagere sociaaleconomische achtergrond er niet in slagen om een bepaalde strategie succesvol uit te voeren (d.w.z. het onjuist rapporteren van de ware voorkeuren leidt niet tot hogere kansen om ingeschreven te worden in de gewenste school). Een tweede trade-off dringt zich echter op: strategieneutraliteit is incompatibel met stabiliteit (Abdulkadiroğlu & Sönmez, 2013).

Indien het toewijzingssysteem een positief actiebeleid uitvoert (zoals Vlaanderen voor indicatorleerlingen), dan kunnen er nieuwe begrippen worden geïntroduceerd. Indien een positief actiebeleid strenger wordt (i.e. er worden meer plaatsen voorbehouden voor minderheidsleerlingen op elke school) en een minderheidsleerling komt er slechter van af, dan zou ten minste één andere minderheidsleerling hier beter af moeten zijn. Als een mechanisme aan deze voorwaarde voldoet, dan is het *minimaal responsief*. Zo niet, dan is het mechanisme *verkeerdelijk responsief* (Dogan, 2015)*.*

# Literatuurstudie

Eerst en vooral dient er een onderscheid te worden gemaakt tussen *matching design* (Paragraaf 2.1 t.e.m. 2.4) en *mechanism design* (Paragraaf 2.5). Terwijl bij deze laatste naar een mechanisme wordt gezocht dat de doelfunctie maximaliseert (bv. sociale mix of sociale welvaart) rekening houdend met bepaalde beperkingen, is het doel bij matching design het vinden van een mechanisme dat verscheidene “goede eigenschappen” heeft (bv. efficiëntie en stabiliteit). Volgens Budish (2012) wordt er voor het schoolkeuzeprobleem best een voorkeur gegeven aan de “goede eigenschappen” benadering. Hier zijn verscheidene redenen voor: het is dikwijls niet gemakkelijk om een doelstelling vast te pinnen, het is soms moeilijk om de ware beperkingen van het probleem vast te pinnen, de beperkingen kunnen flexibel zijn of er kan een gebrek aan tools zijn. In paragraaf 2.1 worden vier matching algoritmen beschreven die vaak in de praktijk worden gebruikt en als basis dienen voor andere algoritmen. Naargelang de beleidsdoelstellingen worden varianten op deze algoritmen ontwikkeld: er kan rekening worden gehouden met de sociale mix (Paragraaf 2.2), men kan verschillende tie breakers hanteren (Paragraaf 2.3) of men kan op zoek gaan naar efficiëntieverbeteringen voor een stabiel mechanisme (Paragraaf 2.4). De twee benaderingen zijn echter niet altijd zo verschillend als ze eerst lijken. Zo kan het Gale-Shapley’s deferred acceptance algoritme vertaald worden in een optimalisatieprobleem (Paragraaf 2.5). Tenslotte worden de toewijzingsmechanismen bestudeerd die gehanteerd worden in België (Paragraaf 2.6).

## Basisalgoritmen

In deze paragraaf worden vier algoritmen voorgesteld die alom bekend zijn in de literatuur en regelmatig worden toegepast in de praktijk. De eerste twee algoritmen, het deferred acceptance algorithm en het top trading cycles algorithm, werden voor het eerst toegepast op schoolkeuzeproblemen door Abdulkadiroǧlu & Sönmez (2003) en hebben aantrekkelijke eigenschappen. Het deferred acceptance algorithm produceert stabiele, maar niet Pareto efficiënte matchings, terwijl het omgekeerde geldt voor het top trading cycles algorithm. Het derde algoritme is een variant van het top trading cycles algorithm waarbij de prioriteiten van scholen geen rol spelen. Het vierde algoritme, het Boston algorithm, is het meest toegepaste algoritme ter wereld, ondanks dat het de meeste gebreken vertoont.

### Deferred Acceptance Algorithm

Omwille van juridische en politieke redenen wordt er vaak gekozen voor stabiele mechanismen. Gale en Shapley (1962) gaven een constructief bewijs van het bestaan van een stabiele matching door de beschrijving van een eenvoudig algoritme. Dit staat bekend als het deferred acceptance (DA) algorithm. Voor het schoolkeuzeprobleem, bestaan er twee soorten deferred acceptance algoritmen, nl. het student-proposing deferred acceptance algorithm en het school-proposing deferred acceptance algorithm.

##### Student-Proposing Deferred Acceptance Algorithm

Dit algoritme kiest de matching dat het welzijn van de studenten maximaliseert onder de stabiele matchings.

Het algoritme gaat als volgt:

Stap 1: Elke leerling wordt voorlopig geplaatst op de school die het hoogst op zijn/haar voorkeurslijst staat.

Stap 2: Elke school kijkt of er voldoende plaats is voor alle leerlingen die voorlopig bij de school zijn geplaatst. Als dat niet het geval is, dan krijgen de leerlingen die gunstig gerangschikt staan, voorlopig een plaats toegewezen. De prioriteiten van de scholen worden gebruikt om te bepalen welke leerlingen op de school geplaatst kunnen worden. Indien deze prioriteiten zwak zijn, worden er tie breakers gehanteerd (bv. wanneer twee leerlingen in dezelfde woonzone gelegen zijn, bepaalt loting welke leerling tijdelijk wordt toegewezen).

Stap 3: Kan de leerling toch niet geplaatst worden in stap 2? Dan wordt de leerling voorlopig geplaatst op de school die hij/zij eentje lager als voorkeur heeft opgegeven. Dat kan een school zijn waar op dat moment alle plaatsen al voorlopig gevuld zijn. Bij de toewijzing van de vrije plaatsen worden ook de leerlingen in rekening gebracht die al eerder voorlopig op de school geplaatst waren.

Stap 4: De stappen 2 en 3 herhalen zich totdat alle leerlingen een plaats hebben gekregen of wanneer ze geweigerd worden in alle scholen die op hun voorkeurslijst staan.

***Voorbeeld Student-Proposing Deferred Acceptance algorithm***

Er zijn drie leerlingen (k1, k2, k3) en drie scholen (s1, s2, s3) met elk één plaats. De voorkeuren van de leerlingen en de school prioriteiten zijn als volgt:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

In de eerste stap wordt kind k1 in aanmerking genomen door school s2 en wordt hij/zij hieraan tijdelijk toegewezen. Kinderen k2 en k3 komen in aanmerking door school s1. Aangezien er echter maar één plaats is en k3 een hogere prioriteit heeft, wordt k3 tijdelijk toegewezen en wordt k2 geweigerd. Nadien komt k2 in aanmerking door s2, evenals voormalig toegewezen kind k1. Aangezien k2 een hogere prioriteit heeft, wordt k2 tijdelijk toegewezen aan s2 en wordt k1 geweigerd. Nadien komt k1 in aanmerking door school s1, evenals kind k3. k1 wordt tijdelijk toegewezen en k3 wordt geweigerd. Nadien komt k3 in aanmerking door s2 en wordt hij/zij geweigerd. Uiteindelijk komt k3 in aanmerking door s3 en wordt hij/zij tijdelijk toegewezen. Aangezien er geen andere kinderen meer moeten worden toegewezen, worden de tijdelijke toewijzingen finaal en produceert het DA algoritme de volgende matching:

Gale en Shapley (1962) tonen aan dat wanneer de voorkeuren en prioriteiten strikt zijn, het DA algoritme een uniek stabiele matching produceert dat Pareto superieur is over elke andere stabiele matching vanuit het oogpunt van de leerling. Het produceert dus een stabiele matching die, in vergelijking met andere stabiele matchings, het meest efficiënt is. Het resultaat van het algoritme wordt daarom ook de student-optimaal stabiele matching genoemd en het mechanisme dat de student-optimaal stabiele matching associeert bij elk schoolkeuzeprobleem is gekend als het *student-optimal stable mechanism (SOSM)*. Uit onderzoek blijkt echter dat de optimaal stabiele oplossing voor de ene partij tegelijkertijd ook de slechtste stabiele oplossing is voor de andere partij (in dit geval: de school) (Gusfield & Irving, 1989).

Met het SOSM worden bij elke stap slechts voorlopige plaatsen toegewezen en leerlingen met een hogere prioriteit kunnen worden overwogen in de volgende stappen. Dit garandeert dat SOSM stabiel is in de zin dat er geen leerling is die een plaats verliest aan een leerling met lagere prioriteit en een minder geprefereerde toewijzing ontvangt. Bovendien is SOSM met elke tie breaker strategieneutraal voor studenten (maar niet voor scholen) (Dubins & Freedman, 1981; Roth, 1982).

Het DA algoritme is echter niet Pareto efficiënt. Dit wil zeggen dat na allocatie twee of meer leerlingen dusdanig met elkaar zouden kunnen ruilen dat beide leerlingen toegewezen worden aan een school van hogere voorkeur en zonder dat scholen daar bezwaar zouden tegen hebben (wanneer schoolprioriteiten zwak zijn). Daartegenover staat wel dat als ruilen toegestaan is, dit strategisch gedrag uitlokt. Bijgevolg is het verbod op ruilen een beperking die noodzakelijk is zodat het optimaal is voor ouders om hun echte voorkeuren op te geven. Dit toont aan dat er een trade-off bestaat tussen efficiëntie en strategieneutraliteit wanneer schoolprioriteiten zwak zijn (Gautier, De Haan, van der Klaauw, & Oosterbeek, 2014). Met andere woorden, het SOSM met een tie breaker ligt op de Pareto efficiënte grens van mechanismen die strategieneutraal zijn voor de leerlingen.

##### School-proposing Deferred Acceptance Algorithm

Bij het school-proposing deferred acceptance algorithm daarentegen, wijzen scholen eerst die leerlingen toe die de school op de eerste plaats op hun voorkeurslijst hebben staan (zolang de capaciteit het toe laat). Het kiest met andere woorden de matching dat het “welzijn van de scholen” maximaliseert onder de stabiele matchings. Daardoor wordt het school-proposing DA algorithm gedomineerd vanuit het oogpunt van de leerlingen door het student-proposing DA algorithm.

Stap 1: Elke leerling dient zijn/haar eerste keuze in. Elke school wijst de leerlingen voorlopige plaatsen toe, één voor één en in volgorde van hun prioriteit. Elke overblijvende leerling wordt afgewezen.

...

Stap k: Elke leerling die in de vorige stap werd afgewezen, dient zijn/haar volgende keuze in. Elke school neemt de leerlingen in aanmerking die in de vorige periode een voorlopige plaats waren toegewezen samen met de nieuwe leerlingen en aanvaardt voorlopig degenen met de hoogste prioriteiten. Andere leerlingen worden afgewezen.

Het algoritme eindigt wanneer er geen aanvragen meer worden afgewezen (Gale & Shapley, 1962). Het school-proposing deferred acceptance algorithm is niet strategieneutraal. Dit is de voornaamste reden waarom er meestal voor het student-proposing deferred acceptance algorithm wordt gekozen.

### Top Trading Cycles Algorithm

Een tweede mechanisme geïntroduceerd door Abdulkadiroǧlu en Sönmez (2003), is het Top Trading Cycles Algorithm (TTC). Het mechanisme wijst één per één een tijdelijk lege plaats toe aan de leerling die er het hoogst gerangschikt staat. Indien de leerling tevreden is met zijn/haar toewijzing, dan behoudt hij/zij deze plaats. Zo niet, zorgt het TTC voor welzijnsbevorderende transfers tussen leerlingen. Zodra dergelijke transfers zijn uitgeput, blijft het op dezelfde manier plaatsen toekennen aan de leerling met de volgende hoogste rangschikking.

Stap 1: Elke school heeft een teller om bij te houden hoeveel plaatsen beschikbaar blijven. Elke leerling wijst naar zijn/haar favoriete school (waarvan de teller nog niet op nul staat en dus nog beschikbare plaatsen heeft), terwijl elke school wijst naar de leerling die er het hoogst gerangschikt staat. Er moet ten minste één cyclus zijn. (Een cyclus is een geordende lijst van de verschillende scholen en leerlingen (leerling 1 – school 1 – leerling 2 - … - leerling k – school k) met leerling 1 wijzend naar school 1, school 1 naar leerling 2,… leerling k naar school k, en school k wijzend naar leerling 1.) Elke leerling maakt deel uit van ten hoogste één cyclus. Iedere leerling in een cyclus wordt een (definitieve) plaats toegewezen aan de school waar hij/zij naar wijst en wordt verwijderd. De teller van elke school in een cyclus wordt verminderd met één en wanneer de teller op nul staat, wordt de school verwijderd.

Stap k: Elke resterende leerling wijst naar zijn/haar favoriete school onder de overblijvende scholen en elke resterende school wijst naar de leerling die het hoogst gerangschikt staat onder de overblijvende leerlingen. Er is minstens één cyclus. Aan elke leerling in een cyclus wordt een plaats toegewezen op de school waar hij/zij naar wijst en wordt verwijderd. De teller van elke school in een cyclus wordt verminderd met één en wanneer de teller op nul staat, wordt de school verwijderd.

Het algoritme stopt wanneer alle tellers van de scholen op nul zijn gebracht of wanneer de overblijvende leerlingen geen plaats meer kunnen vinden in de door hen opgegeven scholen.

***Voorbeeld TTC mechanisme***

Beschouw de preferenties en prioriteiten die vermeld staan in het voorbeeld van het deferred acceptance algorithm.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Stap 1*:* |  | * Cyclus: (k1, s2, k2, s1) * k1 wordt toegewezen aan s2 en k2 wordt toegewezen aan s1. Verwijder ze en herhaal. |
|  |  |  |
| Stap 2: |  | * Er zijn geen beschikbare plaatsen meer bij s1 en s2. * k3 wordt toegewezen aan s3 |

Finale matching:

TTC is Pareto efficiënt en is strategieneutraal. Het is echter geen stabiel mechanisme (Abdulkadiroǧlu& Sönmez, 2003). In bovenstaand voorbeeld schendt de matching de prioriteit van k3 voor s1.

### Random Serial Dictatorship

In tegenstelling tot het TTC mechanisme, zijn er bij het Random Serial Dictatorship (RSD) geen prioriteiten aan de schoolzijde. Het mechanisme plaatst de leerlingen in een wachtrij en verwerkt de leerlingen in volgorde van de wachtrij. Indien de ordening van de leerlingen random wordt bepaald, dan heet dit mechanisme het ‘random serial dictatorship’. De eerste leerling krijgt zijn/haar topkeuze, de tweede leerling krijgt zijn/haar topkeuze onder de scholen die nog plaatsen beschikbaar hebben, enzovoort.

***Voorbeeld RSD mechanisme***

Er zijn drie leerlingen (k1, k2, k3) en drie scholen (s1, s2, s3) met elk één plaats. De wachtrij van leerlingen wordt weergegevens als:k1, k2, k3. De voorkeuren van de leerlingen zijn weergegeven in onderstaande tabel.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

De geproduceerde matching onder RSD is de volgende:

Het mechanisme is Pareto efficiënt. Immers, de leerling met het laagste lotingnummer zal niet willen ruilen. Hiermee rekening houdend, zal het kind met het tweede laagste lotingnummer ook niet willen ruilen, enzovoort. Het mechanisme is bovendien strategieneutraal. De leerling met het laagste lotingnummer kiest zijn/haar geprefereerde school, dus er is geen reden om een strategie te bedenken. De leerling met het tweede laagste lotingnummer kiest zijn/haar geprefereerde school tussen de overblijvende scholen, dus opnieuw geen reden voor strategieën.

De grootste beperking bij deze benadering is het feit dat door de regelgeving de prioriteitsordening van een student verschillend kan zijn voor verschillende scholen. Zo kunnen leerlingen die in de omgeving van de school wonen een hogere prioriteit hebben dan leerlingen die niet in de omgeving wonen. Verder kan er worden aangetoond dat TTC met random prioriteiten gelijk is aan RSD (Pathak, 2006).

### Boston Algorithm

Het Boston algorithm is één van de meest toegepaste algoritmen ter wereld, naast het deferred acceptance algorithm, en werd ontwikkeld in de jaren 80. In dit mechanisme worden zoveel mogelijk leerlingen toegewezen aan hun school van eerste keuze waarbij leerlingen met een hogere prioriteit worden toegewezen aan overbevraagde scholen. Wanneer de eerste keuze toewijzingen zijn uitgevoerd, beschouwt het niet-toegewezen leerlingen voor scholen van tweede keuze op dezelfde wijze, enzovoort.

Gegeven de voorkeuren van de studenten en de prioriteiten van de scholen, wordt een matching geproduceerd op basis van volgend algoritme:

Stap 1: Bepaal voor elke school de leerlingen die de school als eerste keuze hebben opgegeven. Wijs de plaatsen van de scholen één voor één toe aan deze leerlingen in volgorde van de prioriteiten van de school tot er geen plaatsen meer overblijven of tot er geen leerling meer overblijft dat de school als eerste keuze heeft opgegeven.

Stap k: Beschouw enkel de k-de keuze van de leerlingen die nog niet zijn toegewezen in een vorige stap. Voor elke school waarbij nog plaatsen beschikbaar zijn, wijs de overblijvende plaatsen toe aan leerlingen die het hebben opgegeven als k-de keuze in volgorde van de prioriteiten van de scholen tot er geen plaatsen meer overblijven of tot er geen leerling meer overblijft dat de school als k-de keuze heeft opgegeven.

***Voorbeeld Boston Algorithm***

Beschouw de preferenties en prioriteiten die vermeld staan in het voorbeeld van het deferred acceptance algorithm.

In de eerste stap wordt kind k1 in aanmerking genomen door school s2 en wordt het hieraan toegewezen. Kinderen k2 en k3 komen in aanmerking door s1. Aangezien er slechts één plaats is en k3 heeft een hogere prioriteit, wordt k3 toegewezen aan s1 en wordt k2 geweigerd. Aangezien er geen plaatsen meer beschikbaar zijn in s2, wordt k2 niet in aanmerking genomen door s2 in de volgende stap. k2 wordt in aanmerking genomen door s3 en wordt toegewezen. Het algoritme eindigt en de volgende matching is geproduceerd:

Het Boston mechanisme is Pareto efficiënt met betrekking tot de gerapporteerde voorkeuren (Dur, Hammond, & Morrill, 2015). Het grote nadeel dat gepaard gaat met het mechanisme is de strategieneutraliteit (Vulkan e.a., 2013). In bovenstaand voorbeeld kan men zien dat als kind k2 school s2 als eerste keuze zou hebben opgegeven, hij/zij toegewezden zou zijn aan s2, een school die hij/zij prefereert boven s3. Wanneer men een populaire school als eerste keuze opgeeft en men geweigerd wordt op die school, is er een grote kans dat men wordt toegewezen aan een school helemaal onderaan de voorkeurslijst of dat men geweigerd wordt bij alle scholen. Bovendien is het mechanisme niet stabiel (Vulkan et al., 2013). In bovenstaand voorbeeld kan men zien dat k2 toegewezen is aan zijn/haar school van derde voorkeur hoewel het de hoogste prioriteit had op de school van tweede keuze, s2.

### Vergelijking van de algoritmen

Een overzicht van de eigenschappen van alle voorgaande beschreven algoritmen kan gevonden worden in onderstaande tabel.

Tabel 1: Vergelijking van toewijzingsalgoritmen

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Efficiëntie** | **Stabiliteit** | **Strategieneutraliteit** |
| **First come, first served** |  | X |  |
| **Student-proposing DA algorithm** |  | X | X  (voor studenten) |
| **Top Trading Cycle Algorithm** | X |  | X |
| **Random Serial Dictatorship** | X | (Geen prioriteiten) | X |
| **Boston Algorithm** | X |  |  |

Terwijl SOSM voorlopige plaatsen toewijst aan leerlingen in de volgorde van hun voorkeur, wijst TTC voorlopige plaatsen toe aan leerlingen in de volgorde van hun prioriteiten. Daarom wordt elke plaats geassocieerd met de prioriteit van de leerling die aanvankelijk werd toegewezen. Als een leerling zijn/haar eerste keuze niet kreeg onder het TTC algoritme, dan is dat omdat elke plaats in zijn/haar eerste keuze in eerste instantie werd toegewezen aan een leerling met hogere prioriteit dan de zijne/hare. Bovendien kon hij/zij niet worden overgedragen aan zijn/haar eerste keuze, omdat zijn/haar prioriteit niet hoog genoeg was bij andere scholen om zich te kwalificeren voor een dergelijke overdracht (Vulkan e.a., 2013).

Het grote verschil tussen SOSM en het Boston Algorithm is dat toewijzingen in het Boston Algorithm definitief zijn in elke stap, terwijl dit bij SOSM slechts voorlopig kan zijn. Hierdoor kan een hoger gerangschikte leerling achteraf misschien niet meer toegewezen worden en toont dit meteen aan dat het algoritme manipuleerbaar is.

Het is onmogelijk om de drie belangrijkste eigenschappen (nl. stabiliteit, Pareto efficiëntie en strategieneutraliteit) tegelijkertijd volledig te vervullen. Zelfs stabiliteit en Pareto efficiëntie enerzijds en stabiliteit en strategieneutraliteit, anderzijds, zijn incompatibel (Roth, 1982). We moeten echter voorzichtig zijn met dit resultaat. Wanneer een mechanisme één van beide eigenschappen overtreedt, dan kan dit nog steeds aanvaardbaar zijn op voorwaarde dat het niet mogelijk is om een toewijzing te vinden die ook aan deze eigenschap voldoet maar tegelijkertijd ook betere resultaten levert in termen van de andere eigenschap. Merk op dat het student optimaal stabiel mechanisme voldoet aan deze eis. Echter, het Top Trading Cycles algoritme faalt hierin. Het TTC produceert niet noodzakelijk de Pareto efficiënte en stabiele matching indien dit bestaat. Bovendien kan het zijn dat de uitkomst van het TTC mechanisme de uitkomst van het SOSM niet Pareto domineert, ook al is de uitkomst van het SOSM Pareto inefficiënt (Kesten, 2004).

De prestaties van de mechanismen kunnen verschillen naargelang de verschillende regio’s. Verder kan ook de lengte van de voorkeurslijst een impact hebben op de prestaties. Sommige schooldistricten leggen een limiet op het aantal scholen die kunnen worden opgenomen in een aanvraagformulier. Haeringer en Klijn (2009) tonen aan dat in dit geval manipulatie drastisch kan toenemen. Ook Pathak en Sönmez (2013) tonen aan dat een SOSM met een grens van maximaal k keuzes meer manipuleerbaar is dan een SOSM met een grens van maximaal l > k keuzes, in de zin dat het eerste mechanisme kan gemanipuleerd worden op een grotere reeks van voorkeursprofielen. Bovendien kunnen zowel efficiëntie en stabiliteit van de finale toewijzingen negatief beïnvloed worden (Haeringer & Klijn, 2009).

## Gecontroleerde schoolkeuze

### Minority reserves

In de afgelopen tien jaar is er veel onderzoek gedaan naar de wijze waarop een voorkeursbeleid kan worden geïmplementeerd in schoolkeuze (‘controlled school choice’). Zo dient er in België een onderscheid worden gemaakt tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen om op die manier de diversiteit op scholen te behouden. Indien de beperkingen van gecontroleerde keuze harde beperkingen zijn (d.w.z. er mag maximum een vooraf bepaald aantal (niet-)indicatorleerlingen, quota genaamd, worden toegewezen aan een school), dan is er geen noodzaak om het Gale-Shapley Student Optimal Stabiel mechanisme of het TTC-mechanisme aan te passen. Voor elk type leerling kan men afzonderlijk het mechanisme uitvoeren om de plaatsen die uitsluitend voorbehouden zijn voor dat type toe te wijzen. Wanneer de beperkingen echter flexibel zijn, dan dient men de bestaande mechanismen aan te passen (Abdulkadiroǧlu, 2005).

‘Minority reserves’ is een voorkeursbeleid, voorgesteld door Hafalir et al. (2013), waarbij er plaatsen worden gereserveerd voor minderheidsleerlingen. Scholen geven hogere prioriteit aan minderheidsleerlingen tot op het moment dat de minderheden de reserves hebben gevuld waarna de school sommige van haar gereserveerde plaatsen aan meerderheidsleerlingen kan toewijzen op voorwaarde dat er geen minderheidsleerling bestaat die voorkeur geeft aan deze school boven zijn/haar toegewezen school. Zo kunnen minority reserve mechanismen naast het oplossen van de inefficiënties ook het verspillen van capaciteit voorkomen (Hafalir e.a., 2013). Het DA algoritme en het TTC mechanisme met minority reserves wordt beschreven in bijlage 7.1.

### Eigenschappen

Een matching is stabiel m.b.t. tot de reserves indien er aan de volgende voorwaarden is voldaan (Dogan, 2015):

1. Indien er twee leerlingen k, k’ K en een school s S bestaan waarvoor de prioriteit van k geschonden is door k’ voor school s, dan k KM, k’ Km en de reserve van school s (voorgesteld door ) is niet overschreden, i.e. .
2. Er zijn geen leerlingen k Km en scholen s S zodanig dat leerling k school s boven zijn eigen toegewezen school prefereert en de reserve op school s niet uitgeput is, i.e. .
3. Geen enkele leerling verkiest een buitenstaande optie boven zijn/haar toewijzing.
4. Indien een leerling een school s prefereert boven zijn/haar toewijzing, dan is de capaciteit van school s uitgeput, i.e. .

Een tweede belangrijke eigenschap betreft de efficiëntie van een matching in gecontroleerde schoolkeuze. Het DA algoritme met minority reserves wordt nooit strikt Pareto gedomineerd door DA zonder voorkeursbeleid voor minderheidsleerlingen. Indien de minority reserves voor alle scholen groter zijn dan het aantal minderheidsleerlingen toegewezen aan deze scholen in DA zonder voorkeurbeleid, dan Pareto domineert DA met minority reserves het DA algoritme zonder voorkeurbeleid voor minderheidsleerlingen. Ook het TTC algoritme met minority reserves wordt nooit strikt Pareto gedomineerd door TTC zonder voorkeursbeleid. Minority reserves bevoordelen minderheidsleerlingen, maar kunnen meerderheidsleerlingen benadelen in zowel DA als TTC. De eigenschap van strategieneutraliteit blijft behouden. (Hafalir et al., 2013)

Een experimentele studie (Klein et al., 2014) toont aan dat de invoering van de reserves het waarheidsgetrouw invullen van de voorkeuren voor enkele minderheidsleerlingen stimuleert onder SOSM maar niet onder TTC. Minderheidsleerlingen kunnen zich beschermd voelen wanneer minority reserves worden gehanteerd en zijn dus geneigd om hun beste school op de eerste plaats te zetten en vooral de waarheid vaker te vertellen. Desondanks wordt de stabiliteit ernstig aangetast door het invoeren van minority reserves: in de studie daalt het aantal verkregen stabiele matchings van 35% tot 13%. Terwijl er bijna geen verschil is in efficiëntie tussen de twee mechanismen met ‘minority reserves’, lijkt het Gale-Shapley mechanisme stabieler te zijn dan het TTC, onafhankelijk van het feit of de ‘minority reserves’ zijn ingevoerd of niet. Wanneer we onze aandacht beperken tot de verkregen (minderheids-) stabiele matchings, zien we dat de beste (minderheids-) stabiele matchings vaker bereikt worden onder het Gale-Shapley mechanisme dan onder het Top Trading Cycles mechanisme. (Klein et al., 2014)

Tenslotte is er nog het begrip ‘minimale responsiviteit’. Er kan worden aangetoond dat geen enkele regel stabiel is m.b.t. minority reserves en minimaal responsief is (Dogan, 2015). De incompatibiliteit verdwijnt in omgevingen waarbij de minderheidsleerlingen meestal een hogere prioriteit hebben dan de meerderheidsleerlingen. Dit zijn echter omgevingen waar een positief actiebeleid niet echt noodzakelijk is, aangezien elke redelijke toewijzingsregel die de prioriteiten respecteert hen zal bevoordelen. Bovendien kunnen de omgekeerde effecten van een strenger positief actiebeleid nog ernstiger zijn: wanneer DAm gebruikt wordt en geen enkele minderheidsleerling baat heeft bij een strenger positief actiebeleid, dan heeft ook geen enkele meerderheidsleerling er baat bij (Dogan, 2015).

## Tie breaking

Voorgaande theorieën over tweezijdige matching zijn hoofdzakelijk aan de orde in geval alle partijen strikte voorkeuren hebben. Een primaire karakteristiek van schoolkeuze is echter dat er onverschilligheid is - "ties" - in de manier waarop leerlingen worden geordend door ten minste een aantal scholen. Hoe tie breaking moet gebeuren, vergt een aantal belangrijke ontwerpbeslissingen, die nieuwe afwegingen tussen efficiëntie, stabiliteit en strategieneutraliteit moeten maken.

Het keuzemechanisme dient aan te geven hoe leerlingen met gelijke prioriteit moeten worden geordend vanuit het oogpunt van de scholen met beperkte ruimte. Zo kan elke leerling een nummer worden toegewezen dat geldt voor alle scholen. Dit wordt een single tie breaker (STB) genoemd. Wanneer aan elke leerling meerdere nummers, één nummer voor elke school, wordt toegewezen, spreekt men over multiple tie breakers (MTB).

TTC blijft Pareto efficiënt en strategieneutraal bij single en multiple tie breakers. Indien SOSM wordt toegepast bij strikte prioriteiten als gevolg van tie breaking, dan blijft de stabiliteit en strategieneutraliteit van SOSM bewaard. Tie breaking introduceert echter artificiële stabiliteitsbeperkingen (aangezien scholen, na tie breaking, een strikte ordening hebben tussen leerlingen met gelijke prioriteit), en deze beperkingen kunnen het welzijn van de leerling schaden. (Vulkan et al., 2013)

Wanneer de schoolprioriteiten zwak zijn, kunnen er meerdere student-optimale stabiele matchings zijn die niet Pareto gerangschikt zijn. Elke student-optimaal stabiele matching kan verkregen worden door SOSM met single tie breakers (Abdulkadiro et al., 2006; Erdil, 2006). Sommige vormen van tie breaking kunnen echter wel een grotere voorkeur hebben dan anderen. Zo was de NYC high school van mening dat elke leerling een ander willekeurig nummer moet krijgen voor elk programma waarvoor ze zich inschreven om de rechtvaardigheid van tie breaking te garanderen. De redenering was dat, als een leerling een slecht nummer trekt in een single tie breaker, deze tegenslag van toepassing zou zijn op iedere school van zijn/haar keuze, terwijl multiple tie breakers hem/haar een nieuwe kans geeft op lager gerangschikte scholen. Echter, wanneer simulaties uitgevoerd werden met de data van de NYC high-school, kon worden geconcludeerd dat significant meer leerlingen hun eerste keuze kregen wanneer men single tie breaking toepaste (Abdulkadiroǧlu et al., 2006). Bovendien heeft SOSM met single tie breakers meer leerlingen niet toegewezen, wat erop wijst dat er geen vergelijking mogelijk is tussen SOSM met single breakers en SOSM met multiple breakers, in termen van eerste-orde stochastische dominantie.

De theoretische verklaring voor deze observatie komt door het feit dat, wanneer schoolprioriteiten zwak zijn, alle student-optimale stabiele matchings gevonden kunnen worden door SOSM met single tie breakers (Abdulkadiro et al., 2006; Erdil, 2006). Met andere woorden, als er een matching is die geproduceerd werd met multiple breakers en niet kan geproduceerd worden met elke SOSM met single breakers, dan is dit geen student-optimale stabiele matching in termen van de originele pioriteiten. Onderzoek heeft aangetoond dat een single tie breaker beter is in het geven van topkeuzes aan meerdere kinderen, terwijl multiple tie breakers beter zijn in het geven van redelijke uitkomsten aan alle kinderen (Pathak, 2009).

Bovendien hangen de resultaten van MTB en STB af van de marktsituatie. Wanneer er een tekort is aan plaatsen, toont onderzoek aan dat de rangverdeling onder STB de rangverdeling onder MTB stochastisch domineert en de variantie van deze distributie (wat als ook als stabiliteit beschouwd kan worden) kleiner is onder STB (Ashlagi & Nikzad, 2016). Bovendien creëert MTB meer Pareto verbeteringsparen (d.w.z. twee leerlingen die ruilen van school en zo op een school van hogere voorkeur terecht komen). Er is dus geen trade-off tussen efficiëntie en stabiliteit wanneer men een tie breaking regel kiest. Wanneer er een overaanbod van plaatsen is, toont de studie aan dat geen van beide random toewijzingen elkaar stochastisch domineren, de variantie van de rangverdeling kleiner is onder MTB en MTB minder Pareto verbeteringsparen genereert. Men kan dus concluderen dat op zijn minst de populaire scholen dezelfde loting zouden moeten gebruiken voor tie breaking.

## Efficiëntieverbeteringen

Het is duidelijk dat stabiliteit het meest natuurlijke en ideale rechtvaardigheidscriterium is in deze context. Er is echter geen mechanisme dat zowel stabiel als Pareto efficiënt is. Als stabiliteit wordt verkozen boven Pareto-efficiëntie, dan ligt het student optimaal stabiel mechanisme natuurlijk voor de hand. Het is echter niet zo dat de welzijnsaspecten van het probleem kunnen worden genegeerd omdat er bezorgdheid is voor rechtvaardigheid. Het wordt zelfs volledig nutteloos indien wordt aangedrongen op dit criterium wanneer het elke leerling ontevreden maakt. We weten dat het SOSM niet Pareto efficiënt is. Echter, de grootte van het efficiëntieverlies vanwege dit mechanisme kan soms teleurstellend groot zijn. (Kesten, 2010).

In de literatuur zijn er allerhande algoritmen te vinden die de basisalgoritmen aanpassen met het oog op betere prestaties van één van de drie criteria: stabiliteit, efficiëntie en strategieneutraliteit. Aangezien stabiliteit belangrijk is om juridische acties van ouders te vermijden, wordt er in dit onderzoek vertrokken van een stabiel mechanisme, waarbij nadien de efficiëntie wordt aangepast. Twee mechanismen worden hieronder uitvoerig beschreven. Het eerste mechanisme, het stable improvement cycles (SIC) mechanisme, wordt vaak in de praktijk toegepast. Het tweede mechanisme, het modified deferred acceptance algorithm with minority reserves, legt een verband tussen efficiëntie en een positief actiebeleid.

### Stable improvement cycles

De stable improvement cycles (SIC) procedure, ingevoerd door Erdil en Ergin (2008), is een effectieve manier om de inefficiëntie die door de willekeur van tie breaking bij zwakke prioriteitsstructuren ontstaat, te identificeren. Dit algoritme maakt het mogelijk om de omvang van het welzijnsverlies te meten. Het is gebaseerd op Gale’s top trading cycles mechanisme (Shapley & Scarf, 1974) dat leerlingen toelaat om prioriteiten te ruilen tussen de verschillende scholen. Pareto efficiënte mechanismen kunnen echter geen volledige eliminatie van prioriteitsinbreuken garanderen en kunnen dus de mogelijkheid van potentiële juridische acties door ontstelde ouders niet uitsluiten. De aard van het schoolkeuze probleem confronteert onderwijsambtenaren, alsmede mechanisme ontwerpers, met een lastig dilemma als gevolg van de onverenigbaarheid van efficiëntie en de afkeer van prioriteitsschendingen. Het SIC algoritme is een praktische intermediaire oplossing voor dit dilemma (Erdil & Ergin, 2008).

Een stabiele verbeteringscyclus (SIC) bestaat uit leerlingen k1,…kn k0 (n 2) zodat:

1. Elke leerling in de cyclus toegewezen is aan een school
2. Leerling kj verlangt naar een plaats op school sj waartoe leerling kj+1 is toegewezen
3. Leerling kj behoort tot de set van leerlingen Ksj die de hoogste prioriteit hebben op school sj

voor elke j = 0,…, n-1.

Het algoritme vereist het creëren van een gerichte graaf. Een gerichte graaf G = (S, K) bestaat uit een eindige verzameling van knooppunten S en een verzameling bestaande uit geordende paren van verschillende knooppunten K, genaamd pijlen. Het algoritme gaat als volgt:

Stap 0: Selecteer een strikte prioriteitsstructuur (bv. tie breaking d.m.v. loting). Voer het DA algoritme uit en verkrijg een tijdelijke matching .

Stap t 1:

t.a) Gegeven , geef de scholen weer als knooppunten van een gerichte graaf, waarbij voor elk paar van school s en s’, er een verbinding s 🡪 s’ is en enkel en alleen als er een leerling k bestaat die gekoppeld is aan school s onder en k behoort tot Ks’.

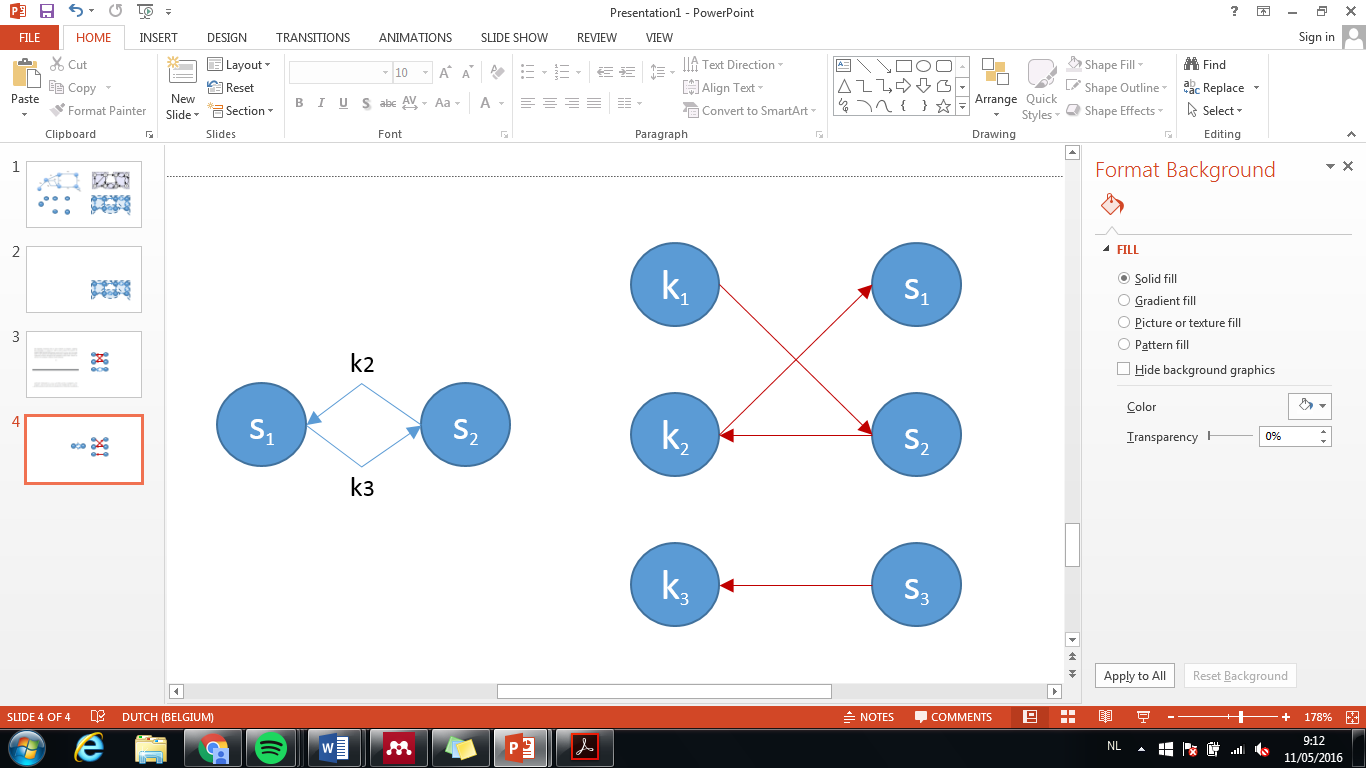
t.b) Indien er cycli aanwezig zijn in de gerichte graaf, selecteer dan een cyclus. Voor elke verbinding s 🡪 s’ in deze cyclus, selecteer een leerling k uit Ks’ die in de vorige stap gekoppeld werd met school s. Voer deze stabiele verbeteringscyclus uit om te bekomen en ga naar stap t+1.a. Indien er geen enkele cyclus bestaat, geef dan terug als uitkomst van het algoritme.

In de beschrijving hierboven, laten we open hoe het algoritme de cyclus en de leerling moet kiezen in stap (t.b).

***Voorbeeld van een stabiele verbeteringscyclus***

Er zijn drie leerlingen (k1, k2, k3) en drie scholen (s1, s2, s3) met elk één plaats. De voorkeuren van de leerlingen en de school prioriteiten zijn als volgt:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

De prioriteiten van de scholen zijn niet allen strikt, namelijk de twee leerlingen k1 en k2 behoren tot dezelfde prioriteitsklasse voor s1.

Er is geen stabiele verbeteringscyclus indien ties worden gebroken ten voordele van k2, aangezien zowel k2 en k3 toegewezen zijn aan hun topkeuzes onder het DA algoritme. Indien ties worden gebroken ten voordele van k1 daarentegen, is er een stabiele verbeteringscyclus waarbij k2 en k3 zouden kunnen ruilen. Daarom levert het SIC mechanisme volgende matching op voor beide uitkomsten van de loting:

Als een stabiele matching niet tot de student optimaal stabiele set behoort, dan kan er dus een stabiele verbeteringscyclus worden gevonden. De uiteindelijk bekomen matching blijft stabiel en Pareto domineert de oorspronkelijke matching. Dit mechanisme is echter niet strategieneutraal aangezien, zoals eerder vermeld, er een trade-off bestaat tussen efficiëntie en strategieneutraliteit wanneer schoolprioriteiten zwak zijn. Er is geen strategieneutraal mechanisme dat altijd een student-optimaal stabiele matching kiest (Erdil & Ergin, 2008). Daarom kan SOSM met elke tie breaker inefficiënte uitkomsten opleveren en verwijdering van dergelijke inefficiëntie kunnen de stimuli van leerlingen schaden. Er is echter geen Pareto-efficiënt en strategieneutraal mechanisme dat SOSM Pareto domineert wanneer schoolprioriteiten strikt zijn (Kesten, 2010).

### Modified Deferred Acceptance Algorithm with Minority reserves

Het modified deferred acceptance algorithm with minority reserves (MDAm) is een variant van het DAm. De aanpassing is gebaseerd op de volgende observatie waarom DAm verkeerdelijk responsief is: in het DAm algoritme wordt een minderheidsleerling die een lagere prioriteit heeft dan een meerderheidsleerling op die school, tijdelijk geaccepteerd bij die school terwijl de meerderheidsleerling geweigerd wordt. De meerderheidsleerling die geweigerd werd kan echter een reeks van weigeringen initiëren dat kan eindigen in een situatie waarbij de minderheidsleerling geweigerd wordt op diezelfde school. De minderheidsleerling “interfereert” dus met het toewijzingsproces van de school zonder er voordeel bij te hebben. De hoofdgedachte achter MDAm is dus het detecteren van deze ‘interferenten’ en hen te behandelen als meerderheidsleerlingen op die scholen waarbij ze interfereren (Dogan, 2015).

***Voorbeeld van een interferent***

Veronderstel zes minderheidsstudenten en vier meerderheidsstudenten . Er zijn acht scholen met volgende reserves en capaciteiten:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| q(s) | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| rm(s) | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

De voorkeuren en prioriteiten worden weergegeven als:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Het DAm algoritme verloopt dan als volgt (de omkaderde kinderen zijn de kinderen die tijdelijk zijn toegewezen in die stap):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Stap |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | , |  | , |  | , |  | , |  |
| 2 |  | , |  |  |  | , |  | , |
| 3 |  |  | , |  | , |  |  |  |
| 4 | , |  |  |  |  |  |  | ,, |
| 5 |  |  |  | , |  |  |  |  |

Er zijn drie interfererende paren: (, en (, zijn interfererende paren in stap 3 en (, is een interfererend paar in stap 4.

Het algoritme gaat als volgt:

Stap 0: Voer het DAm-algoritme uit.

Stap 1: Indien er geen interfererend paar aanwezig is, stop dan. Zo niet, zoek de laatste stap waar een interfererend paar aanwezig is. Voor elke school , verander de status van de leerlingen die interfereren op school in stap k naar meerderheidsleerlingen en ga naar stap 2.

Stap k, k 2: Voer het DAm-algoritme uit. Indien er geen interfererend paar aanwezig is, stop dan. Zo niet, zoek de laatste stap waar een interfererend paar aanwezig is. Voor elke school , verander de status van de leerlingen die interfereren op school in stap k naar meerderheidsleerlingen en ga naar stap k+1.

MDAm is minimaal responsief, maar DAm is dit niet. Bovendien kan er aangetoond worden dat wanneer DAm wordt gebruikt en men gaat over naar een strenger positief actiebeleid waarbij geen enkele minderheidsleerling hier baat bij heeft, dan heeft ook geen enkele meerderheidsleerling hier baat bij. Dat wil zeggen, wanneer DAm verkeerdelijk reageert op een positief actiebeleid, dan is er Pareto gewijs een efficiëntieverlies (Dogan, 2015).

MDAm is een positief actiebeleid waarbij het enige verschil met het actiebeleid met minority reserves schuilt in het feit dat een minderheidsleerling uitgesloten kan zijn van een school hoewel de reserve nog niet uitgeput is, gegeven dat er geen rechtvaardige toewijzing is waarbij ten minste één minderheidsleerling beter af is en geen enkele minderheidsleerling slechter af is. Dit wordt een positief actiebeleid met conditionele reserves genoemd (Dogan, 2015). MDAm wordt niet pareto gedomineerd (voor de minderheidsleerlingen of voor alle leerlingen) door een andere rechtvaardige regel die aan dit type van actiebeleid voldoet.

Een belangrijk minpunt van het MDAm is dat het niet strategieneutraal is, terwijl DAm dit wel is. Er kan immers aangetoond worden dat er geen enkele rechtvaardige regel bestaat die minimaal responsief is, strategieneutraal is én werkt met minority reserves (Dogan, 2015).

## Mechanism design

Het klassiek toewijzingsprobleem is een speciaal geval van een minimum cost flow probleem (Burkard et al., 2009). In 1955 publiceerde Kuhn een artikel over the Hungarian Method, wat gezien wordt als de eerste methode om een toewijzingsprobleem efficiënt op te lossen (Kuhn, 1955). Het klassiek toewijzingsprobleem zoals beschreven hieronder betreft het koppelen van een gelijk aantal agenten i (i = 1, 2, … n) en taken j (j = 1, 2, …n) met elkaar waarbij elke taak maar slechts door één agent kan worden uitgevoerd en elke agent slechts één taak kan uitvoeren. De toewijzing van de agenten tot de taken wordt geassocieerd met verschillende kosten cij. De beslissingsvariabele xij vertelt of agent i al dan niet taak j uitvoert. Het doel is om de agenten en taken samen toe te wijzen zodanig dat de totale kost van de toewijzing wordt geminimaliseerd (Bertsimas & Tsitsiklis, 1997; Burkard et al., 2009).

Het toewijzingssysteem met aanbodbeperkingen bouwt verder op het klassiek toewijzingssysteem. Het houdt rekening met andere factoren die beperkingen kunnen introduceren in een toewijzing, zoals het toewijzen van de agenten met de juiste vaardigheden om een taak uit te voeren (Pentico, 2007). Deze problemen zijn over het algemeen NP hard (Caron et al., 1999).

Het Gale Shapley algoritme vindt een stabiele matching die het meest optimaal is voor de verzoekers (student-proposing of school-proposing deferred acceptance algorithm). In termen van operationeel onderzoek, betekent dit dat stabiliteit wordt beschouwd als beperking en welvaart (van de leerlingen of scholen) als doelfunctie. Deze karakteristieken van de matching zijn wenselijk in gevallen zoals waarbij de voorkeuren van de leerlingen belangrijker zijn dan de prioriteiten van de scholen. Wanneer de twee groepen echter op gelijke basis staan, zijn andere karakteristieken wenselijk. Integer programming (IP) problemen kunnen een stabiele matching vinden dat andere karakteristieken heeft door het definiëren van de juiste doelfunctie. Echter, het IP probleem heeft een nadeel. Het is complexer dan het Gale Shapley-algoritme, en het oplossen van het IP probleem is NP hard. Er zijn echter IP solvers zoals IBM ILOG CPLEX, die de matchings binnen een redelijke termijn kunnen vinden. Bovendien kan het toewijzingsprobleem worden beschouwd als één van de gemakkelijkere problemen binnen de NP harde klasse (Ohta & Kuwabara, 2014).

In wat volgt beschouwen we K als de set van leerlingen en S de set van scholen. Elke agent p ( heeft een capaciteit np. np is een natuurlijk getal en vertegenwoordigt het aantal agenten dat kan gekoppeld worden met de andere groep. Bijgevolg is np voor de studenten gelijk aan 1, terwijl voor de school dit gelijk is aan de capaciteit. Een matching is uitgedrukt door variabelen waarbij . Indien = 0, dan en . Indien = 1, dan en .

### Doelfunctie

In standaard tweezijdige matchingscenario’s wordt stabiliteit meestal gezien als de meest belangrijke eigenschap. Het aantal stabiele oplossingen voor een gegeven reeks van voorkeursprofielen kan echter groot zijn, soms zelfs exponentieel in het aantal leerlingen (Gusfield & Irving, 1989; Irving & Leather, 1986; Knuth, 1997). Daarom worden er dikwijls verschillende andere criteria gebruikt in combinatie met stabiliteit. In de literatuur kunnen volgende prestatiecriteria worden teruggevonden:

*Stabiliteit*

Dit wordt gemeten door het aantal blokkerende paren in een oplossing.

*Welvaart*

Als een meetinstrument voor de totale “tevredenheid” van de agenten met betrekking tot hun voorkeuren, kan welvaart gedefinieerd worden als de gemiddelde rang van de gekoppelde partner voor elke agent. Voor leerling k is de rang van school gelijk aan en voor school s is de rang van kind k gelijk aan . In formele termen:

Merk op dat lagere cijfers voor welvaart betere oplossingen betekenen, aangezien het meest geprefereerde alternatief gelijk is aan rang 1 (Haas, 2014).

*Rechtvaardigheid*

Gegeven het welzijndistributies van de twee partijen, wordt rechtvaardigheid gemeten als het verschil tussen de gemiddelde rangs van de gekoppelde partner. Een hogere rechtvaardigheidsscore reflecteert dat leden van de ene partij (bv. kinderen) gemiddeld zijn gekoppeld met partners met een betere rang dan de leden van de andere partij, terwijl scores die nul naderen een meer gelijke welvaartsdistributie reflecteren (Haas, 2014). In formele termen:

*Aantal gekoppelde paren*

Voor problemen met complete voorkeuren (i.e. de ouders geven voor elke school een voorkeur op), maximaliseren alle voorgaande besproken algoritmen het aantal gekoppelde paren. Deze eigenschap kan echter verloren gaan wanneer incomplete voorkeuren worden geïntroduceerd (Haas, 2014). In deze gevallen kan het aantal gekoppelde paren gebruikt worden als kwaliteitsmetriek voor matchings:

### Stabiliteitsbeperking

Een matching is stabiel indien er geen blokkerend paar bestaat, d.w.z. twee agenten, elk aan één kant van de markt, die elkaar prefereren boven hun respectievelijke partner in de matching (Gale&Shapley, 1962). Voor een tweezijdige matching met onverschilligheden bestaan er echter drie types van stabiele matchings: zwak stabiel, sterk stabiel en super stabiel. In het geval van zwakke stabiliteit, moeten beide partners in de blokkerende matching elkaar strikt prefereren boven hun huidige partner. Voor sterke stabiliteit moet slechts één van de partners de andere strikt prefereren terwijl de tweede partner onverschillig kan zijn tussen beide opties. In geval van super stabiliteit zijn beide partners onverschillig tussen de huidige matching en de potentiële nieuwe matching. (Ohta & Kuwabara, 2014). Wanneer arbitraire tie breaking wordt toegepast bij onverschilligheden, dan is elke matching die stabiel is in de resulterende (strikte) instantie zwak stabiel in de originele instantie (Irving, 1994).

Een manier om stabiliteit af te dwingen is door onderstaande beperking (Biro & McBride, 2014). Hierbij wordt de voorkeur van kind k voor school s voorgesteld door v(k,s) en de prioriteit van kind k voor school s voorgesteld door r(k,s) (waarbij een laag getal een hoge prioriteit voorstelt). E is de set van paren van kinderen en scholen.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Voor elke (k,s) E geldt dat als kind k gekoppeld is aan school s of een meer geprefereerde school dan zorgt de eerste term ervoor dat de ongelijkheid geldt. Zo niet, als de eerste term gelijk is aan nul, dan is de tweede term groter of gelijk aan de rechterzijde als en slechts als de plaatsen op school s gevuld zijn met kinderen met een hogere prioriteit. Indien we onverschilligheden hebben in de prioriteiten, dan wijzigt de voorwaarde in het tweede sommatieteken naar . Men bekomt dan zwak stabiele matchings.

## Toewijzingsmechanismen in België

Cantillon (2009) heeft reeds onderzoek verricht naar de toewijzingsalgoritmen toegepast in België en de overgang van een gedecentraliseerd naar een gecentraliseerd toewijzingsprocedure. Paragraaf 2.6.1 licht dit onderzoek verder toe. Nadien worden de toewijzingsalgoritmen die toegepast worden in de steden waarvoor er data beschikbaar is in dit onderzoek, nl. voor Lokeren en Antwerpen, meer gedetailleerd besproken in paragraaf 2.6.2 en 2.6.3.

### Overgang naar een gecentraliseerde toewijzingsprocedure

In 2009 werd er onderzoek gevoerd naar de mogelijke effecten op de kleuterscholen in Brussel en op de kinderen die naar deze kleuterscholen gaan wanneer wordt overgegaan naar een gecentraliseerde toewijzingsprocedure dat afstand gebruikt als ordeningscriterium in plaats van tijd in het geval van een te grote vraag voor een school (Cantillon, 2009). De verandering betreft de overgang naar de implementatie van het student-proposing deferred acceptance algoritme zonder beperking op de lengte van voorkeurslijsten die ingediend zijn door de ouders. Bovendien werden ook alternatieve algoritmen overwogen: (1) de procedure dat gehanteerd werd in Gent en (2) loting gebruiken als ordeningscriterium in plaats van afstand.

Het lokaal onderwijsplatform (LOP) van Gent maakte in 2008 gebruik van een school-proposing deferred acceptance algorithm met overigens gelijkaardige prioriteitsklassen (broers en zussen hebben voorrang, quotum voor indicatorleerlingen) en een afstand tie breaking regel zoals die door het LOP Brussel werd overwogen. Zoals eerder vermeld, is een bekende theoretische eigenschap van het school-proposing DA algorithm dat het gedomineerd wordt vanuit het oogpunt van de kinderen door het student-proposing DA algorithm. De simulatie toont deze theoretische eigenschap ook aan. De kinderen zijn slechter af onder de procedure van Gent dan in het kader van het student-proposing deferred acceptance algoritme.

Het volgende alternatieve algoritme betreft het gebruik van loting in plaats van afstand als ordeningscriterium. Afstand als ordeningscriterium bevestigt de bestaande stedelijke socio-economische segregatie. Loting zou dit negatieve bijeffect kunnen verminderen. De resultaten van het onderzoek tonen aan dat geen van beide ordeningscriteria domineert: met behulp van afstand als ordeningscriterium lijken meer kinderen hun top keuzes te hebben gekregen, terwijl loting betere resultaten lijkt op te leveren voor de 20% die het minste "geluk" heeft. Een aantal van de verliezers van de nieuwe procedure zijn beter af onder het lotingsysteem (kinderen die niet in Brussel wonen) en enkele van de winnaars van de nieuwe procedure verliezen (indicatorleerlingen die liever scholen dichtbij prefereren). Bovendien kunnen kinderen van hoge socio-economische status (o.a. kinderen die thuis Nederlands spreken) nog meer nadeel overvinden onder het lotingsysteem. De reden is dat ze de neiging hebben om dicht bij de "goede scholen" te wonen waardoor ze voorrang kregen onder het afstandsysteem. Het lotingsysteem verwijdert dit voordeel. Het willekeurige ordeningscriterium verhoogt het niveau van heterogeniteit in de scholen wat betreft het aandeel van indicatorleerlingen en vermindert de heterogeniteit wat betreft het aandeel van de kinderen die thuis Nederlands spreken. Kiezen tussen de twee ordeningscriteria is dan ook kiezen tussen kinderen die bevoordeeld worden en kinderen die benadeeld worden, en wat voor soort heterogeniteit in de scholen meest wenselijk is.

Deze studie verliest echter een deel van zijn accuraatheid door het feit dat de voorkeursprofielen van de leerlingen en de capaciteiten van de scholen niet ter beschikking werden gesteld en daardoor assumpties werden gemaakt. Bovendien zijn de algoritmen gedateerd en zijn er inmiddels nieuwe aanpassingen uitgevoerd.

### Toewijzingsalgoritme in Antwerpen

Antwerpen hanteert twee ordeningscriteria. Alle aangemelde kinderen worden gerangschikt volgens het criterium ‘afstand tot de school’ en het criterium ‘voorkeur voor de school’:

1. Afstand (voor minstens 50% van de plaatsen): Van dit aantal wordt 3/4 toegekend op basis van de afstand van de school tot het officiële adres van het kind. De overige plaatsen worden verdeeld op basis van de kortste afstand van de school tot het officiële adres van het kind of de werkplaats van de ouder(s).
2. Voorkeur (hoogstens 50% van de plaatsen): Voor de eerste drie scholen waarvoor de ouders zijn/haar kind aanmelden, krijgen ze een extra kans bij de toekenning van de vrije plaatsen. Dit gebeurt enkel als er vrije plaatsen zijn en als de school kiest voor het criterium 'voorkeur'.

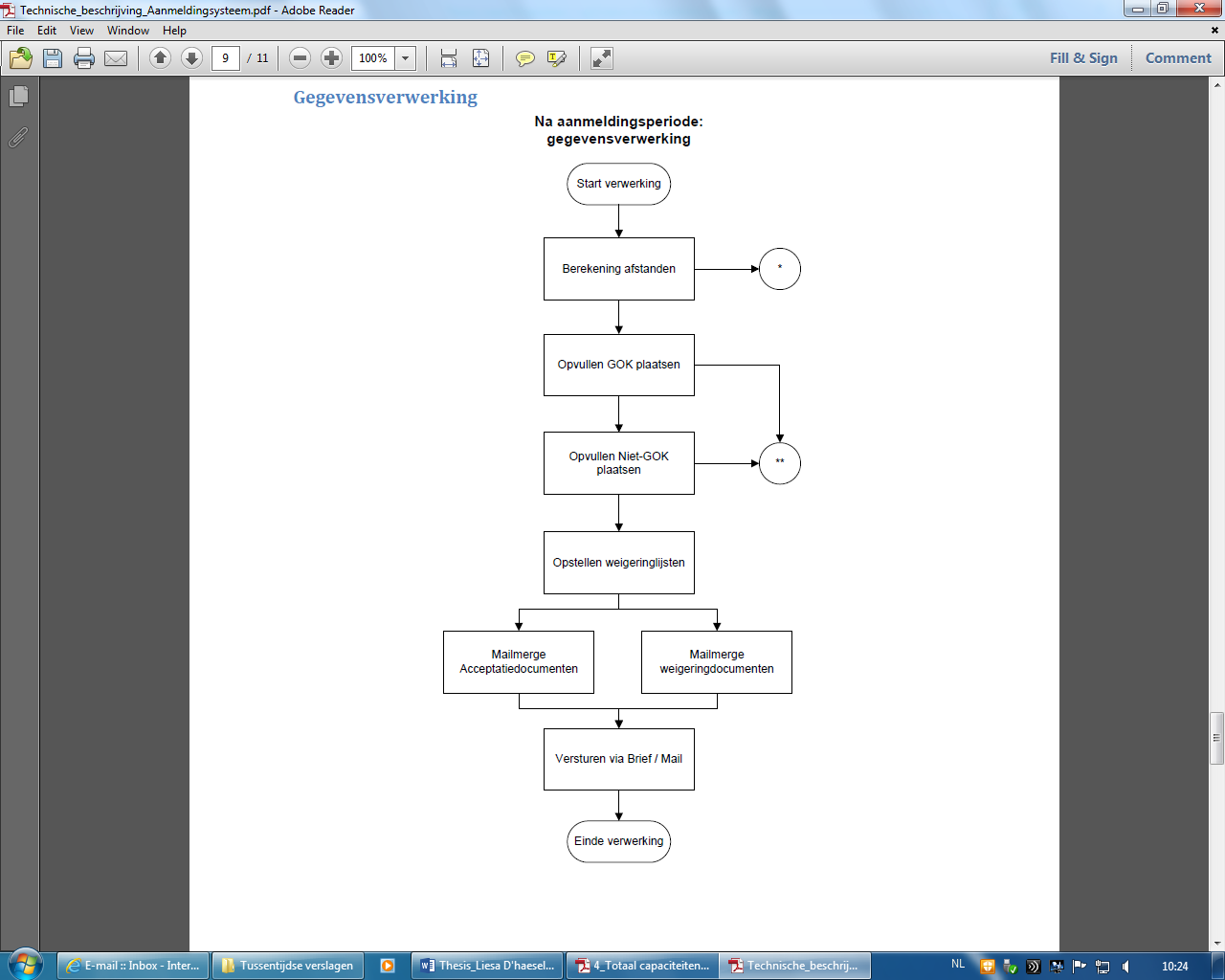
De scholen bepalen zelf het percentage dat ze aan elk criterium toewijzen.

Het toewijzingsproces is als volgt:

De toewijzing van vrije plaatsen voor indicatorleerlingen en niet-indicatorleerlingen gebeurt op hetzelfde tijdstip, maar los van elkaar. In wat volgt zal het proces voor het toewijzen van indicatorleerlingen worden uitgelegd. Het toewijzen van niet-indicatorleerlingen gebeurt op dezelfde manier.

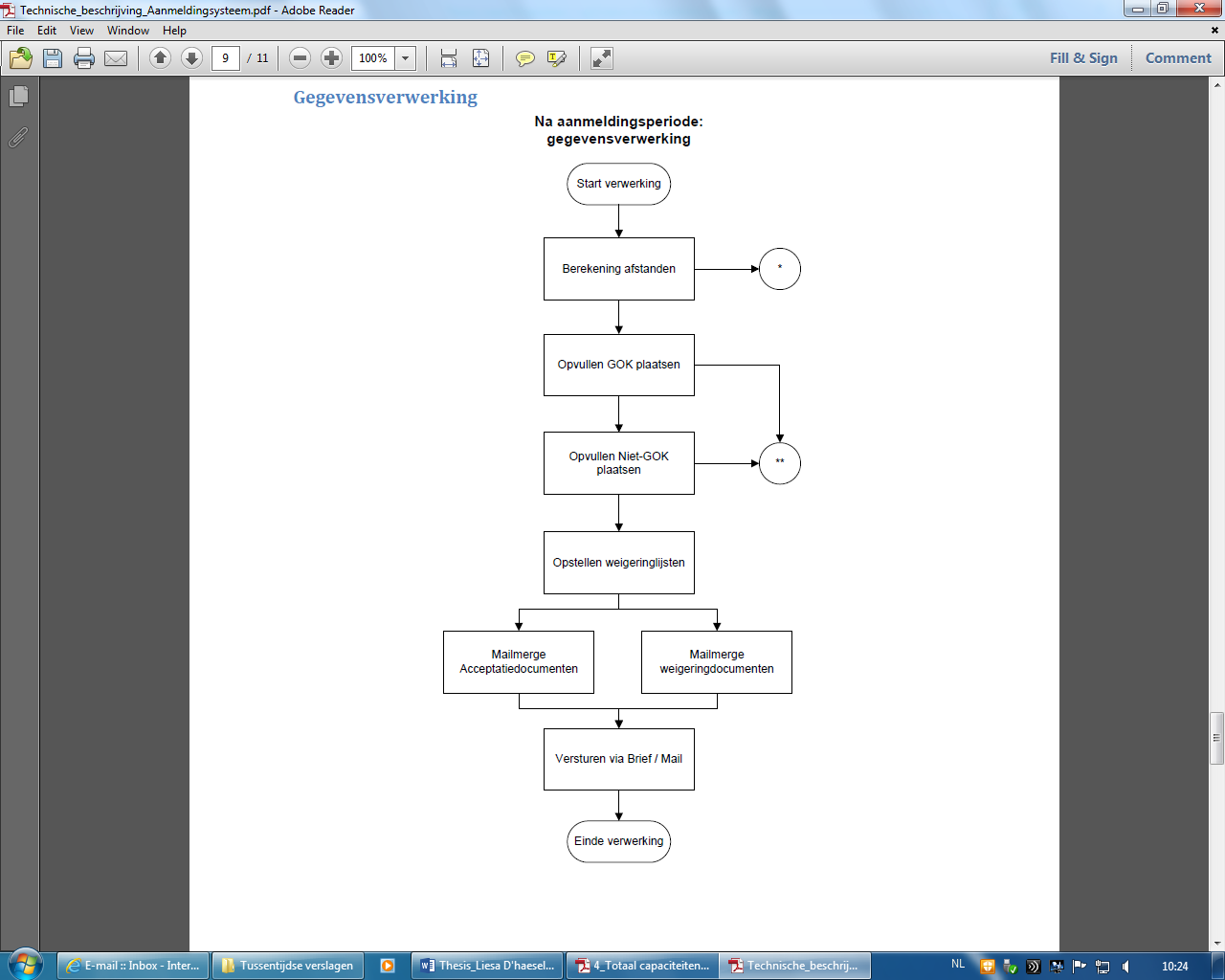
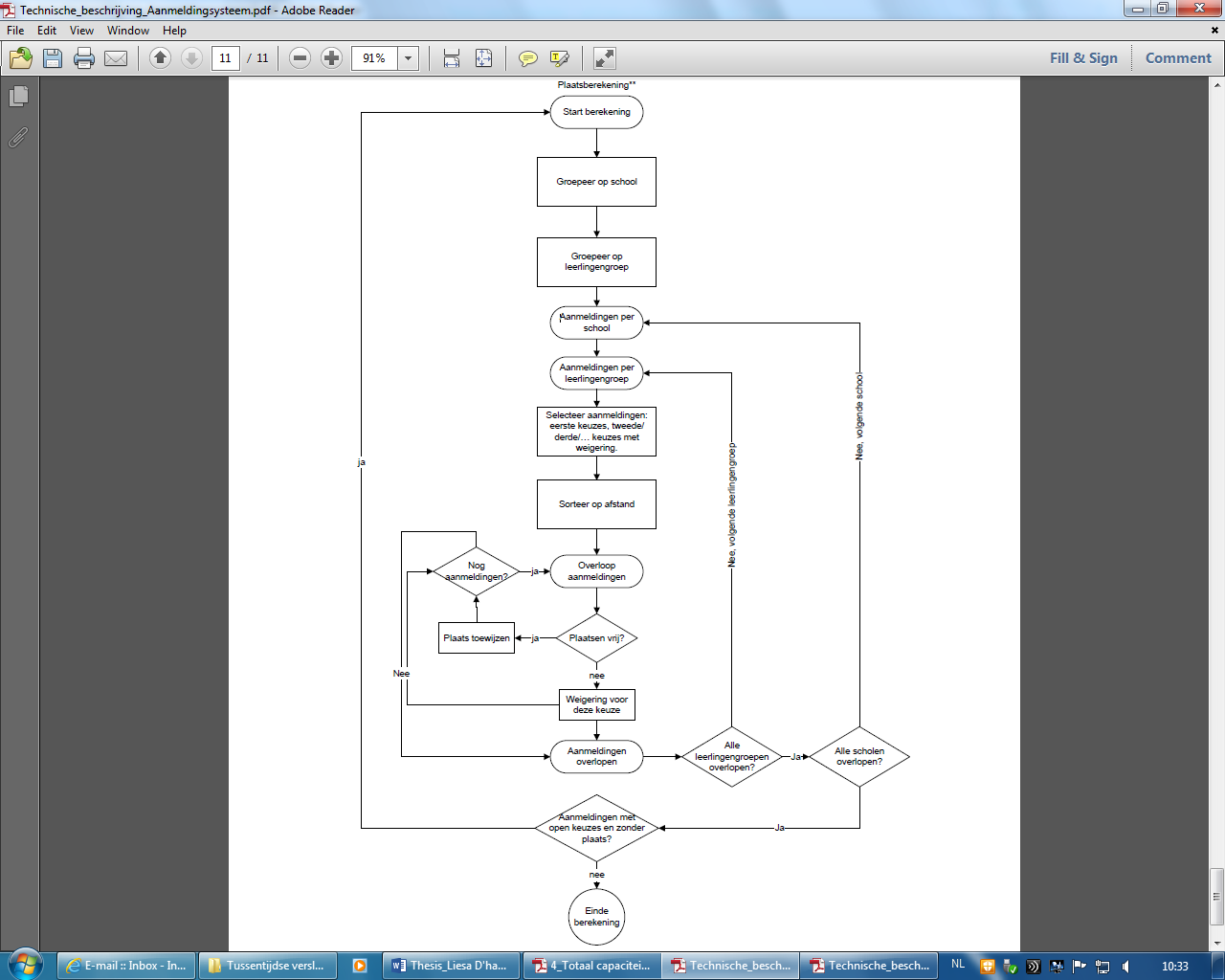
Er wordt een lijst gemaakt van kinderen voor elke school die op basis van voorkeur zouden kunnen worden toegewezen; deze lijst bestaat uit alle leerlingen die de school in hun top drie hebben geplaatst. Op basis van loting (multiple tie breakers) worden de leerlingen toegewezen aan de school. Merk op dat een kind voorlopig voor meerdere scholen kan toegewezen zijn. Deze kinderen kunnen niet meer worden toegewezen op basis van afstand. Vervolgens worden de kinderen toegewezen op basis van de kortste afstand van de werkplek van de ouders tot de school. Ten laatste worden de resterende kinderen toegewezen op basis van de kortste afstand van het officiële adres tot de school. Aangezien een kind nu meerdere toewijzingen kan hebben, treedt er een belangrijk principe op: het kind zal uiteindelijk altijd een toewijzing krijgen voor de school die het hoogst stond op de voorkeurslijst van de ouders. De toewijzing voor de scholen die lager gerangschikt stonden, vervalt daardoor. Dat betekent dat de plaatsen die toegewezen werden voor die lager gerangschikte scholen terug vrij komen. Hierdoor zal de sortering voor de scholen opnieuw gebeuren, maar wordt er geen rekening meer gehouden met de definitief toegewezen kinderen. (Onderwijs Antwerpen, 2013)

### Toewijzingsalgoritme in Lokeren

Elke school voorziet minstens 40% van de plaatsen voor ‘indicatorleerlingen’, en maximaal 60% voor ‘niet-indicatorleerlingen’. Worden de 40% plaatsen voor indicatorleerlingen niet allemaal ingevuld, dan gaan deze plaatsen naar de niet-indicatorleerlingen die werden aangemeld (en omgekeerd). Daarna volgt de ordening op basis van de afstand (in vogelvlucht) van het domicilieadres van het kind OF van het werkadres van één van de ouders tot de school. Voor elk kind kan maar één referentieadres opgegeven worden (Stad Lokeren, 2013). Het proces van de verwerking van de aanmeldingen is schematisch voorgesteld op de volgende pagina’s.

Figuur 1: Toewijzingsalgoritme van Lokeren (deel 1)

*Overgenomen van V-ICT-OR*



*Overgenomen van V-ICT-OR*

Figuur 2: Toewijzingsalgoritme van Lokeren (deel 2)

# Methodologie

Ten einde de toewijzingen die resulteren uit de toewijzingsmechanismen te kunnen evalueren, wordt er gebruik gemaakt van een aantal meetinstrumenten (Paragraaf 3.1). De toewijzingsmechanismen die in dit onderzoek zullen worden toegepast, kunnen worden teruggevonden in paragraaf 3.2.

## Meetinstrumenten

De meetinstrumenten hebben betrekking op de drie meest belangrijke desiderata in de literatuur van schoolkeuzeproblemen: efficiëntie, stabiliteit en strategieneutraliteit. Twee additionele criteria die vanuit het maatschappelijke oogpunt belangrijk zijn voor het Belgisch onderwijssysteem worden hieraan toegevoegd: sociale mix en afstand van de woonplaats van de ouders tot de school.

### Efficiëntie

De efficiëntie van de toewijzingsmechanismen worden door drie meetinstrumenten geëvalueerd: stochastische dominantie, stable improvement cycles (SIC) en efficiëntiescore.

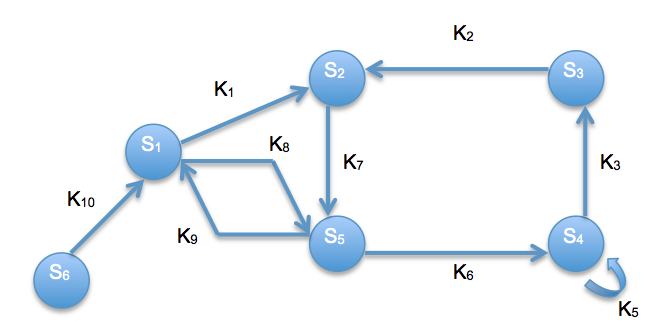
##### Stochastische dominantie

Stel er zijn m scholen en n leerlingen. De rangverdeling van een set van kinderen K is een functie waarbij het aantal leerlingen in K voorstelt die toegewezen zijn aan hun (top) i-de keuze in hun voorkeurslijst. We zeggen dat een rangverdeling een andere rangverdeling stochastisch domineert wanneer voor elke integer i . In de analyses in dit onderzoek wordt de sommatie van j beperkt tot vijf, aangezien het aantal mogelijke opgegeven scholen voor Lokeren slechts vijf bedraagt.

##### Stable improvement cycles (SIC)

Een tweede manier om na te gaan hoe efficiënt een toewijzingssysteem is, is het tellen van het aantal stabiele verbeteringscycli (SIC). Hoe minder SIC er voorkomen, hoe efficiënter het systeem. Om deze cycli te detecteren, wordt er gebruik gemaakt van een algoritme van D.B. Johnson (Johnson, 1975). Het algoritme zoekt alle elementaire circuits (of cycli) in een gerichte graaf. Onderstaand voorbeeld maakt duidelijk wat een elementaire cyclus is.

***Voorbeeld van een elementaire cyclus in een gerichte graaf***

Figuur 3 is een voorbeeld van een gerichte graaf (Ruohonen, 2013). Een gerichte graaf G = (S, K) bestaat uit een eindige verzameling van knooppunten S en een verzameling bestaande uit geordende paren van verschillende knooppunten K, genaamd pijlen. (Johnson, 1975). De knooppunten stellen in dit geval de scholen voor en de pijlen stellen de kinderen voor.

Figuur 3: Voorbeeld van een gerichte graaf

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Begrip* | *Definitie* | *In dit voorbeeld* |
| Pad | Een pad in G is een opeenvolging van knooppunten pvu = (v=s1, s2, … sn = u) zodat (si, si+1) K voor 1i n. |  |
| Circuit | Een pad waarbij het eerste en laatste knooppunt identiek zijn. |  |
| Elementair pad/ cyclus | Een pad/cyclus waarbij geen enkel knooppunt, behalve het eerste en laatste knooppunt, twee keer voorkomt. | Elementair pad:  Elementaire cyclus: |

Een pijl (kind) k1 wijst dus naar school s2 indien s2 een hogere voorkeur geniet dan de toegewezen school s1 en k1 behoort tot de set van kinderen met de hoogste prioriteit Ks met betrekking tot de andere kinderen die liever op school s2 hadden gezeten. Op die manier komt een stabiele verbeteringscyclus overeen met een elementaire cyclus.

De zoektocht naar deze cycli wordt gedaan door middel van een backtracking algoritme in combinatie met het depth first search (DFS) algoritme. Dit soort algoritme kiest willekeurig een knooppunt s1 en bouwt een elementair pad met dit knooppunt. Knooppunt s1 wordt aangeduid als ‘bezocht’ en nadien wordt een willekeurige, onbezochte buur, knooppunt s2, bezocht. Dit proces wordt herhaald vanuit knooppunt s2 (DFS). Wanneer er een pad s1,…, sn is gebouwd en er is geen verdere uitbreiding mogelijk (d.w.z. het knooppunt sn heeft geen onbezochte buren), dan wordt sn verwijderd van het pad en gaat men verder met het uitbreiden van het pad s1,…, sn-1 tot er geen onbezochte paden met knooppunt s1 meer over zijn (backtracking). Een uitgebreidere beschrijving van het algoritme kan geraadpleegd worden in bijlage 7.2.

Merk op dat in het algoritme dat toegepast wordt er slechts één pijl kan gaan van een school naar een andere school, terwijl in realiteit meerdere pijlen (kinderen) kunnen wijzen van dezelfde ene school naar dezelfde andere school. Het gaat dus om een minimum aantal SICs die gevormd kunnen worden.

##### Efficiëntiescore

Een laatste mogelijkheid om de efficiëntie van een model te meten, is het toekennen van een score aan de toewijzingen en nadien deze scores op te tellen en te delen door het aantal toegewezen leerlingen. De scores die gebruikt worden in dit onderzoek zijn afkomstig van een tevredenheidsonderzoek, uitgevoerd door de stad Gent. Dit onderzoek peilde naar de tevredenheid over de toewijzingen van de ouders die hun kinderen inschreven voor het schooljaar 2013-2014 in de Gentse scholen. Onderstaande tabel toont de resultaten van het onderzoek. Een toewijzingsmechanisme waarbij tien kinderen hun eerste keuze kregen, vijf kinderen hun tweede keuze en twee kinderen hun vierde keuze, krijgt bijgevolg een efficiëntiescore van: (10 x 9,8 + 5 x 7,8 + 2 x 5,7)/17 = 8,73. De kinderen die niet toegewezen zijn, worden bij de berekening van de efficiëntiescore niet in aanmerking genomen. Het aantal geweigerde kinderen wordt wel steeds vermeld. Een kind kan immers niet toegewezen worden aan een school die niet vermeld staat op zijn/haar voorkeurslijst.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Keuze toegewezen school** | **Waardering (M=8,8/10)** |  | **Keuze toegewezen school** | **Waardering (M=8,8/10)** |
| 1ste keuze | 9,8 |  | 5de keuze | 5,3 |
| 2de keuze | 7,8 |  | Nog lagere keuze | 5,0 |
| 3de keuze | 6,6 |  | Geen plaats gekregen | N.A. |
| 4de keuze | 5,7 |  |  |  |

Tabel 2: Waardering van toewijzingen in Gent voor schooljaar 2013-2014

### Stabiliteit

De stabiliteit van de toewijzingsmechanismen worden door twee meetinstrumenten geëvalueerd: het aantal blokkeringsparen en de mate van sociale onrechtvaardigheid.

##### Blokkeringsparen (BP)

Een matching is stabiel indien het individueel rationeel is en er geen blokkerende paren zijn. Bijgevolg kan de mate waarin een mechanisme stabiel is nagegaan worden door het tellen van het aantal blokkerende paren. Indien er geen positief actiebeleid wordt gevoerd, dan heeft een matching geen blokkerend paar indien voor elk paar (k,s) waarvoor en voor elke (Hafalir et al., 2013).

Wanneer een positief actiebeleid wordt geïmplementeerd, moet het begrip ‘stabiliteit’ worden aangepast. Individuele rationaliteit is niet afhankelijk van het feit of er een positief actiebeleid wordt gevoerd of niet. Echter, of een paar (k,s) een matching kan blokkeren hangt wel af van het beleid dat gevoerd wordt. Het dubbele contingenteringsprincipe in België is gelijkaardig aan het principe van het positief actiebeleid met minority reserves, met de uitzondering dat men in België zowel reserves voor indicatorleerlingen als voor niet-indicatorleerlingen hanteert. Wanneer het aantal vrije plaatsen voor indicatorleerlingen op een school niet opgevuld geraakt, dan kunnen deze worden toegewezen aan niet-indicatorleerlingen, maar ook omgekeerd.

Een blokkeringspaar in een situatie met minority reserves werd geformuleerd door Hafalir et al. (2013). Merk op dat deze formulering niet helemaal correct is. Dit werd bevestigd door Isa Hafalir (persoonlijke communicatie, 5 oktober 2015). De gecorrigeerde voorwaarden voor de afwezigheid van blokkeringsparen in een positief actiebeleid met minority reserves wordt als volgt geformuleerd:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Voorwaarde (I) beschrijft een situatie waarbij blokkering niet gebeurt omdat het aantal minderheidsleerlingen in school s de minderheidsreserve overschrijdt en s alle leerlingen in s prefereert boven kind k dat niet aan s is toegewezen. Met andere woorden, indien de minderheidsreserve strikt wordt overschreden, dan kan een meerderheidsleerling een minderheidsleerling vervangen terwijl de reserves nog steeds gerespecteerd worden. Voorwaarde (II) introduceert geen blokkeringspaar omdat k een meerderheidsleerling is, het aantal minderheidsleerlingen in school s de minderheidsreserve niet overschrijdt en school s alle meerderheidsleerlingen in s prefereert boven kind k dat niet aan s is toegewezen. Merk op dat in het geval waarbij een minderheidsreserve niet wordt overschreden, er een minderheidsleerling k’ kan toegewezen worden hoewel school s kind k prefereert boven k’. Indien school s geen positief actiebeleid uitvoerde, dan zou (k,s) een blokkeringspaar zijn geweest.

Wanneer een positief actiebeleid wordt gevoerd met zowel minority als majority reserves, dan heeft een matching geen blokkerend paar indien:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Wanneer een minderheidsleerling niet wordt toegelaten op een school dat een hogere voorkeur heeft dan de toegewezen school, dan betekent dit dat de minderheidsreserve overschreden wordt, de capaciteit van de school volledig benut is en derhalve het maximaal aantal meerderheidsleerlingen (dat gelijk is aan of kleiner dan de meerderheidsreserve) die toegewezen willen worden aan de school zijn toegewezen. Het omgekeerde geldt voor een meerderheidsleerling die niet toegelaten wordt op een school dat een hogere voorkeur heeft dan de toegewezen school.

***Voorbeeld verschil tussen minority reserves en minority & majority reserves***

Gegeven is de school s1 met een capaciteit van vier plaatsen, onderverdeeld in een minderheidsreserve van twee plaatsen en een meerderheidsreserve van twee plaatsen. De prioriteiten van de kinderen die school s1 als eerste voorkeur hebben opgegeven, zijn weergegeven als:

De kinderen die voorlopig worden toegewezen in stap 1 en 2 in het DA algoritme zijn verschillend voor het DA met minority reserves (d.i. reserves voor indicatorleerlingen) en het DA met minority en majority reserves:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *DA with Minority Reserves* | *DA with Minority and Majority Reserves* |
|  |  |  |

##### Sociale onrechtvaardigheid (SO)

Een tweede mogelijkheid om de stabiliteit van een matching te becijferen is door de sociale onrechtvaardigheid na te gaan. Hierbij wordt de variantie van de rang van kind k berekend. De sociale onrechtvaardigheid van een matching wordt als volgt berekend:

De parameters voor deze berekening zijn de volgende:

* : Grootte van de set van leerlingen die zijn toegewezen onder
* : Rang van school op de voorkeurslijst van leerling k, waarbij de rang van de meest geprefereerde school voor k gelijk is aan één.
* : Gemiddelde rang van de toegewezen scholen voor de leerlingen die toegewezen zijn onder . Dit is ook gelijk aan

Het is met andere woorden een meting voor ex post gelijke behandeling van ex ante gelijke personen. Wanneer de prioriteiten volledig door loting bepaald worden, dan zijn de leerlingen ex ante gelijk en zou de sociale onrechtvaardigheid niet hoog mogen zijn. Hoe lager de variantie, hoe beter het model scoort op stabiliteit.

### Strategieneutraliteit

Strategieneutraliteit is van alle instrumenten het moeilijkst te meten. In dit verslag worden de meest voor de hand liggende strategieën die een ouder kan hanteren geanalyseerd, namelijk:

1. Slechts een beperkt aantal scholen opgeven in de voorkeurslijst.
2. Een populaire school als eerste voorkeur opgeven om zo meer kans te hebben op de school van tweede voorkeur (dit kan van toepassing zijn indien het algoritme de voorkeuren optimaliseert, bv. wanneer de doelfunctie gelijk is aan het minimaliseren van de rang van de toegewezen school in de voorkeurslijsten).
3. Een onpopulaire school vermelden als eerste voorkeur uit vrees dat het kind anders wordt toegewezen aan een school helemaal onderaan de voorkeurslijst of dat het kind zelfs niet toegewezen wordt (dit kan van toepassing zijn indien het algoritme een hogere prioriteit toekent aan kinderen die een hogere voorkeur hebben voor een school, bv. het Boston algoritme).

De selectie van de populaire scholen wordt op de volgende manier bepaald. Voor elke school wordt het aantal kinderen dat die school als eerste voorkeur heeft opgegeven vergeleken met de capaciteit. Voor Lokeren worden de drie scholen met de hoogste ratio geselecteerd als populaire scholen. Voor Antwerpen zijn dit de tien scholen met de hoogste ratio.

Indien mogelijk wordt er ook een bewijs geformuleerd waarom het model al dan niet strategieneutraal is.

### Sociale mix

Er kunnen verschillende aspecten worden gemeten met betrekking tot het onderscheid indicator- en niet-indicatorleerlingen. De volgende aspecten worden in deze paper onderzocht:

*Sociale mix*: Het percentage toegewezen indicatorleerlingen wordt vergeleken met het percentage vooropgesteld door de school. In de berekening wordt er rekening gehouden met het aantal toegewezen leerlingen van die school. Hoe lager SM(), hoe beter de sociale mix.

*Gelijke kansen*: De kans op een school van eerste voorkeur mag niet significant verschillen tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen. De verhouding van de kansen van beide groepen moet gelijkaardig zijn aan de gewenste verhouding tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen.

*Discriminatie*: Dit kan worden gemeten door te kijken naar de niet-toegewezen kinderen. Indien de verhouding tussen indicatorleerlingen en niet-indicatorleerlingen oneerlijk of significant scheefgetrokken is, dan heeft men een hogere kans op een discriminerend systeem.

### Afstand

Er zijn voor de dataset van Antwerpen geen exacte berekeningen voor de afstand van de woonplaats van de kinderen tot de opgegeven scholen ter beschikking. Er is enkel een ordening van kinderen in termen van afstand tot elke school voorhanden. Bijgevolg wordt dit criterium bekeken vanuit het perspectief van de scholen. Voor elke school s is de score de som van de rangnummers van kinderen op de lijst van school s volgens afstand. Hoe een school scoort op basis van afstand, kan dan worden gemeten door deze score te vergelijken met de best mogelijke uitkomst, gegeven het aantal toegewezen leerlingen en het aantal aangemelde leerlingen voor een school. De best mogelijke score voor school s onder matching wordt voorgesteld door en is gelijk aan . De slechtst mogelijke score wordt voorgesteld door . Om dit te kunnen berekenen, moet het aantal kinderen worden bepaald die zich hebben aangemeld voor school s, weergegeven als i(s). is bijgevolg gelijk aan . In de berekening wordt er opnieuw rekening gehouden met het aantal toegewezen leerlingen van de scholen. Het resulterende meetinstrument wordt dan geformuleerd in onderstaande vergelijking. Hoe lager het percentage, hoe beter het model scoort op afstand.

***Voorbeeld van afstandsberekening***

Zeven kinderen wensen zich in te schrijven voor school s, waarvan drie effectief zijn toegewezen aan

de school, nl. en . De volgorde van de kinderen voor school s volgens afstand en de toegewezen kinderen zijn de volgende:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1: k3 | 2: k7 | 3: k1 | 4: k4 | 5: k2 | 6: k5 | 7: k6 |

De beste afstandsscore voor de school, gegeven het aantal toegewezen leerlingen, is:

1 + 2 + 3 = 6

De slechtste afstandsscore voor de school, gegeven het aantal toegewezen leerlingen, is:

5+6+7 =

De uiteindelijke afstandsscore voor de toewijzingen is:

2+4+7 = 13

De relatieve afwijking van de uiteindelijke afstandsscore t.o.v. de beste afstandsscore is dus:

## Modellen

Onderstaande modellen zijn de modellen die gebruikt zullen worden in dit onderzoek om kinderen toe te wijzen aan scholen. De modellen zijn opgelost met behulp van het softwareprogramma IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.5.1.

### Parameters en variabelen

*Parameters:*

|  |  |
| --- | --- |
| S | Set van scholen (s1, s2, s3, …) |
| K | Set van kinderen (k1, k2, k3, …) |
| Km | Set van indicatorleerlingen (Km K) |
| KM | Set van niet-indicatorleerlingen (KM K) |
| E | Set van paren van kinderen en scholen ((k1, s1),(k2, s2), (k2, s1),…)  *Merk op dat niet elk kind een paar vormt met elke school. Het kind vormt enkel een paar met een school dat opgegeven werd in de voorkeurslijst.* |
| rm(s) | Reserve voor indicatorleerlingen van school s |
| rM(s) | Reserve voor niet-indicatorleerlingen van school s |
| qm(s) | Quota voor indicatorleerlingen van school s |
| qM(s) | Quota voor niet-indicatorleerlingen van school s |
| q(s) | Capaciteit van school s ( = rm(s) + rM(s) = qm(s) + qM(s) ) |
| v(k,s) | Voorkeur van kind k voor school s  *Voor de meest geprefeerde school s van kind k is v(k,s) gelijk aan één. Voor de minst geprefereerde school s’ van kind k is v(k,s’) gelijk aan het aantal scholen dat kind k heeft opgegeven.* |
| r(k,s) | Lotingnummer van kind k op school s  *Een lager lotingnummer betekent een hogere prioriteit wanneer loting als ordeningscriterium wordt gebruikt.* |
| a(k,s) | Afstand van woonplaats van kind k tot school s (voor dataset van Lokeren) Rang van kind k in afstandslijst van school s (voor dataset van Antwerpen)  *Een lager getal betekent een hogere prioriteit wanneer afstand als ordeningscriterium wordt gebruikt.* |
| a(s) | Percentage van vrije plaatsen dat school s voorbehoudt voor het ordeningscriterium afstand |
| pm(s) | Percentage van de beschikbare plaatsen op school s na toewijzing van niet-indicatorleerlingen dat mag benut worden door indicatorleerlingen |
| pM(s) | Percentage van de beschikbare plaatsen op school s na toewijzing van indicatorleerlingen dat mag benut worden door niet-indicatorleerlingen |
|  | Gewicht dat wordt gegeven aan sociale mix in een gewogen doelfunctie |
|  | Gewicht dat wordt gegeven aan aantal toewijzingen in een gewogen doelfunctie |

*Variabelen:*

|  |  |
| --- | --- |
| x(k,s) | = 1 indien kind k toegewezen wordt aan school s  = 0 indien anders |
| lot(k,s) | = 1 indien kind k toegewezen wordt aan school s op basis van loting  = 0 indien anders |
| afst(k,s) | = 1 indien kind k toegewezen wordt aan school s op basis van afstand  = 0 indien anders |
| zu(s) | Aantal indicatorleerlingen die proportioneel te weinig zijn toegewezen aan school s |
| zo(s) | Aantal indicatorleerlingen die proportioneel te veel zijn toegewezen aan school s |
| ym(s) | = 1 indien het quotum qm(s) niet wordt behaald en er zijn kinderen die school s prefereren boven hun toegewezen school  = 0 indien anders |
| yM(s) | = 1 indien het quotum qM(s) niet wordt behaald en er zijn kinderen die school s prefereren boven hun toegewezen school  = 0 indien anders |
| b(s) | = 1 indien het aantal beschikbare plaatsen voor indicatorleerlingen, dat gelijk is aan de plaatsen die overblijven na toewijzing van niet-indicatorleerlingen vermenigvuldigd met een percentage , groter is dan de reserve voor indicatorleerlingen (m.a.w. )  = 0 indien anders |
| c(s) | = 1 indien het aantal beschikbare plaatsen voor niet-indicatorleerlingen, dat gelijk is aan de plaatsen die overblijven na toewijzing van indicatorleerlingen vermenigvuldigd met een percentage , groter is dan de reserve voor niet-indicatorleerlingen (m.a.w. )  = 0 indien anders |
| capm(s) | Maximaal aantal indicatorleerlingen die mogen worden toegewezen aan school s |
| capM(s) | Maximaal aantal niet-indicatorleerlingen die mogen worden toegewezen aan school s |

### Model zonder positief actiebeleid (Model 1)

Volgens Gale en Shapley (1962) kan het deferred acceptance algorithm verkregen worden als de oplossing voor een bepaald optimalisatieprobleem: maximaliseer het welzijn van de leerlingen waarbij stabiliteit een beperking is. In het volgende model worden de prioriteiten bepaald door loting.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |

Om een Pareto efficiënte allocatie te verkrijgen, minimaliseert de doelfunctie (1) de ordeningen van de scholen in de voorkeurslijsten van de toegewezen kinderen. Voorwaarde (2) zorgt ervoor dat een kind aan maximaal één school kan worden toegewezen. Voorwaarde (3) beperkt het aantal toewijzingen voor een school tot het aantal beschikbare plaatsen. Voorwaarde (4) is de stabiliteitsbeperking. Voor elk paar (k,s) E geldt dat, als k gekoppeld is aan s of aan een school van hogere voorkeur, dan bewerkstelligt de eerste term de voldoening van de ongelijkheid. Zo niet, wanneer de eerste term gelijk is aan nul, dan is de tweede term groter dan of gelijk aan de rechterzijde als en slechts als de plaatsen op school s gevuld zijn met kinderen met hogere prioriteiten.

Een nadeel van deze formulering is het feit dat de voorkeuren een resultaat zijn van metingen op ordinaal niveau en niet op intervalniveau. De volgorde in voorkeuren is duidelijk, maar de verschillen zijn niet interpreteerbaar: de voorkeur voor de eerste school ligt niet noodzakelijk net zo ver boven de voorkeur voor de tweede school als de voorkeur voor de tweede school boven de voorkeur voor de derde school. Dit komt ook tot uiting in de tevredenheidsenquête die de stad Gent uitvoerde.

### Model met reserves (Model 2)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |

Indien men een onderscheid maakt tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen, dan bekomt men bovenstaand model. Vergelijkingen (4) en (5) zijn een vertaling van de stabiliteitsvoorwaarden voor minority en majority reserves in paragraaf 3.1.2 en vervangen de vierde vergelijking in het model zonder positief actiebeleid. De andere beperkingen zijn ongewijzigd ten opzichte van het model zonder positief actiebeleid.

### Loting en afstand als prioriteiten

Loting als enige ordeningscriterium is niet toegelaten in België en moet in combinatie worden gebruikt met andere criteria. In de volgende modellen worden de plaatsen verdeeld volgens de ordeningscriteria loting en afstand, waarbij de scholen een percentage bepalen waarvoor de toewijzingen gebeuren volgens afstand.

#### Model met reserves en zonder loting- en afstandslijsten (Model 3a)

In dit model wordt er gekeken vanuit het standpunt van de geweigerde leerlingen. Voor elke geweigerde leerling moet het aantal toegewezen leerlingen die een lager lotingnummer hebben en het aantal toegewezen leerlingen die dichterbij de school wonen voldaan zijn. Een toegewezen leerling die een lager lotingnummer heeft voor de ene school, kan echter een hoger lotingnummer hebben dan een andere geweigerde leerling, maar dichter bij de school wonen dan de bewuste geweigerde leerling. Er wordt een positief actiebeleid (d.i. reserves voor indicator- en niet-indicatorleerlingen) gevoerd.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |
|  |  | (9) |
|  |  | (10) |

Vergelijkingen (1), (2) en (3) uit model 1 blijven behouden. Vergelijkingen (4) en (5) stellen dat als een indicatorleerling (resp. niet-indicatorleerling) niet is toegewezen, het aantal toegewezen indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) die een lager lotingnummer hebben of dichter bij de school wonen groter is dan het maximum van de reserve voor indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) en het aantal beschikbare plaatsen die overblijven nadat niet-indicatorleerlingen (resp. indicatorleerlingen) zijn toegewezen. Vergelijkingen (6) en (7) bepalen hoeveel indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) een lager lotingnummer moeten hebben indien men niet is toegewezen. Vergelijking (8) en (9) bepalen het aantal plaatsen die toegewezen moeten worden op basis van afstand.

De rechterleden van de vergelijkingen (6) en (7) werden verminderd met één en opgeteld met 0,0001. De verklaring hiervoor is dat de rechterleden fractioneel kunnen zijn en bijgevolg het aantal toegewezen leerlingen bij een school die een hogere voorkeur geniet dan de toegewezen school van een indicatorleerling groter zou moeten zijn dan + , een som die mogelijks groter is dan , en groter dan + , een som die mogelijks groter is dan. Hetzelfde geldt voor niet-indicatorleerlingen. De rechterleden van de vergelijkingen die betrekking hebben op het orderingscriterium loting (vergelijkingen (6) en (7)) worden daarom verminderd met één. Aangezien de vergelijkingen eigenlijk “strikt groter dan” vergelijkingen zouden moeten zijn (met name voor situaties waarin er geen fractionele rechterleden worden bekomen), worden de rechterleden opnieuw opgeteld met 0,0001. Men geeft dus een lichte voorkeur aan afstand indien de rechterleden fractioneel zouden zijn.

#### Model met reserves en met loting- en afstandslijsten (Model 3b)

Dit model is gelijkaardig aan model 3a, maar nu wordt er wel de voorwaarde opgelegd dat een leerling die toegewezen is op basis van afstand (resp. voorkeur) dichter bij de school woont (resp. een lager lotingnummer heeft) dan alle leerlingen die geweigerd zijn voor die school.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |
|  |  | (9) |

Er worden nu twee extra beslissingsvariabelen gedefinieerd: lot en dist. Indien kind k toegewezen wordt aan school s op basis van loting (resp. afstand), dan is lot(k,s) (resp. afst(k,s)) gelijk aan 1. Indien men de som neemt van deze variabelen, dan bekomt men de beslissingsvariabele x(k,s) (8). In de tweede term van het linkerlid van vergelijkingen (6) en (7) in model 3a wordt x(k,s) vervangen door lot(k,s) en in de tweede term van het linkerlid van vergelijkingen (8) en (9) in model 3a wordt x(k,s) vervangen door dist(k,s).

### Modellen met het oog op een betere sociale mix

De onderwijsdienst van Antwerpen maakte bekend dat de doelstelling voor de komende jaren kan worden geformuleerd als het streven naar een betere sociale mix, terwijl de efficiëntie, stabiliteit en transparantie van het toewijzingsmechanisme min of meer behouden blijft (Steven Penneman, persoonlijke communicatie, 7 mei 2015). De volgende zeven modellen zijn opgesteld om meer inzicht te verkrijgen in hoe de sociale mix nog verbeterd kan worden.

#### Model met reserves (Model 4a)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |

De doelfunctie (1) wordt gewijzigd van het minimaliseren van de voorkeuren (zoals in model 1 t.e.m. model 3c) naar het minimaliseren van het aantal indicatorleerlingen die volgens de norm voor sociale mix van elke school te veel ( of te weinig ( zijn toegewezen. Vergelijkingen (2) t.e.m. (5) zijn dezelfde vergelijkingen als in model 2. Vergelijking (6) definieert de afwijkingsvariabelen en . Vergelijking (8) stelt dat de afwijkingsvariabelen positief moeten zijn.

#### Model zonder reserves (Model 4b)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |

Dit model is gelijkaardig aan model 4a, met uitzondering van vergelijking (4). Deze vergelijking stelt dat als men geweigerd is bij een school dat een hogere voorkeur geniet dan de toegewezen school, dan hebben de leerlingen die toegewezen zijn en die van hetzelfde type zijn (indicator/niet-indicator) een beter lotingnummer voor de betreffende scholen en is de capaciteit van elk van die scholen volledig benut.

#### Model met reserves en zonder prioriteiten (Model 4c)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |

Dit model is equivalent aan model 2 waarbij de doelfunctie veranderd is naar het maximaliseren van de sociale mix (vergelijkingen (1) en (6)) en waarbij prioriteiten geen rol spelen (vergelijking (5)). Wanneer men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur, dan betekent dit dat de school zijn capaciteit volledig heeft benut, maar betekent dit niet dat de leerlingen die toegewezen zijn aan de school een hogere prioriteit hebben voor de school.

#### Model zonder reserves en zonder prioriteiten (Model 4d)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |

Dit model is gelijkaardig aan model 1. De doelfunctie (1) en vergelijking (5) zorgen er echter voor dat het aantal afwijkende indicatorleerlingen in plaats van de voorkeuren van de toegewezen kinderen wordt geminimaliseerd. Bovendien spelen de prioriteiten opnieuw geen rol (vergelijking (4)). De enige reden waarom een leerling niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur is omdat de school volzet is.

#### Model met reserves en prioriteiten van gedeeltelijk belang (Model 4e)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |

Wanneer een leerling is geweigerd bij elke aangemelde school, dan hebben de leerlingen van hetzelfde type die toegewezen zijn aan elk van die scholen het betreffende reserve overschreven en hebben ze een beter lotingnummer. Dit vertaalt zich in vergelijkingen (4) en (5).

#### Model met reserves, prioriteiten van gedeeltelijk belang en capaciteitsvoorwaarde (Model 4f)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | (1) |
|  |  |  |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |
|  |  | (9) |

Model 4f is equivalent aan model 4e met één extra beperking (vergelijking (6)): wanneer men is toegewezen aan een school, dan hebben de scholen van hogere voorkeur hun capaciteit bereikt.

#### Model met quota (Model 4g)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  | , | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |

In bovenstaand model wordt er met quota gewerkt in plaats van met reserves. Vergelijkingen (1), (2) en (3) zijn dezelfde vergelijkingen als in model 1. Scholen nemen niet meer dan een bepaald aantal indicator- en niet-indicatorleerlingen aan (vergelijkingen (4) en (5)). Vergelijkingen (6) en (7) zijn equivalent aan de eerste subvergelijkingen van vergelijkingen (4) en (5) in model 2, maar de reserves worden vervangen door de quota. De doelfunctie (1) is opnieuw gelijk gesteld aan het minimaliseren van de voorkeuren.

### Quota en reserves

Tot dusver werd er steeds gewerkt met reserves of met quota. Een alternatief voor een positief actiebeleid is de invoer van zowel quota als reserves.

#### Minimum reserves en statische maximum quota als parameters (Model 5a)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |

Vergelijkingen (1), (2) en (3) zijn dezelfde vergelijkingen als in model 1. Voor elke school wordt er een ondergrens rm (resp. rM) bepaald die bereikt moet worden wanneer een indicatorleerling (resp. niet-indicatorleerling) geweigerd wordt, maar eveneens een bovengrens (resp. ) die niet overschreden kan worden. Wanneer een indicatorleerling niet is toegewezen aan een school s of een school van hogere voorkeur, dan moet het aantal indicatorleerlingen met een lager lotingnummer groter zijn dan of gelijk zijn aan rm(s) (eerste subvergelijking van (4)) en groter zijn dan of gelijk zijn aan (tweede subvergelijking van (4)) of (derde subvergelijking van (4)). Wanneer de bovengrens voor indicatorleerlingen (s) kleiner is dan , dan is gelijk aan nul wegens vergelijking (6) dat stelt dat het aantal indicatorleerlingen niet groter mag zijn dan . Wanneer het aantal toegewezen indicatorleerlingen de bovengrens niet bereikt omwille van het tekort aan aangemelde indicatorleerlingen of omdat het aantal toegewezen niet-indicatorleerlingen groter is dan q(s) - en er zijn kinderen die school s prefereren boven hun toegewezen school (of die geweigerd zijn voor alle opgegeven scholen inclusief s), dan is gelijk aan één.

Zonder vergelijking (7) kan in de situatie waarin er geen kinderen zijn die school s prefereren boven hun toegewezen school (of die geweigerd zijn voor alle opgegeven scholen inclusief s), de variabele ofwel nul ofwel één zijn. Om duidelijkheid te scheppen in wanneer welke waarde aanneemt, wordt vergelijking (7) geformuleerd. Deze vergelijking stelt dat wanneer er geen enkele leerling (die school s heeft opgegeven) geweigerd is voor alle scholen en er geen leerlingen zijn die de school prefereren boven hun toegewezen school, gelijk moet zijn aan nul.

Voorgaande redenering geldt ook voor niet-indicatorleerlingen (vergelijkingen (5) en (6)).

#### Minimum reserves en dynamische maximum quota als parameters (Model 5b)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  | , | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |
|  |  | (9) |

In plaats van statische bovengrenzen voor elk type leerling, worden er nu dynamische bovengrenzen, d.w.z. afhankelijk van het aantal toegewezen leerlingen van het andere type, ingevoerd. Wanneer een indicatorleerling niet is toegewezen aan een school s of een school van hogere voorkeur, dan is het aantal indicatorleerlingen met een kleiner lotingnummer groter dan de reserve rm(s) en groter dan een deel van het aantal beschikbare plaatsen nadat niet-indicatorleerlingen zijn toegewezen (vergelijking (4)). Dit laatste wordt uitgedrukt d.m.v. het percentage . Vergelijking (6) stelt dat het aantal indicatorleerlingen kleiner is dan het maximum van het percentage van beschikbare plaatsen en de reserve rm(s). Vergelijking (4) bepaalt of b(s) gelijk is aan nul of één en bepaalt bijgevolg dit maximum. Vergelijkingen (1), (2) en (3) uit model 1 blijven behouden.

Voorgaande redenering geldt ook voor niet-indicatorleerlingen (vergelijkingen (5) en (7)).

#### Minimum reserves als parameters en maximum quota als beslissingsvariabele (Model 5c)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  | (2) |
|  |  | (3) |
|  |  | (4) |
|  |  | (5) |
|  |  | (6) |
|  |  | (7) |
|  |  | (8) |
|  |  | (9) |

De statische bovengrenzen voor elk type leerling (nl. capm en capM) worden nu door het model zelf bepaald. Vergelijkingen (1), (2) en (3) blijven behouden. Vergelijkingen (4) en (5) stellen dat als een leerling school s prefereert boven zijn/haar toegewezen school, het aantal toegewezen leerlingen van hetzelfde type en met een hogere prioriteit groter is dan de betreffende bovengrens, die overigens groter moet zijn dan de grootte van de reserve (vergelijking (7)). De bepaling van de bovengrenzen moet gebeuren zodanig dat de sociale mix wordt bevorderd. Bijgevolg wordt de sociale mix vermeld in de doelfunctie (1). Aangezien het model de intentie zal hebben om de bovengrenzen te laten naderen tot de reserves en dit een grote verspilling van plaatsen kan veroorzaken, wordt er een tweede term toegevoegd aan de doelfunctie, nl. het minimaliseren van het aantal geweigerde leerlingen. Indien men een maximum wilt plaatsen op deze verspilling, kunnen er extra vergelijkingen worden ingevoerd die stellen dat de bovengrens groter moet zijn dan een bepaald percentage van de beschikbare plaatsen na toewijzingen van leerlingen van het andere type (vergelijkingen (10) en (11)).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |
|  |  | (11) |

# Resultaten

De data die in dit onderzoek worden gebruikt, zijn afkomstig van de onderwijsdienst van Antwerpen en van Lokeren. De twee datasets bevatten informatie over de aanmeldingen van kinderen voor Antwerpse scholen en Lokerse scholen. Deze data is omwille van privacy-redenen deels fictief en wordt beschreven in paragraaf 4.1. Aan de hand van deze data kunnen de IP modellen, beschreven in paragraaf 3.2, oplossingen genereren. Voor elke dataset worden de modellen die loting als ordeningscriterium hanteren 400 maal gesimuleerd. Elke simulatie werkt met andere lotingnummers. Deze lotingnummers zijn multiple tie breakers, tenzij anders vermeld. De resultaten van de simulaties worden beschreven in paragraaf 4.2 t.e.m. paragraaf 4.6. De bijhorende grafieken voor de dataset van Antwerpen worden eveneens in deze paragrafen weergegeven, terwijl deze voor Lokeren worden weergegeven in bijlage 7.4, tenzij anders vermeld.

De indeling van dit hoofdstuk is als volgt. Paragraaf 4.1 beschrijft de verkregen datasets. In paragraaf 4.2 worden de resultaten voor model 1 en model 2, die als basismodellen voor alle andere modellen in dit onderzoek dienen, uiteengezet. De verschillende ordeningscriteria en de impact ervan worden in paragraaf 4.3 bestudeerd. Vervolgens neemt paragraaf 4.4 mogelijke toekomstige situaties van schaarste en overaanbod onder de loep. In paragraaf 4.5 wordt er een ruilalgoritme voorgesteld, gebaseerd op het stable improvement cycles algorithm, teneinde de efficiëntie van de bekomen matchings te verhogen. Verder analyseert paragraaf 4.6 enkele mogelijkheden om de sociale mix binnen scholen te bevorderen. Tenslotte wordt er in paragraaf 4.7 een link gelegd met de huidige toewijzingsalgoritmen van Antwerpen en Lokeren.

## Data

De onderwijsdienst van Antwerpen en Lokeren hebben het onderzoek voorzien van deels realistische en deels fictieve data. In bijlage 7.3 worden er (fictieve) voorbeelden weergegeven van de dataset van Antwerpen en Lokeren die aantonen hoe de data is gestructureerd. De twee bestanden worden hieronder kort beschreven.

Het eerste databestand bevat informatie omtrent de scholen in Antwerpen en de kinderen die door de ouders werden aangemeld voor één van deze scholen voor het schooljaar 2014-2015. Omwille van privacy-redenen ontbreken echter bepaalde gegevens. Zo is het percentage dat de school hanteert voor indicatorleerlingen niet ter beschikking. Er is echter wel een lijst beschikbaar van de percentages maar deze zijn at random toegewezen aan de scholen. Ook de percentages waarvoor afstand als ordeningscriterium moet worden gebruikt zijn niet ter beschikking. Wel is het geweten dat de percentages hoger moeten liggen dan 50%. Tenslotte zijn eveneens de afstanden niet voorhanden, maar is de volgorde in afstand voor de kinderen die zich aangemeld hebben voor een school aanwezig. Er zijn in totaal 4236 kinderen die zich hebben aangemeld, waarvan 2541 (60%) indicatorleerlingen. Verder zijn er 186 scholen die in totaal 4653 vrije plaatsen aanbieden. Het gemiddelde percentage voorbehouden voor indicatorleerlingen is 57%. Dit gemiddelde is berekend op basis van 224 Antwerpse scholen (die al dan niet nog vrije plaatsen aanbieden), maar is geen gemiddelde dat rekening houdt met de capaciteit. De ouders kregen de mogelijkheid om maximaal tien scholen op te geven.

Het tweede databestand bevat alle nodige informatie omtrent de scholen in Lokeren en de kinderen die door de ouders werden aangemeld voor één van deze scholen voor het schooljaar 2014-2015. De afstanden van de school tot de woonplaats van het kind kunnen wel met 10% afwijken van de realiteit. Er zijn in totaal 214 kinderen die zich hebben aangemeld, waarvan 46 (22%) indicatorleerlingen, en zestien scholen die in totaal 300 vrije plaatsen aanbieden. Van deze 300 plaatsen zijn 137 plaatsen (46%) voorbehouden voor indicatorleerlingen en 163 plaatsen voorbehouden voor niet-indicatorleerlingen. Elke school bepaalt het percentage van plaatsen voorbehouden aan (niet-) indicatorleerlingen. Afstand is het enige ordeningscriterium om kinderen toe te wijzen. De ouders kregen de mogelijkheid om maximaal vijf scholen op te geven.

|  |  |
| --- | --- |
| Figuur 4: Lengte van voorkeurslijst (Antwerpen) | Figuur 5: Lengte van voorkeurslijst (Lokeren) |

Belangrijk om te vermelden is dat het hier gaat over aanmeldingen en capaciteiten nadat de leerlingen die behoren tot de voorrangsgroepen zijn toegewezen. Met andere woorden, wanneer er 80% indicatorleerlingen worden toegewezen aan een school, betekent dit niet dat 80% van de leerlingen in een school voor dat schooljaar indicatorleerlingen zijn. Men moet dus het aantal (niet-)indicatorleerlingen steeds vergelijken met de capaciteit voorbehouden voor (niet-) indicatorleerlingen. Bovendien geldt dat wanneer er slechts één school voor een bepaald kind vermeld staat in het databestand, dit niet impliceert dat de ouders maar één school hebben opgegeven; er kunnen immers al scholen volzet zijn waardoor deze scholen worden geschrapt van de voorkeurslijst. Figuren 4 en 5 tonen aan hoeveel keuzes er nog overblijven voor elk kind nadat de kinderen uit de voorrangsgroepen zijn toegewezen. Ook kan men zien dat Lokeren veel plaatsen voorbehoudt voor indicatorleerlingen terwijl het aantal indicatorleerlingen redelijk beperkt is.

Zoals aangetoond in bijlage 7.3 en figuren 4 en 5, kunnen de ouders van de kinderen niet alle scholen opgeven en bevat de dataset enkel de koppels van kinderen en scholen waarvoor de ouders van het kind de school hebben opgegeven. Deze datasets worden ook zo gebruikt in de simulaties met als gevolg dat kinderen niet toegewezen kunnen worden aan een school die niet op hun voorkeurslijst stond. Een limiet op de lengte van de voorkeurslijst kan echter een negatieve invloed hebben op de strategieneutraliteit, efficiëntie en stabiliteit van een mechanisme (Haeringer & Klijn, 2009; Pathak & Sönmez, 2013). In dit onderzoek wordt er verondersteld dat de lengte groot genoeg is zodat ouders geen stimulans hebben om strategisch te zijn wanneer zij de voorkeurslijst indienen.

Verder bevatten de databestanden geen informatie over het feit dat een aanmelding al dan niet gekoppeld is. Een gekoppelde aanmelding komt voor wanneer een ouder meerdere kinderen wenst in te schrijven in eenzelfde school en opgeeft dat wanneer niet alle kinderen toegewezen kunnen worden aan de school, alle kinderen geweigerd worden voor die school.

Om later onderzoek te verrichten naar welk ordeningscriterium er dient te worden gehandhaafd, voorkeur of afstand, is het interessant om te weten in welke mate deze twee variabelen met elkaar gecorreleerd zijn. Voor ouders die niet ver van een school wonen is er immers een hogere kans dat zij deze school op hun eerste of tweede plaats zetten. De afstand voor een school van eerste voorkeur is significant verschillend van de afstand voor een school van tweede voorkeur (p = 0.000), maar deze laatste is niet significant verschillend van de afstand voor een school van derde voorkeur (p =0.109). Voor Antwerpen kan de correlatie niet worden gemeten omwille van de beperkingen in de data.

In beide steden is het aantal beschikbare plaatsen groter dan het aantal aangemelde kinderen. Dit betekent echter niet dat er geen schaarste heerst. Kinderen worden immers enkel toegewezen aan een school die zij hebben opgegeven. Om een idee te verkrijgen over de schaarste, vergelijkt men het aantal beschikbare plaatsen voor elke school met het aantal kinderen die deze school als eerste voorkeur hebben opgegeven.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Aantal scholen met een tekort** | **Gemiddeld tekort** | **Totaal aantal plaatsen tekort** |
| Antwerpen | 66 (35%) | 42% | 508 (12%) |
| Lokeren | 3 (20%) | 39% | 20 (9%) |

Tabel 3: Capaciteitstekort voor toewijzingen aan scholen van eerste voorkeur

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Aantal beschikbare plaatsen bij scholen van tweede voorkeur** |
| Antwerpen | 700 |
| Lokeren | 74 |

Tabel 4: Capaciteitstekort voor toewijzingen aan scholen van tweede voorkeur

In tabel 3 kan men zien dat Antwerpen met een groter tekort kampt dan Lokeren. 12% van de kinderen kunnen theoretisch gezien niet aan een school van eerste voorkeur worden toegewezen. Dit is echter de ondergrens. Er dient nog rekening te worden gehouden met sociale mix, prioriteiten van de scholen, en dergelijke. De kinderen die niet hun school van eerste voorkeur kregen, kunnen theoretisch gezien allen aan een school van tweede voorkeur worden toegewezen (respectievelijk 700 en 74 plaatsen zijn beschikbaar na toewijzingen aan de school van eerste voorkeur bij Antwerpen en Lokeren, zie tabel 4).

## Basismodellen

De verschillende modellen zijn reeds beschreven in paragraaf 3.2. Het model zonder positief actiebeleid (model 1) en het model met positief actiebeleid (model 2) zijn de basismodellen en worden in dit onderzoek uitvoerig geëvalueerd in paragraaf 4.2.1 en 4.2.2 aan de hand van de prestatiemeetinstrumenten, beschreven in paragraaf 3.1. De modellen 3a tot en met 4f zijn varianten van de basismodellen en worden minder expliciet geanalyseerd.

### Model zonder positief actiebeleid

Het model zonder positief actiebeleid (model 1) omvat een simpele stabiliteitsbeperking en minimaliseert de voorkeuren van de leerlingen. Belangrijk te vermelden is dat dit model exact dezelfde toewijzingen oplevert als het student-proposing deferred acceptance algorithm. Dit is geen verrassing aangezien aangetoond is dat het algoritme een stabiele matching produceert die het meest efficiënt is (Gale & Shapley, 1962) en model 1 stabiliteit als beperking neemt en efficiëntie als doelfunctie. Dit wordt bovendien bevestigd door Biro & McBride (2014).

##### Efficiëntie

In tabel 5 wordt het percentage kinderen weergegeven die toegewezen zijn aan de school volgens voorkeur. Deze percentages zullen vergeleken worden met de percentages in volgende modellen om de stochastische dominantie te bepalen. Het gemiddeld aantal geweigerde kinderen bedraagt 193.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur** | **Percentage toegewezen kinderen** |  | **Voorkeur** | **Percentage toegewezen kinderen** |
| 1 | 78,7% |  | 7 | 0,0% |
| 2 | 12,5% |  | 8 | 0,0% |
| 3 | 3,2% |  | 9 | 0,0% |
| 4 | 0,9% |  | 10 | 0,0% |
| 5 | 0,2% |  | Niet toegewezen | 4,6% |
| 6 | 0,0% |  |  |  |

Tabel 5: Rangverdeling - model 1 (Antwerpen)

Voor de bepaling van het aantal SIC, dient eerst Ks te worden bepaald. Ks is de set van kinderen die een hogere prioriteit hebben voor een school dan andere kinderen die eveneens liever aan deze school wensen toegewezen te worden. Aangezien in dit model pure loting wordt gebruikt als ordeningscriterium, kan men niet echt spreken over “prioriteiten” en zou Ks gelijk moeten zijn aan alle leerlingen. In een compleet gerichte graaf met n knooppunten, kan het aantal elementaire circuits sneller stijgen met n dan de exponentiële functie 2n. Hoewel in dit geval er geen compleet gerichte graaf is, is de simulatieduur zeer lang wanneer alle leerlingen van de dataset van Antwerpen in aanmerking worden genomen. Het berekenen van het aantal SIC voor 400 simulaties én voor elk model zou dan ook niet tijdsefficiënt zijn. Daarom wordt er een kleinere Ks gehanteerd voor Antwerpen door een bepaald percentage te nemen van alle kinderen. De selectie gebeurt at random en is voor elke school verschillend. Tabel 6 toont het aantal SIC en het aantal kinderen die baat zouden kunnen hebben bij de SIC en dit vermeld voor de verschillende percentages. Het aantal SIC neemt aanzienlijk toe met de grootte van Ks. In wat volgt, zal de grootte van Ks worden gelijkgesteld aan 30% van alle kinderen voor Antwerpen, aangezien dit een redelijke simulatieduur vereist. Aangezien in een aantal gevallen meerdere kinderen met hetzelfde kind zouden kunnen worden geruild, kunnen niet al deze kinderen daadwerkelijk ruilen.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Grootte Ks** | **10%** | **15%** | **20%** | **25%** | **30%** | **35%** | **40%** | **45%** | **50%** | **55%** | **60%** | **65%** |
| Aantal SIC | 0,4 | 1,3 | 3 | 6 | 14 | 43 | 46 | 100 | 437 | 2150 | 7617 | 57214 |
| Aantal kinderen in SIC | 1 | 3 | 7 | 11 | 17 | 29 | 34 | 44 | 55 | 70 | 82 | 97 |

Tabel 6: Bepaling van Ks (Antwerpen)

Wanneer men de regel invoert dat enkel indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) onderling kunnen ruilen, dan kan wel het exact aantal SIC worden bepaald (Ks = alle (niet-)indicatorleerlingen). Voor Antwerpen zijn er 124 indicatorleerlingen (resp. 78 niet-indicatorleerlingen) die in SIC voorkomen.

Merk op dat de doelfunctie in het geval van strikte prioriteiten (zoals hier het geval is) geen invloed heeft op de resultaten. De stabiliteitsbeperking zorgt in deze situatie reeds voor de meest efficiënte, stabiele matching.

##### Stabiliteit

Aangezien de stabiliteitsbeperking niet kan worden geschonden, is het model stabiel. Er komen geen blokkeringsparen voor. De sociale onrechtvaardigheid wordt benaderd door = 0,33 (met een gemiddelde rang = 1,23).

##### Strategieneutraliteit

Zoals aangetoond in de literatuur, is het deferred acceptance algorithm strategieneutraal voor leerlingen (Gale & Shapley, 1962). Bijgevolg is model 1 ook strategieneutraal. In onderstaande tabel ziet men dat 83,6% van de kinderen wiens ouders slechts één school hebben opgegeven, toegewezen zijn aan de school van eerste voorkeur, terwijl slechts 69,9% van de kinderen wiens ouders tien scholen hebben gegeven toegewezen zijn aan hun school van eerste voorkeur. Echter, een beperkt aantal scholen opgeven houdt ook een risico in, aangezien de kans op een school van tweede voorkeur vermindert en het percentage niet-toegewezen kinderen ook significant hoger ligt. Ter verduidelijking, tabel 7 geeft enkel de impact weer op de eerste drie keuzes.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Aantal opgegeven scholen** | **Eerste keuze** | **Tweede keuze** | **Derde keuze** | **Niet toegewezen** |
| **1** | 83,6% |  |  | 16,4% |
| **2** | 80,7% | 15,2% |  | 4,1% |
| **3** | 80,1% | 15,0% | 3,7% | 1,2% |
| **4** | 78,6% | 16,0% | 3,9% | 0,3% |
| **5** | 78,5% | 15,7% | 4,1% | 0,1% |
| **6** | 73,5% | 18,8% | 5,4% | 0,1% |
| **7** | 76,2% | 16,7% | 4,8% | 0,0% |
| **8** | 71,5% | 19,7% | 6,4% | 0,0% |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **9** | 70,6% | 20,4% | 5,7% | 0,0% |
| **10** | 69,9% | 20,5% | 6,8% | 0,0% |

Tabel 7: Impact van lengte voorkeurslijst – model 1 (Antwerpen)

De verklaring voor dit fenomeen is niet te wijten aan het mechanisme zelf, maar aan het feit dat de school van eerste voorkeur van ouders die slechts enkele scholen hebben opgegeven vaak minder populair is dan de school van eerste voorkeur van ouders die een groter aantal scholen hebben opgegeven (zie figuur 6). Indien men de percentages vergelijkt voor (on)populaire scholen onderling, dan hebben alle categorieën min of meer dezelfde kans op de school van eerste voorkeur.

Figuur 6: Verband tussen lengte van voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur (Antwerpen)

Wanneer een populaire school als eerste keuze wordt opgegeven, dan is er logischerwijs minder kans (50,7% in plaats van 82,4%) om aan deze school toegewezen te worden (tabel 8). De kansen voor toewijzingen aan scholen van lagere voorkeur zijn echter hoger. Het percentage niet toegewezen kinderen is significant hoger. Wanneer men dit nader bekijkt, ontdekt men dat 9 op 10 kinderen die niet toegewezen zijn en een populaire school als eerste keuze hadden, slechts één school hadden opgegeven, wat een logisch gevolg is. Men bekomt met andere woorden niet het fenomeen dat het Boston mechanisme treft: een kind die een school als tweede keuze heeft opgegeven, heeft niet minder kans op een toewijzing dan een kind die de school als eerste keuze heeft opgegeven indien de school van eerste voorkeur voor het eerste kind volzet is. Men heeft meer kans om niet toegewezen te worden, maar wanneer men is toegewezen, dan is er 29% kans dat men is toegewezen aan de school van tweede voorkeur (in tegenstelling tot 13% in het normale geval). Hoewel de doelfunctie de voorkeuren minimaliseert, moeten de prioriteiten (die strikt zijn) immers worden gerespecteerd. Alle voorgaande resultaten omtrent strategieneutraliteit gelden ook voor Lokeren.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | **Voorkeur voor toegewezen school** | **% kinderen:**  **v(k,s) = 1, s Spopulair** | **% kinderen:**  **v(k,s) = 1, s S \Spopulair** | **% kinderen:  v(k,s) = 1, s S** | | 1 | 50,7% | 82,4% | 78,7% | | 2 | 29,0% | 10,3% | 12,5% | | 3 | 7,3% | 2,6% | 3,2% | | 4 | 2,2% | 0,6% | 0,9% | | 5 | 0,5% | 0,2% | 0,2% | | Niet toegewezen | 10,2% | 3,8% | 4,6% |   Tabel 8: Impact van populaire scholen – model 1 (Antwerpen) |

##### Sociale mix

Aangezien in dit model nog geen verschil werd gemaakt tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen, presteert het dan ook niet zo goed op vlak van sociale mix. Het gewogen gemiddelde verschil tussen de werkelijke verhouding tussen indicator- en niet-indicatorleerlingen en de opgelegde norm, waarbij de verschillen een gewicht krijgen dat gelijk is aan het aantal toegewezen leerlingen, bedraagt 20,6%. Verder kan men zien dat voor het databestand van Antwerpen, indicatorleerlingen evenveel kans hebben op een school van eerste voorkeur als niet-indicatorleerlingen. Voor Lokeren hebben indicatorleerlingen meer kans (zie bijlage 7.4.1.5), aangezien niet-indicatorleerlingen vaker een populaire school als eerste keuze hebben opgegeven.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Voorkeur voor toegewezen school** | **Indicator** | **Niet-indicator** | | 1 | 78,8% | 79,7% | | 2 | 12,5% | 11,7% | | 3 | 3,0% | 3,1% | | 4 | 0,7% | 0,6% | | 5 | 0,3% | 0,2% | | Niet toegewezen | 4,4% | 4,7% |   Tabel 9: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen – model 1 (Antwerpen) |

Voor Antwerpen zijn 4,4% van de aangemelde indicatorleerlingen niet toegewezen. Voor niet-indicatorleerlingen is dit 4,7%, waardoor er geen sprake is van discriminatie.

### Model met positief actiebeleid

Met het oog op een bevordering van de sociale mix, worden er nu majority en minority reserves ingevoerd. Het resulterende model bevindt zich onder paragraaf 3.2.3 (model met reserves, model 2).

##### Efficiëntie

De efficiëntie van het model wordt niet sterk aangetast. Het aantal kinderen die mogelijks zouden kunnen ruilen (met = 30%.) is slechts met één kind gestegen. Wanneer indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) onderling kunnen ruilen, dan zijn er maximaal 111 indicatorleerlingen (resp. 83 niet-indicatorleerlingen) die een school van hogere voorkeur kunnen bemachtigen. Bovendien is er vastgesteld dat model 2, stochastisch gezien, in zeer lichte mate gedomineerd wordt door model 1 (voor elke integer i: ). Dit verschil is echter verwaarloosbaar. Men kan niet zeggen dat één van de modellen Pareto dominant is aangezien er kinderen zijn die voordeel ondervinden (gemiddeld 298 kinderen voor Antwerpen) als kinderen zijn die nadeel ondervinden bij het positief actiebeleid (gemiddeld 295 kinderen voor Antwerpen). Het aantal geweigerde kinderen blijft ongeveer hetzelfde als in model 1 (gemiddeld 194 geweigerde kinderen).

Het grote nadeel van het DA algoritme met minority reserves is dat de efficiëntieresultaten voor meerderheidsstudenten ernstig geschaad kunnen worden. Indien men enkel minority reserves zou invoeren voor indicatorleerlingen, dan is de distributie van indicatorleerlingen stochastisch dominant ten opzichte van de distributie van niet-indicatorleerlingen. Het DA algoritme met beide reserves zorgt ervoor dat het gewenste aantal indicatorleerlingen is behaald, zonder de niet-indicatorleerlingen te benadelen en geniet derhalve de voorkeur.

##### Stabiliteit

Het model is stabiel m.b.t. de reserves, maar wanneer de stabiliteit wordt nagegaan die geen rekening houdt met sociale mix, dan zijn er gemiddeld 623 blokkeringsparen voor Antwerpen waarbij 511 kinderen niet toegewezen werden op een school van hogere voorkeur door de invoer van de reserves. De sociale onrechtvaardigheid is significant gestegen ten opzichte van model 1 (0,35 > 0,33).

##### Strategieneutraliteit

De invoering van minority en majority reserves heeft geen impact op de strategieneutraliteit van het model. De bovenstaande opmerkingen gelden nog steeds.

*Stelling:* Een IP model dat steeds een oplossing produceert dat gelijk is aan de meest efficiënte matching van alle matchings die stabiel zijn m.b.t. minority en majority reserves en met strikte prioriteiten is strategieneutraal.

*Bewijs:* Splits elke school s met een capaciteit q(s), minderheidsreserve rm(s), meerderheidsreserve rM(s) en met preferentie in twee scholen:

* s1met een capaciteit van rm(s) en preferenties
* s2met een capaciteit van rM(s) en preferenties

waarbij:

Elke leerling behoudt de relatieve rangschikking van de scholen, maar prefereert s1 boven s wanneer hij/zij een indicatorleerling is en prefereert s2 wanneer hij/zij een niet-indicatorleerling is. Bijvoorbeeld voor indicatorleerling k geldt dan: als dan .

Men noemt het orginele probleem M1 en het nieuwe probleem M2. Elke matching in M2 kan worden getransformeerd naar een matching in M1 op een eenvoudige manier: alle kinderen die gematcht zijn met s1 en s2 in M2 worden gematcht met s in M1. Neem een matching in M1. Deze matching kan transformeerd worden naar een matching in M2 als volgt. Als , dan is s1 gematcht met alle hoogst gerangschikte indicatorleerlingen in met betrekking tot en de rest van de kinderen (alle niet-indicatorleerlingen in en eventueel de slechtst gerangschikte indicatorleerlingen in met betrekking tot ) zijn gematcht met s2 tot de capaciteit van s2 bereikt is of tot alle kinderen uitgeput zijn. Indien , dan zijn alle indicatorleerlingen in gematcht met s1 en, indien , ook de slechtst gerangschikte niet-indicatorleerlingen in met betrekking tot tot de capaciteit van s1 bereikt is of tot alle kinderen uitgeput zijn, en de rest van de kinderen in zijn gematcht met s2. Het omgekeerde geldt voor alle toegewezen niet-indicatorleerlingen en . Veronderstel een matching in M1 en een matching in M2 dat met elkaar overeenkomt door de voorgaande transformatie. Door de constructie is in M1 stabiel als en slechts als stabiel is in M2. Daarom produceert model 2 dezelfde uitkomsten als model 1 (d.i. het student-proposing deferred acceptance algoritme) in M2. Veronderstel als contradictie dat er een probleem M1 bestaat waarvoor een set van kinderen niet waarheidsgetrouw hun voorkeuren opgeven om betere uitkomsten te bekomen. Als men kijkt naar het corresponderende probleem M2, dan kan eveneens niet waarheidsgetrouw handelen met de intentie betere uitkomsten te bekomen. Dit is een contradictie aangezien het student-proposing deferred acceptance algoritme strategieneutraal is (Dubins & Freedman, 1981).

Het bewijs voor deze stelling is gebaseerd op het bewijs voor strategieneutraliteit voor DA met minority reserves (Hafalir et al., 2013).

##### Sociale mix

Ten gevolge van de invoer van de minority en majority reserves is de sociale mix verhoogd. De gewogen gemiddelde afwijking is gedaald van 20,6% naar 13,4%. Gemiddeld hebben 133 scholen een betere sociale mix behaald (nl. gemiddeld 10% beter). Wanneer er enkel reserves voor indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) worden toegepast, dan wordt er een sociale mix van 16,9% (resp.19,0%) bekomen.

De sociale mix is verbeterd terwijl de kansen voor een school van bepaalde voorkeur ongeveer gelijk blijven naargelang men indicator of niet-indicatorleerling is (zie tabel 10). Indicatorleerlingen in Lokeren hebben echter wel significant meer kans om toegewezen te worden. De reden hiervoor is dat Lokeren relatief veel plaatsen voorbehoudt voor indicatorleerlingen terwijl het aantal indicatorleerlingen redelijk beperkt is.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **Indicator** | **Niet-indicator** |
| 1 | 77,3% | 80,5% |
| 2 | 12,9% | 11,7% |
| 3 | 3,5% | 2,7% |
| 4 | 1,1% | 0,6% |
| 5 | 0,3% | 0,2% |
| Niet toegewezen | 4,7% | 4,3% |

Tabel 10: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 2 (Antwerpen)

Indien men foute inschattingen maakt over de vereiste sociale mix, dan kan dit gevolgen hebben voor de prestatiemaatstaven. Een studie van MeldJeAan Antwerpen heeft uitgewezen dat 29% van de ouders niet tevreden is over de verdeling van beschikbare plaatsen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen. Of deze uitspraak gegrond is, kan niet bewezen worden aangezien de verdeling niet exact gekend is. Wel kan men kijken in welke mate de prestatiemaatstaven beïnvloed worden door de verdeling (zie figuur 7). Eerst en vooral kan men zien dat de huidige norm voor sociale mix is afgestemd op het werkelijk aantal aangemelde leerlingen, aangezien voor afwijkende normen de beoogde sociale mix moeilijker wordt behaald. Voor Lokeren daarentegen wenst men, zoals eerder vermeld, een hoger aantal indicatorleerlingen te bereiken in de scholen terwijl het aantal indicatorleerlingen beperkt is (zie bijlage 7.4.2.3). Verder wordt de stabiliteit in beperkte mate aangetast. De efficiëntiescore is niet significant verschillend voor de verschillende normen, terwijl het aantal kinderen die betrokken zijn in SIC lager is voor een hogere en lagere norm voor sociale mix. Het aantal kinderen die hun eerste en tweede keuze kregen is gelijk, maar bij hogere en lagere norm is er een groter aantal kinderen toegewezen aan hun eerste keuze.

Figuur 7: Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix - model 2 (Antwerpen)

Om na te gaan of een verstrenging van de norm effectief meer voorrang verleent aan indicatorleerlingen, werd figuur 8 geproduceerd. Wanneer de reserves voor indicatorleerlingen met 30% wordt verhoogd, dan stijgt inderdaad het aantal indicatorleerlingen die hun eerste keuze krijgen met 18% terwijl dit voor niet-indicatorleerlingen daalt met 17%. Wanneer het positief actiebeleid strenger wordt en er niet-indicatorleerlingen benadeeld worden (in dit geval 44 niet-indicatorleerlingen), dan zijn er minstens evenveel indicatorleerlingen die er beter vanaf komen (in dit geval 193 indicatorleerlingen). Desondanks is het mechanisme niet minimaal responsief. De situatie dat de reden vormt waarom DAm verkeerdelijk responsief is, kan immers ook voorkomen in dit model: een indicatorleerling die een lagere prioriteit heeft dan een niet-indicatorleerling op die school kan er voor zorgen dat diezelfde niet-indicatorleerling wordt geweigerd.

|  |  |
| --- | --- |
| **Verstrenging van de sociale norm** | |
| **-51%**  **+19%**  **-10%**  **+18%** | **B) Impact voor niet-indicatorlln**  **-17%**  **+20%**  **+36%**  **-82%** |

Figuur 8: Impact van verstrenging en verzwakking van positief actiebeleid – model 2 (Antwerpen)

## Ordeningscriteria

Een belangrijke beslissing die gepaard gaat met de overgang van het ‘first come, first served’ principe naar een centraal aanmeldingssysteem, is de beslissing welk ordeningscriterium er zal worden gehanteerd. Wanneer loting als ordeningscriterium wordt gebruikt, kan er gekozen worden tussen multiple tie breakers en single tie breakers (paragraaf 4.3.1). Nadien kan de vraag gesteld worden of loting een grote invloed heeft op de toewijzingen en of bepaalde simulaties beter zijn dan andere in termen van de prestatiemaatstaven (paragraaf 4.3.2). Tenslotte kan er ook gekozen worden voor afstand als ordeningscriterium of voor beide ordeningscriteria (paragraaf 4.3.3).

### Multiple versus single tie breaker

Tot dusver werd er steeds gewerkt met multiple tie breakers (MTB), m.a.w. elk kind krijgt een ander lotingnummer voor elke school. Een tweede optie is het hanteren van single tie breakers (STB): elk kind krijgt slechts één lotingnummer toegewezen. Dit betekent dat de parameter r(k,s) niet langer meer afhankelijk is van het kind én de school, maar enkel van het kind, waardoor de parameter verandert naar r(k). Onderzoek heeft aangetoond dat STB beter is in het geven van topkeuzes aan meerdere kinderen, terwijl MTB beter is in het geven van rechtvaardige uitkomsten aan alle kinderen (Pathak, 2009).

##### Efficiëntie

Tabellen 11 en 12 tonen de cumulatieve rangverdelingen voor respectievelijk model 1 en model 2. Het bestaande onderzoek wordt bevestigd vermits het percentage toegewezen kinderen aan hun eerste voorkeur significant hoger is onder STB (model 1: 84,9% > 78,7% ; model 2: 82,3% > 78,6%) . In alle simulaties plaatst STB meer of een gelijk aantal leerlingen op de eerste voorkeur dan MTB. MTB doet het daarentegen altijd even goed of beter dan STB in termen van toewijzingen aan de top 3 scholen. MTB voorkomt dat leerlingen die een slecht lotingnummer krijgen, toegewezen worden aan een school die laag op de voorkeurslijst komt, maar dit gaat ten koste van het aantal leerlingen dat op de school van eerste voorkeur komt. STB is echter niet stochastisch dominant ten opzichte van MTB. Een opmerkelijke vaststelling is dat het aantal kinderen betrokken in SIC in model 1 gelijk is aan nul (zie tabel 13). Het aantal kinderen betrokken in SIC in model 2 is ook significant gedaald. Het gebruik van multiple tie breakers kan immers resulteren in inefficiënties door het feit dat een student verschillende lotingnummers krijgt voor verschillende scholen. De observatie waarbij onder STB geen SIC voorkomen, kan worden verklaard door het feit dat DA-STB gelijk is aan het ‘Random Serial Dictatorship’ (Ashlagi & Nikzad, 2016). Zoals vermeld in de literatuurstudie is het RSD algoritme Pareto efficiënt en komen er bijgevolg geen SIC voor.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **MTB** | **STB** | **MTB STB** | **MTB STB** |
| 1 | 78,7% | 84,9% | 0% | 100% |
| Top-3 | 94,4% | 93,6% | 100% | 0% |
| Top-5 | 95,4% | 95,2% | 98% | 4% |
| Niet toegewezen | 4,6% | 4,5% | 57% | 42% |

Tabel 11: Cumulatieve rangverdeling MTB versus STB - model 1 (Antwerpen)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **MTB** | **STB** | **MTB STB** | **MTB STB** |
| 1 | 78,6% | 82,3% | 0% | 98% |
| Top-3 | 94,3% | 93,7% | 100% | 0% |
| Top-5 | 95,4% | 95,2% | 91% | 12% |
| Niet toegewezen | 4,6% | 4,6% | 52% | 44% |

Tabel 12: Cumulatieve rangverdeling MTB versus STB - model 2 (Antwerpen)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 1 - MTB** | **Model 1 - STB** | **Model 2 - MTB** | **Model 2 - STB** |
| Aantal kinderen in SIC | 17 | 0 | 18 | 16 |

Tabel 13: Aantal kinderen in SIC MTB versus STB - model 1 & 2 (Antwerpen)

Er zijn ook allerlei hybride vormen te bedenken waardoor de Pareto inefficiëntie van MTB gereduceerd kan worden, bv. door leerlingen dezelfde lotingsnummers te geven voor populaire scholen (hier: scholen waarvoor het aantal leerlingen met eerste voorkeur de capaciteit overtreft). Simulaties tonen aan dat de resulterende allocatie tussen die van STB en MTB ligt voor model 2 (tabel 14 en tabel 15).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **MTB** | **Hybride** | **STB** |
| 1 | 78,6% | 79,5% | 82,3% |
| Top-3 | 94,3% | 94,1% | 93,7% |
| Top-5 | 95,4% | 95,3% | 95,2% |
| Niet toegewezen | 4,6% | 4,6% | 4,6% |

Tabel 14: Cumulatieve rangverdeling bij hybride vorm van STB en MTB - model 2 (Antwerpen)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **MTB** | **Hybride** | **STB** |
| Aantal kinderen in SIC | 18 | 17 | 16 |

Tabel 15: Aantal kinderen in SIC bij hybride vorm van STB en MTB - model 2 (Antwerpen)

##### Stabiliteit

De sociale onrechtvaardigheid is statistisch significant gestegen van 0,33 naar 0,43 (resp. van 0,35 naar 0,41 in model 2). Zowel intuïtief als empirisch kan er dus aangetoond worden dat MTB meer rechtvaardig is.

##### Strategieneutraliteit

De impact van het aantal opgegeven scholen daalt. Wanneer men één school opgeeft, dan heeft men slechts 7% (resp. 8% voor model 2) meer kans om aan deze school te worden toegewezen dan wanneer men tien scholen opgeeft (voor MTB was dit 14%). Dit is te wijten aan het feit dat de kloof tussen het opgeven van populaire versus een niet-populaire school kleiner wordt. Figuur 9 toont aan dat, terwijl men met MTB 31,7% meer kans had op de school van eerste voorkeur wanneer er niet gekozen wordt voor een populaire school als eerste keuze, men nu 25,6% meer kans heeft. Het kiezen van een populaire school is gelijkaardig aan een situatie waarbij er een schaarste aan schoolcapaciteit heerst. In paragraaf 4.4 zal er immers besproken worden dat in geval van schaarste het model met STB stochastisch domineert.

Figuur 9: Impact van populaire school als eerste keuze - model 2 met MTB en STB (Antwerpen)

##### Sociale mix

De manier waarop tie breaking gebeurt, heeft geen impact op de sociale mix.

### Impact van loting

De kans dat een leerling wordt toegewezen aan de school met de grootste waarschijnlijkheid (d.i. de school waaraan de leerling het vaakst is toegewezen overheen alle 400 simulaties), is afhankelijk van de impact van loting. Figuur 10 toont aan dat deze impact verzwakt naarmate meer beperkingen worden toegevoegd in het model en in kleinere mate ook wanneer men STB hanteert. Dit laatste is opnieuw te wijten aan het feit dat een hoger percentage van kinderen wordt toegewezen aan de school van eerste voorkeur (wat in de meeste gevallen ook de meest waarschijnlijke school is).

Figuur 10: Impact van loting op toewijzingen – model 1 & 2 (Antwerpen)

Tabel 16 geeft het gemiddelde, maximum, minimum en variatiecoëfficiënt weer van de verschillende prestatiemaatstaven van alle simulaties voor model 2 met MTB. De variatiecoëfficiënten tonen aan dat het model vrij robuust is tegen loting in termen van de prestatiemaatstaven, met uitzondering van het aantal SIC en het aantal kinderen die betrokken zijn in de SIC. De beslissingsmaker kan aan de hand van deze simulaties kiezen voor de simulatie die het beste scoort op een prestatiemaatstaf die hij/zij het meest belangrijk vindt. Wanneer het belangrijk is dat zoveel mogelijk kinderen worden toegewezen, kan er immers worden gekozen voor een simulatie die slechts 172 kinderen weigert in plaats het gemiddeld aantal geweigerde kinderen, namelijk 193 kinderen.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Gemiddelde** | **Max** | **Min** | **Variatie-coëfficiënt** | **95% Betrouwbaarheids-**  **interval** |
| **Kinderen SIC** | 17 | 41 | 4 | 49% | X |
| **SIC** | 14 | 91 | 2 | 125% |  |
| **Efficiëntiescore** | 9,38 | 9,42 | 9,35 | 0% | X |
| **Sociale ongelijkheid** | 0,33 | 0,39 | 0,28 | 6% | X |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 193 | 212 | 172 | 4% | X |
| **Sociale mix** | 13,4 | 14,2% | 12,8% | 2% | X |
| **Eerste voorkeur** | 79% | 80% | 78% | 1% | X |
| **Tweede voorkeur** | 13% | 14% | 12% | 3% | X |
| **Derde voorkeur** | 3% | 4% | 2% | 8% | X |

Tabel 16: Impact van loting op prestatiemaatstaven - model 2 met MTB (Antwerpen)

Bovendien kan men in tabel 16 zien dat het vereiste aantal simulaties () waarbij gelijk is aan 0,05) voldoende is (d.w.z. 95% betrouwbaarheid) voor de accuraatheid van alle prestatiemaatstaven behalve het aantal SIC. De variatie voor de prestatiemaatstaven voor model 2 is gelijkaardig aan deze voor model 1. Bovendien is de variatiecoëfficiënt voor het aantal blokkeringsparen slechts gelijk aan 5%.

Verder kan men zich de vraag stellen of bepaalde simulaties beter zijn dan anderen in termen van alle prestatiemaatstaven. Zo niet, bestaat er een trade-off tussen de prestatiemaatstaven. Om dit te onderzoeken werd de Pearson correlatiecoëfficiënt berekend tussen de prestatiemaatstaven onderling. De onderstreepte correlatiecoëfficiënten zijn de coëfficiënten die significant zijn voor het model van Antwerpen en niet voor Lokeren, terwijl de lege cellen niet significante correlatiecoëfficiënten aanduiden voor Antwerpen. Het cijfer in het linkergedeelte van de cel is de correlatiecoëfficiënt voor MTB, terwijl het cijfer in het rechtergedeelte deze voor STB voorstelt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Kinderen in SIC** | | **Efficiëntie-score** | | **Geweigerde kinderen** | | **Sociale onrechtvaardigheid** | | **Sociale mix** | |
| **Kinderen in SIC** |  | | -,210 |  |  | |  | |  | |
| **Efficiëntiescore** | -,210 |  |  | | ,310 | ,520 | -,706 | -,615 |  | |
| **Geweigerde kinderen** |  | | ,310 | ,520 |  | |  | -,256 | ,217 |  |
| **Sociale onrechtvaardigheid** |  | | -,706 | -,615 |  | -,256 |  | |  | ,327 |
| **Sociale mix** |  | |  | | ,217 |  |  | ,327 |  | |

Tabel 17: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 1 (MTB/STB) (Antwerpen)

Tabel 17 toont aan dat er consistentie optreedt tussen de efficiëntiemaatstaven (SIC en efficiëntiescore) onderling voor model 1: een grote efficiëntiescore gaat dikwijls gepaard met een kleiner aantal kinderen die kunnen ruilen. Voor STB treden geen SIC op waardoor er geen correlatie kan optreden. De efficiëntiescore is positief gecorreleerd met het aantal geweigerde kinderen. Kinderen krijgen dus hun topkeuze ten koste van kinderen die geweigerd worden. Zoals eerder onderzocht is dit voor STB nog meer van toepassing, de correlatie is nog groter. Dit verklaart ook de correlatie tussen sociale onrechtvaardigheid en het aantal geweigerde kinderen voor STB. De efficiëntiescore heeft een negatief verband met de stabiliteitsmaatstaf sociale onrechtvaardigheid. Dit is een opmerkelijke vaststelling: er is een positief verband tussen efficiëntie en stabiliteit. Bovendien zijn de modellen die goed scoren op stabiliteit stochastisch dominant ten opzichte van de modellen die slecht scoren op stabiliteit voor de top 3-scholen. Er treedt geen trade-off op tussen sociale mix en de correlerende variabelen (aantal geweigerde kinderen en sociale onrechtvaardigheid). De enige trade-offs die aanwezig zijn in dit model is tussen efficiëntiescore en geweigerde kinderen enerzijds en het aantal geweigerde kinderen en sociale onrechtvaardigheid (voor STB) anderzijds.

De correlaties komen grotendeels overeen met die van Lokeren, met uitzondering van de correlaties voor de prestatieparameter sociale mix, aangezien er meer verschil is tussen het gewenste aantal en reële aantal (niet-) indicatorleerlingen. Bovendien is er voor MTB een positieve correlatie tussen het aantal kinderen in SIC en sociale onrechtvaardigheid, wat alweer wijst op een positief verband tussen efficiëntie en stabiliteit.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Kinderen in SIC** | | **Efficiëntie-score** | | **Geweigerde kinderen** | | **Sociale onrechtvaardigheid** | | **Sociale mix** | |
| **Kinderen in SIC** |  | |  | -,206 |  | |  | |  | |
| **Efficiëntiescore** |  | -,206 |  | | ,268 | ,524 | -,585 | -,670 | ,529 |  |
| **Geweigerde kinderen** |  | | ,268 | ,524 |  | | ,268 | ,524 |  | |
| **Sociale onrechtvaardigheid** |  | | -,585 | -,670 | -,585 | -,670 |  | | -,337 |  |
| **Sociale mix** |  | | ,529 |  |  | | -,337 |  |  | |

Tabel 18: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 2 (MTB/STB) (Antwerpen)

In tabel 18 kan men zien dat er enkele verschillen zijn met model 1 die allen betrekking hebben op de sociale mix. Ten eerste is er nu een positieve correlatie tussen sociale mix en efficiëntiescore. Bovendien domineren modellen die slecht scoren m.b.t. de sociale mix, stochastisch gezien, de modellen die goed scoren m.b.t. de sociale mix, en is er een positief verband tussen de gewogen gemiddelde afwijking van de norm voor de sociale mix en het percentage kinderen die toegewezen zijn aan hun school van eerste voorkeur. Dit wijst op een trade-off tussen sociale mix en efficiëntie en toont aan dat de wensen van de scholen m.b.t. de sociale mix niet helemaal overeenkomen met de voorkeuren van de indicator- en niet-indicatorleerlingen. Voor STB is de efficiëntie verhoogd waardoor de sociale norm minder impact heeft. Verder is de correlatie tussen sociale mix en SO negatief voor MTB. Een trade-off tussen sociale mix en stabiliteit treedt op. Dit toont opnieuw aan dat er meer kinderen toegewezen zijn aan een school die niet hun eerste voorkeur hadden. De correlaties komen opnieuw grotendeels overeen met deze van Lokeren, met uitzondering van de correlerende variabelen met de sociale mix.

Wanneer alle acht toewijzingssituaties (twee modellen x twee tie breakers x twee steden) met elkaar worden vergeleken, kunnen volgende conclusies worden getrokken:

1. Er treedt steeds een trade-off op tussen efficiëntiescore en geweigerde kinderen. Voor STB is de trade-off nog groter;
2. Er treedt in alle situaties een trade-off op tussen sociale onrechtvaardigheid en geweigerde kinderen, behalve voor model 1-MTB. Voor STB is de trade-off nog groter;
3. Er is steeds een negatieve correlatie tussen efficiëntiescore en sociale onrechtvaardigheid.

De andere correlaties zijn afhankelijk van de specifieke kenmerken van de toewijzingen. Er zijn dus aanwijzingen dat de ‘ideale’ simulatie die goed scoort op alle vlakken niet bestaat.

### Loting versus afstand als ordeningscriterium

In tegenstelling tot talrijke, andere landen over de hele wereld, verkiest België afstand boven loting als ordeningscriterium. Zo hanteert Lokeren enkel afstand als ordeningscriterium en hanteert Antwerpen beide ordeningscriteria. In dit onderzoek komen twee versies aan bod waarbij gebruik wordt gemaakt van twee ordeningscriteria. In de eerste versie (model 3a) kunnen de leerlingen toegewezen worden omdat ze een lager lotingnummer hebben en/of dichter bij de school wonen in vergelijking met de geweigerde leerlingen (model zonder lotings- en afstandslijsten). In de tweede versie (model 3b) zijn de leerlingen ofwel op basis van afstand ofwel op basis van lotingnummers toegewezen (model met lotings- en afstandslijsten). De leerlingen die toegewezen zijn op basis van loting (resp. afstand) hebben dus allen een lager lotingnummer (resp. zijn dichter bij de school woonachtig) dan alle leerlingen die geweigerd zijn. Voor model 3a is dit niet noodzakelijk het geval. De stabiliteitsvoorwaarden zijn geformuleerd als volgt:

**Model 3a**

1. *Als*
2. *Als*

waarbij:

* = het aantal plaatsen voor niet-indicatorleerlingen, voorbehouden voor het ordeningscriterium afstand, voor school s;
* = het aantal plaatsen voor niet-indicatorleerlingen, voorbehouden voor het ordeningscriterium loting, voor school s;
* = het aantal plaatsen voor indicatorleerlingen, voorbehouden voor het ordeningscriterium afstand, voor school s;
* = het aantal plaatsen voor niet-indicatorleerlingen, voorbehouden voor het ordeningscriterium loting, voor school s;
* = prioriteitsstructuur van school s geformuleerd in termen van afstand;
* = prioriteitsstructuur van school s geformuleerd in termen van loting.

**Model 3b**

1. *Als* 
   1. ,
   2. ,
2. *Als* 
   1. ,
   2. ,

Zoals later aangetoond zal worden, speelt de doelfunctie, in tegenstelling tot model 2, een grotere rol bij de toewijzingen. In 4.3.3.1 zet men de trend voort en blijft het minimaliseren van de voorkeuren het doel van het model. In 4.3.3.2 wordt de nieuwe doelfunctie gewijzigd naar het maximaliseren van de toewijzingen.

#### Minimalisatie van voorkeuren als doelfunctie

Dit model wordt uitgevoerd voor verschillende waarden voor het afstandspercentage a(s), namelijk voor een afstandspercentage gelijk aan 25%, 50%, 75% en 100%. De benodigde tijd om dit optimalisatieprobleem op te lossen kan variëren van twee uur tot tien uur, afhankelijk van de lotingnummers. Omwille van de lange duurtijd, worden de modellen voor Antwerpen slechts twintig maal gesimuleerd en werd er een gap van 0,66% opgesteld. De de prestatiemaatstaven voor dit model zijn echter robuuster dan deze van model 2, aangezien loting nu in beperktere mate impact heeft op de resultaten (zie bijlage 7.5). Model 3b kan omwille van de extra stabiliteitsbeperking niet berekend worden voor Antwerpen. De resultaten voor Antwerpen en Lokeren kunnen teruggevonden worden in tabel 19, tabel 20 en tabel 21. In een eerste oogopslag kan er worden opgemerkt dat er geen significante verschillen zijn tussen model 3a en model 3b. De tekortkoming dat model 3b niet gerund kan worden voor Antwerpen vormt met andere woorden geen probleem.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 2** | **Model 3a –**  **a(s) = 25%** | **Model 3a –**  **a(s) = 50%** | **Model 3a –**  **a(s) = 75%** | **Model 3a –**  **a(s) = 100%** |
| **Afstand** | 40,1% | 38,4% | 37,2% | 36,4% | 35,6% |
| **Kinderen in SIC** | 3,0 | 0,9 | 0,5 | 0,2 | 0 |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 | 9,61 | 9,63 | 9,64 | 9,62 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 3 | 5,0 | 6,4 | 6,6 | 5 |
| **Sociale Mix** | 46,2% | 45,2% | 44,8% | 44,7% | 44,9% |
| **SO** | 0,134 | 0,115 | 0,105 | 0.100 | 0,138 |
| **1ste keuze** | 87,8% | 89,1% | 89,6% | 90,0% | 90,2% |
| **2e keuze** | 9,4% | 7,4% | 6,2% | 5,7% | 5,1% |
| **3e keuze** | 1,3% | 1,1% | 1,1% | 1,2% | 2,3% |
| **4e keuze** | 0% | 0% | 0% | 0% | 0,0% |
| **5e keuze** | 0% | 0% | 0% | 0% | 0,0% |
| **Niet toegewezen** | 1,5% | 2,4% | 3,0% | 3,1% | 2,3% |

Tabel 19: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a (Lokeren)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 2** | **Model 3a –**  **a(s) = 25%** | **Model 3a –**  **a(s) = 50%** | **Model 3a –**  **a(s) = 75%** | **Model 3a –**  **a(s) = 100%** |
| **Afstand** | 50,5% | 47,6% | 46,3% | 44,8% | 43,3% |
| **Kinderen in SIC** | 18 | 9 | 7,1 | 11,9 | 27 |
| **Efficiëntiescore** | 9,38 | 9,45 | 9,47 | 9,46 | 9,42 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 194 | 215 | 214 | 210 | 200 |
| **Sociale Mix** | 13,4% | 14,0% | 14,3% | 14,0% | 13,4% |
| **SO** | 0,349 | 0,259 | 0,228 | 0,249 | 0,301 |
| **1ste keuze** | 78,6% | 80,5% | 81,2% | 80,9% | 79,9% |
| **2e keuze** | 12,4% | 11,3% | 11,1% | 11,3% | 11,9% |
| **3e keuze** | 3,2% | 2,3% | 2,0% | 2,2% | 2,5% |
| **4e keuze** | 0,9% | 0,6% | 0,4% | 0,5% | 0,8% |
| **5e keuze** | 0,2% | 0,1% | 0,1% | 0,1% | 0,2% |
| **Niet toegewezen** | 4,6% | 5,1% | 5,1% | 5,0% | 4,7% |

Tabel 20: Prestatiemaatstaven - model 3a (Antwerpen)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 2** | **Model 3b –**  **a(s) = 25%** | **Model 3b –**  **a(s) = 50%** | **Model 3b –**  **a(s) = 75%** |
| **Afstand** | 40,1% | 38,4% | 37,2% | 36,4% |
| **Kinderen in SIC** | 3,0 | 1,1 | 1,0 | 0,2 |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 | 9,61 | 9,62 | 9,64 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 3 | 5,2 | 6 | 6,4 |
| **Sociale Mix** | 46,2% | 45,2% | 44,9% | 44,7% |
| **SO** | 0,134 | 0,118 | 0,108 | 0,105 |
| **1ste keuze** | 87,8% | 88,8% | 89,3% | 90,0% |
| **2e keuze** | 9,4% | 7,5% | 6,7% | 5,7% |
| **3e keuze** | 1,3% | 1,2% | 1,1% | 1,3% |
| **4e keuze** | 0,0% | 0% | 0% | 0% |
| **5e keuze** | 0,0% | 0% | 0% | 0% |
| **Niet toegewezen** | 1,5% | 2,4% | 2,8% | 3,0% |

Tabel 21: Prestatiemaatstaven - model 3b (Lokeren)

##### Afstand

Men is er in geslaagd om meer kinderen toe te wijzen aan scholen die in de buurt gelegen zijn: men kan een reductie van 7,2% (resp. 4,5% voor Lokeren) behalen indien afstand als enige ordeningscriterium wordt gehanteerd. Figuur 11 toont aan dat het percentage toegewezen leerlingen die binnen één kilometer van de school woonachtig zijn voor model 3a met a(s) = 100% (d.i. afstand als enige ordeningscriterium) echter niet veel verschillend (nl. 6%) is met deze voor model 2 (d.i. loting als enige ordeningscriterium) voor Lokeren. Figuur 12 geeft daartegenover aan dat het verschil groter wordt wanneer men zich enkel toelegt op populaire scholen (nl. 18%). Ondanks het feit dat er een correlatie is tussen voorkeur en afstand, levert het nog steeds voordelen op indien men afstand als criterium hanteert en men zich als buurtschool wil profileren.

|  |  |
| --- | --- |
| Figuur 11: Percentage toewijzingen i.f.v. afstand - model 2 versus model 3a met a(s) = 100% (Lokeren) | Figuur 12: Percentage toewijzingen i.f.v. afstand (populaire scholen) - model 2 versus model 3a met a(s) = 100% (Lokeren) |

##### Efficiëntie

Het aantal leerlingen die de school van eerste voorkeur hebben gekregen is significant hoger voor model 3a in vergelijking met model 2 (zie tabel 19 en tabel 20). Dit heeft echter als nadelig gevolg dat het aantal geweigerde leerlingen ook hoger is. De leerlingen die geweigerd zijn betreffen voornamelijk leerlingen die slechts één of twee scholen hebben opgegeven (zie ‘strategieneutraliteit’).

##### Stabiliteit

De sociale onrechtvaardigheid is lager wanneer men twee ordeningscriteria hanteert. Indien een kind een hoog lotingnummer heeft voor een school, dan kan het immers nog steeds toegewezen worden op basis van afstand en omgekeerd.

##### Strategieneutraliteit

Wanneer men een afstandspercentage van 100% hanteert, dan is het mechanisme strategieneutraal op voorwaarde dat er geen twee kinderen op dezelfde afstand van een school wonen (strikte prioriteiten). Indien dit geval zich wel voordoet, kiest het model één van de twee kinderen op basis van de doelfunctie, waardoor dit een inbreuk kan vormen op de strategieneutraliteit. Wanneer er twee ordeningscriteria worden aangewend, dan is het model eveneens niet strategieneutraal. In bijlage 7.6 wordt een voorbeeld gegeven waarbij een kind een school van hogere voorkeur toegewezen krijgt indien de scholen op zijn/haar voorkeurslijst van plaats worden verwisseld. Dit voorbeeld is zowel van toepassing op het model zonder als op het model met lotings- en afstandslijsten.

Indien het deferred acceptance algorithm wordt toegepast met deze twee ordeningscriteria en er wordt een volgorde bepaald waarbij de leerlingen worden toegewezen, bv. eerst op basis van loting, nadien op basis van afstand, dan is het mechanisme wél strategieneutraal. Ook voor het voorbeeld in bijlage 7.6 zijn er geen stimulansen meer. Hatfield en Kojima (2009) hebben immers aangetoond dat als in een ‘many-to-one’ matching model met contracten (zoals het schoolkeuzeprobleem), de keuzeregels van de scholen voldoen aan de wet van geaggregeerde vraag en substitutie, het student-proposing DA strategieneutraal is. De keuzeregel voldoet aan substitutie als voor elke dat de leerlingen k en k’ bevat (k k’): k impliceert k . Dit betekent dat wanneer k gekozen is uit een set, k nog steeds gekozen zal worden als een andere leerling verwijderd wordt uit de set. Het mechanisme voldoet hier aan. Bovendien voldoet de keuzeregel aan de wet van geaggregeerde vraag als voor elke . Met andere woorden, de wet vereist dat het uitsluiten van enkele leerlingen het aantal gekozen leerlingen niet mag doen verhogen. Dit kan ook bewezen worden aangezien distributie-monotoniciteit de wet van geaggregeerde vraag implicieert. Distributie-monotoniciteit betekent dat een verhoging in de distributie van de set van aangemelde leerlingen resulteert in een verhoging in de distributie van de toegewezen leerlingen.

Voorgaande vaststelling impliceert echter niet dat het deferred acceptance algoritme superieur is over model 3a. Tabel 22 toont aan dat het percentage leerlingen toegewezen aan de school van eerste voorkeur kleiner is. Het aantal geweigerde leerlingen is echter weer ongeveer gelijk aan het aantal geweigerde leerlingen in het model met loting als ordeningscriterium (model 2). De trade-off tussen stabiliteit, efficiëntie en strategieneutraliteit komt opnieuw tot uiting.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur van toegewezen school** | **a(s) =25%** | **a(s)=50%** | **a(s)=75%** |
| 1 | 79,3% | 80,0% | 80,3% |
| 2 | 12,3% | 11,9% | 11,5% |
| 3 | 2,6% | 2,2% | 2,0% |
| 4 | 0,9% | 0,8% | 0,8% |
| 5 | 0,3% | 0,3% | 0,4% |
| Niet toegewezen | 4,6% | 4,7% | 4,8% |

Tabel 22: Rangverdeling - DA algorithm met loting als 1ste ordeningscriterium en afstand als 2e ordeningscriterium (Antwerpen)

De impact van het aantal opgegeven scholen is groter voor model 3a. Tabel 23 maakt duidelijk dat de extra geweigerde leerlingen in model 3a bijna uitsluitend leerlingen omvat die maximaal drie scholen hebben opgegeven. Dit kan verklaard worden door het feit dat de doelfunctie gelijk is aan het minimaliseren van de voorkeuren van de toegewezen leerlingen en niet aan het maximaliseren van de toewijzingen. Een simpel voorbeeld toont aan dat als het model kan kiezen tussen twee leerlingen die recht zouden kunnen hebben op een plaats op een school, het meestal zal kiezen voor het kind met het meest aantal opgegeven scholen.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aantal opgegeven scholen** | **Kans op weigering (model 3a)** | **Kans op weigering (model 2)** |
| 1 | 17,7% | 16,4% |
| 2 | 6,9% | 4,1% |
| 3 | 1,5% | 1,2% |
| 4 | 0,3% | 0,3% |
| 5 | 0,2% | 0,1% |
| 6 | 0,3% | 0,1% |
| 7+ | 0% | 0% |

Tabel 23: Impact van lengte voorkeurslijst - model 3a (Antwerpen)

***Voorbeeld impact van lengte voorkeurlijst***

Beschouw een school s: q(s) = 4, rM(s) = 4, rm(s) = 0, a(s) = 50%

Veronderstel dat de school voorlopig vier leerlingen heeft toegewezen:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Kind** | **Afstand woonplaats kind tot school s (km)** | **Lotingnummer van kind voor school s** |
| k1 | 0,6 | 12 |
| k2 | 0,3 | 11 |
| k3 | 0,2 | 1 |
| k4 | 0,7 | 2 |

Veronderstel dat er twee extra leerlingen zijn die ook in overweging worden genomen:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Kind** | **Afstand woonplaats kind tot school s (km)** | **Lotingnummer van kind voor school s** | **Aantal opgegeven scholen** |
| k5 | 0,5 | 9 | 1 |
| k6 | 0,5 | 10 | 2 |

Ondanks het feit dat kind k5 op dezelfde afstand woont als kind k6 en een lager lotingnummer heeft gekregen, zal het model toch kiezen voor k6 indien het voordeliger uitkomt om één van de reeds toegewezen kinderen te vervangen. Op die manier krijgt kind k5 geen enkele school toegewezen, wat beter is in termen van de doelfunctie dan twee kinderen die toegewezen zijn aan hun eerste en resp. tweede voorkeur. Kind k6 kan immers kind k1 vervangen aan de hand van het criterium afstand.

De kans voor een toewijzing aan de school van eerste voorkeur is echter niet meer afhankelijk van het aantal opgegeven scholen. De gevolgen die voortvloeien uit het feit dat leerlingen die meer scholen hebben opgegeven vaak voor populaire scholen kiezen worden per slot van rekening geneutraliseerd door het feit dat ze nu meer kans krijgen dan leerlingen die slechts enkele scholen hebben opgegeven.

##### Sociale mix

Naarmate Lokerse scholen meer buurtscholen worden, wordt er een betere sociale mix bereikt. Voor Antwerpen verkrijgt men andere resultaten. Wanneer men voor een combinatie van afstand en loting kiest, dan scoort het minder goed in termen van sociale mix. Aangezien dit volledig afhankelijk is van de demografische spreiding van indicator- en niet-indicatorleerlingen, wordt hier niet verder op ingegaan.

#### Maximalisatie van toewijzingen als doelfunctie

Aangezien de doelfunctie nu wel een grote impact kan hebben op de resultaten, in tegenstelling tot model 2, kan er geëxperimenteerd worden met deze doelfunctie tot de gewenste resultaten zijn behaald. Indien de doelfunctie wordt veranderd naar het maximaliseren van de toewijzingen, dan bekomt men de resultaten die te vinden zijn in tabel 24. Zoals verwacht is de efficiëntie van het model lager (zowel de lagere efficiëntiescore en het hoger aantal kinderen in SIC tonen dit aan). Het aantal geweigerde kinderen is daarentegen significant lager. De stabiliteit van het model is lager omwille van het feit dat meer leerlingen zijn toegewezen: een hoger aantal toegewezen leerlingen en een gelijkblijvende capaciteit van scholen resulteert over het algemeen in een hogere variatie van de plaatsen in de ranglijst. Het model is echter opnieuw niet strategieneutraal. Leerlingen die slechts één school hebben opgegeven krijgen nu meer kans op de school van eerste voorkeur dan tegenover model 2 (85,7% tegenover 83,8%), ten koste van de leerlingen die meerdere scholen hebben opgegeven. Dit is ook van toepassing voor Lokeren (zie bijlage 7.4.5),

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 3a –**  **a(s) = 25%** | **Model 3a –**  **a(s) = 50%** | **Model 3a –**  **a(s) = 75%** |
| **Afstand** | 47,13% | 45,52% | 44,03% |
| **Kinderen in SIC** | 27,4 | 23,6 | 34,7 |
| **Efficiëntiescore** | 9,35 | 9,38 | 9,37 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 171 | 160 | 170 |
| **Sociale Mix** | 13,07% | 13,37% | 13,14% |
| **SO** | 0,390 | 0,348 | 0,363 |
| **1ste keuze** | 78,01% | 78,95% | 78,86% |
| **2e keuze** | 13,17% | 13,01% | 12,64% |
| **3e keuze** | 3,28% | 3,04% | 3,13% |
| **4e keuze** | 1,08% | 0,94% | 1,03% |
| **5e keuze** | 0,33% | 0,21% | 0,25% |
| **Niet toegewezen** | 4,04% | 3,78% | 4,01% |

Tabel 24: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a met aantal toewijzingen als doelfunctie (Antwerpen)

## Impact van schaarste en overaanbod

Men verwacht dat in het schooljaar 2030-2031 de vraag naar plaatsen in het gewoon basisonderwijs in Antwerpen zal stijgen met 12% t.o.v. het schooljaar 2014-2015 (Belga, 2015a). Wat is de impact hiervan indien het aantal plaatsen op de scholen ongewijzigd blijft? Om op deze vraag te antwoorden, worden er drie fictieve scenario’s van schaarste gecreëerd. Dit wordt gerealiseerd door extra leerlingen aan de dataset toe te voegen. Teneinde dezelfde patronen te behouden in de dataset, worden een aantal bestaande leerlingen willekeurig geselecteerd en deze gekopieerd. Dit aantal bedraagt resp. 5%, 10% en 20% (elk overeenkomend met één scenario) van het huidig aantal leerlingen. De voorkeuren voor de scholen worden at random herverdeeld, de lotingnummers worden gewijzigd en het type van de leerlingen blijft behouden. Het aantal indicatorleerlingen is in het verleden immers relatief stabiel gebleven en er wordt dan ook hetzelfde percentage indicatorleerlingen verondersteld. De scenario’s zullen worden toegepast op model 2 met loting als ordeningscriterium zodat afstand geen invloed heeft. Van zodra het aantal leerlingen stijgt met meer dan 10,7%, is het aantal beschikbare plaatsen kleiner dan het aantal aangemelde leerlingen. Eenzelfde situatie kan verkregen worden indien men zich enkel toespitst op een subset van populaire scholen. Om een volledig beeld te krijgen over de impact van competitie, worden er ook situaties gecreëerd waarbij een surplus aan aantal aangeboden plaatsen heerst (nl. 5%, 10% en 20% extra plaatsen). De resultaten kunnen teruggevonden worden op pagina 78 en pagina 79.

##### Efficiëntie

Indien de vraag het aanbod overtreft, stijgt het aantal kinderen die zouden kunnen ruilen aanzienlijk (zie figuur 13). Het aantal kon niet exact berekend worden voor situaties waarbij het aantal leerlingen met meer dan 5% stijgt omwille van onvoldoende werkgeheugen. Wanneer leerlingen geconfronteerd worden met relatief weinig plaatsen, worden ze gekoppeld met een school die laag gerangschikt staat op hun lijst, implicerend dat elk zo’n leerling veel potentiële kandidaten heeft om een SIC mee te vormen. Wanneer leerlingen echter niet geconfronteerd worden met schaarste, worden ze gekoppeld met zeer goede keuzes, implicerend dat er weinig potentiële kandidaten zijn om een SIC mee te vormen.

Ashlagi en Nikzad (2016) ondervonden dat wanneer er een surplus is aan plaatsen, zowel STB als MTB elkaar niet stochastisch domineren (figuur 17). Wanneer er een tekort is aan plaatsen, domineert het model met STB (bijna) stochastisch het model met MTB (figuur 15). Leerlingen met een goed lotingnummer die toegewezen worden aan de school van eerste voorkeur hebben immers meer kans onder STB om ook toegewezen te blijven aan die school. Leerlingen die geweigerd worden bij de school van eerste voorkeur, hebben vaak een slecht lotingnummer en kunnen hoogstwaarschijnlijk niet wisselen met de leerlingen die toegewezen zijn aan de school van eerste voorkeur. Het percentage kinderen toegewezen aan de school van eerste voorkeur is groter onder STB en de percentages voor toewijzingen aan scholen van lagere voorkeuren zijn groter onder MTB, waardoor er ook meer SIC voorkomen onder MTB.

##### Stabiliteit

Wanneer er een surplus is aan plaatsen, is de variantie van de toewijzingen (sociale onrechtvaardigheid) groter onder STB (figuur 14). Ook intuïtief is MTB meer rechtvaardig dan STB. Desondanks is het model met MTB minder rechtvaardig dan het model met STB wanneer het aantal leerlingen met meer dan 12% stijgt. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat het aantal geweigerde leerlingen vanaf dit moment zodanig groot wordt dat onder STB bijna uitsluitend leerlingen toegewezen worden aan hun eerste en tweede voorkeur, terwijl onder MTB dit meer kan variëren.

##### Strategieneutraliteit

Wanneer er een overaanbod van plaatsen bestaat, is het verschil tussen het aantal opgegeven scholen in termen van toewijzing aan de school van eerste voorkeur minder groot geworden (4,4%), aangezien er nu relatief minder scholen voldoen aan de definitie van populariteit. Het tegendeel geldt voor een situatie van schaarste (17%). De kans dat men niet is toegewezen bij een schaarste van scholen is 37% indien men één school heeft opgegeven (in plaats van 0,3% indien men tien scholen heeft opgegeven) en bij een surplus van scholen is dit 8,2% (in plaats van 0%).

##### Sociale mix

Er is geen verschil tussen STB en MTB wanneer het aankomt op sociale mix (figuur 16). Wel is het duidelijk dat de sociale mix verbetert naarmate er meer schaarste heerst. Beide reserves geraken immers snel vol waardoor er weinig kans is dat het aantal leerlingen van een bepaalde groep zijn reserve overschrijdt voor een school. Wanneer er een surplus is aan plaatsen worden de reserves van minder belang. Er is meer kans dat een reserve niet vol geraakt, zodat leerlingen van de andere groep de school kunnen vullen. Voor Lokeren zien we hetzelfde fenomeen. Reserves zorgen met andere woorden ervoor dat leerlingen van de andere groep niet worden benadeeld, maar hebben minder invloed wanneer er een surplus is aan plaatsen: efficiëntie heerst dan boven sociale mix.

##### Robuustheid

In situaties van schaarste hebben kinderen onder STB significant meer kans op toegewezen te worden aan de meest waarschijnlijke school, omwille van het feit dat meer kinderen worden toegewezen aan hun topkeuzes (figuur 18). In situaties van overaanbod is er weinig verschil tussen STB en MTB.

Voorgaande resultaten zijn verhoudingsgewijs volledig gelijkaardig aan de resultaten voor het model zonder reserves. De invoer van reserves heeft dus geen impact op de manier waarop efficiëntie, stabiliteit, strategieneutraliteit en robuustheid wijzigt naarmate er schaarste of overaanbod heerst.

|  |  |
| --- | --- |
| Figuur 13: Aantal kinderen in SIC in situaties van schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) | Figuur 14: Sociale onrechtvaardigheid in situaties van schaarste en overaanbod – model 2 (Antwerpen) |
| Figuur 15: Stochastische dominantie bij schaarste (20% extra leerlingen) - model 2 (Antwerpen) | Figuur 16: Sociale mix in situaties van schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) |
| Figuur 17: Stochastische dominantie bij overaanbod (20% exra plaatsen) - model 2 (Antwerpen) | Figuur 18:Impact van loting op toewijzingen bij schaarste en overaanbod - model 2 (Antwerpen) |

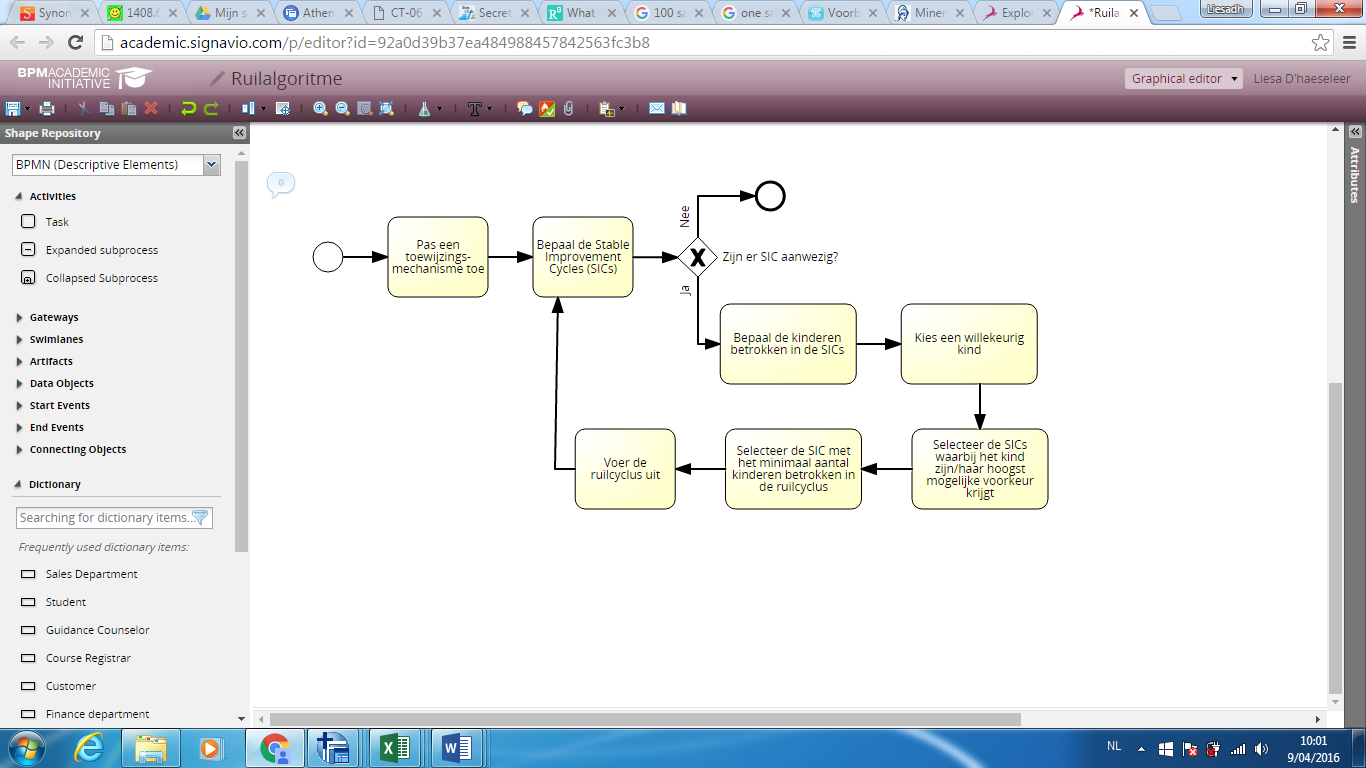
## Verhoging van efficiëntie

Zoals men zal zien in paragraaf 4.6 heeft efficiëntie als doelfunctie weinig impact op de efficiëntieresultaten van de toewijzingen aangezien men met strikte prioriteiten werkt. Een eerste mogelijkheid om de efficiëntie van het model te verhogen is dan ook door te werken met niet-strikte prioriteiten. Tie breaking beïnvloedt het welzijn van studenten immers nadelig aangezien het artificiële stabiliteitsbeperkingen introduceert. Zo produceert het student-proposing DA algoritme dat toegepast werd op strikte prioriteiten die voortvloeien uit tie breaking een uitkomst die in feite geen student-optimale stabiele matching is in termen van de originele prioriteiten (Irving, 1994). Bovendien kunnen er meerdere stabiele matchings bestaan wanneer er onverschilligheden zijn.

Men zou bijvoorbeeld de kinderen kunnen ordenen op basis van de plaats van de school binnen de rangorde in keuze gemaakt door de ouders of de leerling. Men vervangt met andere woorden de prioriteiten van de scholen (afstand of loting) door de preferenties. Dit is ook één van de mogelijke criteria die vermeld staan in één van de omzendbrieven voor het Vlaamse Onderwijs (Onderwijs Vlaanderen, 2012), maar ze moeten met andere criteria worden gecombineerd. De toewijzingen zullen dan gelijkaardig zijn aan die van het Boston mechanisme. Zoals eerder vermeld kunnen ouders dan voor de hand liggende strategieën bedenken (zoals bv. minder populaire scholen als eerste keuze opgeven) die hun toelaten om een school van hogere voorkeur te bemachtigen. Dit is dus geen geldige optie. Bovendien toont de literatuur aan dat het bestaan van ties of onverschilligheden dikwijls de matching problemen computationeel moeilijk maakt (Halldórsson et al., 2003; Manlove et al., 2002).

Een tweede manier om de efficiëntie te verhogen is met behulp van ruilalgoritmen. Deze kunnen de inefficiënties die door tie breaking ontstaan, corrigeren. Terwijl er binnen de voorgaande toewijzingsmechanismes zelf geen trade-off plaats vindt tussen stabiliteit en efficiëntie, is de trade-off wel aanwezig tussen toewijzingsmechanismen onderling. Om dit aan te tonen, laten we nu toe dat kinderen kunnen ruilen indien zij dat wensen en de scholen hier geen bezwaar tegen hebben. Hierdoor zou de efficiëntie van het model moeten verhogen en de stabiliteit verlagen. We passen een variant van het SIC mechanisme toe op de toewijzingen die werden gemaakt met model 2 en model 3a. Aangezien bij afloop van het algoritme geen SICs meer voorkomen, is de allocatie Pareto efficiënt.

Het ruilalgoritme gaat als volgt:



Figuur 19: Ruilalgoritme

Naarmate Ks groter wordt, stijgt het aantal leerlingen die zouden kunnen ruilen significant wanneer model 2 wordt gehandhaafd. Wanneer de grootte van Ks gelijk is aan 45% van alle leerlingen, dan zijn er gemiddeld 52 leerlingen die aan een school van hogere voorkeur zijn toegewezen. Uiteraard wensen de scholen hun sociale mix te behouden, daarom wordt het ruilalgoritme ook toegepast voor (niet-) indicatorleerlingen afzonderlijk (waarbij Ks alle (niet-)indicatorleerlingen voorstellen). Indien men volledig met loting zou werken en ruilen is toegestaan, dan zouden 95 indicatorleerlingen (resp. 31 niet-indicatorleerlingen) kunnen ruilen.

|  |  |
| --- | --- |
| Figuur 20: Aantal leerlingen die van school veranderd zijn na ruilalgoritme (Antwerpen) | Figuur 21: Aantal (niet-)indicatorleerlingen die van school veranderd zijn na ruilalgoritme |

De belangrijkste reden waarom de invoer van ruilalgoritmen niet is toegelaten in België, is omdat het niet langer optimaal kan zijn om de scholen in volgorde van ware voorkeuren op de voorkeurslijst te plaatsen. Leerlingen kunnen de incentive hebben om populaire scholen hoog op hun voorkeurslijst te plaatsen zodat er na allocatie potentieel veel leerlingen zijn die zouden willen ruilen. Voor Antwerpen is er inderdaad een positieve correlatie (r = 0,307) tussen de populariteit van de school van tweede voorkeur en de kans om te ruilen. Men kan dus niet langer meer aan ouders/kinderen vertellen dat het opgeven van de ware voorkeuren optimaal is. Er bestaat immers geen strategieneutraal mechanisme dat altijd resulteert in betere matchings dan het SOSM. Elke inefficiëntie geassocieerd met een gerealiseerde tie breaking kan niet worden verwijderd zonder nadelige gevolgen te hebben voor de incentives die leerlingen zouden ondervinden. Daarom kunnen we zeggen dat de additionele kinderen die een hogere school toegewezen kregen, geïnterpreteerd kunnen worden als de efficiëntiekost van strategieneutraliteit voor kinderen in SOSM met single tie breakers (niet multiple tie breakers, omwille van de additionele inefficiëntie).

## Verhoging van sociale mix

Uit alle 400 simulaties van model 2 die gecreëerd werden en waarvoor de sociale mix is bepaald, is de beste sociale mix voor Antwerpen (resp. Lokeren) gelijk aan een gewogen gemiddelde afwijking van 12,8% (resp. 43,5%) terwijl de slechtste sociale mix 14,3% (resp. 46,3%) bedraagt. Ondanks het aanzienlijk aantal SIC, bestaat er bovendien geen enkele SIC die de sociale mix zou kunnen verbeteren. Men kan dus vermoeden dat de verbetering van sociale mix ten koste zal gaan van efficiëntie of stabiliteit.

In een poging om de sociale mix te verbeteren, wordt de sociale mix opgenomen in de doelfunctie. Wanneer de beperkingen van model 2 worden behouden, maar de doelfunctie verandert van het optimaliseren van efficiëntie naar het optimaliseren van sociale mix, dan bekomt men model 4a. Dit model resulteert in een gewogen gemiddelde afwijking van 13,4% voor Antwerpen en 44,4% voor Lokeren. Dit is echter niet zoveel verschillend van de resultaten voor model 2 en is te wijten aan het feit dat er met strikte prioriteiten wordt gewerkt; indien er onverschilligheden zouden optreden (m.a.w. geen tie breaking), dan zou er wel een significant verschil zijn. De sociale mix kan dus enkel verbeterd worden indien de stabiliteitsbeperkingen van het model gewijzigd worden. Eerst worden de kenmerken van de stabiliteitsbeperkingen geanalyseerd met het oog op het creëren van een aanvaardbare ondergrens voor de sociale mix (paragraaf 4.6.1). Nadien wordt er gespeeld met de ordeningscriteria: de impact van twee ordeningscriteria (paragraaf 4.6.2) en de afwezigheid van een ordeningscriterium (paragraaf 4.6.3) worden bestudeerd. Tenslotte worden er modellen met reserves én quota geïntroduceerd (paragraaf 4.6.4).

### Ondergrens voor de gewogen gemiddelde afwijking van sociale mix

Er worden zes situaties gecreëerd om zicht te krijgen op hetgeen de verbetering van de sociale mix belemmert: de individuele prioriteiten, de reserves of het feit dat er geen verspilling mag optreden. Model 4b t.e.m. model 4g zijn beschreven op bladzijden 84 en 85. De resultaten voor de sociale mix zijn de volgende:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Lokeren** | **Antwerpen** |
| Model met reserves en efficiënte als doelfunctie (Model 2) | 45,3% | 13,4% |
| Model met reserves (Model 4a) | 45,3% | 13,4% |
| Model zonder reserves (Model 4b) | 44,9% | 13,1%(\*) |
| Model met reserves en zonder prioriteiten (Model 4c) | 41,7% | / |
| Model zonder reserves en zonder prioriteiten (Model 4d) | 39,9% | / |
| Model met reserves en prioriteiten van gedeeltelijk belang (Model 4e) | 23,1% | 0,8% (\*) |
| Model met reserves, prioriteiten van gedeeltelijk belang en capaciteitsvoorwaarde (Model 4f) | 39,9% | / |
| Model met quota (Model 4g) | 23,8% | 6,6% |

Tabel 25: Sociale mix - modellen 4a t.e.m. 4g (Lokeren & Antwerpen)

(\*) Gap van 3,5%

Model 4b toont aan dat het feit dat de reserves die in absolute waarden zijn bepaald en niet relatief t.o.v. het aantal aangemelde leerlingen, slechts een beperkte hindernis vormen voor een verbetering in de sociale mix (afwijking voor model 4a > afwijking voor model 4b). Wanneer de individuele prioriteiten geen rol spelen, dan vormen de reserves echter een grotere hindernis (afwijking voor model 4c > afwijking voor model 4d). De verklaring hiervoor is dat het model slechts op een globaal niveau naar sociale mix kijkt. Men zou immers een situatie kunnen bedenken waarbij een leerling niet wordt toegewezen aan een school ondanks het feit dat de reserve nog niet gevuld is, maar wordt toegewezen aan een andere school zodat de globale sociale mix verhoogt. Beschouw bijvoorbeeld twee scholen s1 en s2 met capaciteiten q(s1) = 2 en q(s2) = 4 en een norm voor sociale mix gelijk aan 50%. Twee indicatorleerlingen moeten toegewezen worden aan één van deze scholen (veronderstel dat er geen andere indicatorleerlingen zijn). De globale sociale mix is derhalve hoger wanneer één indicatorleerling wordt toegewezen aan de ene school en de andere indicatorleerling aan de andere school, ondanks het feit dat de reserves van beide scholen niet gevuld zijn. Ook vanuit maatschappelijk perspectief lijkt het meer vanzelfsprekend dat een indicatorleerling toegewezen wordt aan een school waarbij al reeds drie niet-indicatorleerlingen zijn toegewezen dan aan een school waarbij slechts één indicatorleerling is toegewezen. Daartegenover zorgt de invoer van reserves voor de transparantie van het beleid.

Niettegenstaande de prioriteiten in termen van reserves eerst voldaan moeten worden alvorens de individuele prioriteiten worden beschouwd, hebben deze laatste toch een grote impact (afwijking voor model 4a > afwijking voor model 4c). Ook hier verklaart een simpel voorbeeld deze situatie. Wanneer drie indicatorleerlingen worden beschouwd voor een school en slechts één indicatorleerling kan worden toegewezen, dan zal model 4a de leerling kiezen met de hoogste individuele prioriteit. Model 4c zal echter die leerling kiezen zodat de andere twee leerlingen terecht komen op scholen van lagere voorkeur die de sociale mix van deze laatste scholen ten goede komen. Men kan schatten dat ongeveer 2% (zonder reserves) tot 3,6% (met reserves) van de afwijking van de norm voor sociale mix te wijten is aan de prioriteiten en 0,4% door reserves. Zoals vermeld in paragraaf 4.5 maakt het bestaan van onverschilligheden het matching probleem dikwijls computationeel moeilijk. Model 4c, 4d en 4f kunnen als gevolg hiervan niet berekend worden voor Antwerpen.

Model 4e en model 4g hebben voor een significante reductie in de gewogen gemiddelde afwijking gezorgd. De verklaring hiervoor zit in het feit dat deze modellen niet opleggen dat als men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur en men ook niet geweigerd is, deze school volledig zijn capaciteit moet benutten (m.a.w. er mag verspilling optreden).

Merk op dat wanneer de prioriteiten geen rol spelen in het model, het model niet strategieneutraal is aangezien de keuze tussen leerlingen met gelijke prioriteiten zal afhangen van de doelfunctie. Een indicatorleerling zal de intentie hebben om zich aan te melden voor een school dat een tekort heeft aan indicatorleerlingen.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Omschrijving** | **Belang van prioriteiten** | **Stabiliteit** |
| **4b** | Deze stabiliteitsbeperkingen zijn gelijkaardig aan model 2: indien men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur, dan hebben de kinderen van hetzelfde type die wel toegewezen zijn een hogere prioriteit. Er zijn echter geen reserves bepaald. | Prioriteiten gelden binnen elk sociaal type |  |
| **4c** | Indien men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur, dan is de school gevuld tot zijn capaciteit en is het betreffende reserve overschreden, ongeacht de prioriteiten van de toegewezen kinderen. | Geen prioriteiten |  |
| **4d** | Indien men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur, dan is de school gevuld tot zijn capaciteit, ongeacht de prioriteiten van de toegewezen kinderen. | Geen prioriteiten |  |
| **4e** | Indien men niet is toegewezen, dan is de capaciteit van elke school waarvoor men zich heeft aangemeld bereikt en is het betreffende reserve gevuld met leerlingen met hogere prioriteiten. Indien men wel is toegewezen, dan zijn de scholen van hogere voorkeur waarvoor men niet is toegewezen niet noodzakelijk gevuld met leerlingen met hogere prioriteiten en kan er verspilling optreden. | Prioriteiten gelden wanneer men niet is toegewezen |  |

Tabel 26: Beschrijving en stabiliteitsvoorwaarden van modellen 4a t.e.m. 4g (deel 1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4f** | Deze stabiliteitsbeperkingen zijn gelijkaardig aan die van model 4e op één uitzondering na: er kan nooit verspilling van plaatsen optreden. | Prioriteiten gelden wanneer men niet is toegewezen |  |
| **4g** | Men verbiedt scholen om meer dan een bepaald aantal indicator/niet-indicatorleerlingen aan te nemen. Indien men niet is toegewezen aan een school van hogere voorkeur, dan hebben de toegewezen leerlingen van het betreffende type een hogere prioriteit. Er kan verspilling optreden indien het aantal aangemelde leerlingen van een bepaald type kleiner is dan de quota van dat type. | Prioriteiten gelden binnen elk sociaal type |  |

Tabel 27: Beschrijving en stabiliteitsvoorwaarden van modellen 4a t.e.m. 4g (deel 2)

|  |  |
| --- | --- |
| Figuur 22: Rangverdeling - model 4a (Lokeren) | Figuur 23: Rangverdeling - model 4b (Lokeren) |
| Figuur 24: Rangverdeling - model 4c (Lokeren) | Figuur 25: Rangverdeling - model 4d (Lokeren) |
| Figuur 26: Rangverdeling - model 4e (Lokeren) | Figuur 27: Rangverdeling - model 4f (Lokeren) |

### Twee ordeningscriteria

De bovenstaande modellen die goed scoren op sociale mix zijn echter geen oplossing voor het probleem. De rangverdelingen, vermeld op bladzijde 86, tonen immers aan dat de efficiëntie van deze modellen voor Lokeren dramatisch is: 4,2% en 24,3% van de leerlingen zijn niet toegewezen onder model 4d en model 4f. Wanneer verspilling niet gewenst is, dan is het wijzigen van de prioriteiten een optie. Een eerste mogelijkheid is het hanteren van twee ordeningscriteria. Dit kan worden gerealiseerd door middel van model 3a waarbij a(s) niet gelijk is aan 100%. Een tweede mogelijkheid is het belang van prioriteiten te verminderen. Dit wordt volbracht in paragraaf 4.6.3. De resultaten met betrekking tot de prestatiemaatstaf sociale mix voor model 3a met sociale mix als doelfunctie staan vermeld in tabel 28.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sociale mix** | **Antwerpen** | | | **Lokeren** | | |
| **a(s) = 25%** | **a(s) = 50%** | **a(s) = 75%** | **a(s) = 25%** | **a(s) = 50%** | **a(s) = 75%** |
| Doelfunctie: efficiëntie | 14,0% | 14,3% | 14,0% | 45,2% | 44,8% | 44,7% |
| Doelfunctie: sociale mix | 11,7% | 11,4% | 11,2% | 45,2% | 43,9% | 44,5% |

Tabel 28: Sociale mix - model 3a met sociale mix als doelfunctie (Lokeren & Antwerpen)

Niettegenstaande men nog steeds met strikte prioriteiten werkt, is er nu wel een verschil in sociale mix tussen het model met efficiëntie als doelfunctie en het model met sociale mix als doelfunctie. Zoals aangetoond in 4.3.3, kan dit verklaard worden door het feit dat CPLEX nu in zekere mate kan kiezen of een kind volgens het lotingscriteria of het afstandscriteria wordt toegewezen ten voordele van de doelfunctie. Voor een afstandspercentage gelijk aan 50%, heeft CPLEX het grootste aantal keuzemogelijkheden en daarom is de reductie in de gewogen gemiddelde afwijking het grootst. Aangezien de verhouding aantal aangemelde leerlingen voor een school op capaciteit van die school dikwijls groter is voor Antwerpen dan voor Lokeren, heeft CPLEX nog een grotere keuzemogelijkheid betreffende de keuze van criteria. De sociale mix verbetert met gemiddeld 2,8% voor Antwerpen (resp. 1,1% voor Lokeren). Bovendien worden er minder kinderen geweigerd wanneer sociale mix als doelfunctie wordt gebruikt (nl. 4,5%).

### Geen ordeningscriteria

Een tweede mogelijkheid is het vermijden van tie breaking wanneer prioriteiten theoretisch gezien zwak zijn (zoals bv. bij het gebruik van loting). Terwijl oorspronkelijk de beschikbare plaatsen werden verdeeld door middel van afstand en loting, worden ze nu verdeeld door afstand en sociale mix (aangezien dit de doelfunctie is en tie breaking niet gebeurt). Dit wordt bewerkstelligd door de voorwaarde ‘’ in vergelijkingen (4) en (5) en voorwaarde ‘ in vergelijkingen (6) en (7) te verwijderen. De resultaten kunnen enkel voor Lokeren berekend worden.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Model 3a – Antwerpen: sociale mix** | **25% afstand** | **50% afstand** | **75% afstand** |
| Doelfunctie: efficiëntie | 14,0% | 14,3% | 14,0% |
| Doelfunctie: sociale mix, mét loting | 11,7% | 11,4% | 11,2% |
| Doelfunctie: sociale mix, zonder loting | / | / | / |

Tabel 29: Sociale mix - model 3a met afstand en zonder loting (Antwerpen)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Model 3a – Lokeren: sociale mix** | **25% afstand** | **50% afstand** | **75% afstand** |
| Doelfunctie: efficiëntie | 45,2% | 45,0% | 44,9% |
| Doelfunctie: sociale mix, mét loting | 45,2% | 43,9% | 44,5% |
| Doelfunctie: sociale mix, zonder loting | 41,1% | 41,7% | 43,3% |

Tabel 30: Sociale mix - model 3a met afstand en zonder loting (Lokeren)

Wanneer er zonder loting gewerkt wordt, dan verbetert de sociale mix significant t.o.v. het model met loting en afstand. Naarmate er meer belang gehecht wordt aan afstand, presteert het minder goed op sociale mix. De sociale mix wordt dus bevorderd ten koste van de stabiliteit. Wanneer men zonder loting werkt, komen er tenslotte blokkeringsparen voor. Een blokkeringspaar wordt nu geïdentificeerd als een paar (k,s) dat niet voldoet aan de oorspronkelijke vergelijkingen (4), (5), (6) en (7) voor model 3a. Wanneer er 400 maal lotingnummers gegeven worden aan kinderen die in feite niet gebruikt worden, dan kunnen er gemiddeld 30 blokkeringsparen geïdentificeerd worden voor het model met een afstandspercentage van 50%. Van deze 30 blokkeringsparen zijn er gemiddeld 23 kinderen betrokken. In onderstaande tabel staan de percentages van kinderen die door het stabiliteitsgebrek bij een school van hogere voorkeur geweigerd zijn. Voor 47% van de blokkeringsparen betreft het kinderen die op de tweede plaats zijn terecht gekomen in plaats van hun eerste voorkeur. Bovendien is 16% van de blokkeringsparen “onterecht” niet toegewezen. In alle simulaties zijn steeds dezelfde kinderen betrokken in de blokkeringsparen: 24 kinderen hebben meer dan 83% kans om in een blokkeringspaar terecht te komen. Al deze kinderen hebben een school die behoort tot de top vijf populaire scholen als eerste keuze opgegeven. Uiteraard is dit mechanisme niet strategieneutraal.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | **Voorkeur van school waarop men recht had** | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **Tot.** |
| **Huidige voorkeur** | **2** | 47% |  |  |  |  | 47% |
| **3** | 9% | 9% |  |  |  | 19% |
| **4** | 6% | 6% | 6% |  |  | 19% |
| **5** | 0% | 0% | 0% | 0% |  | 0% |
| **NT** | 13% | 3% | 0% | 0% | 0% | 16% |
| **Tot.** | 75% | 19% | 6% | 0% | 0% | 100% |

Tabel 31: Blokkeringsparen - model 3a met afstand en zonder loting (Lokeren)

Een gelijkaardige situatie wordt bekomen indien de strikte prioriteiten ten gevolge van afstand getransformeerd worden naar zwakke prioriteiten door te werken met zones die bepaald zijn door afstand. Buitenlandse scholen zoals scholen in de Amerikaanse stad Seattle hanteren reeds deze zogenaamde wandelzones (“walk zones”). Binnen de zones wordt er geen tie breaking gehanteerd. Voor Lokeren kon de zones exact bepaald worden. Elke zone heeft als straal een veelvoud van een bepaalde afstand, behalve voor de zone die het verst gelegen is. Voor Antwerpen werden de zones per school bepaald. Er is een duidelijke trade-off tussen sociale mix en afstand. Bovendien kan er voor Antwerpen reeds een reductie worden behaald voor 50 zones.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Model 3a – 100% afstand** | **Sociale mix** | **Afstand** |
| ***Lokeren*** |  |  |
| Doelfunctie: efficiëntie | 44,9% | 35,6% |
| Doelfunctie: sociale mix | 44,9% | 35,6% |
| Doelfunctie: sociale mix, 3 zones (per 1,5 km) | 42,7% | 37,4% |
| Doelfunctie: sociale mix, 4 zones (per 1 km) | 43,6% | 36,1% |
| Doelfunctie: sociale mix, 5 zones (per 0,75 km) | 44,1% | 36,0% |
| ***Antwerpen*** |  |  |
| Doelfunctie: efficiëntie | 13,4% | 43,3% |
| Doelfunctie: sociale mix | 13,4% | 43,3% |
| Doelfunctie: sociale mix, 10 zones (Gap: 1%) | 12,1% | 45,1% |
| Doelfunctie: sociale mix, 15 zones | 12,5% | 44,8% |
| Doelfunctie: sociale mix, 25 zones | 12,9% | 43,9% |
| Doelfunctie: sociale mix, 50 zones | 13,2% | 43,5% |

Tabel 32: Sociale mix en afstand - model 3a, 100% afstand, wandelzones (Lokeren & Antwerpen)

### Quota en reserves

Indien verspilling toegelaten is, dan kan er gekozen worden voor een model dat quota hanteert in plaats van reserves. Wanneer reserves ingevoerd worden, wordt de gewenste diversiteit in scholen enkel behaald wanneer de voorkeuren van de leerlingen in lijn zijn met de gewenste diversiteit. De invoer van quota compenseert dit nadeel van reserves. Wanneer een balans moet worden verkregen tussen diversiteit enerzijds en stabiliteit en geen verspilling anderzijds, dan kan er gekozen worden voor een hybride versie. Er wordt een zachte beperking ingevoerd voor het minimum aantal leerlingen van elk type (nl. reserves) en een harde beperking ingevoerd voor het maximum aantal leerlingen van elk type (nl. quota). De manier waarop deze quota worden bepaald kan op verschillende manieren gebeuren. Men kan opteren voor statische quota, d.w.z. quota die in absolute waarden zijn gedefinieerd, of men kan opteren voor dynamische quota, d.w.z. quota die afhankelijk zijn van het aantal toegewezen leerlingen van het andere type. Deze laatste categorie is echter nog niet bestudeerd in de literatuur. In dit onderzoek kan een reserve voor indicatorleerlingen worden overschreven indien het aantal niet-indicatorleerlingen de reserve voor niet-indicatorleerlingen niet bereikt, maar wordt er een beperking opgelegd op de mate waarin dit reserve kan overschreden worden (hetzelfde geldt voor de reserve voor niet-indicatorleerlingen). Een school kan er bijvoorbeeld voor kiezen dat het aantal indicatorleerlingen (resp. niet-indicatorleerlingen) bij voorkeur niet groter mag zijn dan pm % (resp. pM %) van de plaatsen die niet worden ingenomen door niet-indicatorleerlingen (resp. indicatorleerlingen). Indien dit aantal plaatsen kleiner is dan de reserve, dan wordt de bovengrens gelijk gesteld aan de reserve. Er treden vervolgens geen blokkeringsparen op indien:



Wanneer statische maximum quota en worden ingevoerd, dan treden er geen blokkeringsparen op indien:



De betreffende modellen zijn te vinden in paragraaf 3.2.6.1 en 3.2.6.2 (model 5a en model 5b). De statische quota werden gelijk gesteld aan de grootte van de reserve van het betreffende type, opgeteld met een bepaald percentage van de reserve van het andere type. Het model werd uitgevoerd voor verschillende percentages. Voor beide modellen hanteren alle scholen dezelfde percentages. De belangrijkste trade-off voor deze modellen is de trade-off tussen het aantal toegewezen kinderen en de sociale mix. In onderstaande grafiek wordt de trade-off weergegeven voor het model met dynamische quota. Meer gedetailleerde resultaten zijn te vinden in bijlage 7.7.

Figuur 28: Trade-off weigeringen en sociale mix - model 5b (Antwerpen)

Beide soorten quota leveren ongeveer dezelfde resultaten op (zie bijlage 7.7). Voor Lokeren blijken dynamische quota enigszins beter te zijn voor een bepaald interval in verspillingsgraad. Beide soorten quota berusten immers op hetzelfde principe: hogere sociale mix behalen door het verhogen van de verspillingsgraad. Welke soort quota gehanteerd moet worden, hangt af van de doelstelling van de beleidsmaker. Het model met dynamische quota geeft weinig zicht op het uiteindelijk aantal toegewezen leerlingen, maar garandeert een bepaalde sociale mix. Het model met statische quota daarentegen geeft een zicht op het aantal toegewezen leerlingen, maar de uiteindelijk behaalde sociale mix is onduidelijk.

Er kan aangetoond worden dat het model met reserves en statische maximum quota strategieneutraal is. Het bewijs hiervoor is gelijkaardig aan het bewijs voor reserves. Eerst en vooral dient men aan te tonen dat het model met maximum quota strategieneutraal is. Nadien kan er op basis hiervan aangetoond worden dat de bijkomende reserves geen invloed hebben op de strategieneutraliteit.

*Stelling:* Een IP model dat steeds een oplossing produceert dat gelijk is aan de meest efficiënte matching van alle matchings die stabiel zijn m.b.t. reserves en statische maximum quota voor twee leerlingengroepen is strategieneutraal, mits strikte prioriteiten.

*Bewijs:*

1. Statische maximum quota

Dit model is eenvoudig te transformeren naar model 1 (d.i. het deferred acceptance algoritme) door elke school s met een capaciteit q(s), maximum quotum voor indicatorleerlingen , maximum quotum voor niet-indicatorleerlingen en preferenties te splitsen in twee scholen:

* s1met een capaciteit van en preferenties
* s2met een capaciteit van en preferenties

waarbij:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | en |  |
|  |  |  |

Het model met maximum quota behoudt bijgevolg de eigenschappen van het deferred acceptance algoritme en is strategieneutraal.

1. Statische maximum quota en reserves

Dit model kan worden getransformeerd naar het model met maximum quota en behoudt bijgevolg de eigenschappen. Elke school met capaciteit q(s), reserve voor indicatorleerlingen rm(s), reserve voor niet-indicatorleerlingen rM(s), maximum quotum voor indicatorleerlingen , maximum quotum voor niet-indicatorleerlingen en preferenties kan opnieuw worden gesplitst in twee scholen:

* s1met een capaciteit van en een maximum quotum voor niet-indicatorleerlingen en preferenties
* s2met een capaciteit van en een maximum quotum voor indicatorleerlingen en preferenties

waarbij:

en

Elke leerling behoudt de relatieve rangschikking van de scholen, maar prefereert s1 boven s wanneer hij/zij een indicatorleerling is en prefereert s2 wanneer hij/zij een niet-indicatorleerling is. Bijvoorbeeld voor indicatorleerling k geldt dan: als dan .

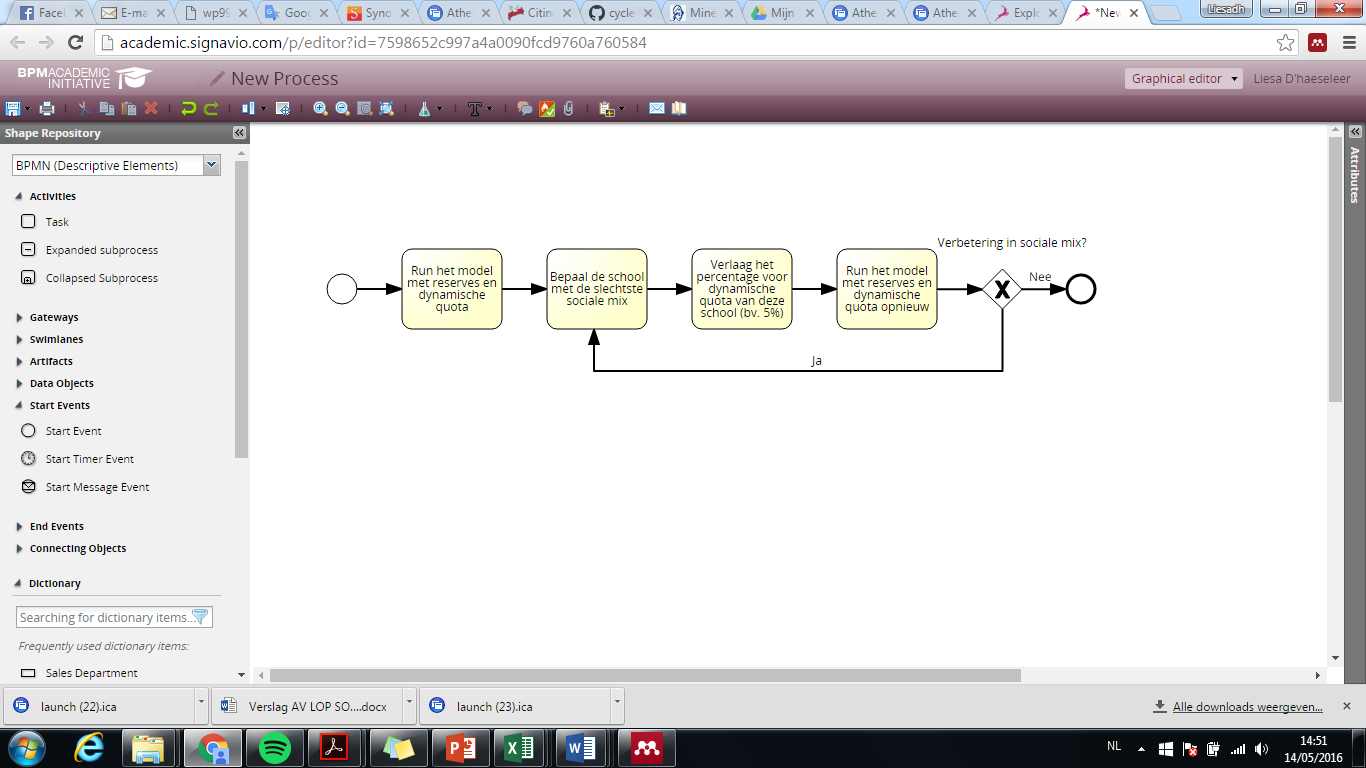
Het model met reserves en statische maximum quota is dus strategieneutraal.

De grootte van de quota die gehanteerd moeten worden voor een optimale sociale mix kan evenzeer door het model bepaald worden. Zo kunnen de scholen een bepaald reserve voor elk type leerling garanderen als minimum aantal plaatsen, maar hangt het quota af van de aanmeldingen van de leerlingen. Zo wordt er nog steeds een zekere transparantie aangeboden aan de ouders (d.w.z. ze hebben een zicht op hoeveel plaatsen er minimum beschikbaar zijn voor hun type leerling). Het resulterende model kan teruggevonden worden in paragraaf 3.2.6.3 (model 5c). In dit model worden statische quota toegepast en is de doelfunctie een gewogen som van het aantal afwijkende indicatorleerlingen en het aantal toewijzingen. Wanneer enkel het aantal afwijkende indicatorleerlingen zou worden opgenomen in de doelfunctie, dan zouden de quota immers de reserves benaderen. Onderstaande grafiek maakt duidelijk dat voor hetzelfde aantal geweigerde kinderen in model 5b, nu een significant betere sociale mix wordt verkregen. De gedetailleerde resultaten staan vermeld in bijlage 7.8.1.

Figuur 29: Bepaling van quota vóór en na aanmeldingen - model 5b & 5c (Antwerpen)

Bovendien kan er aan het model extra beperkingen worden opgelegd betreffende de minimale grootte van de maximum quota. Wanneer de quota groter moeten zijn dan 70% van de beschikbare plaatsen na toewijzing van leerlingen van het andere type, dan bekomt men voor Lokeren een sociale mix van 39,5%. Wanneer dit vergeleken wordt met het model met dynamische quota (model 5b) en met percentages pm en pM gelijk aan 70%, dan zien we dat dit nog steeds een betere sociale mix oplevert (40,9% voor model 5b), niettegenstaande het gemiddeld percentage voor dynamische quota in model 5c hoger is dan 70%. Dit is niet alleen te wijten aan het feit dat de doelfuncties verschillend zijn. Ook wanneer de quota bekomen in model 5c, worden geïmplementeerd in model 5a, bekomt men nog steeds een lagere sociale mix. Dit wijst erop dat bepaalde variaties in de grootte van de quota betere resultaten opleveren dan wanneer alle scholen éénzelfde percentage hanteren, ondanks het feit dat dit percentage lager kan zijn.

Vooral de scholen die een initiële slechte verhouding hebben betreffende de sociale mix, hebben er baat bij hun bovengrens te verlagen (zie bijlage 7.8.3). Dit betekent echter niet dat dit voldoende is om de globale sociale mix te doen dalen. Ter controle werd onderstaand algoritme geïmplementeerd. In dit algoritme verlagen scholen met een slechte sociale mix hun quota tot de globale sociale mix niet meer verbeterd kan worden. Voor Lokeren is de gewogen gemiddelde afwijking slechts gedaald van 45,3% naar 44,8% en voor Antwerpen van 13,4% naar 13,1%. Men kan dus besluiten dat het gebruik van quota enkel kan worden toegepast wanneer de aanmeldingen reeds voltooid zijn (zodat model 5c hierop kan toegepast worden).



Figuur 30: Algoritme voor bepaling van quota

## Toetsing aan de werkelijkheid

Indien men het toewijzingsproces van de aanmeldingen van kinderen voor Lokerse scholen analyseert (zie paragraaf 2.6.3), dan kan men vaststellen dat het proces gelijkaardig is aan het deferred acceptance algorithm met afstand als ordeningscriterium. Wanneer er leerlingen voorkomen die nog niet zijn toegewezen en er zijn nog plaatsen beschikbaar in de opgegeven scholen, dan is de voorwaarde van het kruispunt ‘aanmeldingen met open keuzes en zonder plaats?’ in figuur 2 voldaan en start de berekening opnieuw. De leerlingen die al toegewezen waren, zijn in werkelijkheid slechts tijdelijk toegewezen en worden opnieuw beschouwd in de berekening samen met de nieuwe leerlingen.

De manier waarop het positief actiebeleid wordt gevoerd is echter verschillend van het deferred acceptance algorithm met reserves. De toewijzingen gebeuren voor elke leerlingengroep (indicator/niet-indicator) apart. Dit betekent echter niet dat de plaatsen voorbehouden voor indicator- en niet-indicatorleerlingen quota met reserves voorstellen. Het inschrijvingsrecht (Onderwijs Vlaanderen, 2012) stelt immers dat, voor leerlingen die geweigerd zijn omwille van het feit dat hun contingent vol is, hun inschrijving uitgesteld is. Na een bepaalde periode (de ‘voorrangsperiode’ genoemd) bekijken de scholen waar de teller staat in de twee contingenten. Wanneer het contingent niet vol is, dan wordt het aangevuld met de uitgestelde inschrijvingen van het andere contingent. Dit gebeurt volgens afstand in het geval van Lokeren. Dit levert uiteindelijk dezelfde toewijzingen op als het deferred acceptance algorithm met reserves, maar vereist meer rekenwerk. Tabel 33 toont dan ook aan dat de resultaten van de werkelijke toewijzingen gelijkaardig zijn aan deze die men verkrijgt voor model 2 met afstand als ordeningscriterium of model 3a/3b met a(s) = 100%. De verschillen zijn waarschijnlijk te wijten aan het feit dat de afstanden in beperkte mate gewijzigd zijn en het feit dat gekoppelde aanmeldingen kunnen voorkomen.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Werkelijk** | **Model 3a – a(s) = 100%** |
| 1ste keuze | 90% | 90,7% |
| 2e en 3e keuze | 8% | 6,6% |
| Niet toegewezen | 2% | 2,8% |

Tabel 33: Werkelijke toewijzingen versus toewijzingen volgens model 2 met afstand als ordeningscriterium (Lokeren)

Aangezien er talrijke belangrijke assumpties werden gemaakt voor het toewijzingsproces voor Antwerpen, is een vergelijking met de werkelijke toewijzingen niet mogelijk. Wel kan men stellen dat het toewijzingsproces enkele overeenkomsten vertoont met het deferred acceptance algorithm met twee ordeningscriteria, hoewel de plaatsen die worden toegewezen op basis van loting enkel beschikbaar zijn voor leerlingen die de school in hun top drie hebben geplaatst. Indien de capaciteit niet bereikt wordt, dan kunnen leerlingen met een voorkeur die hoger is dan drie toegewezen worden aan de resterende plaatsen. Wanneer dit wordt toegepast op het DA algorithm, dan bekomt men de resultaten in de eerste twee kolommen van tabel 34, afhankelijk van welk afstandspercentage wordt gehanteerd.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Voorkeur** | **Percentage toegewezen leerlingen** | |
| **a(s)=50%** | **a(s)=75%** |
| 1 | 82,4% | 80,9% |
| 2 | 11,3% | 11,7% |
| 3 | 2,1% | 2,0% |
| 4 | 0,6% | 1,1% |
| 5 | 0,0% | 0,0% |
| Geweigerd | 3,6% | 4,2% |

Tabel 34: DA algorithm met voorkeur en afstand als ordeningscriteria (Antwerpen)

Kinderen worden in het DA algorithm eerst toegewezen op basis van voorkeur, nadien op basis van afstand. Wanneer voorkeur en afstand als ordeningscriteria worden gebruikt in model 3a, dan is dit geen sequentieel proces, maar wordt dit bepaald in functie van het gewenste doel. Wanneer het aantal toewijzingen als doelfunctie wordt genomen, dan bekomt men de resultaten in tabel 35. Er worden minder kinderen toegewezen aan hun eerste voorkeur, maar minder kinderen worden geweigerd. Aangezien het toewijzingsmechanisme niet strategieneutraal is met betrekking tot de lengte van de voorkeurslijst, zouden de ouders van de kinderen bij het gebruik van dit model verplicht moeten worden om een minimaal aantal scholen op te geven.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Voorkeur** | **Percentage toegewezen leerlingen** | |
| **a(s)=50%** | **a(s)=75%** |
| 1 | 78,5% | 78,8% |
| 2 | 13,3% | 12,9% |
| 3 | 3,0% | 3,1% |
| 4 | 0,9% | 1,1% |
| 5 | 0,4% | 0,2% |
| Geweigerd | 3,6% | 3,8% |

Tabel 35: Voorkeur en afstand als ordeningscriteria - model 3a (Antwerpen)

# Conclusie en aanbevelingen

Uit de literatuurstudie is gebleken dat er reeds veel onderzoek is gedaan naar de verschillende aspecten van toewijzingsprocedures om kinderen toe te wijzen aan scholen. Deze procedures zijn ontwikkeld met de intentie om aan verscheidene goede eigenschappen te voldoen. In dit onderzoek wordt er gekozen voor een andere aanpak. Het schoolkeuzeprobleem wordt beschouwd als een optimalisatieprobleem waarbij een doelstelling (bv. sociale mix) wordt gemaximaliseerd en onderworpen is aan bepaalde beperkingen (bv. capaciteitsbeperking). Terwijl er bij de eerste aanpak een bepaald stappenplan wordt gevolgd en daardoor een duidelijke transparantie is van het beleid, garandeert de tweede aanpak een optimale oplossing die echter minder transparant is.

Het Belgisch onderwijssysteem vereist dat er een evenredige verdeling van indicator- (kansarm) en niet-indicatorleerlingen (kansrijk) aanwezig moet zijn in de scholen. De invoer van reserves, waarbij er een minimum aantal plaatsen gegarandeerd wordt voor elke type leerling, kan deze verdeling in zekere mate garanderen, zonder één van de twee types ten onrechte te benadelen. Ook in Vlaanderen wordt een dergelijk positief actiebeleid toegepast. Dit onderzoek heeft aangetoond dat het nog steeds optimaal is voor ouders om hun ware voorkeuren op te geven in hun voorkeurslijst wanneer deze reserves worden gehanteerd.

Indien er meerdere simulaties worden uitgevoerd waarbij in elke simulatie andere lotingnummers worden gebruikt, dan kan er gekozen worden voor een simulatie die voldoet aan de eigenchap die door de beslissingsmaker als het meest belangrijk wordt geacht, aangezien loting een significante impact kan hebben op de prestatiemaatstaven. Zo kan hij/zij kiezen voor een simulatie die maar liefst twintig kinderen minder weigert dan het gemiddeld aantal geweigerde kinderen van alle simulaties. Er bestaat echter geen enkele simulatie die goed scoort op alle eigenschappen van een schoolkeuzeprobleem. Zo bestaat er een trade-off tussen enerzijds het geven van topkeuzes en het aantal toegewezen leerlingen en anderzijds tussen rechtvaardigheid en het aantal toegewezen leerlingen.

Wanneer men overschakelt naar afstand als lotingscriterium, zoals voor de toewijzingsprocedure in Lokeren het geval is, dan trekken populaire scholen voornamelijk kinderen aan die dichter bij de scholen gelegen zijn. Kinderen die verder van een populaire school wonen, hebben hierdoor geen kans op een toewijzing aan de school. Aangezien de afstand van de woonplaats tot een school gecorreleerd is met de voorkeur voor een school, worden meer kinderen toegewezen aan de school van eerste voorkeur, maar worden er ook meer kinderen geweigerd.

Als de prioriteiten van kinderen voor scholen bepaald worden door één ordeningscriterium en deze prioriteiten zijn niet gelijk, dan levert het gebruik van optimalisatiesoftware echter geen toegevoegde waarde tegenover het gebruik van bestaande toewijzingsmechanismen, gegeven dat deze prioriteiten niet mogen worden geschonden. Pas wanneer er gebruik wordt gemaakt van twee ordeningscriteria, zoals loting en afstand, kan het model betere resultaten opleveren in termen van de doelfunctie. Een zeer belangrijk aspect binnen het schoolkeuzeprobleem is echter dat de verbetering van een eigenschap steeds ten koste zal gaan van een andere eigenschap. Bij het gebruik van twee ordeningscriteria, kunnen ouders strategieën verzinnen waardoor hun kinderen meer kans hebben om aan een bepaalde school toegewezen te worden.

De afgelopen decennia was er vrijwel continu een tekort aan plaatsen in het basisonderwijs van Vlaanderen vanwege een gestage toename van het bevolkingsaantal. Deze trend zal zich meer dan waarschijnlijk ook in de toekomst verderzetten. Enerzijds zorgt dit fenomeen voor een stijging in het aantal weigeringen en het aantal kinderen die zouden willen ruilen van school, anderzijds wordt de sociale mix gemakkelijker bereikt.

Het lijkt onwezenlijk voor ouders dat indicatorleerlingen en niet-indicatorleerlingen onderling met elkaar zouden kunnen ruilen van school, opdat ze een school van hogere voorkeur krijgen zonder dat de scholen hier bezwaar tegen zouden hebben. Toch is het mogelijk dat dit met de huidige toewijzingsprocedures voorkomt. Wanneer een algoritme wordt ingevoerd die dit ruilen zou kunnen uitvoeren dan kunnen gemiddeld 126 leerlingen toegewezen worden aan een school van hogere voorkeur. Opnieuw is dit niet zonder mogelijke nadelige gevolgen. Zo zouden de ouders strategieën kunnen bedenken om de kans op ruilen te verhogen.

Wanneer de invoer van reserves niet leidt tot de beoogde sociale mix in scholen, dan kunnen er bepaalde acties worden ondernomen om de sociale mix te verbeteren. Een mogelijkheid is het hanteren van twee ordeningscriteria; een tweede mogelijkheid is het hanteren van geen enkel ordeningscriterium, maar waarbij de toewijzingen volledig ten voordele van de doelfunctie gebeuren. Beide gaan ten koste van strategieneutraliteit en de laatst vermelde optie kan enkel uitgevoerd worden voor kleine datasets. Een derde mogelijkheid die wel strategieneutraal is, is het hanteren van maximum quota bovenop reserves. Deze quota plaatsen een limiet op het aantal toegewezen indicatorleerlingen en niet-indicatorleerlingen voor elke school en zijn groter of gelijk aan de grootte van de reserves. Wanneer enkel reserves worden ingevoerd, dan wordt de gewenste diversiteit in scholen immers enkel behaald wanneer de voorkeuren van de leerlingen in lijn zijn met de vooropgestelde normen. De invoer van quota compenseert dit nadeel van reserves. Het bepalen van deze quota is echter een delicate zaak, aangezien dit een grote verspilling van plaatsen kan betekenen indien dit niet adequaat is bepaald. Wanneer reserves voor de aanmeldingsperiode worden aangekondigd aan ouders zodat zij een inzicht hebben in het minimum aantal beschikbare plaatsen voor elk type leerling, en de quota pas achteraf worden bepaald, dan kan men een goede sociale mix bekomen bij een beperkt aantal weigeringen. De afbreuk aan de transparantie van het beleid en het toestaan van verspilling van plaatsen is echter een maatschappelijke kwestie waaraan niet mag worden voorbij gegaan.

In dit onderzoek wordt de sociale mix binnen de scholen niet gedetailleerd bestudeerd. Een aanbeveling voor verder onderzoek is dan ook het nagaan wat de potentiële impact is van de maatregelen om de sociale mix te verbeteren voor de scholen afzonderlijk, en welke scholen gemakkelijker een sociale mix bereiken. Verder kan de structuur van de voorkeurslijsten onder de loep worden genomen. Wat is de invloed van een langere voorkeurslijst? Wat gebeurt er indien ouders hun voorkeuren op intervalschaal en niet langer op ordinale schaal en eenzelfde voorkeur kunnen opgeven voor twee scholen? Ook moet er nagegaan worden in welke mate het mogelijk zou zijn om gebruik te maken van optimaliseringssoftware voor dit soort problemen. Niet alleen hangt hier een prijskaartje aan vast en doet dit afbreuk aan de transparantie van het beleid, maar kan het model slechts met een gelimiteerde grootte van de dataset omgaan. Tenslotte moeten werknemers getraind worden om de modellen op de correcte manier te gebruiken en is er verdere ontwikkeling vereist.

Finaal kan er geconcludeerd worden dat de schoolkeuze een kwestie is die elke ouder aangaat. Daarom is het van essentieel belang dat er verder onderzoek wordt gedaan naar toewijzingsprocedures en deze verder worden geoptimaliseerd.

1. Referenties

Abdulkadiroǧlu, A. (2005). College admissions with affirmative action. *International Journal of Game Theory*, *33*(4), 535–549. http://doi.org/10.1007/s00182-005-0215-7

Abdulkadiroǧlu, A., Pathak, P. a, & Roth, E. (2006). Strategy-proofness versus Efficiency in Matching with Indifferences : Redesigning the NYC High School Match. *The New York Times*, 1–28. http://doi.org/10.1257/aer.99.5.1954

Abdulkadiroǧlu, A., & Sönmez, T. (2003). School choice: A mechanism design approach. *American Economic Review*, *93*(3), 729–747. http://doi.org/10.1257/000282803322157061

Abdulkadiroğlu, A., & Sönmez, T. (2013). Matching Markets: Theory and Practice. In Daron Acemoglu, Manuel Arellano, & Eddie Dekel (Red.), *Advances in economics and econometrics* (1ste ed., pp. 3–47). Cambridge University Press. Geraadpleegd van http://dx.doi.org/10.1017/CBO9781139060011.002

Alsteens, L. (2016, februari 11). Betere sociale mix helpt alle leerlingen vooruit. *De Standaard*.

Ashlagi, I., & Nikzad, A. (2016). *What matters in school choice tie-breaking? How competition guides design*.

Belga. (2015a). Antwerps onderwijs heeft binnen 10 jaar 15.000 extra plaatsen nodig. *De Morgen*.

Belga. (2015b, september 15). Duizenden leerlingen geweigerd op school. *Het Laatste Nieuws*.

Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. (1997). *Introduction to Linear Optimization* (1ste ed.). Massachusetts: Athena Scientific.

Bezem, G. J., & van Leeuwen, J. (1987). *Enumeration in graphs*. Utrecht.

Biro, P., & McBride, I. (2014). Integer programming methods for special college admissions problems. Computer Science and Game Theory.

Budish, E. (2012). Matching “versus” mechanism design. *ACM SIGecom Exchanges*, *11*(2), 4–15. http://doi.org/10.1145/2509002.2509005

Burkard, R., Dell’Amico, M., & Martello, S. (2009). *Assignment Problems*. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Cantillon, E. (2009). *School choice in Brussels Dutch-speaking preschools : Evaluation of the effect of the use of a distance-based tie-breaker*. *Onderzoeksrapport voor LOP Brussels Hoofdstedelijk Gewest BASIS*. Brussel.

Caron, G., Hansen, P., & Jaumard, B. (1999). The Assignment Problem with Seniority and Job Priority Constraints. *Operations Research*, *47*(3), 449–453. http://doi.org/10.1287/opre.47.3.449

Dogan, B. (2015). *Responsive Affirmative Action in School Choice* (Cahiers de Recherches Economiques du Département d’Econométrie et d'Economie politique (DEEP No. 15.02). Lausanne.

Dubins, L. E., & Freedman, D. A. (1981). Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm. *The American Mathematical Monthly*, *88*(7), 485–494.

Dur, U., Hammond, R. G., & Morrill, T. (2015). *The Secure Boston Mechanism: Theory and Experiments*.

Ehlers, L. (2006). *Respecting Priorities when Assigning Students to Schools*. Montréal, Québec, Canada: University of Montreal.

Erdil, A., & Ergin, H. (2008). What’s the matter with tie-breaking? Improving efficiency in school choice. *American Economic Review*, *98*(3), 669–689. http://doi.org/10.1257/aer.98.3.669

Gale, D., & Shapley, L. S. (1962). College Admissions and the Stability of Marriage. *The American Mathematical Monthly*, *69*(1), 9–15. http://doi.org/10.4236/tel.2012.23054

Gautier, P., De Haan, M., van der Klaauw, B., & Oosterbeek, H. (2014). *Schoolkeuze Voorgezet Onderwijs in Amsterdam : Verslag van een Simulatiestudie*. Amsterdam.

Groenez, S., & Surkyn, J. (2015). *Een capaciteitsmonitor voor het leerplichtonderwijs*.

Gusfield, D., & Irving, R. W. (1989). *The stable marriage problem: structure and algorithms*. Cambridge, MA, USA: MIT Press.

Haas, C. (2014). *Incentives and Two-Sided Matching*. Karlsruhe Institute of Technology.

Haeringer, G., & Klijn, F. (2009). Constrained school choice. *Journal of Economic Theory*, *144*(5), 1921–1947. http://doi.org/10.1016/j.jet.2009.05.002

Hafalir, I. E., Yenmez, M. B., & Yildirim, M. a. (2013). Effective affirmative action in school choice. *Theoretical Economics*, *8*(2), 325–363. http://doi.org/10.3982/TE1135

Halldórsson, M., Irving, R. W., Iwama, K., Manlove, D. F., Miyazaki, S., Morita, Y., & Scott, S. (2003). *Approximability Results for Stable Marriage Problems with Ties*.

Hatfield, J. W., & Kojima, F. (2009). Group incentive compatibility for matching with contracts. *Games and Economic Behavior*, *67*(2), 745–749. http://doi.org/10.1016/j.geb.2009.01.007

Irving, R. W. (1994). Stable marriage and indifference. *Discrete Applied Mathematics*, *48*(3), 261–272. http://doi.org/10.1016/0166-218X(92)00179-P

Irving, R. W., & Leather, P. (1986). The Complexity of Counting Stable Marriages. *SIAM Journal on Computing*, *15*(3), 655–667. http://doi.org/10.1137/0215048

Johnson, D. B. (1975). Finding All the Elementary Circuits of a Directed Graph. *SIAM Journal on Computing*, *4*(1), 77–84. http://doi.org/10.1137/0204007

Kesten, O. (2004). *Student Placement to Public Schools in US : Two New Solutions*. Rochester.

Kesten, O. (2010). school choice with consent. *The Quarterly Journal of Economics*, (August), 1297–1348. http://doi.org/10.1162/qjec.2010.125.3.1297

Klein, F., Pais, J., & Vorsatz, M. (2014). Affirmative Action through Minority Reserves : An Experimental Study on School Choice, 1–40.

Knuth, D. E. (1997). *Stable Marriage and Its Relation to Other Combinatorial Problems: An Introduction to the Mathematical Analysis of Algorithms*. Providence (R.I.): American Mathematical Soc.

Kuhn, H. W. (1955). The Hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, *2*(1-2), 83–97. http://doi.org/10.1002/nav.3800020109

Manlove, D. F., Irving, R. W., Iwama, K., Miyazaki, S., & Morita, Y. (2002). *Hard Variants of Stable Marriage*.

Ohta, N., & Kuwabara, K. (2014). An Integer Programming Approach for Two-Sided Matching with Indifferences. In D. Hwang, J. Jung, & N.-T. Nguyen (Red.), *Computational Collective Intelligence. Technologies and Applications* (pp. 563–572). Springer International Publishing. http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-11289-3\_57

Onderwijs Vlaanderen. (2012). Inschrijvingsrecht en aanmeldingsprocedures in het basisonderwijs. Geraadpleegd 15 augustus 2015, van http://data-onderwijs.vlaanderen.be/edulex/document.aspx?docid=14368

Pathak, P. a. (2011). Lotteries in student assignment. *Theoretical Economics*, *6*, 1–17. http://doi.org/10.3982/TE816

Pathak, P. A., & Sönmez, T. (2013). School Admissions Reform in Chicago and England: Comparing Mechanisms by their Vulnerability to Manipulation. *American Economic Review*, *103*(1), 80–106. http://doi.org/10.1257/aer.103.1.80

Pentico, D. W. (2007). Assignment problems: A golden anniversary survey. *European Journal of Operational Research*, *176*(2), 774–793. http://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.09.014

Roth, a. E. (1982). The Economics of Matching: Stability and Incentives. *Mathematics of Operations Research*, *7*(4), 617–628. http://doi.org/10.1287/moor.7.4.617

Ruohonen, K. (2013). *Graph theory*. Tampere University of Technology.

Shapley, L., & Scarf, H. (1974). On cores and indivisibility. *Journal of Mathematical Economics*, *1*(1), 23–37. http://doi.org/10.1016/0304-4068(74)90033-0

Tarjan, R. (1972). Depth-first search and linear graph algorithms. *SIAM Journal on Computing*, *1*(2).

Tiernan, J. C. (1970). An efficient search algorithm to find the elementary circuits of a graph. *Communications of the ACM*, *13*(12), 722–726.

Vulkan, N., Roth, A. E., & Neeman, Z. (2013). *The handbook of market design* (1ste ed.). Oxford: Oxford University Press.

# Bijlagen

## Minority reserves

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Deferred Acceptance Algorithm with Minority Reserves** |  | **Top Trading Cycles mechanism with Minority Reserves** |
| Stap 1:  Begin met de matching waarin een leerling niet wordt gekoppeld. Elke leerling meldt zich aan bij haar school van eerste keuze. Elke school accepteert eerst zoveel mogelijk minderheidsleerlingen met de hoogste prioriteiten indien er genoeg minderheidsleerlingen zijn. Nadien aanvaardt het leerlingen met de hoogste prioriteiten van de resterende leerlingen tot de capaciteit gevuld is of alle leerlingen zijn toegewezen. De rest van de leerlingen, indien er resteren, worden geweigerd door de school.  In het algemeen, bij stap k:  Start met de voorlopige matching, verkregen op het einde van stap k-1. Elke leerling die geweigerd werd in stap k-1 gaat naar de school van haar volgende keuze. Elke school overweegt de nieuwe leerlingen en de leerlingen die voorlopig werden aangewezen in stap k-1. Tussen deze leerlingen, accepteert de school eerst zoveel mogelijk minderheidsleerlingen met de hoogste prioriteiten indien er genoeg minderheidsleerlingen zijn. Nadien accepteert het leerlingen met de hoogste prioriteiten van de resterende leerlingen. De rest van de leerlingen, indien er resteren, worden geweigerd door de school. |  | Stap 1:  Begin met de matching waarin een leerling niet wordt gekoppeld. Indien een school ‘minority reserves’ heeft, wijst het naar de meest geprefereerde minderheidsleerling; zo niet, wijst het naar de meest geprefereerde leerling. Elke leerling wijst naar de meest geprefereerde school indien er een aanvaardbare school is, en wijst anders naar zichzelf. Er bestaat ten minste één cyclus. Elke leerling in elk van de cyclussen wordt gekoppeld met de school naar waar ze wijst. Alle leerlingen in de cyclussen en scholen die hun capaciteit hebben gevuld worden verwijderd. Indien er geen resterende leerling is, stop.  In het algemeen, bij stap k:  Indien een school zijn ‘minority reserves’ niet heeft gevuld, wijst het naar de meest geprefereerde minderheidsleerling indien er een minderheidsleerling resteert. Zo niet, wijst het naar de meest geprefereerde leerling. Elke leerling wijst naar de meest geprefereerde school indien er een aanvaardbare school is, en wijst anders naar zichtzelf. Er bestaat ten minste één cyclus. Elke leerling in elk van de cyclussen wordt gekoppeld met de school naar waar ze wijst. Alle leerlingen in de cyclussen en scholen die hun capaciteit hebben gevuld worden verwijderd. Indien er geen resterende leerling is, stop. |

(Hafalir e.a., 2013)

## Zoektocht naar alle elementaire circuits in een gerichte graaf

Het algoritme dat gebruikt wordt voor het vinden van elementaire circuits is een algoritme geschreven door Johnson in 1975 (Johnson, 1975). Het is een complex algoritme dat is voortgebouwd op het algoritme van Tarjan (Tarjan, 1972), maar de onnodige zoekopdrachten in het laatst vernoemde algoritme reduceert. Het algoritme van Tarjan is op zijn beurt gebaseerd op het algoritme van Tiernan (Tiernan, 1970). Vanwege de complexiteit worden enkel de algoritmes van Tiernan en Tarjan uitgelegd. De leergierige lezers kunnen het volledige algoritme van Johnson raadplegen in (Bezem & van Leeuwen, 1987).

Het algoritme is een backtrack algoritme en gaat als volgt:

Beschouw de knooppunten die genummerd zijn als 1,…,n. Kies één knooppunt v1 en bouw een elementair pad met knooppunt v1. Dit wordt gedaan aan de hand van het depth-first search (DFS) algoritme. Knooppunt v1 wordt aangeduid als ‘bezocht’ en nadien wordt een arbitrair, onbezochte buur, knooppunt v2, bezocht. Dit proces wordt herhaald vanuit knooppunt v2. Wanneer er een pad v1,…, vk is gebouwd en er is geen verdere uitbreiding mogelijk (d.w.z. het knooppunt vk heeft geen onbezochte buren), verwijder vk van het pad en ga verder met het uitbreiden van het pad v1,…, vk-1 tot er geen onbezochte paden met knooppunt k1 meer over zijn (backtracking). Kies nadien een andere startknooppunt en herhaal de procedure, v1 niet inbegrepen. Op bepaalde momenten wordt er getest of het pad een nieuw circuit oplevert.

In Tiernan’s algoritme worden er paden v1,…, vk gebouwd zodat v1 < vi, 2 <= i <= k. Wanneer er geen uitbreiding mogelijk is en een pijl van vk naar v1 bestaat, dan wordt het circuit v1, v2,…vk,v1 bewaard, wordt vk verwijderd en gaat het algoritme voort met v1, v2,…, vk-1. Deze procedure wordt herhaald met elk knooppunt als startknooppunt. Het algoritme van Tiernan gebruikt backtracking zonder enige restrictie. Elk pad v1,… vk met v1 <= vi voor alle 2 <= i <= k wordt gegenereerd (hoewel bepaalde informatie wordt opgeslagen voor het vermijden van het genereren van hetzelfde pad), maar het is duidelijk dat niet elk pad een circuit vormt.

Tarjan’s algoritme gebruikt twee stacks, een zogenaamde puntstack en een gemarkeerde stack. De puntstack houdt het pad bij dat gebouwd wordt. De gemarkeerde stack houdt de knooppunten v bij die niet gekozen kunnen worden als uitbreiding van het huidige pad, omdat ze al in het huidige pad aanwezig zijn of het is geweten dat elk pad van v tot het startknooppunt s het huidige pad doorkruist in een knooppunt verschillend van s. Wanneer het huidige pad uitgebreid is met knooppunt v, dan wordt v geplaatst aan de top van de puntstack en aan de top van de gemarkeerde stack. Het pad kan dan enkel worden uitgebreid met knooppunten die niet aanwezig zijn in de puntstack en gemarkeerde stack en niet kleiner zijn dan het startknooppunt.

Wanneer er geen uitbreiding vanuit knooppunt v mogelijk is, dan wordt v verwijderd uit de puntstack (op dit moment is v de top van de puntstack). Indien er geen circuit dat v bevat is gevonden of er is geen pad van v tot s gevonden, dan verandert de gemarkeerde stack niet zodat de knooppunten die niet in een circuit zijn betrokken samen met het huidig pad tijdelijk opgeslagen zijn. Zolang ze opgeslagen zijn in de gemarkeerde stack, kunnen ze niet gekozen worden als uitbreiding van het huidige pad, wat onnodige zoekopdrachten reduceert. Wanneer daartegenover een circuit knooppunt v bevat, dan worden alle knooppunten die boven v in de gemarkeerde stack geplaatst zijn, inclusief v, verwijderd van de stack. Zelfs de knooppunten waarvan we weten dat ze niet in een circuit met s betrokken zijn worden verwijderd, zodat er nog steeds onnodig werk wordt geleverd als we weer aankomen bij deze knooppunten. Dit probleem wordt verholpen door het algoritme van Johnson.

(Bezem & van Leeuwen, 1987)

De tijdscomplexiteit van het algoritme wordt uitgedrukt door O((n+e)(c+1)) voor elke graaf met n knooppunten, e pijlen en c elementaire circuits (Johnson, 1975).

## Voorbeeld dataset

**Lokeren**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kind ID | Indicator | School ID | Capaciteit indicator-leerlingen | Capaciteit niet-indicatorleerlingen | Voorkeur | Afstand  (km) |
| k1 | 1 | s1 | 15 | 20 | 1 | 0,343 |
| k1 | 1 | s2 | 2 | 7 | 2 | 0,738 |
| k1 | 1 | s3 | 5 | 5 | 3 | 2,648 |
| k1 | 1 | s4 | 2 | 1 | 4 | 5,478 |
| k2 | 0 | s3 | 5 | 5 | 1 | 0,236 |
| k2 | 0 | s5 | 11 | 6 | 2 | 0,894 |
| k3 | 1 | s4 | 2 | 1 | 1 | 0,486 |
| k3 | 1 | s2 | 2 | 7 | 2 | 1,238 |
| k3 | 1 | s5 | 11 | 6 | 3 | 3,443 |

Tabel 36: Voorbeeld dataset van Lokeren

**Antwerpen**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kind ID | Indicator | School ID | Capaciteit indicator-leerlingen | Capaciteit niet-indicator-leerlingen | Voorkeur | Loting-nummer | Afstand (volgorde-nummer) |
| k1 | 1 | s1 | 10 | 10 | 1 | 32 | 1532 |
| k1 | 1 | s2 | 14 | 20 | 2 | 452 | 4520 |
| k1 | 1 | s3 | 16 | 8 | 3 | 42 | 5930 |
| k1 | 1 | s4 | 19 | 11 | 4 | 9443 | 525 |
| k2 | 0 | s3 | 16 | 8 | 1 | 1358 | 4830 |
| k2 | 0 | s5 | 6 | 6 | 2 | 24860 | 218 |
| k3 | 1 | s4 | 19 | 11 | 1 | 13 | 456 |
| k3 | 1 | s2 | 14 | 20 | 2 | 89406 | 6789 |
| k3 | 1 | s5 | 6 | 6 | 3 | 789 | 10684 |

Tabel 37: Voorbeeld dataset van Antwerpen

## Resultaten voor Lokeren

### Model zonder positief actiebeleid

#### Overzicht prestatiemaatstaven

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Model 1 (MTB)** |
| **SIC** | 2 |
| **Kinderen in SIC** | 3 |
| **Kinderen in SIC (enkel indicatorleerlingen)** | 0 |
| **Kinderen in SIC (enkel niet-indicatorleerlingen)** | 2,4 |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 3 |
| **Blokkerings-paren** | 0 |
| **Sociale mix** | 46,2% |
| **SO** | 0,134 |
| **1ste keuze** | 87,8% |
| **2e keuze** | 9,4% |
| **3e keuze** | 1,3% |
| **4e keuze** | 0,0% |
| **5e keuze** | 0,0% |
| **Niet toegewezen** | 1,5% |
| **Afstand** | 40,1% |

Tabel 38: Overzicht prestatiemaatstaven - model 1 (Lokeren)

#### Impact van lengte voorkeurslijst

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Aantal opgegeven scholen** | **1ste keuze** | **2e keuze** | **Niet toegewezen** |
| **1** | 90,7% |  | 9,3% |
| **2** | 92,2% | 7,5% | 0,4% |
| **3** | 86,2% | 12,2% | 0,1% |
| **4** | 84,7% | 12,8% | 0,0% |
| **5** | 83,7% | 14,4% | 0,0% |

Tabel 39: Impact van lengte voorkeurslijst – model 1 (Lokeren)

#### Verband tussen lengte van voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur

Figuur 31: Verband tussen lengte voorkeurslijst en populariteit van school van eerste voorkeur (Lokeren)

#### Impact van populaire scholen

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **% kinderen:**  **v(k,s) = 1, s Spopulair** | **% kinderen:**  **v(k,s) = 1, s S \Spopulair** | **% kinderen:  v(k,s) = 1, s S** |
| 1 | 79,9% | 98,5% | 87,8% |
| 2 | 15,38% | 1,1% | 9,4% |
| 3 | 1,78% | 0,2% | 1,3% |
| 4 | 0% | 0,0% | 0,0% |
| 5 | 0% | 0,0% | 0,0% |
| Niet toegewezen | 2,95% | 0,2% | 1,5% |

Tabel 40: Impact van populaire scholen - model 1 (Lokeren)

#### Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **Indicator** | **Niet-indicator** |
| 1 | 95,9% | 85,6% |
| 2 | 4,1% | 11,1% |
| 3 | 0,0% | 1,4% |
| 4 | 0,0% | 0,0% |
| 5 | 0,0% | 0,0% |
| Niet toegewezen | 0,0% | 2,0% |

Tabel 41: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 1 (Lokeren)

#### Verband tussen type leerling en populariteit van school van eerste voorkeur

Figuur 32: Verband tussen type leerling en populariteit van school van eerste voorkeur (Lokeren)

### Model met positief actiebeleid

#### Overzicht prestatiemaatstaven

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Model 2 (MTB)** |
| **SIC** | 2 |
| **Kinderen in SIC** | 3 |
| **Kinderen in SIC (enkel indicatorleerlingen)** | 0 |
| **Kinderen in SIC (enkel niet-indicatorleerlingen)** | 3 |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 4 |
| **Blokkerings-paren** | 9,6 |
| **Sociale mix** | 45,3% |
| **SO** | 0,138 |
| **1ste keuze** | 87,7% |
| **2e keuze** | 9,3% |
| **3e keuze** | 1,3% |
| **4e keuze** | 0,0% |
| **5e keuze** | 0,0% |
| **Niet toegewezen** | 1,6% |
| **Afstand** | 40,1% |

Tabel 42: Overzicht prestatiemaatstaven - model 2 (Lokeren)

#### Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Voorkeur voor toegewezen school** | **Indicator** | **Niet-indicator** |
| 1 | 99,2% | 84,6% |
| 2 | 0,78% | 11,69% |
| 3 | 0,0% | 1,53% |
| 4 | 0,0% | 0,08% |
| 5 | 0,0% | 0,0% |
| Niet toegewezen | 0,0% | 2,09% |

Tabel 43: Gelijke kansen voor indicator- en niet-indicatorleerlingen - model 2 (Lokeren)

#### Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix

Figuur 33: Sensitiviteitsanalyse voor sociale mix - model 2 (Lokeren)

### Multiple versus single tie breaker

#### Overzicht prestatiemaatstaven model 1 en 2 met STB

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Model 1 (STB)** | **Model 2 (STB)** |
| **Kinderen in SIC** | 0 | 0 |
| **SIC** | 0 | 0 |
| **Efficiëntiescore** | 9,59 | 9,59 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 3,7 | 4 |
| **Blokkerings-paren** | 0 | 8,3 |
| **Sociale mix** | 46,7% | 45,4% |
| **SO** | 0,148 | 0,152 |
| **1ste keuze** | 89,6% | 89,5% |
| **2e keuze** | 6,7% | 6,6% |
| **3e keuze** | 1,8% | 2,0% |
| **4e keuze** | 0,1% | 0,1% |
| **5e keuze** | 0,1% | 0,0% |
| **Niet toegewezen** | 1,7% | 1,8% |
| **Afstand** | 39,7% | 39,7% |

Tabel 44: Overzicht prestatiemaatstaven - model 1 en 2 (STB) (Lokeren)

* + - 1. **Extra kans op toewijzing bij opgeven van niet-populaire school als eerste keuze**

Figuur 34: Impact van populaire school als eerste keuze - model 2 met MTB en STB (Lokeren)

### Impact van loting

#### Kans op toewijzing aan meest waarschijnlijke school

Figuur 35: Impact van loting op toewijzingen – model 1 & 2 (Lokeren)

#### Impact van loting op prestatiemaatstaven

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Gemiddelde** | **Max** | **Min** | **Variatie-coëfficiënt** | **95% Betrouwbaarheids-interval** |
| **Kinderen SIC** | 3,01 | 9 | 0 | 78% |  |
| **SIC** | 1,86 | 8 | 0 | 91% |  |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 | 9,61 | 9,45 | 0% | X |
| **Sociale ongelijkheid** | 0,138 | 0,256 | 0,09 | 22% | X |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 3,52 | 6 | 1 | 39% | X |
| **Sociale mix** | 45% | 46% | 44% | 1% | X |
| **Eerste voorkeur** | 88% | 90% | 85% | 1% | X |
| **Tweede voorkeur** | 9% | 13% | 6% | 14% | X |
| **Derde voorkeur** | 1% | 4% | 0% | 62% |  |

Merk op dat het aantal kinderen die toegewezen zijn aan hun school van derde voorkeur niet binnen het 95%-betrouwbaarheidsinterval bevindt. Aangezien dit aantal verwaarloosbaar klein is, vormt dit geen probleem. Het aantal kinderen in stable improvement cycles en het aantal SIC bevindt zich eveneens niet in het 95%-betrouwbaarheidsinterval.

#### Model 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Kinderen in SIC** | | **Efficiëntie-score** | | **Geweigerde kinderen** | | **SO** | | **Sociale mix** | |
| **Kinderen in SIC** |  | | -,619 |  |  | | ,440 |  |  | |
| **Efficiëntiescore** | -,619 |  |  | | ,333 | ,584 | -,810 | -,776 | ,209 |  |
| **Geweigerde kinderen** |  | | ,333 | ,584 |  | |  | -,280 |  | |
| **SO** | ,440 |  | -,810 | -,776 |  | -,280 |  | |  | |
| **Sociale mix** |  | | ,209 |  |  | |  | |  | |

Tabel 45: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 1 (MTB/STB) (Lokeren)

#### Model 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Kinderen in SIC** | | **Efficiëntie-score** | | **Geweigerde kinderen** | | **SO** | | **Sociale mix** | |
| **Kinderen in SIC** |  | | -,574 |  |  | | ,389 |  |  | |
| **Efficiëntiescore** | -,574 |  |  | | ,448 | ,624 | -,786 | -,782 |  | |
| **Geweigerde kinderen** |  | | ,448 | ,624 |  | | -,251 | -,305 | ,282 |  |
| **SO** | ,389 |  | -,786 | -,782 | -,251 |  |  | |  | |
| **Sociale mix** |  | |  | | ,282 |  |  | |  | |

Tabel 46: Correlatie tussen prestatiemaatstaven - model 2 (MTB/STB) (Lokeren)

### Loting versus afstand als ordeningscriterium – maximalisatie van toewijzingen

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 3a –**  **a(s) = 25%** | **Model 3a –**  **a(s) = 50%** | **Model 3a –**  **a(s) = 75%** |
| **Afstand** | 38,9% | 37,6% | 36,9% |
| **Kinderen in SIC** | 2,4 | 2,2 | 1,4 |
| **Efficiëntiescore** | 9,56 | 9,57 | 9,59 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 2,8 | 3,1 | 3,7 |
| **Sociale Mix** | 45,0% | 44,7% | 44,6% |
| **SO** | 0,150 | 0,155 | 0,146 |
| **1ste keuze** | 88,1% | 88,7% | 89,5% |
| **2e keuze** | 8,8% | 7,8% | 6,6% |
| **3e keuze** | 1,7% | 2,0% | 2,1% |
| **4e keuze** | 0,1% | 0,1% | 0,1% |
| **5e keuze** | 0% | 0% | 0% |
| **Niet toegewezen** | 1,3% | 1,5% | 1,7% |

Tabel 47: Overzicht prestatiemaatstaven - model 3a met toewijzingen als doelfunctie (Lokeren)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Aantal opgegeven scholen** | **% Eerste keuze - model 2** | **% Eerste keuze - model 3a (25%)** | **% Eerste keuze - model 3a (50%)** | **% Eerste keuze - model 3a (75%)** |
| 1 | 90,7% | 92,1% | 91,0% | 89,2% |
| 2 | 92,2% | 93,0% | 93,4% | 96,2% |
| 3 | 86,2% | 86,6% | 87,9% | 88,9% |
| 4 | 84,7% | 82,9% | 82,3% | 81,8% |
| 5 | 83,7% | 82,4% | 80,7% | 83,4% |

Tabel 48: Impact van aantal opgegeven scholen - model 3a met toewijzingen als doelfunctie (Lokeren)

### Impact van schaarste en overaanbod

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Model 2 - schaarste 20%** | **Model 2 - schaarste 10%** | **Model 2 - schaarste 5%** | **Model 2 - surplus 5%** | **Model 2 - surplus 10%** | **Model 2 - surplus 20%** |
| **Kinderen in SIC** | 7 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| **SIC** | 7 | 5 | 4 | 2 | 1 | 1 |
| **Efficiëntiescore** | 9,33 | 9,44 | 9,51 | 9,59 | 9,65 | 9,68 |
| **Aantal geweigerde kinderen** | 12 | 5 | 5 | 3 | 2 | 1 |
| **Blokkerings-paren** | 31,8 | 17,7 | 12,7 | 7,3 | 5,5 | 4,6 |
| **Sociale mix** | 41,1% | 43,3% | 43,2% | 46,1% | 46,4% | 46,8% |
| **SO** | 0,272 | 0,212 | 0,180 | 0,139 | 0,093 | 0,071 |
| **1ste keuze** | 74,4% | 82,0% | 85,1% | 89,2% | 92,2% | 94,2% |
| **2e keuze** | 16,5% | 13,1% | 10,8% | 8,4% | 6,3% | 4,8% |
| **3e keuze** | 3,1% | 2,3% | 1,8% | 1,0% | 0,5% | 0,4% |
| **4e keuze** | 0,2% | 0,1% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| **5e keuze** | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| **Niet toegewezen** | 5,8% | 2,5% | 2,2% | 1,4% | 1,1% | 0,6% |
| **Afstand** | 42,9% | 41,7% | 41,1% | 39,7% | 38,7% | 37,9% |

Tabel 49: Overzicht prestatiemaatstaven - model 2 in situaties van schaarste en overaanbod (Lokeren)

## Robuustheid parameters – model 3a

a(s) = 25%

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Gemiddelde** | **Max** | **Min** | **Variatiecoëfficiënt** |
| Kinderen SIC | 9 | 15 | 2 | 38% |
| SIC | 5 | 12 | 1 | 58% |
| Efficiëntiescore | 9,45 | 9,47 | 9,44 | 0,1% |
| Sociale ongelijkheid | 0,259 | 0,269 | 0,243 | 3% |
| Aantal geweigerde kinderen | 215 | 221 | 207 | 2% |
| Sociale mix | 14,0% | 14,5% | 13,7% | 2% |
| Eerste voorkeur | 81% | 81% | 80% | 0,4% |
| Tweede voorkeur | 11% | 12% | 11% | 3% |
| Derde voorkeur | 2% | 3% | 2% | 9% |

Tabel 50: Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 25% (Lokeren)

a(s) = 50%

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Gemiddelde** | **Max** | **Min** | **Variatiecoëfficiënt** |
| Kinderen SIC | 7 | 15 | 0 | 79% |
| SIC | 4 | 9 | 0 | 84% |
| Efficiëntiescore | 9 | 9 | 9 | 0,1% |
| Sociale ongelijkheid | 0,228 | 0,242 | 0,216 | 4% |
| Aantal geweigerde kinderen | 214 | 222 | 208 | 2% |
| Sociale mix | 14,3% | 14,6% | 13,7% | 2% |
| Eerste voorkeur | 81% | 82% | 81% | 0% |
| Tweede voorkeur | 11% | 12% | 11% | 3% |
| Derde voorkeur | 2% | 2% | 2% | 4% |

Tabel 51:Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 50% (Lokeren)

a(s) = 75%

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Gemiddelde** | **Max** | **Min** | **Variatiecoëfficiënt** |
| Kinderen SIC | 12 | 26 | 5 | 48% |
| SIC | 6,5 | 22 | 2 | 87% |
| Efficiëntiescore | 9,46 | 9,47 | 9,45 | 0,1% |
| Sociale ongelijkheid | 0,249 | 0,264 | 0,241 | 3% |
| Aantal geweigerde kinderen | 210 | 215 | 204 | 2% |
| Sociale mix | 14,0% | 14,2% | 13,8% | 1% |
| Eerste voorkeur | 81% | 81% | 81% | 0,3% |
| Tweede voorkeur | 11% | 12% | 11% | 2% |
| Derde voorkeur | 2% | 2% | 2% | 6% |

Tabel 52: Robuustheid prestatiemaatstaven - model 3a met a(s) = 75% (Lokeren)

## Voorbeeld twee ordeningscriteria: strategieneutraliteit

Gegeven zijn de preferenties van de kinderen die zich hebben aangemeld voor drie scholen, de ranking van deze kinderen volgens loting en volgens afstand voor deze scholen, de karakteristieken van de scholen en de karakteristieken van de aangemelde kinderen.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| s1 | s2 | s1 | s1 | s2 | s1 | s1 | s1 | s2 |
| s2 | s1 | s2 | s2 | s1 | s2 | s2 | s2 | s1 |
| s3 | s3 | s3 | s3 | s3 | s3 | s3 | s3 | s3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Criterium 1 (Loting)** | | |  | **Criterium 2 (Afstand)** | | |
|  |  |  |  |  |  |  |
| k7 | k3 | k3 |  | k8 | k5 | k9 |
| k8 | k5 | k1 |  | k3 | k7 | k5 |
| k5 | k6 | k7 |  | k7 | k4 | k4 |
| k9 | k1 | k9 |  | k1 | k2 | k1 |
| k3 | k9 | k2 |  | k6 | k3 | k6 |
| k2 | k7 | k4 |  | k4 | k1 | k2 |
| k6 | k8 | k5 |  | k2 | k6 | k3 |
| k1 | k2 | k8 |  | k5 | k9 | k8 |
| k4 | k4 | k6 |  | k9 | k8 | k7 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| **q(s)** | 4 | 4 | 4 |
| **rm(s)** | 2 | 2 | 2 |
| **rM(s)** | 2 | 2 | 2 |
| **a(s)** | 50% | 50% | 50% |

KM = {k1, k2, k3 ,k4, k5, k7, k8}

Km = {k6, k9}

De voorgaande preferenties en prioriteiten brengen de volgende toewijzingen teweeg wanneer model 3a en/of model 3b wordt toegepast:

Wanneer kind k1 echter zijn/haar preferenties wijzigt naar: , dan levert dit de volgende toewijzingen op:

Door het wijzigen van de plaats van de scholen in zijn/haar voorkeurslijst, is k1 erin geslaagd om toegewezen te worden aan een school dat volgens zijn/haar ware voorkeuren op de tweede plaats stond. Deze school geniet een hogere voorkeur dan zijn/haar oorspronkelijk toegewezen school.

Indien men het deferred acceptance algoritme toepast met deze preferenties en prioriteiten, dan levert dit andere resultaten op. Voor het deferred acceptance algoritme dient er een volgorde te worden bepaald waarin toewijzingen op basis van loting en afstand gebeuren. Voor dit voorbeeld wijst men eerst de leerlingen toe op basis van loting en nadien op basis van afstand.

*Voor de originele preferenties:*

Stap 1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen |  | | |

Stap 2:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen |  | | |

Stap 3:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen |  | | |

Men bekomt dezelfde toewijzingen als deze voor modellen 3a en 3b.

*Voor de aangepaste preferenties:*

Stap 1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen |  | | |

Stap 2:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen |  | | |

Stap 3:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **s1** | **s2** | **s3** |
| In aanmerking genomen leerlingen |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van loting |  |  |  |
| Voorlopig toegewezen op basis van afstand |  |  |  |
| Voorlopig niet toegewezen | / | | |

Men bekomt opnieuw dezelfde toewijzingen. k1 heeft er met andere woorden geen baat bij zijn/haar ware voorkeuren te verdoezelen.

## Statische versus Dynamische quota

**Antwerpen**

Tabel 53: Statische versus dynamische quota – model 5a en 5b (Antwerpen)

**Lokeren**

Tabel 54: Statische versus dynamische quota - model 5a en 5b (Lokeren)

## Optimale maximum quota

### Prestatiemaatstaven

**Lokeren**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **0,1** | **0,2** | **0,3** | **0,4** | **0,5** |
|  | **1** | **0,9** | **0,8** | **0,7** | **0,6** | **0,5** |
| **Sociale mix** | 42,9% | 41,2% | 40,5% | 37,4% | 35,6% | 32,7% |
| **# geweigerde kinderen** | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 4,6 | 9,7 | 17,1 |
| **% 1ste keuze** | 82% | 77% | 75% | 72% | 66% | 60% |
| **% 2e keuze** | 14% | 18% | 19% | 20% | 21% | 22% |
| **% 3e keuze** | 2% | 3% | 4% | 5% | 7% | 9% |
| **% 4e keuze** | 0% | 0% | 0% | 0% | 1% | 1% |
| **% 5e keuze** | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |

Tabel 55: Overzicht prestatiemaatstaven - model 5c (Lokeren)

**Antwerpen**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **0,1** | **0,2** | **0,3** | **0,4** | **0,5** |
|  | **1** | **0,9** | **0,8** | **0,7** | **0,6** | **0,5** |
| **Sociale mix** | 12,8% | 11,8% | 10,8% | 9,7% | 7,8% | 6,2% |
| **# geweigerde kinderen** | 193 | 195 | 203 | 219 | 258 | 312 |
| **% 1ste keuze** | 77,8% | 76,4% | 75,1% | 73,6% | 70,9% | 68,5% |
| **% 2e keuze** | 12,9% | 13,7% | 14,2% | 14,7% | 15,3% | 15,7% |
| **% 3e keuze** | 3,4% | 3,8% | 4,1% | 4,5% | 5,2% | 5,6% |
| **% 4e keuze** | 1,0% | 1,1% | 1,3% | 1,5% | 1,7% | 1,9% |
| **% 5e keuze** | 0,3% | 0,3% | 0,4% | 0,5% | 0,6% | 0,7% |

Tabel 56: Overzicht prestatiemaatstaven - model 5c (Antwerpen)

### Ex ante versus Ex post bepaling van quota

Figuur 36: Bepaling van quota vóór en na aanmeldingen – model 5b & 5c (Lokeren)

### Scholen met een verbetering in sociale mix

In onderstaande tabel wordt er aangetoond dat scholen die een proportioneel hogere afwijking van de norm voor sociale mix hebben (d.w.z. rekening houdend met de bezetting van de scholen), een reductie in bezetting hebben ondergaan. Enkel school 1100000 heeft geen reductie ondergaan ondanks de hoge afwijking, vanwege het minimum dynamische quotum van 70% als bovengrens. Een reductie in bezetting van die scholen bewijst echter niet dat de bovengrenzen voor die specifieke scholen is gedaald. Het aantal blokkeringsparen horend bij deze scholen toont dit echter wel aan. Het aantal blokkeringsparen is voor deze scholen significant hoger. Hieruit kan men besluiten dat de bovengrenzen voor een bepaald type leerling van die scholen lager is dan de capaciteit van de school min de toegewezen leerlingen van het andere type. Gemiddeld komen er 61 kinderen voor in de blokkeringsparen.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **School** | **Bezetting -**  **model 5b met quota**  **uit model 5c**  **(1)** | **Bezetting –**  **model 2**  **(2)** | **Reductie in bezetting**  **(2) – (1)** | **Afwijking sociale mix – model 2**  **(3)** | **Afwijking sociale mix \* bezetting – model 2**  **(3)\*(2)** |
| 1000000 | 9 | 8 | 0 | 26% | 2,14 |
| 1100000 | 22 | 21 | 0 | 45% | 9,62 |
| 1200000 | 11 | 7 | 0 | 70% | 5,10 |
| 1300000 | 19 | 18 | 0 | 14% | 2,57 |
| 1400000 | 7 | 6 | 0 | 14% | 0,83 |
| 1500000 | 9 | 10 | 1,31 | 67% | 6,87 |
| 1600000 | 19 | 21 | 2,24 | 45% | 9,67 |
| 1700000 | 18 | 16 | 0 | 49% | 7,78 |
| 1800000 | 12 | 16 | 4 | 50% | 8,00 |
| 1900000 | 11 | 7 | 0 | 34% | 2,30 |
| 2000000 | 9 | 10 | 0,66 | 40% | 3,83 |
| 2100000 | 15 | 21 | 6 | 52% | 11,00 |
| 2200000 | 7 | 11 | 4 | 73% | 8,00 |
| 2300000 | 17 | 25 | 7,91 | 68% | 16,94 |
| 2400000 | 16 | 13 | 0 | 5% | 0,64 |

Tabel 57: Verbetering van sociale mix in scholen – model 5c (Lokeren)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **School** | **Gemiddeld aantal BP** |  | **School** | **Gemiddeld aantal BP** |  | **School** | **Gemiddeld aantal BP** |
| 1000000 | 0 |  | 1500000 | 2 |  | 2100000 | 19 |
| 1100000 | 2 |  | 1600000 | 5 |  | 2200000 | 8 |
| 1200000 | 0 |  | 1800000 | 19 |  | 2300000 | 14 |
| 1300000 | 0 |  | 1900000 | 1 |  | 2400000 | 0 |
| 1400000 | 0 |  | 2000000 | 2 |  |  |  |

Tabel 58: Gemiddeld aantal blokkeringsparen - model 5c (Lokeren)