



Universiteit
Antwerpen

Faculteit Wetenschappen
Departement Fysica

Academiejaar 2010-2011

**Volveld tijdsgeresolveerde digitale
holografie: vierdimensionale beeldvorming
van vibraties en vervormingen met
nanometer resolutie**

Daniël De Greef

Promotor: Prof. Dr. J. Dirckx
Copromotor: Drs. J. Soons

Bimef

PROEFSCHRIFT INGEDIEND TOT HET BEHALEN VAN DE GRAAD VAN
MASTER IN DE FYSICA

Dankwoord

Een bekend gezegde waarvan het positivisme mij persoonlijk erg aanspreekt luidt: “In het leven bestaan er geen problemen, alleen uitdagingen.” Een interessante en inspirerende uitspraak, zonder enige twijfel. De uitdaging die mij aan het begin van deze thesis recht in het aangezicht staarde, had echter wel degelijk een probleem gevormd zonder de hulp en bijstand van enkele personen.

Op de eerste plaats komt dan uiteraard de promotor van deze thesis, Professor Joris Dirckx, iemand voor wie mijn respect geen grenzen kent. Met zijn onuitputtelijke kennis en jarenlange expertise in het onderzoeksdomein van de biomedische fysica, was hij een onvervangbare begeleider tijdens het vormen van deze thesis. Ik zou deze aimabele persoon dan ook enorm hard willen bedanken voor alle ondersteuning die ik vanwege hem heb ondervonden, alsook voor het beschikbaar stellen van al het benodigde materiaal.

Ook de copromotor van deze thesis, doctorandus Joris Soons, kan een eigen paragraaf in dit dankwoord opeisen. Altijd bereid om zijn antwoorden op mijn ongetwijfeld domme vragen miljoenen malen te herformuleren totdat ik ermee weg was. Door zijn ervaring in de optische meettechnieken was hij de ideale copromotor bij dit werk.

Stel je nu eens voor dat ik op een bureau werd geplaatst naast iemand waarmee ik niet kon praten over de laatste aflevering van *The Big Bang Theory* (een sitcom over fysici). Dan zouden de lange dagen die ik spendeerde aan deze thesis niet zo geweldig amusant geweest zijn als ze nu zijn geweest. Daarom was ik zeer blij met mijn buurman Dr. Johan Aerts, die mijn dagen opfleurde met geniale Matlab-tips en ongeëvenaarde one-liners.

Een eigen paragraaf in het dankwoord verdienen ook dr. Jan Buytaert en doctorandus Sam Van der Jeught. Deze intussen goede vrienden hebben mij ontzettend geholpen met problemen, gaande van cameradrivers (tot ze uit onze oren kwamen) tot onvoorstelbaar nuttige programmeertips. Ook de andere doctorandi bij Bimef, Jef Aernouts, Adriaan Campo en Wasil Salih stonden altijd voor me klaar als ik bij hen kwam aankloppen met een vraag of probleem.

Maar hiermee is de contributie van Bimef-leden nog niet afgelopen. De

totstandkoming van deze thesis was ondenkbaar zonder de hulp van twee personen die zich keer op keer inzetten om de praktische kant van de zaak werkende te houden. Ik heb het dan natuurlijk over mechanicus Fred Wiese en electronicus William Deblauwe, zonder wiens technische meesterschap de realisatie van deze thesis nooit mogelijk was geweest.

En tussendoor waren er de gezellige lessen met mijn medestudenten. Niet alleen dit jaar, maar gedurende mijn gehele studie voelde ik mij thuis in deze groep die ervoor zorgde dat het elke keer weer een plezier was om richting campus te pendelen. Ook mijn vrienden buiten de universiteit verdienen een woord van dank, voor de fantastische momenten van afleiding waarop ik aan alles wilde denken behalve mijn studie.

Deze studie zou nooit mogelijk zijn geweest, als ik niet de fantastische ouders had die ik nu heb. Door hen heb ik de kans om deze studie te volgen. Echter, een vermelding in dit dankwoord is bijna ironisch, omdat de invloed en steun vanwege mijn ouders uiteraard veel verder reiken dan deze thesis. Voor onvoorstelbaar veel zaken zeg ik dus: mama en papa, bedankt voor alles! Daarnaast zorgen ook mijn broer Stefan, zus Jessica, schoonbroer Luc en nichtje Amelie voor een heel erg aangename sfeer waarin ik thuis kan leven.

Maar het werken aan deze thesis zou mij nooit zo'n gevoel van voldoening hebben gegeven, als mijn lieve lieve vriendin Ellen er niet was geweest. Tijdens mijn gehele studie gaf ze mij de grootst denkbare steun, zowel op de mooie als op de zware momenten. Bij alles wat je voor me hebt gedaan voelde ik in mijn hart je liefde voor mij. Woorden schieten tekort bij het beschrijven wat jij voor mij betekent dus laat mij het hierbij houden: ik hou onbeschrijflijk veel van jou!

Bedankt iedereen!

Inhoudsopgave

1	Inleiding	6
2	Theoretische achtergrond van holografie	7
2.1	Propagatie van licht	7
2.1.1	De elektromagnetische golfvergelijking	7
2.1.2	Vlakke golfoplossing	8
2.1.3	Sferische golfoplossing	9
2.2	Scalaire diffractietheorie	9
2.3	Fresnel diffractie	10
2.4	Interferentie en coherentie	11
2.5	Klassieke fotografie	13
3	Holografie	14
3.1	Het principe van holografie	14
3.2	Reconstructie van een hologram	16
3.3	Holografische interferometrie	18
3.3.1	Double-exposure holografische interferometrie	19
3.3.2	Time-average holografie	21
3.3.3	Interferentiefase	23
3.3.4	Gevoeligheidsvector	25
3.3.5	Het probleem van de meerduidigheid	27
4	Digitale holografie	29
4.1	Opname van een digitaal hologram	29
4.2	Reconstructie van een digitaal hologram	31
4.3	Praktische componenten van de opstelling	35
4.4	Voorbeeld van een digitaal hologram	38
4.5	De D.C.-term	42
4.5.1	Onderdrukking van de D.C.-term	46
4.6	Het virtuele beeld	48
5	Digitale holografische interferometrie	50
5.1	Double-exposure methode	50
5.2	Fase-extractie	53
5.3	Fasedemodulatie	57

6	Digitale holografische vibratieanalyse	60
6.1	Time-average	60
6.2	Stroboscopisch belichte double-exposure opnamen	63
6.3	Tijdsgeresolveerde vibratieanalyse	65
7	Meetresultaten en evaluatie	69
7.1	Statische interferometrie	69
7.1.1	Plaatje	70
7.1.2	Vogelbek	76
7.2	Vibratieanalyse	80
7.2.1	Time-average en double-exposure opnamen	82
7.2.2	Tijdsgeresolveerde opnamen	92
8	Conclusie	99
	Referenties	100

1 Inleiding

Holografie is een lensloze beeldvormingstechniek, ontwikkeld door Gabor in 1948 [1] (Nobelprijs van de Fysica in 1971[2]), om volledige complexe golffuncties van objecten te registreren. In tegenstelling tot gewone lensgebaseerde fotografie, waarbij alleen de intensiteit van het invallende licht wordt geregistreerd, gaat bij holografie ook de fase-informatie niet verloren. Hierdoor is het mogelijk om 3D-informatie van een object op te slaan en te reproduceren. Het woord holografie (van het Griekse ‘holos’, compleet, en ‘graphein’, opname) betekent dan ook ‘het opnemen van alles’. Dit gebeurt door het licht, afkomstig van het object, te laten interfereren met een referentiebundel. De resulterende intensiteitsverdeling in het vlak van de opname zal interferentiefrajes vertonen die de gewenste informatie over het object bevatten. Op deze manier wordt de fase-informatie gecodeerd in de opgenomen intensiteitsverdeling, wat uiteraard nog steeds het enige is wat rechtstreeks geregistreerd kan worden. Hoe groter de hoek tussen de twee bundels, hoe fijner de interferentiefrajes. Lange tijd is deze registratie alleen mogelijk geweest op een fotografische emulsieplaat. Pas de laatste decennia zijn de pixels van CCD-camera’s (*Charge-Coupled Device*) voldoende fijn om bij zeer kleine hoeken de interferentiefrajes te kunnen registreren.

In de volgende sectie wordt een theoretische achtergrond opgebouwd die vertrekt bij de diepste fundamenteën van onze kennis over optica, namelijk de wetten van Maxwell. De derde sectie introduceert het principe van de holografie en zal proberen de kracht van deze techniek te illustreren, met als belangrijkste toepassing de holografische interferometrie. In de vierde sectie wordt de stap naar de digitale wereld gezet waarbij de golffronten worden opgenomen door een CCD-camera en worden gereconstrueerd door een computer. Vervolgens wordt in sectie 5 aangetoond hoe deze flexibele en efficiënte techniek interferometrisch kan worden gebruikt, waarna sectie 6 de toepassing van deze digitale holografische interferometrie op trillende voorwerpen behandelt: de digitale holografische vibratieanalyse. Met stroboscopisch belichte opnamen realiseren we uiteindelijk tijdsgeresolveerde veld interferometrie op trillende objecten. Hiermee kan full-field vervormingsinformatie worden gemeten en getoond in functie van de tijd, waardoor er kan gesproken worden van vierdimensionale beeldvorming.

2 Theoretische achtergrond van holografie

In deze theoretische sectie zullen de optische principes achter de holografie worden uitgelegd. Eerst wordt de propagatie van licht beschreven, die vervolgens gebruikt wordt bij de scalaire diffractietheorie. Een aantal benaderingen hierop, die in veel praktische gevallen toelaatbaar zijn, leidt tot de Fresnel-diffractie. Tot slot zal dit alles worden gebruikt in het voorbeeld van de klassieke fotografie. Voor deze sectie werd referentie [3] op meerdere plaatsen gevolgd.

2.1 Propagatie van licht

2.1.1 De elektromagnetische golfvergelijking

Zichtbaar licht is een vorm van een meer algemeen fysisch verschijnsel, de elektromagnetische straling. Net zoals alle andere verschijnselen van elektromagnetisme kan ook dit verschijnsel worden verklaard vanuit de fundamentele wetten van Maxwell. Deze wetten koppelen de vier belangrijkste elektromagnetische vectorgrootheden: de elektrische veldsterkte \vec{E} , de elektrische fluxdichtheid \vec{D} , de magnetische veldsterkte \vec{H} en de magnetische fluxdichtheid \vec{B} . In termen van vrije ladingen luiden de Maxwell-vergelijkingen in differentiaalvorm:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_v, \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Hierin is ρ_v de elektrische ladingsdichtheid en \vec{J} de stroomdichtheid. Dit zijn de zogenaamde brontermen die het elektromagnetische veld genereren.

Ook het bestaan van elektromagnetische golven vloeit op een mooie, natuurlijke manier voort uit deze wetten. Het is meteen duidelijk uit vergelijkingen (2.3) en (2.4) dat een variërend magnetisch veld een variërend elektrisch veld opwekt en vice-versa. Deze koppeling is het fundament van de propagatie van EM golven.

Na het toepassen van een aantal vectoreigenschappen leiden de Maxwell-vergelijkingen tot een golfvergelijking. Deze geldt in een lineair, homogeen en isotroop materiaal, gekarakteriseerd door de magnetische permeabiliteit,

μ , en de diëlektrische constante, ϵ van het propagatiemedium en luidt:

$$\Delta \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \vec{J}_c}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \rho_v, \quad (2.5)$$

waarin $\Delta = \vec{\nabla}^2$ de Laplace-operator (Laplaciaan) voorstelt.

Eens er een veld gegeneerd is in een omgeving zonder brontermen \vec{J}_c en ρ_v , zal dit veld zich verderzetten volgens de homogene vector golfvergelijking:

$$\Delta^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.6)$$

waarbij $v^2 = \frac{1}{\mu\epsilon}$. Deze relatie laat toe om de snelheid van dergelijke golven in vacuüm te berekenen. Maxwell kwam uit bij een waarde van $\pm 300 \times 10^6$ m/s, wat verbluffend dichtbij de beste metingen van de lichtsnelheid in die tijd was. Hieruit kon hij als eerste de gewaagde stelling poneren dat licht equivalent is met de propagatie van een elektromagnetische golf.

Voor de eenvoud kan de vectorvergelijking (2.6) worden ontbonden in drie scalaire golfvergelijkingen:

$$\Delta \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.7)$$

met $\psi = E_x, E_y, E_z$.

2.1.2 Vlakke golfoplossing

Eén van de eenvoudigste oplossingen van (2.7) is de vlakkegolf-oplossing:

$$\psi(x, y, z, t) = \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{R})], \quad (2.8)$$

waarbij ω de angulaire frequentie en \vec{k} de golfvector worden genoemd. Dit is enkel een oplossing als geldt dat:

$$\frac{\omega^2}{|\vec{k}|^2} = v^2. \quad (2.9)$$

Wanneer het assenstelsel zo gekozen wordt dat de golf in de z -richting propageert, dan wordt vergelijking (2.8):

$$\begin{aligned} \psi(z, t) &= \exp[i(\omega t - kz)] \\ &= \exp[i\omega t] \exp[-i\theta(z)]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

In bovenstaande uitdrukking werd de belangrijke grootte fase $\theta(z)$ ingevoerd. Het is duidelijk dat deze afhangt van de plaats langsheen de optische as en de golfeigenschappen: $\theta(z) = kz = \frac{2\pi}{\lambda}z$, waarbij λ de golflengte is. Als de fase op het punt z_0 gelijk is aan θ_0 : $\theta(z = z_0) = \theta_0$ zien we onmiddellijk de bekende eigenschap dat punten die op een afstand λ van elkaar liggen in de propagatierichting een faseverschil van 2π hebben:

$$\begin{aligned}\theta(z = z_0 + \lambda) &= k(z_0 + \lambda) \\ &= \theta(z = z_0) + k\lambda \\ &= \theta_0 + 2\pi.\end{aligned}\tag{2.11}$$

Deze eigenschap illustreert de betekenis van vlakke golffronten.

2.1.3 Sferische golfoplossing

Na het omzetten van de golfvergelijking (2.7) naar sferische coördinaten wordt deze in de eenvoudigste vorm:

$$\frac{\partial^2(R\psi)}{\partial R^2} = \frac{1}{v} \frac{\partial^2(R\psi)}{\partial t^2},\tag{2.12}$$

waarvan de meest simpele oplossing luidt:

$$\begin{aligned}\psi(R, t) &= \frac{1}{R} \exp[i(\omega t - kR)] \\ &= \frac{1}{R} \exp[i\omega t] \exp[i\theta(R)].\end{aligned}\tag{2.13}$$

Ook hier is duidelijk dat twee punten in de ruimte die op een radiale afstand λ van elkaar liggen, een faseverschil van 2π hebben. Golffronten hebben in dit geval de vorm van een boloppervlak en worden sferische golffronten genoemd.

2.2 Scalaire diffractietheorie

De behandelde oplossingen van de golfvergelijking 2.7 waren tot hiertoe niet onderworpen aan een beginvoorwaarde. De scalaire diffractietheorie behandelt het probleem waarbij de scalaire golfvergelijking wordt opgelost vanuit een bepaalde beginconditie: hoe propageert de golf daarna verder? Een mogelijk voorbeeld is een perfecte vlakke golf die een apertuur met een bepaalde vorm passeert. Hoe ziet de golf functie er dan uit na een afstand z ?

De beginconditie wordt voorgesteld door een bepaalde functie $\psi_{p0} = \psi_p(x, y; z = 0)$. De modeloplossing die wordt voorgesteld heeft de vorm:

$$\psi(x, y, z, t) = \psi_p(x, y; z) \exp[i\omega t]. \quad (2.14)$$

Hierin is $\psi_p(x, y; z)$ de te bepalen onbekende, die de complexe amplitude genoemd wordt. De exacte oplossing van dit probleem is een convolutie van de beginconditie met de spatiale impulsresponsfunctie van de propagatie van licht G [3]:

$$\begin{aligned} \psi_p(x, y; z) &= \psi_{p0} * G(x, y; z) \\ G(x, y; z) &= \frac{ik \exp[-ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}]}{2\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ &\quad \times \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \left(1 + \frac{1}{ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dit is natuurlijk een zeer lastige uitdrukking, die al meteen wat overzichtelijker wordt wanneer ze naar de Fourierruimte getransformeerd wordt. Daarvoor gebruikt men de 2D-Fouriergetransformeerde van de complexe amplitude $\Psi_p(k_x, k_y; z) = \mathcal{F}_{xy}\{\psi_p(x, y; z)\}$. Logischerwijs representeert $\Psi_{p0}(k_x, k_y)$ de getransformeerde van de beginvoorwaarde. De oplossing luidt in deze ruimte:

$$\begin{aligned} \Psi_p(k_x, k_y; z) &= \Psi_{p0}(k_x, k_y) \mathcal{H}(k_x, k_y; z) \\ \mathcal{H}(k_x, k_y; z) &= \exp \left[-ik \sqrt{1 - \frac{k_x^2}{k^2} - \frac{k_y^2}{k^2}} z \right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.3 Fresnel diffractie

De Fresnel diffractietheorie is een simplificatie van de scalaire diffractietheorie waarbij er een aantal benaderingen worden gemaakt:

1. Er wordt steeds ver weg van het apertuur geobserveerd in vergelijking met de golflengte: $z \gg \lambda = 2\pi/k$. Dit laat toe om de volgende factor te vervangen door 1:

$$\left(1 + \frac{1}{ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \approx 1. \quad (2.17)$$

2. De paraxiale benadering stelt dat nooit ver van de optische as afgeweken wordt, m.a.w. $z^2 \gg x^2 + y^2$. Dit laat toe om de vierkantswortel als volgt te expanderen:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}. \quad (2.18)$$

In de fasefactor van uitdrukking (2.15) wordt deze benadering toegepast. In de minder gevoelige noemers van de amplitudefactoren wordt alleen de eerste expansieterm gebruikt.

Met deze benaderingen wordt $G(x, y; z)$ de zogenoemde *spatiale impulsrespons in Fourieroptica*:

$$h(x, y; z) = \frac{ik \exp[-ikz]}{2\pi z} \exp \left[\frac{-ik(x^2 + y^2)}{2z} \right]. \quad (2.19)$$

Ook in de Fourierruimte wordt de beschrijving nu compacter:

$$H(k_x, k_y; z) = \exp[-ikz] \exp \left[\frac{i(k_x^2 + k_y^2)z}{2k} \right]. \quad (2.20)$$

$H(k_x, k_y; z)$ wordt de *spatiale frequentie transferfunctie van de Fourieroptica* genoemd. Een vermenigvuldiging met de spatiale frequentie transferfunctie van de Fourieroptica in de Fourierruimte wordt de Fresneltransformatie genoemd.

2.4 Interferentie en coherentie

Interferentie is een zeer belangrijk concept in de optica, dat optreedt wanneer twee coherente bundels samenvallen. Het is een basisprincipe in ontelbare optische toepassingen en dat is bij de holografie niet anders. De voorwaarde waaraan twee monochromatische golfvelden moeten voldoen om aan interferentie te kunnen doen is dat ze coherent moeten zijn. Coherentie een begrip waarmee wordt uitgedrukt wat de mate van correlatie is tussen de faserelaties van de twee bundels. Indien twee golven coherent zijn, is het mogelijk om een vast interferentiepatroon te verkrijgen door deze golven te laten samenvallen op een scherm. Indien ze niet coherent zijn, zal het patroon niet constant blijven in de tijd.

Wanneer twee lichtbundels met een weglengteverschil l samenvallen en een bepaald interferentiepatroon genereren zullen de franjes een contrast

$V(l)$ vertonen, afhankelijk van dit weglengteverschil. De coherentie $\gamma(l)$ tussen de twee bundels wordt dan gedefinieerd als:

$$|\gamma(l)| = V(l). \quad (2.21)$$

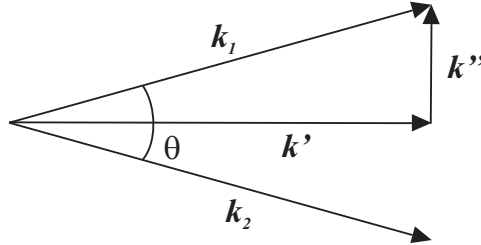
De *coherentielen* wordt gedefinieerd als het weglengteverschil l_c waarbij het contrast gelijk is aan $1/e \approx 0,37$. Als twee bundels samenvallen die afkomstig zijn van eenzelfde laserbron (met een coherentielen l_c) en die een verschil in weglengte hebben dat groter is dan l_c , dan zal het de contrast niet groot zijn. Dit is voor vele toepassingen nefast en daar is de holografie geen uitzondering op. Bij het bouwen van een opstelling moet er dus altijd voor gezorgd worden dat het weglengteverschil tussen twee bundels die met elkaar interfereren zeker niet groter is dan de coherentielen van de laser.

Wanneer twee coherente golfvectors

$$\psi_1 = I_1 \exp \left[i \left(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \phi_1 \right) \right] \quad (2.22)$$

$$\psi_2 = I_2 \exp \left[i \left(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \phi_2 \right) \right], \quad (2.23)$$

met verschillende fase en propagatierichting, maar met gelijke frequentie en polarisatie met elkaar interfereren, ontstaat er een patroon van franjes. Een schematische voorstelling wordt gegeven in figuur 2.1.



Figuur 2.1: Twee golfvectors met gelijke grote maar verschillende richting.

De halve verschilvector \vec{k}'' heeft een grootte $\frac{|\vec{k}_2 - \vec{k}_1|}{2} = \sin \frac{\theta}{2} |\vec{k}_1| = \sin \frac{\theta}{2} \frac{2\pi}{\lambda}$. Er kan aangetoond worden dat de maxima van deze franjes in de richting van \vec{k}'' een afstand

$$\begin{aligned} d &= \frac{\pi}{|\vec{k}''|} \\ &= \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

van elkaar verwijderd zijn [4].

2.5 Klassieke fotografie

Een klassieke foto, hoe scherp en prachtig ze dezer dagen ook mogen zijn, is zeer beperkt. Het is namelijk een 2D voorstelling van iets wat driedimensionaal is. Een 3D scene wordt geprojecteerd op een 2D vlak. Om aan te tonen dat alle 3D informatie verloren gaat in een gewone foto, kan berekend worden wat de transparantie van de film zal zijn na de opname van een puntbron op een bepaalde afstand.

De transparantie van een fotografische plaat is evenredig met de intensiteit van het licht dat erop gevallen is tijdens de belichting: $t(x, y) \propto I(x, y) = |\psi_p(x, y; z_0)|^2$, waarbij $\psi(x, y; z_0)$ de golffunctie van het licht is op het oppervlak van de plaat. Als we een puntbron $\delta(x, y)$ in het punt $(x = x_0, y = y_0, z = 0)$ op een afstand z_0 voor de fotografische plaat beschouwen, dan is het heel simpel om de golffunctie aan deze plaat te berekenen vanuit de Fresnel diffractietheorie:

$$\begin{aligned} \psi_p(x, y; z_0) &= \delta(x - x_0, y - y_0) * h(x, y; z_0) \\ &= \frac{ik}{2\pi z} \exp[-ikz_0] \exp\left[\frac{-ik((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)}{2z_0}\right]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

De transparantie na opname van deze golffunctie is dan:

$$t(x, y) \propto |\psi_p(x, y; z_0)|^2 = \left(\frac{k}{2\pi z_0}\right)^2. \quad (2.26)$$

Uit dit resultaat is niet meer te achterhalen in welk ruimtelijk punt de bron zich bevond op het moment van de opname. Als de puntbron in een ander punt $(x = x_1, y = y_1, z = 0)$ had gestaan was het resultaat niet anders geweest. De diepte z_0 is eventueel nog te achterhalen maar moet men weten hoe sterk de lichtbron was. Bijna alle 3D informatie is dus verloren gegaan bij deze opname. Dit is te wijten aan het feit dat de fase-informatie wordt vernietigd in dit opnameproces.

3 Holografie

De uiteenzetting over klassieke fotografie in de vorige sectie zal des te duidelijker maken hoe belangrijk en interessant de holografie is. Het is een techniek die wél de volledige 3D informatie van een object kan opslaan. In deze sectie zal zowel het principe van een hologramopname als de reconstructie van de opgeslagen golfvronten mathematisch worden behandeld. Hierna wordt uitgelegd hoe deze opnamen ook interferometrisch kunnen worden gebruikt om kleine vervormingen van objecten te analyseren. In deze sectie werden [3] en [4] gebruikt.

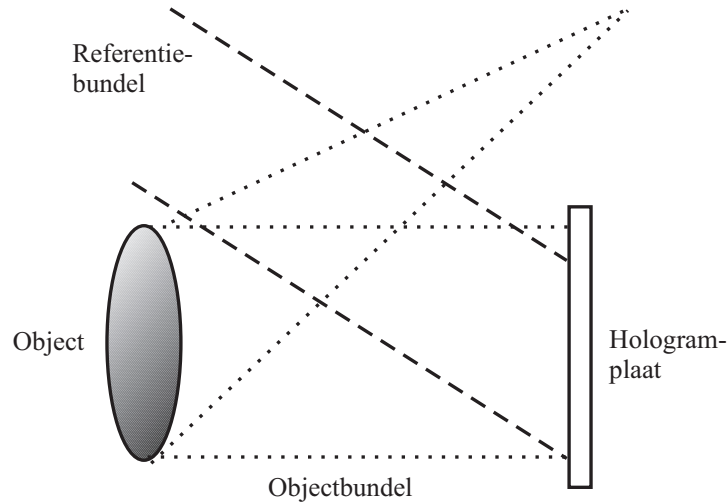
3.1 Het principe van holografie

Zoals reeds aangehaald kan men met holografie de volledige complexe golf-functie van het invallende licht reconstrueren. Hoe wordt dit praktisch gedaan? De fotografische plaat wordt bij holografie niet belicht door één maar door twee lichtbundels: de *objectbundel* (OB) en de *referentiebundel* (RB). De objectbundel is de lichtbundel die afkomstig is van het object en wordt ψ_o genoemd. De referentiebundel is een bundel waarvan de golf-functie in principe op elk punt gekend is. In de meeste gevallen is dit een vlakke golf of een sferische golf. Deze bundels moeten interfereren in het vlak van de opname. Het vermogen van deze twee bundels om met elkaar te interfereren wordt gegeven door de coherentie, een grootte die besproken werd in sectie 2.4 en die aangeeft hoe vast de faserelatie is tussen de twee bundels. Om ervoor te zorgen dat er interferentie mogelijk is, moeten OB en RB worden afgesplitst van dezelfde laserbundel. Het concept van een holografie-opname wordt duidelijk aan de hand van figuur 3.1.

Als op deze manier hetzelfde gedachtenexperiment van een puntbron-opname wordt gedaan, ziet men dadelijk de kracht van holografie. Laten we uitgaan van een puntbron die niet op de optische as ligt: $\delta(x - x_0, y - y_0)$. Dit geeft de volgende objectgolf-functie:

$$\begin{aligned} \psi_o(x, y; z_0) &= \delta(x - x_0, y - y_0) * h(x, y; z_0) \\ &= \frac{ik}{2\pi z_0} \exp[-ikz_0] \exp\left[\frac{-ik((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)}{2z_0}\right]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Als referentiebundel kan een vlakke golf gekozen worden die loodrecht invalt op de plaat. Er wordt verder aangenomen dat de fase van deze golf dezelfde is als die van de puntbron op een afstand z_0 van de plaat. Dan wordt de golf-functie op deze afstand: $\psi_r = R \exp[-ikz_0]$. R is de amplitude van de



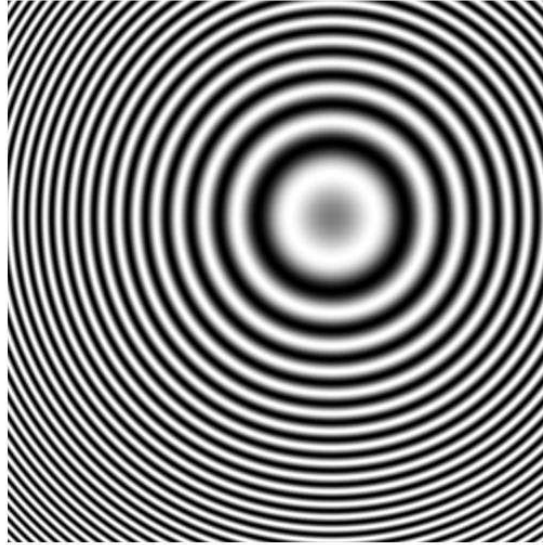
Figuur 3.1: Het concept van holografie: het gereflecteerde licht, afkomstig van het object, interfereert in het vlak van de opname met een referentiebundel. Op deze manier wordt naast intensiteitsinformatie ook fase-informatie van de objectbundel opgeslagen in de hologramplaat.

RB. De uiteindelijke intensiteit van de bundel in het opnamevlak is:

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= |\psi_r + \psi_o|^2 \\
 &= \underbrace{|\exp[-ikz_0]|^2}_{=1} \cdot \left| R + \frac{ik}{2\pi z_0} \exp \left[-ik \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2z_0} \right] \right|^2 \\
 &= R^2 + \left(\frac{k}{2\pi z_0} \right)^2 + R \frac{k}{\pi z_0} \sin \left\{ \frac{k}{2z_0} \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right\} \\
 &= FZP(x - x_0, y - y_0; z_0). \tag{3.2}
 \end{aligned}$$

De laatste uitdrukking wordt de *Fresnel Zone Plate (FZP)* genoemd. Dit is het hologram dat wordt geregistreerd wanneer er alleen een puntbron aanwezig is. Het is een zogenaamde gepulseerd frequentiegemoduleerde *chirp functie* omdat de frequentie toeneemt vanaf een bepaald centrum. Dit centrum is in dit geval het punt (x_0, y_0) . De frequentie van de sinus is in dit punt gelijk aan nul en neemt rond dit punt lineair toe of af weg van het centrum. In de ene richting neemt ze toe en in de andere af, wat voor eenzelfde effect zorgt vermits signalen met tegengestelde frequenties er hetzelfde uitzien. Een voorbeeld van een off-axis chirp function is te zien in figuur 3.2. De fase van de OB wordt niet rechtstreeks gemeten maar door de slimme

opstelling zit deze wel gecodeerd in de opname.



Figuur 3.2: Een off-axis chirp functie.

Uit deze opname kan de volledige 3D-informatie van de puntbron worden gehaald. De plaats in het (x, y) -vlak wordt simpelweg gegeven door het centrum van de FZP en de diepte z_0 kan gevonden worden door op eender welke plaats de lokale frequentie te berekenen. Bijvoorbeeld, op de horizontale door (x_0, y_0) is de lokale frequentie gelijk aan:

$$f_{\text{lok}} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dx} \left(\frac{k}{2z_0} x^2 \right) = \frac{x}{\lambda z_0}. \quad (3.3)$$

Indien men dus op een punt (x_1, y_0) de lokale frequentie berekent uit de opgenomen transparantie $t(x, y) \propto I(x, y)$, kan de diepte z_0 uit deze frequentie berekend worden.

3.2 Reconstructie van een hologram

Wanneer een opgenomen hologram na het ontwikkelen opnieuw belicht wordt door de RB, spreekt men van *reconstructie* van het hologram. Waarom dit zo genoemd wordt is eenvoudig in te zien als we deze situatie mathematisch beschrijven. Het opgenomen hologram heeft een bepaald transparantieprofiel

$t(x, y)$ dat alle informatie van het hologram bevat. Van de reconstructiebundel kan zonder verlies van algemeenheid worden aangenomen dat de golf-functie in het vlak van het hologram gelijk is aan $\psi_{\text{Re}}(x, y) = R'$. Wanneer deze het opgenomen hologram passeert, zal de golf vlak na het hologram gelijk zijn aan $\psi_{\text{Re}}(x, y)t(x, y)$. In het gebruikte voorbeeld van een off-axis puntbronname kunnen we de sinus eerst herschrijven als exponentiëlen:

$$t(x, y) \propto a^2 + \left(\frac{k}{2\pi z_0}\right)^2 - a \frac{k}{2\pi z_0} i \left\{ \exp \left[\frac{ik}{2z_0} \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right] - \exp \left[-\frac{ik}{2z_0} \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right] \right\}. \quad (3.4)$$

De propagatie van de ingestuurde reconstructiebundel na het passeren van deze transparantie kan beschreven worden met de Fresnel-diffractie. De golf-functie moet dan vlak na de transparantie geconvolveerd worden met (2.19): $t(x, y)\psi_{\text{Re}} * h(x, y; z)$. Dit geeft drie verschillende golffronten die, geëvalueerd in de respectievelijk relevante vlakken, het volgende uiterlijk aannemen:

- Nulde orbundel (D.C.-term):

$$R'(a^2 + \left(\frac{k}{2\pi z_0}\right)^2) * h(x, y; z = z_0) = R'(a^2 + \left(\frac{k}{2\pi z_0}\right)^2). \quad (3.5)$$

- Reële beeld (of tweelingbeeld):

$$\begin{aligned} &\propto \exp \left[\frac{ik}{2z_0} \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right] * h(x, y; z = z_0) \\ &\propto \delta(x - x_0, y - y_0). \end{aligned} \quad (3.6)$$

- Virtuele beeld:

$$\begin{aligned} &\propto \exp \left[-\frac{ik}{2z_0} \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right) \right] * h(x, y; z = -z_0) \\ &\propto \delta(x - x_0, y - y_0). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Bij de reconstructie lijkt het virtuele beeld dezelfde golffunctie te genereren als de originele puntbron. Het reële beeld is een tweelingbeeld van het virtuele, bevat precies dezelfde informatie en is een onvermijdelijk bijeffect bij een simpele holografie-opname. Het probleem is dat deze drie bundels samenvallen. Dit zorgt ervoor dat het virtuele beeld verstoord wordt door het tweelingbeeld en de nulde orbundel. Een oplossing hiervoor is om het

object dat wordt opgenomen niet op de optische as van de referentiebundel te zetten: off-axis holografie, voor het eerst voorgesteld door Leith en Upatnieks[5]. De drie beelden worden in dat geval van elkaar onderscheiden. Als de RB tijdens de opname onder een hoek θ invalt op het hologramplaatje, dan zullen het virtuele en reële beeld met een hoek van 2θ verschil van elkaar gereconstrueerd worden.

Tenslotte kan worden opgemerkt dat de opname van een object kan worden beschouwd als de opname van vele puntbronnen tezamen. Zo kan bovenstaande theorie eenvoudig veralgemeend worden.

3.3 Holografische interferometrie

Holografische interferometrie wordt als volgt gedefinieerd[6]:

Holografische interferometrie: *De interferometrische vergelijking van twee of meer golffronten waarvan er ten minste één holografisch gereconstrueerd is.*

In de meeste gevallen zijn de verschillende golffronten afkomstig van hetzelfde object, respectievelijk voor en na een vervorming van het object. Door een interferometrische holografieopname van deze golffronten kan met verbluffende nauwkeurigheid onderzocht worden hoe deze vervorming eruit zag. Zoals zal worden uitgelegd, is de techniek niet in staat om vervormingen te meten die vele malen groter zijn dan de golflengte van de gebruikte laser, maar anderzijds wel om vervormingen te meten die veel kleiner zijn dan de golflengte. Verder is het grote voordeel van deze techniek dat hij contactloos en niet-invasief is. De opgelegde vervorming wordt op geen enkele manier significant beïnvloed door de meting zelf. Ook is het mogelijk om met holografische opnamen oscillerende objecten te bestuderen.

De vorm van holografische interferometrie, die historisch gezien het eerst werd ontdekt in 1965 door R. L. Powell and K. A. Stetson[7], was real-time time-average holografische interferometrie, waarmee ze op een nooit eerder vertoonde manier vibratieanalyse op trillende membranen konden uitvoeren. Later kwam het besef dat deze opnamen een complexe vorm waren van een veel bredere tak, de holografische interferometrie, waarmee ook statische toestanden van objecten kunnen worden vergeleken met mekaar.

In deze sectie worden verschillende opties uit de doeken gedaan om de holografie interferometrisch te gebruiken.

3.3.1 Double-exposure holografische interferometrie

Powel en Stetson voerden een experiment uit waarbij ze eerst een hologram opnamen en ontwikkelden van een voorwerp in een niet-bewegende referentietoestand. Ze plaatsten dit ontwikkelde hologram opnieuw in de holografische opstelling en beschenen het met dezelfde referentie- en objectgolf als bij de opname. Ze ontdekten dat wanneer het object nu in een vibrerende toestand werd gebracht er een franjepatroon ontstond op het object dat informatie verschafte over de vibratie. Dit franjepatroon werd in real-time geüpdated wanneer het object vervormd werd en viel weg wanneer de objectgolf werd geblokkeerd.

Een eenvoudigere vorm van deze meting is het het vergelijken van statische toestanden van het object in real-time. Hierbij wordt een object eerst in toestand A holografisch opgenomen. Dit hologram wordt ontwikkeld en vervolgens belicht met dezelfde referentiegolf en objectgolf, maar ditmaal met het object in een licht vervormde toestand B. Ook hierbij ontstaat een franjepatroon, met een beter contrast dan bij de time-average metingen.

De meest fundamentele manier om met holografie interferometrische onderzoeken te doen is het uitvoeren van een double exposure experiment. Hierbij wordt een hologram opgenomen van een object in toestand A, waardoor we de golffunctie van A 'bevriezen' in de emulsie. Vervolgens wordt het object licht vervormd naar toestand B en wordt een tweede hologramopname gedaan op dezelfde emulsie en met dezelfde geometrie. Wanneer dit hologram wordt ontwikkeld en met de referentiebundel wordt beschenen, zullen objectbundels van toestand A en toestand B worden gereconstrueerd en interfereren met elkaar. Het resultaat zal ook hier een franjepatroon zijn.

Kan dit franjepatroon worden beschreven, en zoja, welke vorm hebben ze? Om dit te beantwoorden moeten we het reconstructieproces beschrijven. Een eenvoudige beschrijving volstaat hier zonder dat een propagatie moet worden berekend. Veronderstel het object eerst in de initiële toestand A, waarbij een bepaald punt P de volgende golffunctie zal uitzenden:

$$\psi_A(P) = R_A(P) \exp[i\phi(P)]. \quad (3.8)$$

Na lichte vervorming naar toestand B zendt ditzelfde punt van het object de volgende golf uit:

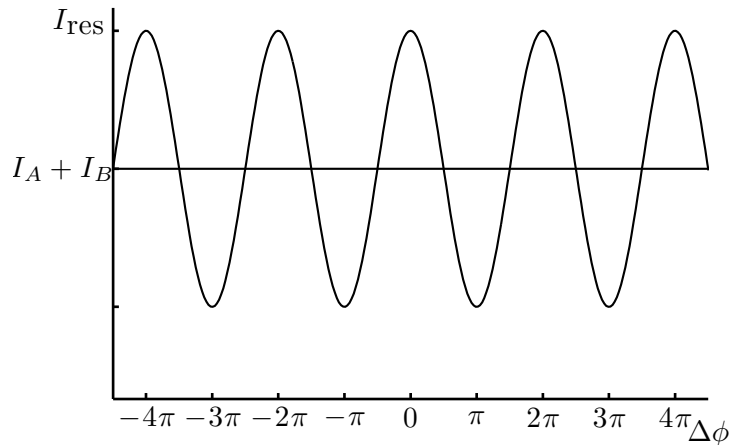
$$\psi_B(P) = R_B(P) \exp[i(\phi(P) + \Delta\phi(P))], \quad (3.9)$$

Het faseverschil $\Delta\phi$ wordt *de interferentiefase* genoemd. Wanneer deze twee golven tijdens de reconstructie weer tot leven worden gewekt, zullen ze

met elkaar interfereren en zal de waargenomen intensiteit gelijk zijn aan (waarbij de indicatie van het punt P wordt weggelaten om overbelading te voorkomen):

$$\begin{aligned}
 I_{\text{res}} &= |\psi_A + \psi_B|^2 \\
 &= (R_A \exp[i\phi] + R_B \exp[i(\phi + \Delta\phi)]) \\
 &\quad \times (R_A \exp[-i\phi] + R_B \exp[-i(\phi + \Delta\phi)]) \\
 &= I_A + I_B + R_A R_B (\exp[-i\Delta\phi] + \exp[i\Delta\phi]) \\
 &= I_A + I_B + R_A R_B \cos \Delta\phi.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Als er wordt verondersteld dat de lichte vervorming geen significant effect heeft op de amplitude van de golffuncties dan is bovendien $I_A = I_B$. De waargenomen intensiteit tijdens de reconstructie van een double-exposure hologram zal dus rechtstreeks afhangen van het faseverschil tussen de twee opgenomen objectgolven, namelijk met een cosinusoidaal verband. Hetzelfde effect treedt op bij de eerder beschreven real-time opnametechniek met statische vervormingen. Bij oscillerende objecten zal het intensiteitsprofiel een andere vorm vertonen, zoals beschreven in de volgende sectie.



Figuur 3.3: Het verband tussen interferentiefase en intensiteit van een pixel bij een time-average vibratieopname is het kwadraat van een Besselfunctie. Het is duidelijk dat het contrast afneemt bij de hogere orde franjes.

Het franjepatroon geeft dus informatie over de vervorming die heeft plaatsgevonden tussen de twee opnamen. Franjes zijn lijnen van gelijke vervorming en heldere franjes indiceren plaatsen waar het verschil in interferentiefase gelijk is aan een *even* veelvoud van π , terwijl donkere franjes

plaatsen indiceren waar het verschil in interferentiefase gelijk is aan een *oneven* veelvoud van π .

3.3.2 Time-average holografie

In dit deel zal worden aangetoond dat er ook andere interferentiepatronen dan de cosinus-vormige kunnen ontstaan. Het betreft opnamen waarbij een object vibreert aan een voldoende hoge frequentie, zodanig dat golffronten van verschillende toestanden van het object tesamen bijdragen tot het resultaat, vandaar de naam time-average holography.

Ook hier zijn weer twee soorten opnamen te onderscheiden. Een eerste methode is een real-time methode waarbij het wederom vereist is om eerst een opname van het object in rusttoestand te maken. Na het ontwikkelen hiervan wordt het hologram opnieuw in de opstelling geplaatst en gereconstrueerd. Nu laat men het object vibreren met hoekfrequentie ω zodat de interferentiefase tussen de nieuwe en gereconstrueerde objectgolf tijdsafhankelijk wordt:

$$\Delta\phi(P, t) = \Delta\phi_{\max}(P) \sin(\omega t), \quad (3.11)$$

waarbij $\Delta\phi_{\max}$ de amplitude van de oscillatie van de interferentiefase is. In het verdere verloop van de tekst wordt het subscript 'max' weggelaten. Wanneer op een bepaald ogenblik in de tijd wordt gekeken naar de intensiteit in het punt P dan zal deze de cosinus vorm aannemen zoals we eerder hebben gezien:

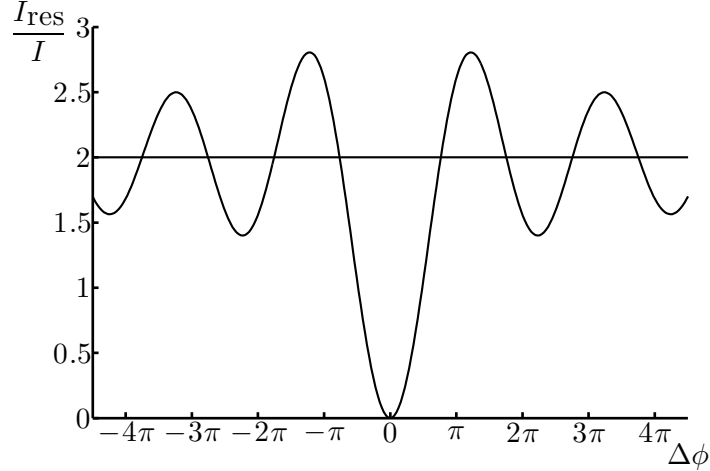
$$I(P, t) = 2I(P) (1 - \cos[\Delta\phi(P) \sin(\omega t)]). \quad (3.12)$$

waarbij $I(P)$ de intensiteit is van de golf in punt P bij één opname.

Het verhaal is hier echter nog niet afgelopen, want als de vibratiefrequentie $\omega/2\pi$ veel hoger ligt dan de tijdsresolutie van de detector (voor het menselijke oog $f \approx 25$ Hz), dan zal een intensiteit worden waargenomen die is uitgemiddeld over de tijd. In deze situatie zullen de franjes de vorm aannemen van nulde-orde Besselfuncties van de eerste soort:

$$\begin{aligned} I_{\text{res}}(P) &= 2I(P) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \cos[\Delta\phi(P) \sin(\omega t)]) dt \\ &= 2I(P) (1 - J_0[\Delta\phi(P)]). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Figuur 3.4 illustreert dit profiel. Deze real-time time-average methode is uitermate geschikt voor het zoeken van vibratiemodes van een object.



Figuur 3.4: Het verband tussen (de amplitude van) de interferentiefase en intensiteit bij een real-time time-average vibratieopname.

Bij een tweede time-average opnamemethode is het opnemen van het object in een referentietoestand (rust) niet nodig. Het object wordt meteen in vibrerende toestand gebracht en hiervan worden de golffronten vastgelegd in de emulsie van de hologramplaat. Wanneer, na het ontwikkelen van de emulsie, de hologramplaat wordt beschenen met de referentiegolf, dan zullen alle opgenomen golven van alle toestanden die het vibrerende object heeft doorlopen, tezamen worden gereconstrueerd en deze zullen interfereren met elkaar.

Op een tijdstip t heeft de golffunctie in het punt P de volgende gedaante:

$$\psi(P, t) = R(P) \exp [i\Delta\phi(P) \sin(\omega t)], \quad (3.14)$$

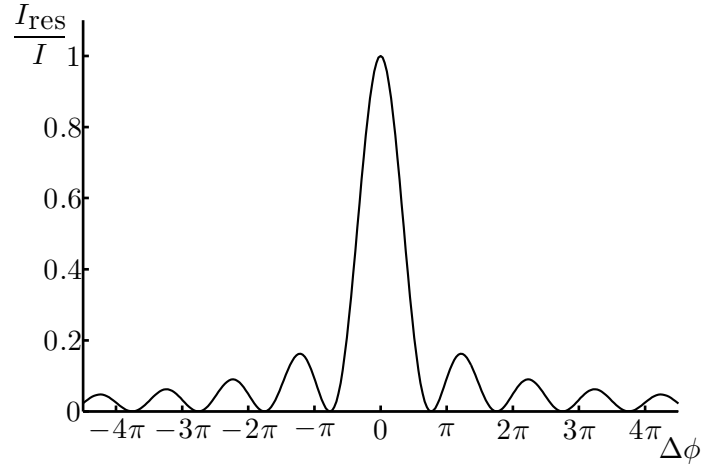
De integratie van de golffuncties op alle tijdstippen geeft nu:

$$\begin{aligned} \Psi(P) &= R(P) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \exp [i\Delta\phi(P) \sin(\omega t)] dt \\ &= R(P) J_0 [\Delta\phi(P)], \end{aligned} \quad (3.15)$$

zodat de geobserveerde intensiteit gelijk wordt aan:

$$I_{\text{res}}(P) = I(P) J_0^2 [\Delta\phi(P)] \quad (3.16)$$

Dit profiel wordt getoond in figuur 3.5.



Figuur 3.5: Het verband tussen (de amplitude van) de interferentiefase en intensiteit bij een time-average vibratieopname is het kwadraat van een Besselfunctie. Het is duidelijk dat het contrast afneemt bij de hogere orde franjes.

3.3.3 Interferentiefase

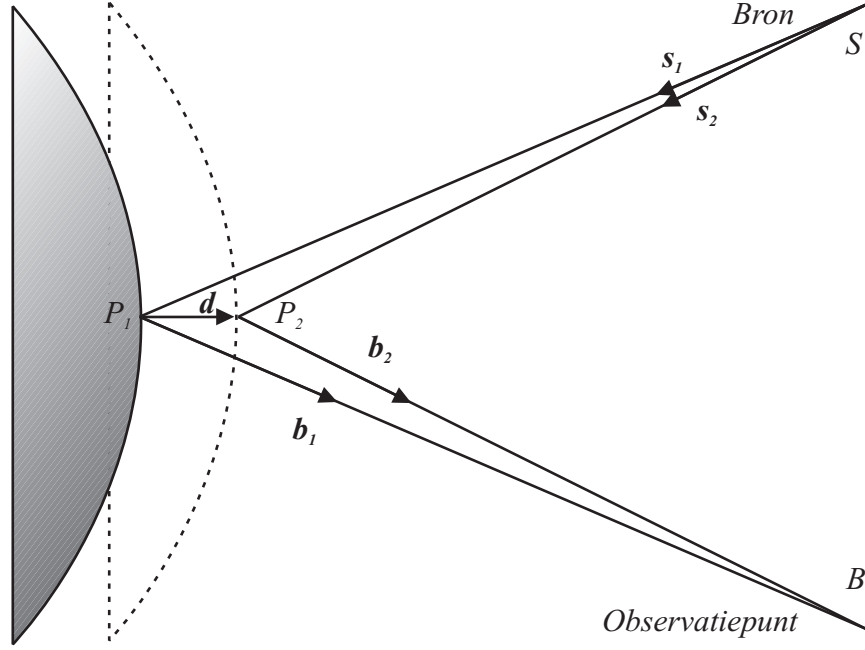
De besproken holografisch interferometrische technieken verschaffen door middel van hun franjepatroon informatie over het faseverschil tussen de golf-fronten afkomstig van de verschillende vergeleken toestanden van het object. Dit faseverschil wordt de interferentiefase $\Delta\phi$ genoemd. De relatie tussen deze interferentiefase en de verandering in optische weglengte is eenvoudig:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}, \quad (3.17)$$

maar hoe deze weglengteverandering δ moet worden vertaald in een verplaatsing d is niet meteen voor de hand liggend. Laat ons hiervoor vertrekken van figuur 3.6.

Licht vanuit de bron S propageert naar het punt P_1 op het object, waar het diffuus wordt gereflecteerd in alle richtingen, onder andere naar het observatiepunt B . Als het object wordt vervormd, zal punt P_1 over een verplaatsingsvector \vec{d} worden verschoven naar punt P_2 . Hierbij verandert de optische weglengte met δ :

$$\delta(P) = (|SP_1| + |P_1B|) - (|SP_2| + |P_2B|). \quad (3.18)$$



Figuur 3.6: Schematische verduidelijking van microscopische veranderingen bij vervorming van het object.

De afstanden in deze formule kunnen worden beschreven aan de hand van de eenheidsvectoren \vec{s}_i en \vec{b}_i en vectoren die de punten verbinden, $\overrightarrow{SP_i}$ en $\overrightarrow{P_iB}$, met $i = 1, 2$:

$$\begin{aligned} |SP_i| &= \vec{s}_i \cdot \overrightarrow{SP_i} \\ |P_iB| &= \vec{b}_i \cdot \overrightarrow{P_iB}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Deze vectoren zijn als volgt gerelateerd aan de verplaatsingsvector \vec{d} :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SP_2} - \overrightarrow{SP_1} &= \vec{d} \\ \overrightarrow{P_1B} - \overrightarrow{P_2B} &= \vec{d}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Laat \vec{s} en $\Delta\vec{s}$ respectievelijk de gemiddelde en halve verschilvectoren van \vec{s}_1 en \vec{s}_2 zijn en analoog voor \vec{b} en $\Delta\vec{b}$. Dan kan vergelijking (3.18) herschreven worden als:

$$\begin{aligned} \delta(P) &= (\vec{s} + \Delta\vec{s}) \cdot \overrightarrow{SP_1} + (\vec{b} + \Delta\vec{b}) \cdot \overrightarrow{P_1B} - (\vec{s} - \Delta\vec{s}) \cdot \overrightarrow{SP_2} - (\vec{b} - \Delta\vec{b}) \cdot \overrightarrow{P_2B} \\ &= \vec{b} \cdot \vec{d} - \vec{s} \cdot \vec{d} + \Delta\vec{s} \cdot (\overrightarrow{SP_1} + \overrightarrow{SP_2}) + \Delta\vec{b} \cdot (\overrightarrow{P_1B} + \overrightarrow{P_2B}). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Bij kleine vervormingen zal de vector $(\vec{SP}_1 + \vec{SP}_2)$ bijna in het verlengde liggen van de vector \vec{s} , die orthogonaal staat op $\Delta\vec{s}$. Daardoor zal de derde term van bovenstaande vergelijking nagenoeg gelijk zijn aan nul, alsook de vierde term om analoge redenen. Het optische weglengteverschil is dus te beschrijven als:

$$\delta(P) = (\vec{b}(P) - \vec{s}(P)) \cdot \vec{d}(P). \quad (3.22)$$

Nu wordt de gevoeligheidsvector $\vec{e}(P)$ gedefinieerd:

$$\vec{e}(P) = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{b}(P) - \vec{s}(P)), \quad (3.23)$$

zodat de interferentiefase $\Delta\phi$ van vergelijking (3.17) uiteindelijk kan worden beschreven door:

$$\Delta\phi(P) = \vec{d}(P) \cdot \vec{e}(P) \quad (3.24)$$

$$= d(P) \cdot e(P) \cdot \cos(\vec{d}, \vec{e}), \quad (3.25)$$

waarbij d en e respectievelijk de groottes zijn van vectoren \vec{d} en \vec{e} . Indien de gevoeligheidsvector \vec{e} gekend is, kan men dus uit de gemeten interferentiefase de verplaatsing halen.

3.3.4 Gevoeligheidsvector

De gevoeligheidsvector \vec{e} biedt een link tussen de gemeten interferentiefase $\Delta\phi$ en de ruimtelijke verplaatsing \vec{d} , zoals beschreven in vergelijking (3.24). Deze vector kan uit de geometrie van de opstelling worden bepaald. Voor de volgende afleiding wordt voor een licht vereenvoudigde geometrie gekozen, geïllustreerd in figuur 3.7. In de meeste praktische situaties is deze vereenvoudiging echter toelaatbaar vermits de hoek tussen de optische as en de verbindingslijn CCD-objectpunt in het algemeen klein blijft, d.i. het object staat niet ver naast de optische as in vergelijking met de afstand tot de camera.

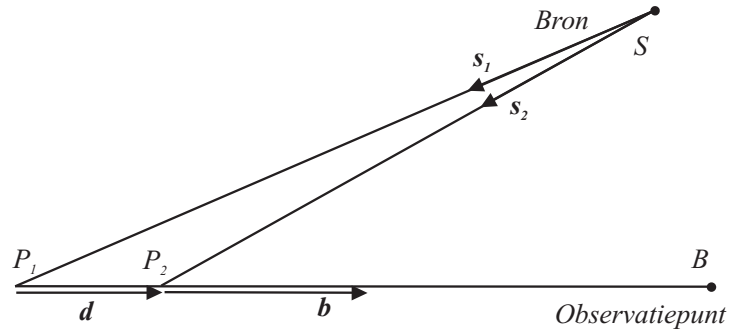
Om de vector \vec{e} te weten te komen, moet de verschilvector $(\vec{b} - \vec{s})$ berekend worden. Dit kan aan de hand van figuur 3.8.

Wetende dat de vectoren \vec{b} en \vec{s} eenheidsvectoren zijn, is het meteen duidelijk dat:

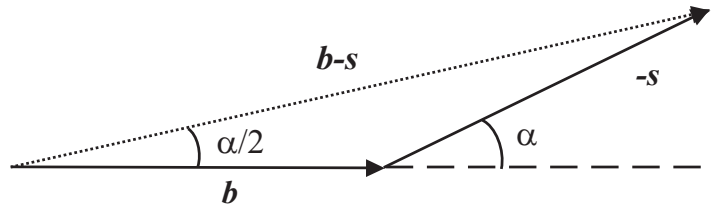
$$|\vec{b} - \vec{s}| = 2 \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (3.26)$$

Hiermee vinden we:

$$|\vec{e}| = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (3.27)$$



Figuur 3.7: Schematische verduidelijking van microscopische veranderingen bij vervorming van het object.



Figuur 3.8: Schematische verduidelijking van microscopische veranderingen bij vervorming van het object.

Verder is in deze geometrie de hoek tussen \vec{d} en \vec{e} gelijk aan $\frac{\alpha}{2}$, waarmee uiteindelijk een uitdrukking gevonden wordt, die de verplaatsing van het object beschrijft in functie van de hoek α , de gebruikte golflengte λ en de gemeten interferentiefase $\Delta\phi$:

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi &= d.e. \cos(\vec{d}, \vec{e}) \\
 &= d \frac{2\pi}{\lambda} 2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \\
 &= d \frac{2\pi}{\lambda} 2 \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right) \\
 &= d \frac{2\pi}{\lambda} (1 + \cos \alpha) \\
 \Leftrightarrow d &= \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{\lambda}{1 + \cos \alpha}. \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

Deze uitdrukking is enkel bruikbaar wanneer de geometrie van de opstelling kan worden gerepresenteerd door de eenvoudige geometrie die hierboven werd aangenomen, waarbij alle punten van het object bij benadering

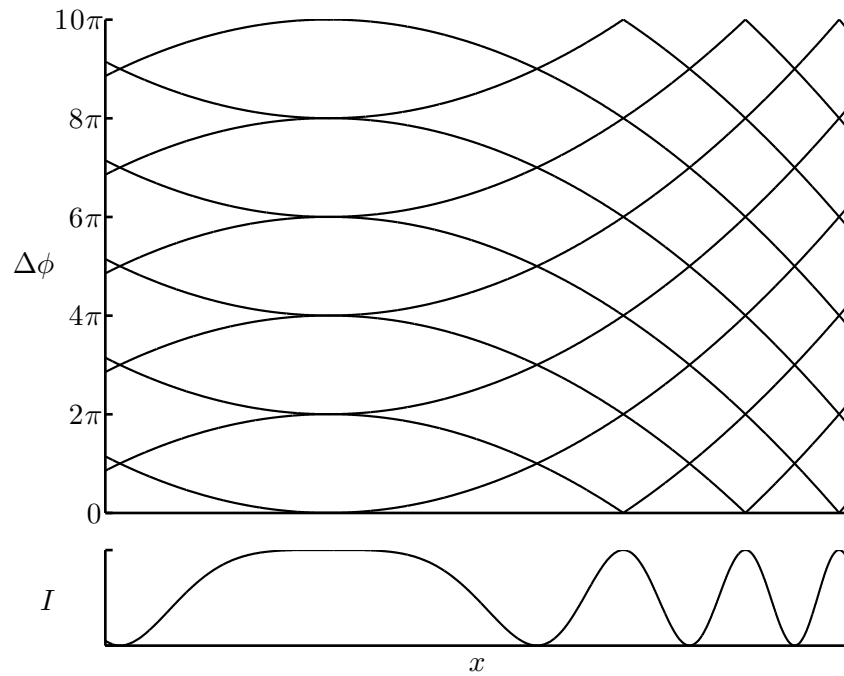
op de optische as liggen en evenwijdig hieraan vervormen. Wanneer dit niet het geval is en een ingewikkeldere geometrie van toepassing is, moet een stap terug genomen worden naar vergelijking (3.24): $\Delta\phi(P) = \vec{d}(P) \cdot \vec{e}(P)$. De componenten van de vector \vec{d} zijn onbekend en worden gezocht, wat betekent dat er drie onbekenden zijn en er dus drie lineair onafhankelijke vergelijkingen moeten worden opgesteld. Dit kan door drie verschillende metingen te doen met telkens een andere gevoeligheidsvector \vec{e} . Op deze manier is het vergelijken van de verschillende opnamen eenvoudig vermits de pixels dezelfde punten op het object voorstellen. Het stelsel van vergelijkingen dat moet worden opgelost kan worden voorgesteld in matrixrepresentatie:

$$\begin{pmatrix} \Delta\phi_1 \\ \Delta\phi_2 \\ \Delta\phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{1,x} & e_{1,y} & e_{1,z} \\ e_{2,x} & e_{2,y} & e_{2,z} \\ e_{3,x} & e_{3,y} & e_{3,z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

waarbij drie verschillende gevoeligheidsvectoren \vec{e}_1 , \vec{e}_2 en \vec{e}_3 te herkennen zijn die onderling lineair onafhankelijk moeten zijn en een driedimensionale ruimte opspannen. Er zijn reeds technieken ontwikkeld om deze drie opnamen in één enkele meting te doen door drie objectbundels en drie referentiebundels te gebruiken. Onderlinge beïnvloeding tussen de drie gelijktijdige maar onafhankelijke opnamen wordt voorkomen door ervoor te zorgen dat de weglengteverschillen tussen de drie paren bundels de coherentielengte van de gebruikte laser ver overschrijden[8].

3.3.5 Het probleem van de meerduidigheid

In de vorige sectie, en in het bijzonder in vergelijking (3.28), werd er aangenomen dat de interferentiefase gekend is in elk punt. Echter, de relatie tussen het opgemeten intensiteitsprofiel en de te bekomen interferentiefase is niet bijectief, wat kan worden uitgelegd aan de hand van figuur 3.9. In de bovenste grafiek staan een aantal interferentiefaseprofielen afgebeeld, die elk afstammen van een andere weglengteverandering tussen de twee beschouwde toestanden van het gemeten object. Het verschil tussen twee van deze situaties is ofwel een extra constante $n2\pi$, ofwel een tegengestelde vervorming, ofwel een combinatie van beide. Bij een double-exposure opname genereert elk van deze oneindige set mogelijke vervormingen hetzelfde intensiteitsprofiel, te zien in de onderste grafiek. Dit toont aan dat dit intensiteitsprofiel enkel de vorm van de interferentiefasecurve kan opleveren, maar niet het correcte teken en een eventuele constante gelijk aan een veelvoud van 2π .



Figuur 3.9: Het probleem van de meerduidigheid: alle afgebeelde interferentiefaseprofielen (boven) geven aanleiding tot dezelfde intensiteitscurve (onder).

4 Digitale holografie

Nu het principe en de kracht van de holografie duidelijk zijn, kan worden uitgelegd wat de specifieke eigenschappen, voordelen en problemen zijn bij digitale holografie. In deze vorm van holografie gebeurt de registratie van de golffronten niet op een lichtgevoelige plaat, maar op een camera. Dit kan een CCD of een CMOS camera zijn. Verder in de tekst zullen beide soorten onder de noemer CCD worden geplaatst.

Er zal eerst aangetoond worden dat de hoek tussen referentiebundel en objectbundel zo klein mogelijk gehouden moet worden, waarbij een schematische opstelling zal worden voorgesteld. Vervolgens wordt uitgelegd hoe de reconstructie op een digitale manier moet worden geïmplementeerd. In de derde subsectie worden de praktische zaken van de gebruikte holografieopstelling behandeld, waarna een voorbeeldopname wordt gegeven en besproken. De laatste secties van dit deel zullen twee storende elementen in een dergelijke opname behandelen, de D.C.-term en het virtuele beeld en er worden technieken voorgesteld om deze te onderdrukken. In dit hoofdstuk werd het standaardwerk van Thomas Kreis [4] over holografische interferometrie als algemene leidraad gebruikt.

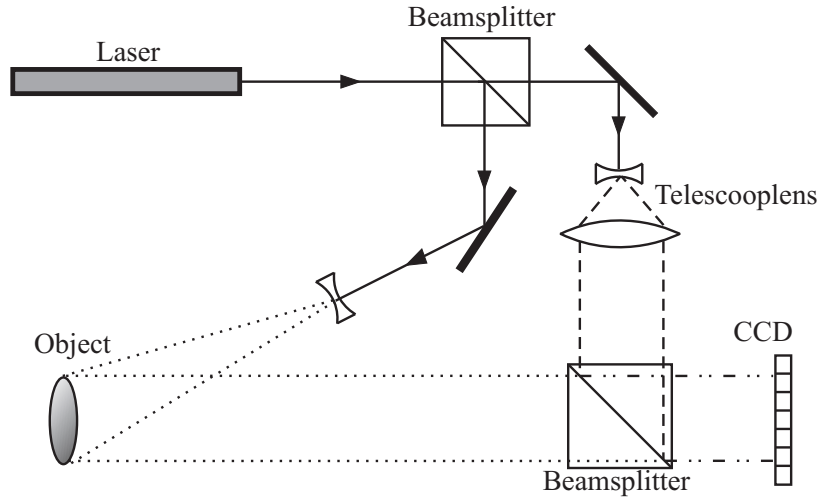
4.1 Opname van een digitaal hologram

Het opnemen van een lichtgolf op een digitale camera houdt in dat een continu signaal discreet gesampled wordt. In een dergelijke situatie legt het theorema van Nyquist altijd een beperking op met betrekking tot de frequenties die kunnen worden gedistilleerd uit het continue signaal.

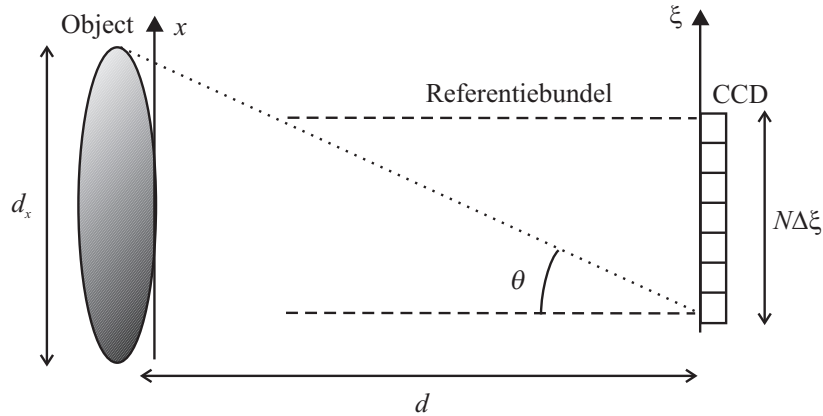
Nyquist Theorema: *De samplefrequentie van een discrete opname moet minstens tweemaal zo hoog zijn als de hoogste frequentie die aanwezig is in het signaal.*

Met andere woorden: frequenties die oorspronkelijk aanwezig zijn in het signaal, maar hoger zijn dan de helft van de samplefrequentie, gaan verloren bij het discretiseren.

Wat is de hoogste frequentie die in het signaal voorkomt in het geval van een digitale hologramopname? In sectie 2.4 werd de interferentie besproken van twee vlakke golven die met eenzelfde frequentie onder een bepaalde onderlinge hoek θ invallen op een scherm. De franjes die daarbij gevormd worden liggen op een afstand $p = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$ van elkaar. Er geldt dus dat deze franjes dichterbij elkaar komen te liggen naarmate de hoek groter wordt (voor $\theta < \pi$).



Figuur 4.1: Schematische opstelling voor het opnemen van een digitaal hologram.



Figuur 4.2: Detailschema van een digitaal holografische opname.

Er moet dus berekend worden wat de afstand tussen de franjes is voor de grootste hoek tussen OB en RB. Laten we de opstelling in figuur 4.1 voorstellen en inzoomen op de CCD-array. Op figuur 4.2 is te zien dat deze hoek afhankelijk is van de grootte van het object $d_x \times d_y$, de grootte van de camera, en de afstand d tussen camera en object. De camera heeft een

bepaalde resolutie¹ van $N \times M$ met een effectieve pixelgrootte van $\Delta\xi \times \Delta\eta$. Met effectieve pixelgrootte wordt de afstand tussen de centra van twee aaneenliggende pixels bedoeld. In het horizontale vlak is de tangens van de grootst mogelijke invalshoek van de objectbundel met de referentiebundel (indien deze laatste loodrecht invalt), gelijk aan

$$\tan \theta = \frac{\frac{d_x}{2} + \frac{N\Delta\xi}{2}}{d}. \quad (4.1)$$

Het Nyquist theorema legt op dat de afstand $p = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$ tussen de franjes groter moet zijn dan het dubbele van de sampleafstand, gelijk aan $2\Delta\xi$. Wanneer we nu de axiale benadering toepassen waarbij de hoeken θ en $\theta/2$ altijd klein zijn, dan geldt er dat:

- $\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$
- $\tan \theta \approx \theta$

Hiermee wordt de volgende geometrische voorwaarde voor de holografische opstelling gevonden:

$$\begin{aligned} p &> 2\Delta\xi \\ \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} &> 2\Delta\xi \\ \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2\Delta\xi} &> \frac{\frac{d_x}{2} + \frac{N\Delta\xi}{2}}{d} \\ \Leftrightarrow d &> \Delta\xi \frac{(d_x + N\Delta\xi)}{\lambda} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Afhankelijk van de dimensies van het opgenomen object, de camera-eigenschappen en de gebruikte golflengte, moet de afstand tussen de camera en het object groter zijn dan een bepaalde minimale waarde teneinde alle frequenties in het beeld te kunnen detecteren.

4.2 Reconstructie van een digitaal hologram

Er zijn reeds verschillende methodes ontwikkeld om hologrammen digitaal te reconstrueren zoals de Convolutiemethode, de Phase-shifting methode en

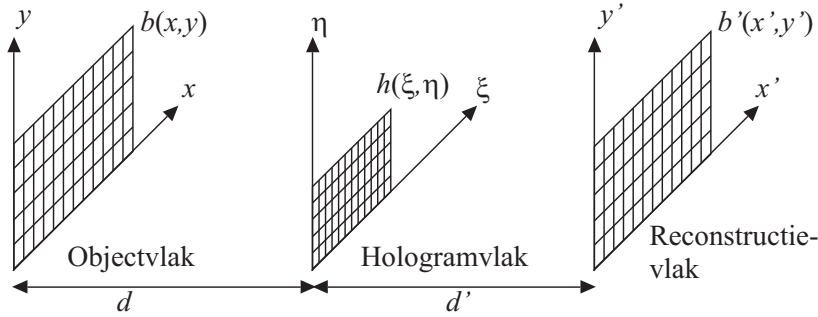
¹*Resolutie* is hier een gebruikelijke maar foutieve term. Resolutie betekent eigenlijk *scheidend of oplossend vermogen*, en is niet gelijk aan het aantal pixels.

de Wavelet methode[4]. De methode die in deze thesis wordt besproken en gebruikt is de Fresnel methode.

Een object dat wordt belicht en het invallende licht reflecteert kan worden voorgesteld door een vlak waarin op elk punt een complexe waarde $b(x, y, z)$ weergeeft hoe de lichtgolf dat punt passeert:

$$b(x, y, z) = |b(x, y, z)| \exp [i\beta (x, y, z)].$$

Dit vlak noemen we het *objectvlak*. Van hieruit propageert de golf functie over een afstand d naar het *hologramvlak*, waar deze samenkomt en interfereert met de referentiebundel $r(x, y, z)$. In het hologramvlak gebeurt de registratie op een CCD-camera, waarna de reconstructie virtueel plaatsvindt door het opgenomen beeld te vermenigvuldigen met de referentiegolf en te laten propageren over een afstand d' tot aan het *reconstructievlak*. Deze drie vlakken komen overeen met drie coördinatenstelsels die geïllustreerd worden in figuur 4.3.



Figuur 4.3: Schematische voorstelling van de verschillende coördinatenstelsels waarin de relevante golf functies beschreven worden.

De functie $b(x, y)$ kan gezien worden als golfvector in het objectvlak, waarvan de propagatie tot $B(\xi, \eta)$ in het hologramvlak beschreven wordt door een convolutie met de *spatiale impulsrespons in Fourieroptica* $h(\xi, \eta; d)$, zie sectie 2.3, uitdrukking (2.19):

$$\begin{aligned} B(\xi, \eta) &= b(x, y) * h(\xi, \eta; d) \\ &= \frac{ik \exp[-ikd]}{2\pi d} \iint b(x, y) \exp\left[-\frac{ik}{2d}((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2)\right] dx dy \\ &= \frac{ik \exp[-ikd]}{2\pi d} \exp\left[-\frac{ik}{2d}(\xi^2 + \eta^2)\right] \\ &\quad \iint b(x, y) \exp\left[-\frac{ik}{2d}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{d}(x\xi + y\eta)\right] dx dy. \end{aligned} \quad (4.3)$$

In het hologramvlak interfereert deze golf functie met de referentie bundel $r(\xi, \eta)$ en dit resulteert in een intensiteitsverdeling gelijk aan:

$$h(\xi, \eta) = (B(\xi, \eta) + r(\xi, \eta))(B(\xi, \eta) + r(\xi, \eta))^* \quad (4.4)$$

Deze intensiteitsverdeling wordt opgenomen door de CCD en opgeslagen in een computer, waar de reconstructie gebeurt door de referentie bundel met deze intensiteitsverdeling te vermenigvuldigen en te propageren over een afstand d' tot aan het reconstructievlak. De keuze om de golf functie $h(\xi, \eta)$ te vermenigvuldigen met $r(\xi, \eta)$ of met $r^*(\xi, \eta)$ bepaalt de propagatie zin van de referentie bundel en of het reële of het virtuele beeld wordt gereconstrueerd. Laten we kiezen voor de complex toegevoegde referentie bundel zodat het reële beeld wordt bekomen. De beschrijving wordt dan:

$$\begin{aligned} b(x', y') &= (h(\xi, \eta) \cdot r^*(\xi, \eta)) * h(x', y'; d') \\ &= \frac{ik \exp[-ikd']}{2\pi d'} \exp\left[-\frac{ik}{2d'}(x'^2 + y'^2)\right] \iint h(\xi, \eta) \cdot r^*(\xi, \eta) \\ &\quad \exp\left[-\frac{ik}{2d'}(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{d'}(\xi x' + \eta y')\right] d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (4.5)$$

De constante $\frac{ik \exp[-ikd']}{2\pi d'}$ kan zonder verlies van algemeenheid worden weggelaten. De fasefactor $\exp\left[-\frac{ik}{2d'}(x'^2 + y'^2)\right]$ is onafhankelijk van het specifieke hologram, maar bevat de coördinaten x' en y' en moet dus zeker in rekening gebracht worden. Verder kan men zien dat uitdrukking (4.5) een tweedimensionale Fouriertransformatie is van de (ξ, η) -ruimte naar de (x', y') -ruimte. De functie die getransformeerd wordt is het opgenomen hologram $h(\xi, \eta)$, vermenigvuldigd met de referentie bundel $r^*(\xi, \eta)$ en de gepulseerd frequentiegemoduleerde *chirp* functie $\exp\left[-\frac{ik}{2d'}(\xi^2 + \eta^2)\right]$. Om verwarring te voorkomen, wordt vermeld dat deze chirp functie in principe niets te maken heeft met het hologram van een puntbron, besproken in sectie 3, waar de functie zich in het hologramvlak bevond.

De hierboven uitgewerkte theorie is nog steeds continu van aard en dient nu gediscretiseerd worden. Het hologramvlak wordt ingenomen door de CCD camera met een resolutie van $N \times M$ met een effectieve pixelgrootte van $\Delta\xi \times \Delta\eta$. De continue variabelen ξ en η kunnen dan omgezet worden naar discrete variabelen:

$$\begin{aligned} \xi &= n\Delta\xi & n &= 1, \dots, N \\ \eta &= m\Delta\eta & m &= 1, \dots, M \end{aligned} \quad (4.6)$$

Een 2D-fouriertransformatie op een matrix produceert een matrix met dezelfde orde. De variabelen x' en y' ondergaan dus een gelijkaardige discretisering waarbij het verband tussen de coördinaten wordt gegeven door:[4]

$$\Delta x' = \frac{d\lambda}{N\Delta\xi} \quad (4.7)$$

$$\Delta y' = \frac{d\lambda}{M\Delta\eta} \quad (4.8)$$

Wanneer de referentiebundel een vlakke golf is die loodrecht invalt op de CCD, dan kan deze worden voorgesteld door $r(\xi, \eta) = r^*(\xi, \eta) = 1$. Met deze veronderstelling bekomen we uit (4.5) de volgende uitdrukking:

$$b'(n\Delta x', m\Delta y') = e^{-\frac{ik}{2d'}(n\Delta x'^2 + m\Delta y'^2)} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) e^{-\frac{ik}{2d'}((k\Delta\xi)^2 + (l\Delta\eta)^2)} e^{\frac{ik}{d'}(kn\Delta\xi\Delta x' + lm\Delta\eta\Delta y')}, \quad (4.9)$$

en uiteindelijk, met behulp van $k = 2\pi/\lambda$ en correspondenties (4.7) en (4.8) de centrale reconstructieformule van de digitale holografie:

$$b'(n\Delta x', m\Delta y') = e^{-i\pi d'\lambda \left(\left(\frac{n}{N\Delta\xi} \right)^2 + \left(\frac{m}{M\Delta\eta} \right)^2 \right)} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) e^{-\frac{i\pi}{\lambda d'}((k\Delta\xi)^2 + (l\Delta\eta)^2)} e^{i2\pi \left(\frac{kn}{N} + \frac{lm}{M} \right)}. \quad (4.10)$$

Om deze functie te berekenen kan een FFT-algoritme worden aangesproken. De matrix die moet worden getransformeerd is het opgenomen beeld $h(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$, vermenigvuldigd met de chirp functie

$$\exp \left[-\frac{i\pi}{\lambda d'} \left((k\Delta\xi)^2 + (l\Delta\eta)^2 \right) \right].$$

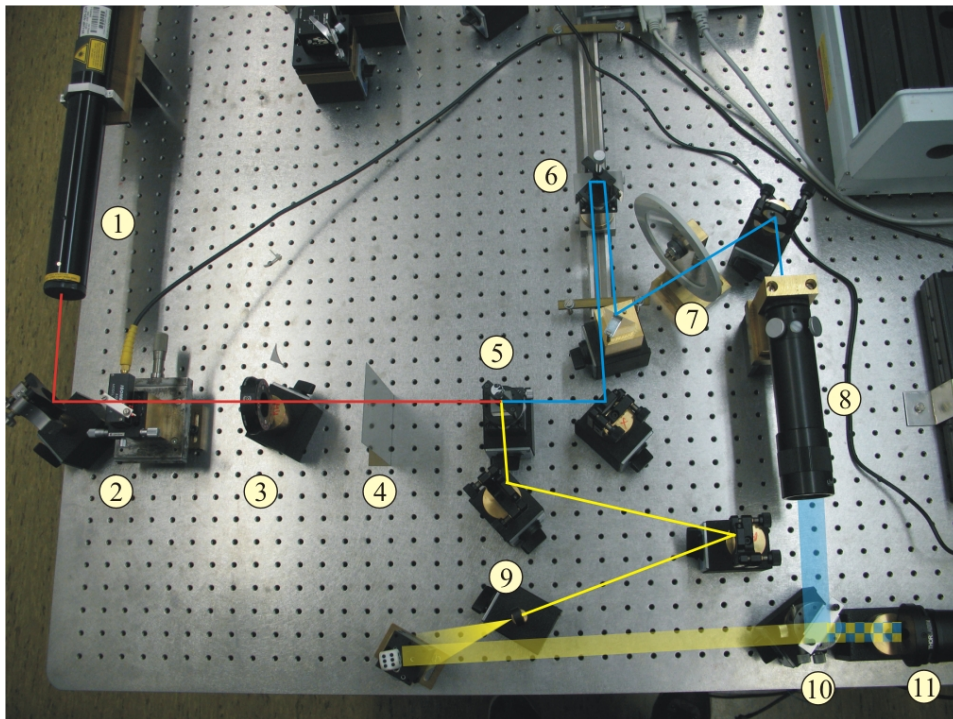
Deze functie hangt af van de gebruikte golflengte λ , de reconstructieafstand d' en de effectieve pixelgrootte $\Delta\xi \times \Delta\eta$. Na de transformatie wordt er nog vermenigvuldigd met een fasefactor $\exp \left[-i\pi d'\lambda \left(\left(\frac{n}{N\Delta\xi} \right)^2 + \left(\frac{m}{M\Delta\eta} \right)^2 \right) \right]$, die ook van het aantal pixels $N \times M$ afhangt, om uiteindelijk de golf functie $b'(n\Delta x', m\Delta y')$ te bekomen. Bij de reconstructie van opnamen in deze thesis worden deze berekeningen gedaan in MATLAB.

In sectie 3.2 werd de holografische reconstructie van een puntbron besproken. Dat resulteerde in een nulde orde bundel en twee eerste orde bundels (het reële en het virtuele beeld) en deze kennis kan meteen gebruikt

worden voor het kiezen van de optimale d' bij de digitale reconstructie. Op een afstand $d' = d$ zal het reële beeld gefocuseerd zijn en op $d' = -d$ het virtuele beeld. Welke van deze twee vlakken er gekozen wordt heeft geen belang, want het enige wat dan verandert is de positie van het scherpe beeld en het onscherpe beeld (zie later). Een andere keuze dan $d' = d$ of $d' = -d$ zal twee onscherpe reconstructies veroorzaken en is dus niet raadzaam.

4.3 Praktische componenten van de opstelling

Een voorbeeld van een opstelling om in de praktijk digitale hologrammen op te nemen wordt gegeven in figuur 4.4.



Figuur 4.4: Opstelling voor de opname van digitale hologrammen. De objectbundel (geel) en referentiebundel (blauw) worden symbolisch in verschillende kleuren aangeduid.

In de figuur zijn een aantal componenten aangeduid die nu besproken zullen worden:

1. He-Ne Laser (Melles Griot) met een golflengte van 632,8 nm en een

outputvermogen van 19,3 mW.

2. Acousto-optische modulator (AOM) (Isomet). Deze optische component kan worden gebruikt als shutter voor stroboscopische belichting bij oscillatie-opnamen. Wanneer de AOM (ook wel Braggcel genoemd) aan staat zorgt deze ervoor dat de inkomende bundel wordt gesplitst in een nulde orde bundel, twee eerste orde gediffracteerde bundels en hogere orde bundels. De gediffracteerde bundels hebben een licht verschoven frequentie (80 MHz t.o.v. het laserlicht van 474 THz), een verschil dat in deze context insignificant is. Door alleen een eerste orde bundel te selecteren voor verder gebruik in de opstelling, kan de AOM worden gebruikt als artificiële shutter door de stroomtoevoer ervan afwisselend aan en uit te zetten. Voor het opnemen van hologrammen van stilstaande objecten wordt uiteraard een continue belichting verkozen waarbij de cel de hele tijd aan staat. De AOM kan zo worden afgesteld dat het vermogen van de geselecteerde eerste orde bundel nog steeds $\pm 90\%$ van het vermogen van het inkomende licht is.
3. $\lambda/2$ -plaatje (Thorlabs). Hiermee kan bepaald worden wat de intensiteitsverhouding is tussen de objectbundel (OB) en referentiebundel (RB).
4. Plaatje dat één van de uitgaande eerste orde bundels van de AOM selecteert en de andere bundels tegenhoudt, zodat deze de verdere opstelling niet verstoren.
5. Polariserende beamsplitter (PBS) . Deze optische component splitst de laserbundel in OB en RB, waartussen de intensiteitsverhouding dankzij het polariserende karakter van de beamsplitter kan worden gemanipuleerd door het draaien aan het $\lambda/2$ -plaatje.
6. Twee spiegels op een translatieplatform. Nadat deze spiegels één keer perfect zijn afgeregeld, kan de weglengte van de RB eenvoudig worden aangepast door ze naar voor of naar achter te translateren.
7. Attenuator. Deze schijf heeft een angulair afhankelijke transparantiefactor, waardoor de gebruiker de verzwakking van de RB kan aanpassen. Dit is van groot belang voor het opnemen van goede hologrammen.
8. Bundelverbreder (Linos Photonics, huidige naam Qioptiq). Een voldoende grote verbreding is noodzakelijk om de referentiebundel die op de camera valt homogeen te maken.

9. Convexe lens (Thorlabs) om het volledige object te kunnen belichten.
10. Niet polariserende beamsplitter (NPBS). In deze beamsplitter komen objectlicht en referentielicht weer samen en worden begeleid naar de camera. De NPBS staat op een platform dat om drie loodrechte assen kan roteren, om volledige vrijheid te verschaffen aan de gebruiker.
11. Polarisator (Thorlabs) + tubus + camera. De polarisator wordt zo ingesteld dat de doorgelaten polarisatierichting gelijk is aan die van de RB. De OB die diffuus gereflecteerd wordt op het object heeft een willekeurige polarisatie, waardoor niet al het licht hiervan zal interfereren met de RB. Het licht dat niet interfereert voegt niets toe aan het hologram en kan dus enkel storend werken. Daarom wordt dit tegengehouden en wordt alleen het licht van de OB met dezelfde polarisatierichting als de RB doorgelaten naar de camera. Achter de polarisator bevindt zich een tubus om stoorlicht van de omgeving te blokkeren.

Voor de opnamen werden twee verschillende camera's gebruikt:

- AVS Foculus FO442B
 - CCD
 - IEEE 1394 Firewire
 - afmetingen chip: 10,2 mm × 8,3 mm
 - aantal pixels: 1392 × 1040
 - effectieve pixelgrootte: 6,45 μm × 6,45 μm
 - minimale afstand voor hologramopname van object met grootte d_x in de richting waarin het aantal pixels 2045 is: $d > 10,19d_x + 0,08$. Voor een object van 0,02 m in betekent dit $d = 0,28$ m.
- AVT Pike F505B
 - CCD
 - IEEE 1394 Firewire
 - afmetingen chip: 8,5 mm × 7,1 mm
 - aantal pixels: 2452 × 2054
 - effectieve pixelgrootte: 3,45 μm × 3,45 μm

- minimale afstand voor hologramopname van object met grootte d_x in de richting waarin het aantal pixels 2045 is: $d > 5,45d_x + 0,04$. Voor een object van 0,02 m in betekent dit $d = 0,15$ m.

De berekende afstanden betreffen absolute minimale vereisten. Voor goede opnamen is het aan te raden om de afstand tussen CCD en object nog groter te maken, om redenen die verderop besproken zullen worden.

4.4 Voorbeeld van een digitaal hologram

Laten we nu een voorbeeld van een opname behandelen. Deze opname werd gedaan met de AVT Pike camera waarvan de specificaties te vinden zijn in sectie 4.3. Het object was een dobbelsteen, waarvan een afbeelding wordt gegeven in figuur 4.5 en die op een afstand $d = 40$ cm van de CCD werd geplaatst.

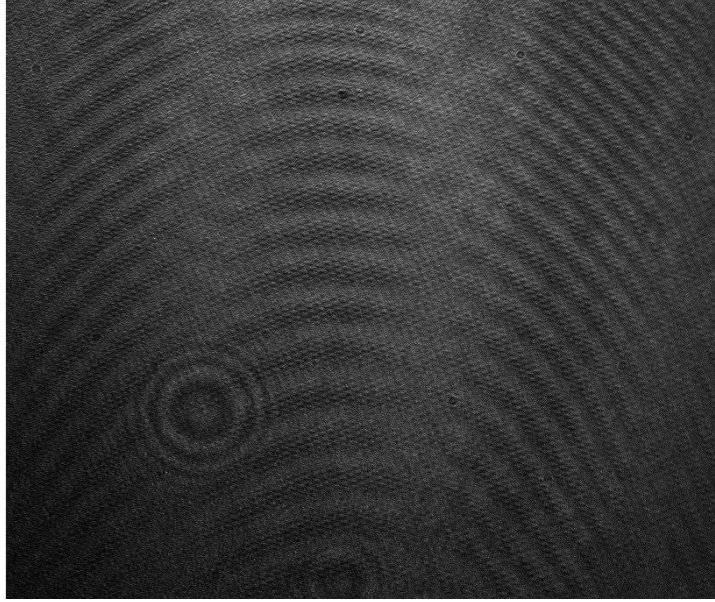


Figuur 4.5: Een dobbelsteen, vastgelijmd op een stabiele metalen houder op een magneetvoet.

De intensiteitsverdeling die de CCD registreert bij een holografische opname van de dobbelsteen wordt getoond in figuur 4.6.

De laagfrequente inhomogeniteiten, die te zien zijn in figuur 4.6, zijn te wijten aan een inhomogene referentiebundel. Dit vormt echter geen probleem zolang de frequentie van de inhomogeniteit laag blijft. De grote gebogen franjes zijn naar alle waarschijnlijkheid te wijten aan reflecties van het invallende licht op de verschillende lagen voor het CCD-target, die allicht niet perfect evenwijdig zijn met elkaar. Bij een opname van alleen de referentiebundel zijn deze franjes namelijk ook te zien.

Deze opname wordt in MATLAB geïmporteerd waarna ze onderworpen wordt aan de *centrale reconstructieformule van de digitale holografie*,



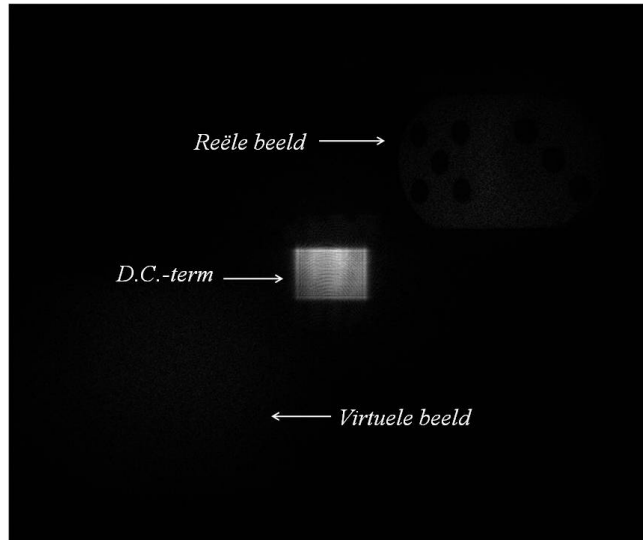
Figuur 4.6: De opgenomen intensiteitsverdeling van een CCD. Het opgenomen object stond op $d = 40$ cm en was de dobbelsteen op figuur 4.5.

vergelijking (4.10). Het resultaat is een matrix met complexe waarden $ai + b$, waarvan de modulus en het argument

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta &= \arctan \frac{b}{a}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

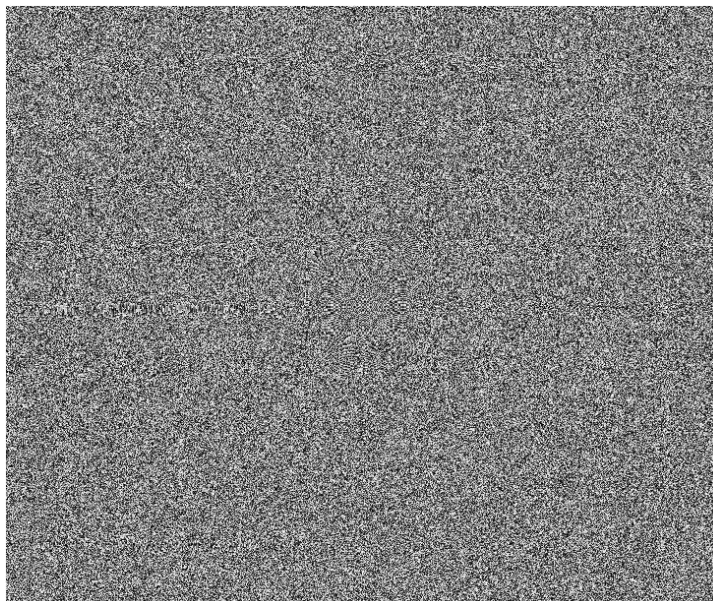
respectievelijk de amplitude en de fase van de gereconstrueerde golf functie in het reconstructievlak voorstellen. Deze worden afgebeeld in figuren 4.7 en 4.8.

Uit de faseverdeling van een opname kan niet veel nuttige informatie worden gehaald. Wat deze fase voorstelt is de afstand van de lichtbron (het object) tot de CCD-camera, gemoduleerd met de golflengte. Bij een ruw oppervlak zal deze afstand van punt tot punt snel variëren met sprongen van vele golflengten, waardoor de fase stochastisch verdeeld lijkt te zijn. Deze informatie komt echter wel van pas bij digitale holografische interferometrie, wanneer twee opnamen van hetzelfde object voor en na een kleine vervorming met elkaar vergeleken worden. Dit wordt besproken in sectie 5.2.

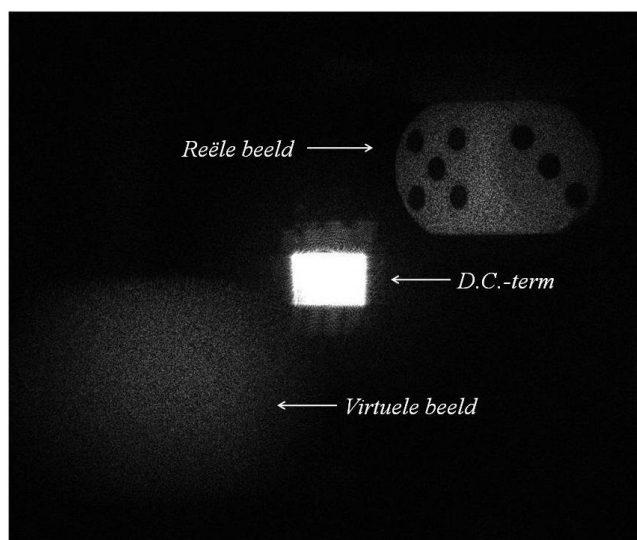


Figuur 4.7: Gereconstrueerde golffunctie in het reconstructievlak: intensiteitsverdeling

De intensiteit van de gereconstrueerde golffunctie is te zien in figuur 4.7 en bevat meer zichtbare informatie. Dit is namelijk wat een persoon ziet als de CCD een hologramplaatje was geweest, en de reconstructie plaatsnam door de gebruikte referentiebundel opnieuw op het plaatje in te sturen. Het valt meteen op dat de nulde orde term (de D.C.-term in het midden van de afbeelding) de meest intense component is en het grijswaardebereik van deze afbeelding sterk opentrekt. Hierdoor zijn de eerste orde termen, namelijk het reële en virtuele beeld, zeer slecht te onderscheiden. Een eerste oplossing hiervoor is het herschalen van de grijswaarden zodanig dat het reële beeld gebruik maakt van het volledige bereik. De toepassing hiervan wordt getoond in figuur 4.9, waar de dobbelsteen (rechtsboven) nu duidelijk te zien is in het reële beeld. Ook het virtuele beeld is nu beter te zien, hoewel dit zeer onscherp is doordat de reconstructieafstand voor een scherp virtueel beeld gelijk is aan $d' = -d$ en er hier werd gekozen voor $d' = d$ om een scherp reëel beeld te bekomen. Meer geavanceerde methodes voor de onderdrukking van D.C.-term en het virtuele beeld worden behandeld in de volgende secties.



Figuur 4.8: Gereconstrueerde golf functie in het reconstructievlak: faseverdeling



Figuur 4.9: Intensiteitsverdeling van het hologram na herschaling naar optimaal grijswaardebereik.

Het is echter meteen duidelijk dat wanneer de D.C.-term of het virtueel beeld volledig of gedeeltelijk overlappen met het gefocusseerde reële beeld, dit laatste sterk verstoord wordt en in de meeste gevallen onbruikbaar wordt. De meest eenvoudige oplossing hiervoor is de hier gebruikte off-axis opstelling. In deze geometrie wordt het object *naast* het verlengde van de referentiebundel die op de CCD valt, gepositioneerd. Als onvermijdelijk gevolg wordt de hoek tussen object- en referentiebundel groter en bijgevolg worden de interferentiefranjes smaller en dener.

Off-axis holografie zal dus alleen digitaal realiseerbaar zijn als men beschikt over een CCD-target met uiterst fijne pixels. Doordat de moderne camera's voldoende hoge resoluties kunnen voorleggen, is het voor veel toepassingen voldoende om een off-axis opstelling te gebruiken. Voor geavanceerde toepassingen volstaat dit niet meer en is het gewenst dat de storende elementen effectief verwijderd worden, zij het hardwarematig (bvb. Phase-shifting Digital Holography, voorgesteld door Yamaguchi en Zhang [9]), zij het softwarematig. Daarom worden de volgende secties gewijd aan de D.C.-term en het virtuele beeld, en de mogelijkheden om deze te onderdrukken.

4.5 De D.C.-term

Bij analoge hologrammen, waarbij het laserlicht wordt geregistreerd op een lichtgevoelige plaat, is er altijd een groot deel van het referentielicht, dat niet wordt gediffracteerd door het hologram tijdens de reconstructie. Dit geeft een nulde orde diffractiebundel, die in het algemeen veel intenser is dan de gediffracteerde bundels. In de digitale holografie stelt deze bundel de belichte CCD-target voor, en in mathematisch opzicht is het de D.C.-term van het hologram, d.w.z. de Fouriercomponent van de frequentie $(0, 0)$.

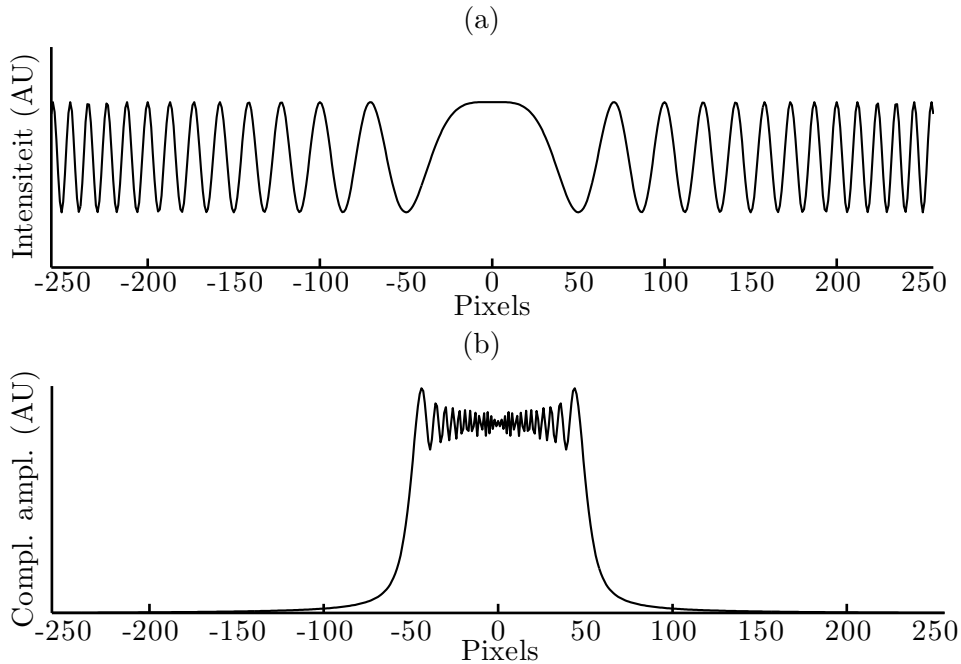
Laten we deze mathematische kant even dieper uitwerken. De Fresnel-transformatie komt, op het vermenigvuldigen met een voorfactor na, neer op een Fouriertransformatie van het opgenomen hologram, vermenigvuldigd met de referentiebundel $h_r(k\Delta\xi, l\Delta\eta) = h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) r^*(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$ maal de tweedimensionale chirp function:

$$g(k\Delta\xi, l\Delta\eta) = \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda d'}\left((k\Delta\xi)^2 + (l\Delta\eta)^2\right)\right].$$

In de Fourierruimte betekent dit een convolutie van de Fouriergetransformeerde van h_r , $H_r = \mathcal{F}(h_r)$, met de Fouriergetransformeerde van g , $G = \mathcal{F}(g)$:

$$b' = \mathcal{F}(hr^*.g) = H_r * G.$$

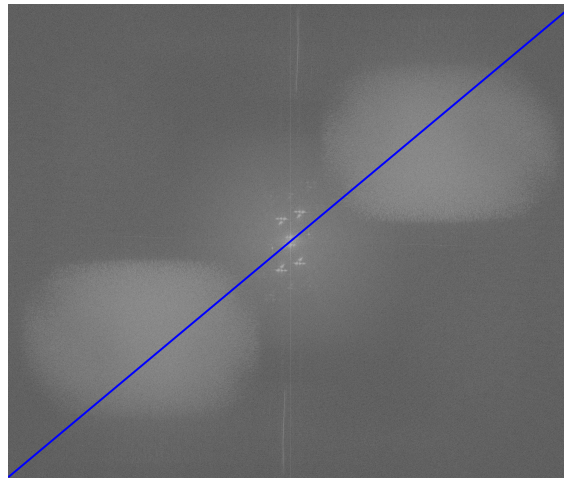
De laatste zal eerst worden besproken. Wanneer een ééndimensionale chirp function zich over de volledige ruimte uitspreidt, is de Fouriergetransformeerde ervan een constante. Het is namelijk een functie waarvan de frequentie recht evenredig is met de afstand tot de oorsprong. De frequentiemodulatie van een chirp function laat zich beschrijven met $f(x) = a \cdot x$, zodat inderdaad elke frequentie hetzelfde gewicht heeft in het chirp signaal. Vermits de chirp function zich in onze toepassing niet uitspreidt over de volledige ruimte maar wordt afgebroken aan de rand van de matrix, zoals te zien in figuur 4.10(a), zal ook de Fouriergetransformeerde gereduceerd worden tot een kleiner bereik, getoond in figuur 4.10(b). Door de plotse afsnijding van het chirpsignaal zullen overshoot en oscillatie artefacten optreden, wat ook te zien is op de figuur.



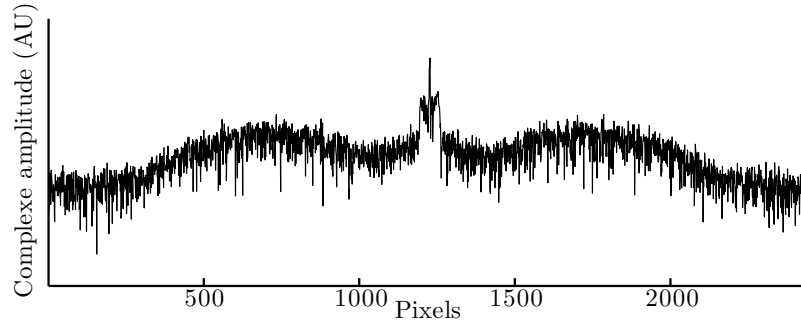
Figuur 4.10: (a) Ééndimensionale chirp function die afgebroken wordt aan de rand van het opnamegebied. (b) Complexe amplitude van de Fouriertransformatie van de afgebroken chirp function.

Wanneer we een loodrecht invallende vlakke golf veronderstellen als referentiegolf, herleidt $H_r = \mathcal{F}(h_r) = \mathcal{F}(h \cdot r^*)$ zich tot $H_r = \mathcal{F}(h)$. Een voorbeeld van deze functie wordt getoond in figuren 4.11 en 4.12. Zoals te zien op deze figuren is het in het algemeen een trimodale functie met

twee gelijkaardige gebieden die het virtuele en reële beeld voorstellen, en een nog veel intensere term met centrale frequentie 0 (de schaal op de y -as is logaritmisch). Dit is de D.C.-term van het opgenomen hologram en kan voor theoretische behandeling gemodelleerd worden door een discrete Dirac deltafunctie met waarde op frequentie 0 gelijk aan het gemiddelde van alle pixelwaarden. De sterke achtergrondbelichting, veroorzaakt door de referentiebundel, zorgt ervoor dat dit gemiddelde hoog ligt. De objectbundel is over het algemeen zwakker en induceert hoogfrequente variaties op deze belichting die aanleiding geven tot de zwakkere termen in de fouriertransformatie van het hologram.



Figuur 4.11: Tweedimensionale Fouriergetransformeerde van het opgenomen hologram h_r . De waarden zijn logaritmisch geschaald en stellen de complexe amplitude voor.



Figuur 4.12: Doorsnede van de figuur 4.11 langs de aangeduide lijn. Het trimodale karakter is hier goed te zien. De schaal op de y -as is logaritmisch.

Zoals eerder vermeld betekent de holografische reconstructie een convolutie in de Fourierruimte van $H_r = \mathcal{F}(h_r) = \mathcal{F}(h.r^*)$ met $G = \mathcal{F}(g)$. Wanneer de eerste wordt voorgesteld door een deltafunctie, vervormt de convolutie het tweede signaal niet en zal de D.C.-term de vorm hebben van figuur 4.10(b). Doordat in een reële opname de piek geen echte deltapiek zal zijn maar een zekere breedte zal hebben, zal deze vorm niet perfect worden aangehouden na transformatie. Dit is te zien op de opname in figuur 4.7. In [4] wordt de grootte van de D.C.-term berekend. De afleiding zou ons hier te ver leiden maar het resultaat is wel zeer interessant:

$$\frac{N^2 \Delta \xi^2}{d\lambda} \times \frac{M^2 \Delta \eta^2}{d\lambda}.$$

Dit betekent dat de D.C.-term kleiner wordt naarmate de gekozen reconstructieafstand groter wordt. De D.C.-term van een scherpe reconstructie kan dus worden verkleind door het object verder van de camera te plaatsen. Dit betekent helaas ook dat het object kleiner zal lijken in het reconstructiebeeld. Meestal is het aangeraden om het object zodanig te positioneren dat het grootst mogelijke aantal pixels erdoor wordt ingenomen zonder dat het verstoord wordt door de D.C.-term of de reflectie van zijn eigen virtuele beeld. Bij de onderzochte objecten was deze afstand veel groter dan de theoretische limiet die werd opgelegd door het Nyquist theorema, zie sectie 4.1.

Het grote probleem met deze off-axis opstelling is dat slechts een deel van de pixels van het reconstructiebeeld wordt gebruikt. Toch is dit de enige oplossing om het reële beeld ongestoord te kunnen reconstrueren, zonder dat er significante veranderingen moeten worden gemaakt aan de opstelling en meetmethode. Voor toepassingen waarbij het object weinig licht reflecteert

kan het nodig zijn om een in-line geometrie toe te passen. In dat geval moet men toevlucht nemen tot technieken als phase-shifting digital holography, geïntroduceerd in [9].

Phase-shifting Digital Holography

Bij deze methode moet men voor elk beeld vier afzonderlijke opnamen maken, waarbij de optische weglengte van de referentiebundel bij elke opname met $\lambda/4$ wordt verlengd of verkort, wat overeenkomt met een faseverschuiving van $\pi/2$. Door deze extra inspanning te leveren, ontbreken de D.C.-term én het virtuele beeld in het gereconstrueerde beeld. Bij toepassing van deze techniek kan het object veel dichterbij de CCD worden geplaatst, wat uiteraard grote voordelen heeft. De CCD zal meer objectlicht opvangen, en alle pixels in het beeld kunnen gebruikt worden voor het object. Dit is zeker interessant om in de toekomst trachten te realiseren, wanneer bijvoorbeeld een meetobject kleiner is en minder optimaal kan worden geprepareerd omdat dit de eigenschappen zou veranderen.

4.5.1 Onderdrukking van de D.C.-term

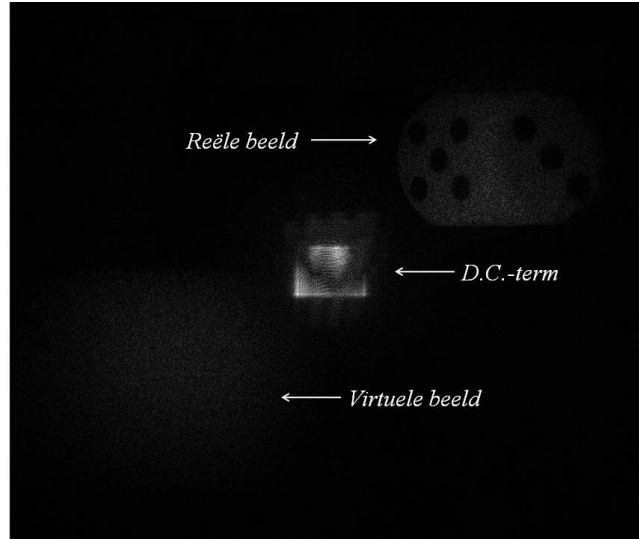
Wanneer een off-axis opstelling wordt gebruikt, zijn er wel manieren om de D.C.-term uit het beeld te halen en tegelijkertijd het reële beeld van het object te bewaren. Het voordeel hiervan is dat het grijswaardebereik dan automatisch goed wordt geschaald om het object optimaal weer te geven, zonder dat de gebruiker hoeft aan te duiden waar het object zich op het beeld bevindt.

De D.C.-term komt theoretisch gezien overeen met de deltapiek bij de $(0,0)$ -frequentie in het Fouriergetransformeerde beeld van de CCD-opname $h(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$, vermenigvuldigd met de referentiebundel $r^*(k\Delta\xi, l\Delta\eta)$. De amplitude van deze piek geeft de gemiddelde grijswaarde aan van de opname en kan dus volledig worden verwijderd door dit gemiddelde naar nul te brengen:

$$h_m = h \cdot r^* - \frac{1}{NM} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} h(k\Delta\xi, l\Delta\eta) r^*(k\Delta\xi, l\Delta\eta). \quad (4.12)$$

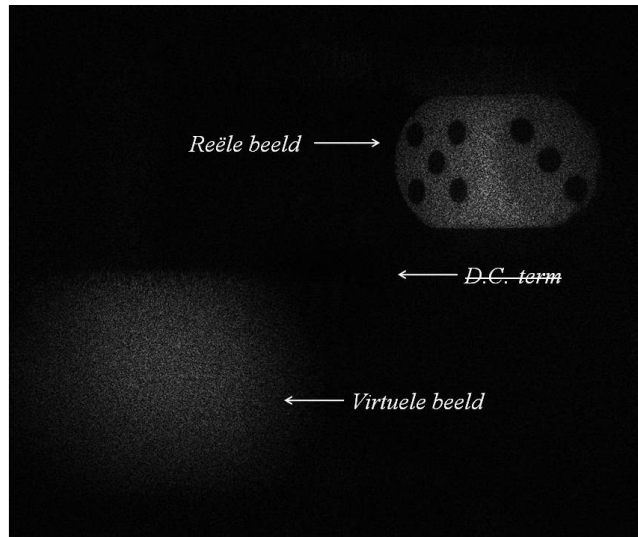
Als de gebruikte referentiegolf een perfect vlakke golf is met een gelijke amplitude in elk punt en normaal invallend, dan wordt de D.C.-term in het beeld hiermee volledig onderdrukt. Dit is in de meeste praktische situaties niet het geval, waardoor er meer ingrijpende bewerkingen gedaan moeten

worden. Het effect van deze techniek op de eerder gebruikte voorbeeldopname is te zien in figuur (4.13).



Figuur 4.13: Intensiteitsverdeling van het gereconstrueerde hologram na toepassing van de filter, voorgesteld in uitdrukking (4.12). De D.C.-term is duidelijk al significant lichtzwakker dan in figuur 4.7, maar is zeker nog niet helemaal verdwenen en veroorzaakt een niet-optimale grijswaardeschaling.

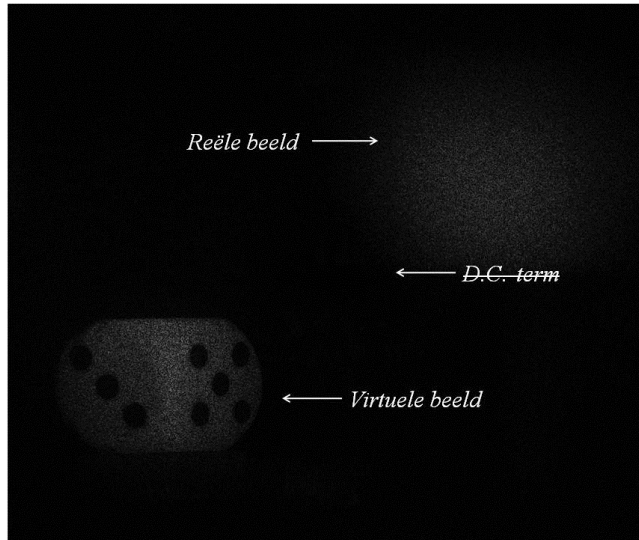
Bewerking (4.12) stelt een filter voor waarbij de $(0,0)$ -frequentie van de Fouriergetransformeerde van hr^* wordt onderdrukt, waardoor het als een high-pass filter kan worden gezien. Andere high-pass filtertechnieken, zoals het vervangen van elke pixel door het verschil van de oorspronkelijke pixelwaarde met het gemiddelde van het omliggende 3×3 -blokje, zijn reeds voorgesteld en uitgevoerd met goede resultaten[10]. Dit is een relatief intensieve bewerking, waardoor er in deze thesis de voorkeur wordt gegeven aan een filter die rechtstreeks in de Fourierruimte werkt. Een eerste mogelijkheid is een filter die overal gelijk is aan één en in een centraal vierkant met zijde v gelijk aan nul. Een elegantere optie is het toepassen van een tweedimensionale Gauss-filter die gelijk is aan nul in het midden van de Fourierruimte en in alle richtingen convergeert naar één. Deze filter verwijdert de D.C.-term netjes, zoals te zien is in figuur 4.15. De gebruikte filter had een standaardafwijking gelijk aan $\mu = 300$ pixels.



Figuur 4.14: Intensiteitsverdeling van het gereconstrueerde hologram na toepassing van een Gauss-filter.

4.6 Het virtuele beeld

De hierboven getoonde beelden zijn representaties van de intensiteitsverdeling van de gereconstrueerde object- en referentiegolf in één bepaald vlak, loodrecht op de optische as. Door de aard van de holografische reconstructie ontstaan er drie verschillende golffuncties: de D.C.-term, het reële beeld en het virtuele beeld. Het reële beeld convergeert naar een scherp beeld in het reconstructievlak, het virtuele beeld daarentegen divergeert vanaf de plaats waar het object effectief gepositioneerd was tijdens de opname. Het ligt voor de hand dat het virtuele beeld ook scherp kan worden gereconstrueerd, namelijk door een reconstructieafstand $d' = -d$ te kiezen. Figuur 4.15 toont hiervan de toepassing op de voorbeeldopname die hierboven reeds werd gebruikt. De D.C.-term werd op dit beeld onderdrukt met behulp van de Gauss-methode, zie sectie 4.5.1.



Figuur 4.15: Reconstructie in het beeldvlak, $d' = -d$. Het virtuele beeld is ditmaal scherp en het reële beeld is out-of-focus.

Bij klassieke holografie is het dit virtuele beeld dat bij de reconstructie gezien wordt op de plaats waar het object tijdens de opname stond. Echter, daarbij is wel een optische component nodig die een divergerend golffront kan omzetten in een convergerend golffront in het vlak van waarneming. De evolutie heeft er daarom voor gezorgd dat het menselijk oog standaard voorzien is van een dergelijke component, namelijk de ooglens.

Het onderdrukken van het virtuele beeld is ook mogelijk op verschillende manieren ([4, 11]) maar heeft bij nader inzien enkel een esthetische waarde. Een off-axis opstelling, waardoor het virtuele beeld niet overlapt met het reële beeld, is immers bij al deze algoritmes noodzakelijk. Daardoor wordt hier verder geen belang aan gehecht in deze thesis, omdat we bij toepassingen steeds het object zullen uitsnijden uit het reconstructiebeeld. Ook hier vermelden we de phase-shifting techniek [9], waarbij extra experimentele inspanning moet worden geleverd door bij elk hologram vier faseverschoven beelden op te nemen. Dit levert het voordeel op dat D.C.-term en virtuele beeld automatisch ontbreken in de reconstructie.

5 Digitale holografische interferometrie

In sectie 4.2, vergelijking (4.10), is het duidelijk dat het berekende golffront $b'(n\Delta x', m\Delta y')^2$ een complexe distributie is, zodat zowel de amplitude (complexe modulus) als de fase van de golf gekend zijn na de reconstructie. Dit is het belangrijkste verschil met klassieke holografie en ook de grootste kracht van digitale holografie. Nu kunnen fasebeelden van twee verschillende toestanden van een object rechtstreeks met elkaar worden vergeleken en kan een out-of-plane vervorming meteen worden gemeten met de juiste grootte én het juiste teken.

Echter, het is uiteraard ook mogelijk om digitaal het equivalent van een double-exposure opname te realiseren, de eenvoudigste vorm van digitale holografische interferometrie. Het eerste deel van deze sectie zal dan ook daaraan gewijd zijn. De tweede sectie zal de methode van de fase-extractie belichten en uitwerken. In een laatste sectie bespreken we het proces van de fasedemodulatie of phase-unwrapping, een bewerking die vereist is om uit de berekende faseverschillen de vervormingsafstand te verwerven.

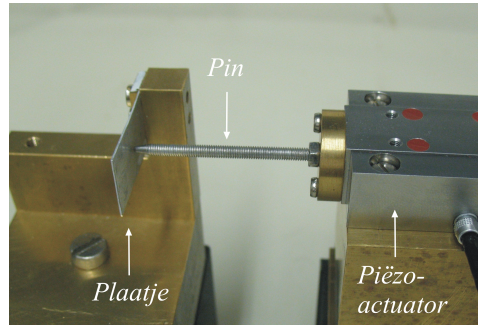
5.1 Double-exposure methode

De eenvoudigste realisatie van digitale holografische interferometrie is het double-exposure digitaal hologram. Dit betekent dat een object in een initiële, onvervormde toestand A wordt gebracht en dat hiervan een eerste holografische opname wordt gedaan met de CCD camera. Voorlopig wordt deze nog niet gereconstrueerd. Vervolgens wordt het object licht vervormd naar toestand B en wordt een tweede holografische opname gemaakt. Hierbij is het van groot belang dat er niets veranderd is aan de geometrie van de opstelling tussen de twee opnamen. Het digitale equivalent van het opnemen van twee hologrammen op dezelfde emulsie alvorens het te reconstrueren, is het optellen van twee CCD-opnamen, waarna de digitale reconstructie gebeurt op dit sombeeld.

Een voorbeeld van een digitaal double-exposure hologram wordt getoond in figuur 5.3. Deze opname, ook wel een *interferogram* genaamd, werd uitgevoerd met de AVT Pike camera waarvan de specificaties te vinden zijn in sectie 4.1. Het vervormde object is een metalen plaatje dat aan één zijde vastgeschroefd is en aan het andere uiteinde los is. Het plaatje wordt vervormd door een pin die verbonden is met een piëzoactuator. De beschreven opstelling is te zien in figuur 5.1. Een gewoon hologram van het plaatje

²Vanaf hier wordt een functie $f(n\Delta x', m\Delta y')$ notationeel vereenvoudigd tot $b(n, m)$. De parameters $\Delta x'$ en $\Delta y'$ zijn immers geen variabelen.

wordt getoond in figuur 5.2, waarop de plaats waar de pin op het plaatje drukt wordt aangegeven met een rode stip. Op deze plaats wordt een vervorming van $1,25 \mu\text{m}$ gegeven door de piëzoactuator die verbonden is met de pin.

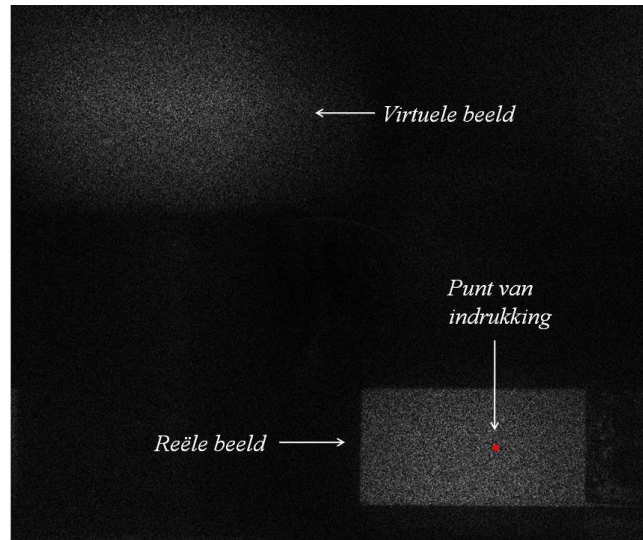


Figuur 5.1: Metalen plaatje dat wordt verbogen door de pin die verbonden is met een piëzoactuator.

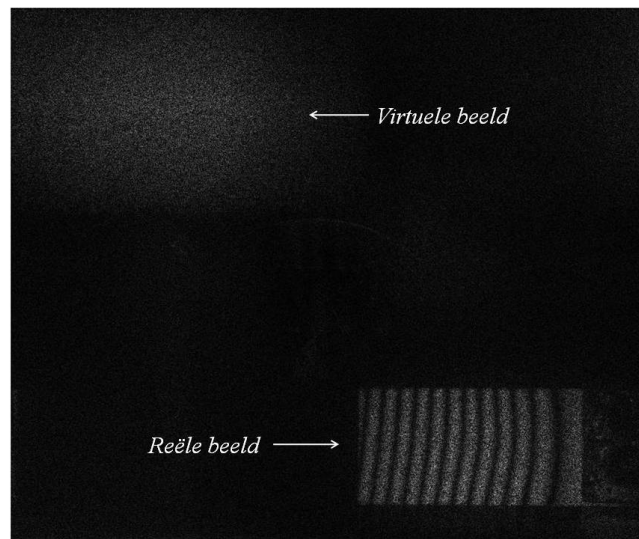
Er werd gekozen voor de voorgestelde Gauss-filter om de D.C.-term te onderdrukken. De franjes die te zien zijn hangen cosinusoidaal af van het fase-verschil $\Delta\phi$ tussen de twee objectgolven, zie vergelijking (3.10). Ze ontstaan als gevolg van opeenvolgende zones van constructieve en destructieve interferentie. Iedere opeenvolgende zwarte franje betekent een toename of afname in interferentiefase van $\Delta\phi = 2\pi$. Aan de hand van uitdrukking (3.28):

$$d = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{\lambda}{1 + \cos \alpha},$$

kan de interferentiefase worden omgezet in verplaatsing van het object. De hoek α tussen het invallende licht en het door het object gereflecteerde licht was bij de opstelling gelijk aan $\alpha \approx 23^\circ$. Hiermee vinden we dat een verschil in interferentiefase van 2π in dit geval een vervorming betekent van $d \approx \lambda/1.92 = 329.7 \text{ nm}$. Echter, het probleem van de meerduidigheid, zie sectie 3.3.5, is ook hier aanwezig. Het teken van de vervorming en een eventuele constante translatie van het volledige object kunnen niet worden bepaald uit een double-exposure interferogram.



Figuur 5.2: Gewoon hologram van het plaatje. De plaats waar de pin het plaatje indrukt bij vervormingen wordt weergegeven door de rode stip.



Figuur 5.3: Digitaal double-exposure holografisch interferogram van het plaatje dat verbogen werd.

5.2 Fase-extractie

De hierboven beschreven methode voor interferometrie is rechtstreeks overgebracht vanuit de klassieke, analoge holografie. Het digitaal karakter brengt een significante toegevoegde waarde met zich mee, die in verschillende aspecten zichtbaar wordt:

- De kwantitatieve resultaten zijn nu rechtstreeks toegankelijk voor verdere studie.
- De onderzoeker kan onbeperkt experimenteren met filters, bewerkingen, etc. op de gemeten data.
- De holografische opnamen kunnen worden opgeslagen en kunnen achteraf met elkaar worden vergeleken.
- Wanneer er meer dan twee toestanden zijn opgenomen, kunnen deze allemaal onderling met elkaar vergeleken worden, zonder dat elke combinatie van twee metingen moet worden uitgevoerd.

Echter, zoals reeds aangehaald, is er met digitale holografie een betere manier om de interferentiefase te achterhalen. De berekende golffunctie $b'(n\Delta x', m\Delta y')$ bevat immers zowel intensiteits- als fase-informatie van de objectgolf. Door de twee CCD-opnamen apart te reconstrueren en het modulo- 2π verschil te nemen van de twee fasebeelden $\phi_1(n, m)$ en $\phi_2(n, m)$, kan de interferentiefase $\Delta\phi$ meteen bepaald worden met een correct teken.

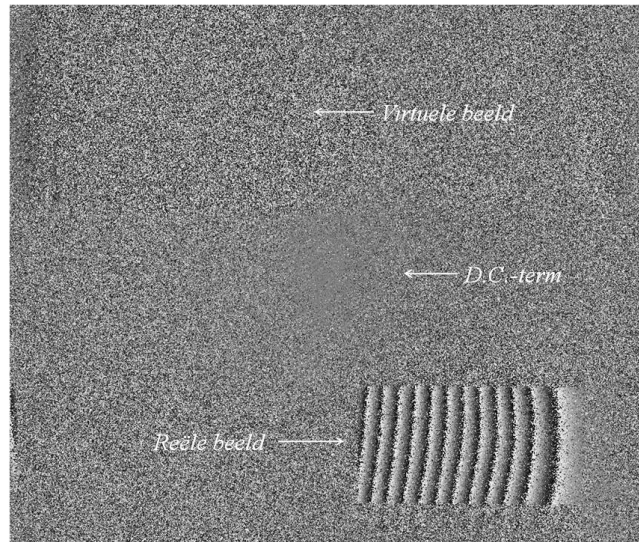
Indien deze fase wordt bekomen door het nemen van de inverse tangens van het quotiënt van het imaginaire en reële deel (analoog aan sinus en cosinus), dan heeft deze een bereik van $] -\pi/2, \pi/2]$. Wanneer men echter rekening houdt met het teken van teller en noemer, dan weet men exact uit welk kwadrant het argument afkomstig is en bekomt men een bereik van $] -\pi, \pi]$. De twee fasebeelden $\phi_1(n, m)$ en $\phi_2(n, m)$, die met elkaar worden vergeleken, hebben bijgevolg elk een bereik van $] -\pi, \pi]$, zodat het faseverschilbeeld een bereik van $] -2\pi, 2\pi]$ heeft. Vervolgens wordt de volgende bewerking uitgevoerd [4]:

$$\Delta\phi = \begin{cases} \phi_2 - \phi_1 + 2\pi & \text{als } \phi_2 - \phi_1 < -\pi \\ \phi_2 - \phi_1 - 2\pi & \text{als } \phi_2 - \phi_1 > \pi \\ \phi_2 - \phi_1 & \text{anders.} \end{cases} \quad (5.1)$$

De waarden zijn nu *gewrapt* in het bereik $] -\pi, \pi]$. Voor een correcte verdere verwerking, is het nodig dat de vervorming van het object overall

continu is en dat er nergens een verschil in interferentiefase tussen twee aanliggende pixels is van meer dan 2π . In dat geval kan een *phase-unwrapping* algoritme worden toegepast om de fasesprongen van 2π te interpreteren als een continue overgang. Hierdoor wordt uiteindelijk een continue vervormingsmap gemaakt.

De twee opgenomen CCD-beelden die werden gebruikt bij de reconstructie van figuur 5.3 worden nu eerst apart gereconstrueerd, waarna het verschil modulo- 2π van de fasebeelden wordt berekend. Het resultaat wordt gegeven in figuur 5.4.



Figuur 5.4: Interferentiefase van de twee opnamen van een plaatje respectievelijk voor en na een verbuiging van $1,25 \mu\text{m}$.

Wanneer er overgegaan wordt tot de phase-unwrapping van deze modulo- 2π verschilbeelden is er echter nog een groot probleem. Door de aard van bewerking (5.1) wordt een waarde die net boven π ligt omgeklapt naar een waarde die net boven $-\pi$ ligt. Indien de omringende pixels niet boven π liggen, worden deze niet omgeklapt en dan lijkt die ene pixels op een ruispixel waarvan de waarde ongecorrleerd is met zijn omgeving. Het phase-unwrapping algoritme zal hier verkeerdelijk een fasesprong in herkennen en foute resultaten produceren.

Het is daarom gewenst om deze ‘valse’ fasesprongen te verwijderen en alleen de echte te bewaren. Een eenvoudige low-pass filter kan de ongewenste

fasesprongen zeer goed elimineren maar verkleint ook de fasesprongen die wel een betekenis hebben. Een beter keuze is de *sincos*-filter die het volgende algoritme volgt:

1. Eerst worden de sinus- en cosinusbeelden van het interferentiefasebeeld berekend:

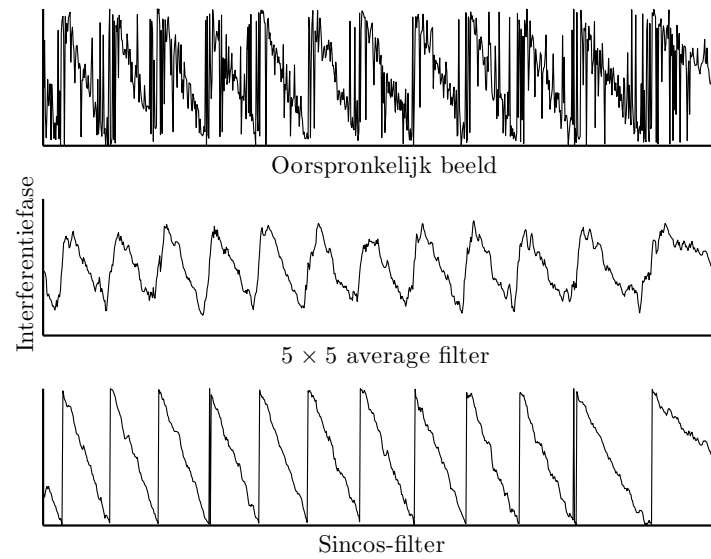
$$\begin{aligned}\phi_s(n, m) &= \sin(\Delta\phi(n, m)) \\ \phi_c(n, m) &= \cos(\Delta\phi(n, m)).\end{aligned}\tag{5.2}$$

2. Op deze beelden wordt een conventionele low-pass filter toegepast, zoals het uitmiddelen van elke pixel over een omliggend blokje van 5×5 .
3. Uit deze gefilterde beelden wordt het verbeterde interferentiefase berekend via de inverse relatie van (5.2):

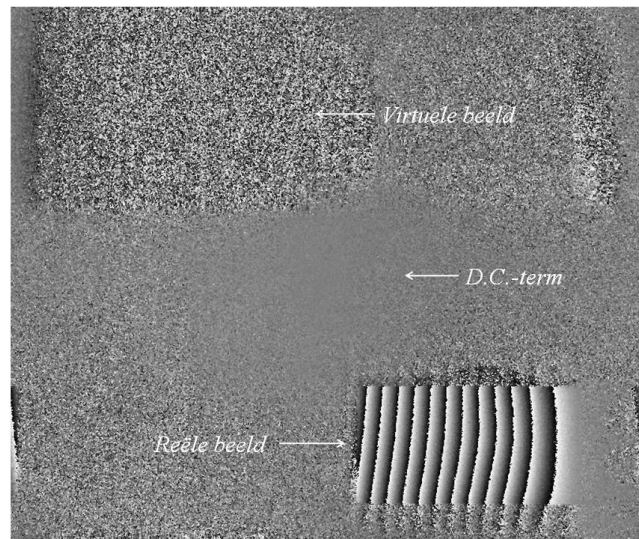
$$\Delta\phi_f(n, m) = \arctan \frac{\phi_{s,f}(n, m)}{\phi_{c,f}(n, m)}.\tag{5.3}$$

In figuur 5.5 wordt deze methode vergeleken met het oorspronkelijke beeld en het effect van een gewone low-pass filter, aan de hand van een doorsnede van figuur 5.4 door het plaatje.

Toepassing van de *sincos*-filter op het beeld van figuur 5.4 resulteert in figuur 5.6.



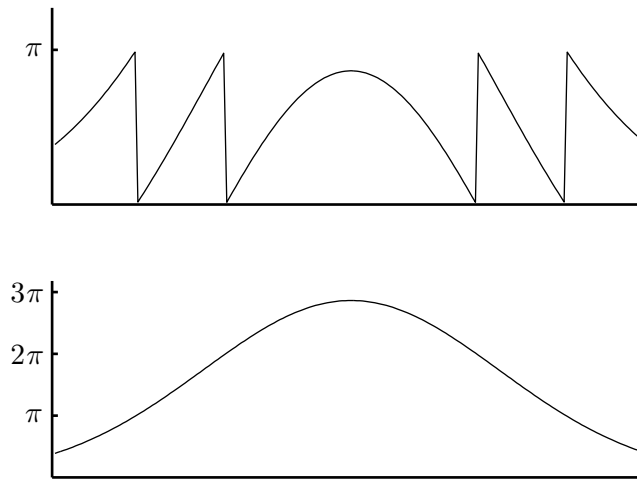
Figuur 5.5: Vergelijking van verschillende methodes om het interferentiefasebeeld te verbeteren.



Figuur 5.6: Interferentiefasebeeld na toepassing van de sincos-filter.

5.3 Fasedemodulatie

Fasedemodulatie of phase-unwrapping is een proces waarbij informatie die in een interval $]-\pi, \pi]$ of $]0, 2\pi]$ gewrapt of geprojecteert is, meer bruikbaar wordt gemaakt door de fasesprongen om te zetten in continue overgangen. Hierbij wordt het waardebereik groter dan bij de oorspronkelijke data. Figuur 5.7 illustreert een theoretisch voorbeeld van een ééndimensionale phase-unwrapping. Het basisalgoritme van een ééndimensionale fasedemodulatie is eenvoudig: de inputcurve wordt afgescand en als een fasesprong van $\pm 2\pi$ wordt waargenomen, dan wordt er bij de waarden die daarop volgen $\mp 2\pi$ opgeteld. Een belangrijke eis voor fasedemodulatie is dat de data niet undersampled is, waardoor er een faseverschil van meer dan 2π is tussen twee aanliggende pixels. Dan kan er in principe geen correcte informatie worden geëxtraheerd, tenzij het op voorhand geweten is dat de fase zo snel zou veranderen. In dat geval zijn er wel mogelijkheden om correcte fase-informatie te bekomen[12].



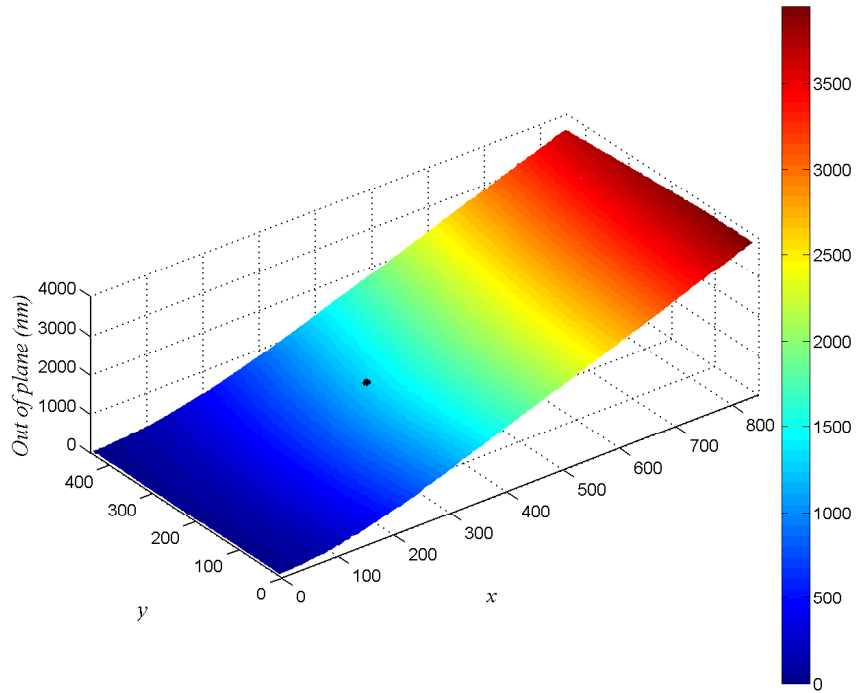
Figuur 5.7: Voorbeeld van een phase-unwrapping.

Een phase-unwrapping van een tweedimensionaal beeld dat gewrapt is in een 2π -interval, is veel minder evident. Het bewijs daarvoor is de veelheid aan ontwikkelde algoritmes om dit moeilijke probleem aan te pakken, zoals Goldstein's branch cut method [13] en de phase quality guided path following method, beschreven in het basiswerk [14]. Deze algoritmes gebruiken computationeel intensieve technieken die robuustheid en in het algemeen goede resultaten kunnen garanderen.

Voor fasebeelden van goede kwaliteit is het echter niet altijd nodig om dergelijk intensieve algoritmes te volgen. Algoritmes die minder robuust zijn bij ruis op het fasebeeld maar wel significant sneller worden uitgevoerd, bleken voor de opnamen in deze thesis evenwaardige resultaten te geven als de zware algoritmes. Het meest geschikte algoritme is het volgende, gebaseerd op eenvoudige ééndimensionale demodulatie [15]:

1. Er wordt een punt in het beeld gekozen waarvan de fase wordt behandeld als referentiefase. De fase in dit punt behoudt zeker zijn waarde en wordt niet opgeteld bij een geheel veelvoud van 2π .
2. Het beeld wordt in een bovenste en een onderste helft verdeeld, waarbij de middelste rij pixels gemeenschappelijk blijft. Deze rij vormt een noodzakelijke koppeling tussen de twee helften.
3. In de onderste helft wordt elke kolom apart ééndimensionaal gedemoduleerd met een gekozen 1D-unwrapping algoritme, weg van de middelste rij (dus naar beneden)
4. Ook in de bovenste helft wordt elke kolom apart van elkaar verticaal ééndimensionaal gedemoduleerd, weg van de middelste rij (dus naar boven).
5. Vanuit het midden wordt de middelste rij horizontaal naar links en naar rechts ééndimensionaal gedemoduleerd.
6. Tenslotte wordt bij elke kolom de waarde bijgeteld die ook werd bijgeteld bij de corresponderende pixel van de middelste rij.

Het resultaat van dit algoritme op het interferentiefasebeeld van figuur 5.6 wordt getoond in figuur 5.8. Hierbij werd het reële beeld van het plaatje uitgesneden uit de rest van het beeld. Het is duidelijk dat de phase-unwrapping feilloos heeft plaatsgevonden. Op de z -as staat de out-of-plane vervorming in nm, berekend aan de hand van vergelijking (3.28).



Figuur 5.8: Vervormingsmap van het plaatje, verbogen door een pin die op het aangeduide punt een vervorming van 1250 nm oplegde. De x - en y -as geven de positie in pixels.

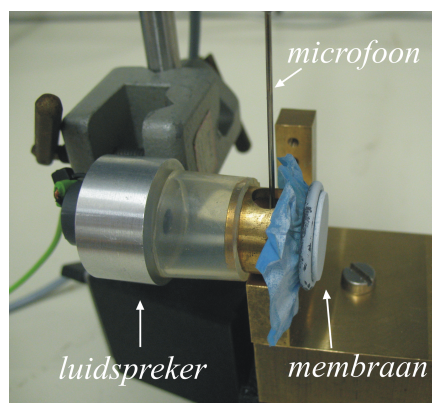
6 Digitale holografische vibratieanalyse

6.1 Time-average

Dat holografie kan worden gebruikt om een vibratieanalyse te doen van een trillend object is reeds lang geweten[7]. Door een vibrerend object gedurende meerdere periodes te belichten en dit holografisch op te nemen, kan men, na ontwikkeling en reconstructie van het hologram, een franjepatroon waarnemen dat informatie geeft over het vibratiegedrag van het object. Deze franjes hebben een Besselprofiel, zoals aangetoond in sectie 3.3.2, waarvan het contrast significant verminderd bij hogere orde franjes. Het voordeel hierbij is dat de nodelijnen van de vibratie moeiteloos te herkennen zijn doordat deze veel intenser zijn dan de andere franjes.

Dit is zeer eenvoudig te realiseren op een digitale manier: het enige wat nu anders is ten opzichte van een gewoon digitaal hologram is dat het object zich in een vibrerende toestand moet bevinden. Het opnemen van een referentiebeeld waarbij het object stilstaat is niet vereist.

Het object dat gebruikt werd bij de vibratiemetingen is een opgespannen rubbermembraan waarop luchtdrukgolven worden ingestuurd die opgewekt worden door een luidspreker. Het geluid wordt van de luidspreker naar het membraan geleid door een afgesloten buisje en de luchtdruk wordt in functie van de tijd gemonitord met een Brüel & Kjær probemicrofoon om de lineariteit van de luchtdrukoscillaties te controleren. Deze opstelling wordt getoond in figuur 6.1.

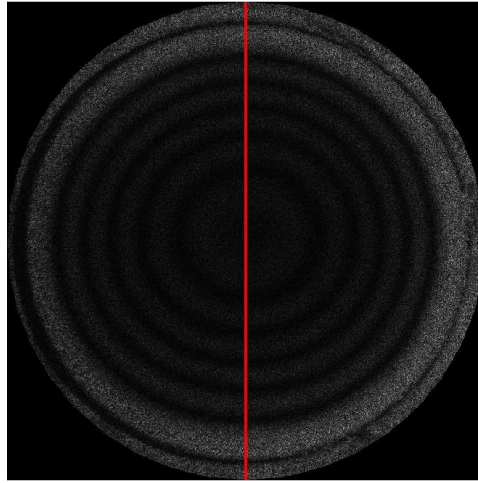


Figuur 6.1: Opge-spannen rubbermembraan dat in vibratie wordt gebracht door een luidspreker. De luchtdruk wordt gemonitord met een probemicrofoon.

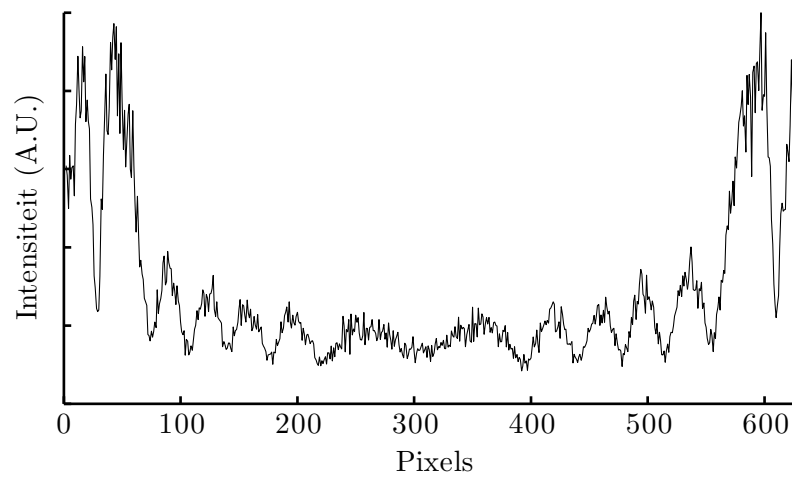
Een voorbeeld van een digitaal time-average hologram wordt getoond in figuur 6.2. Deze opname werd uitgevoerd met de AVT Pike camera (2452×2054) waarvan de specificaties te vinden zijn in sectie 4.3. Het membraan werd hier gestimuleerd met geluidsgolven van 450 Hz en bij een SPL gelijk aan 67 ± 1 dB. Het is duidelijk dat de buitenste franjes nog goed contrast hebben maar dat dit snel afneemt naarmate de interferentiefase vergroot. Een doorsnede van deze figuur wordt ook gegeven om dat te illustreren, in figuur 6.3.

Speckle

De hoogfrequente oscillaties die aanwezig zijn in deze figuur, zelfs na uitmiddeling over 20 doorsneden, zijn afkomstig van een fenomeen dat *speckle* wordt genoemd. Dit fenomeen is een gevolg van het dif-fuus karakter van het object, wat betekent dat het object op microscopische schaal ruw is. Als dit object wordt belicht, zal elk punt bij het reflecteren fungeren als puntbron, en omwille van de willekeurige microscopische hoogteverschillen zullen deze puntbronnen willekeurige faseverschillen vertonen. Bij coherent invallend licht, zal het licht van deze verschillend gepositioneerde puntbronnen onderling interfereren, waardoor een korrelig patroon van heldere en donkere vlekjes ontstaat, genaamd *speckles*. Deze speckles zijn onvermijdelijk bij opnamen van coherent belichte diffuse objecten. Hoewel het hier als storend wordt ervaren, zijn er succesvolle technieken ontwikkeld die gebaseerd zijn op en gebruik maken van deze speckle[16, 17, 18].



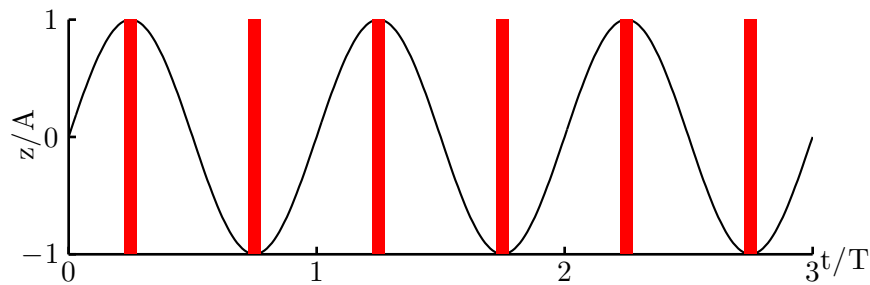
Figuur 6.2: Voorbeeld van een time-average opname van een membraan, aangestuurd met een geluidssignaal van 450 Hz en met SPL gelijk aan 67 ± 1 dB.



Figuur 6.3: Doorsnede van figuur 6.2 langs de rode lijn en uitgemiddeld over 20 naburige lijnen. De buitenste band die te zien is geen interferentiefranje maar de ring rondom het membraan.

6.2 Stroboscopisch belichte double-exposure opnamen

Om het contrast van deze opnamen te verbeteren kan men gebruik maken van een sequentie korte pulsen, gesynchroniseerd met de vibratie, die het object enkel belichten wanneer het zich in de maximale positieve en maximale negatieve uitwijking bevindt[19], zie figuur 6.4. Indien het objectlicht van voldoende dergelijke lichtpulsen wordt geregistreerd in de emulsie of op de CCD, vanzelfsprekend na interferentie met een referentiebundel, dan kan dit beschouwd worden als een double-exposure holografisch experiment waarbij twee statische toestanden met elkaar worden vergeleken. De vergeleken toestanden zijn hier uiteraard niet statisch, maar door de hen kort genoeg te maken heeft het object niet de tijd hebben om veel te veranderen tijdens de lichtpulsen.



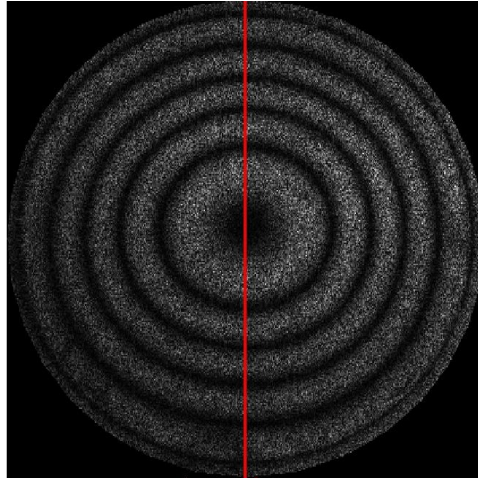
Figuur 6.4: Stroboscopische belichting van de twee uiterste vibratietoestanden. Op deze manier wordt een double-exposure opname bereikt.

Doordat er nu van een double-exposure experiment kan worden gesproken, zijn de franjes cosinusoïdaal afhankelijk van de interferentiefase, in plaats van volgens een Besselfunctie. Het contrast bij de hogere orde franjes is bijgevolg beter bij een stroboscopische opname dan bij een time-average vibrometrieopname. Een mogelijk nadeel is dan weer dat bij ingewikkelde vibratiepatronen misschien informatie verloren zal gaan omdat niet alle fasen van de vibratieperioden bijdragen tot het resultaat en dat nodelijnen niet zo eenvoudig te onderscheiden zijn van de andere franjes doordat ze allemaal hetzelfde contrast hebben.

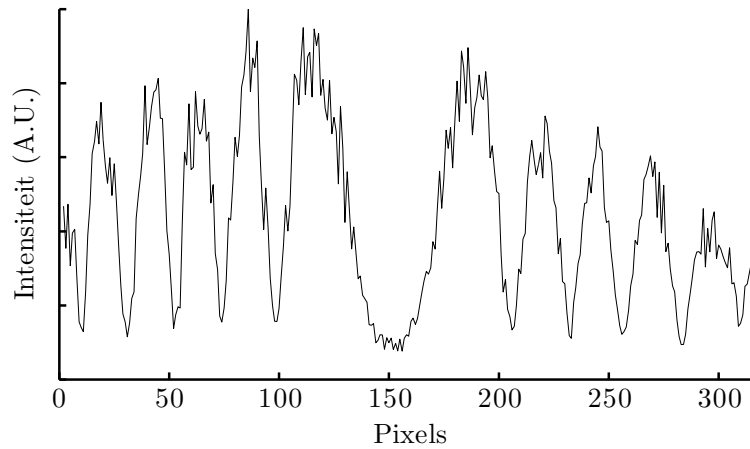
Wat het aantal franjes betreft, kan worden gezegd dat dit voor dezelfde oscillatie niet zal veranderen ten opzichte van een time-average opname. In secties 3.3.1 en 3.3.2, meer bepaald figuren 3.3 en 3.5 is te zien dat het aantal franjes in functie van de interferentiefase in het geval van een time-average opname ongeveer tweemaal sneller zal oplopen dan bij een double-exposure

methode. Echter, bij de time-average methode betekende de interferentiefase de *amplitude* van de oscillatie van deze interferentiefase. Deze amplitude is gelijk aan de helft van de 'peak-to-peak' interferentiefase, die wordt waargenomen bij de double-exposure opnamen. Het aantal franjes zal bijgevolg ongeveer gelijk zijn in de twee gevallen.

Een resultaat van deze opnamemethode is te zien in figuur 6.5. Deze opname werd uitgevoerd met de AVS Foculus camera (1392×1040) waarvan de specificaties te vinden zijn in sectie 4.1. Het object is hetzelfde en trilt aan dezelfde frequentie van 450 Hz, aangestuurd door een geluidssignaal van 66 ± 1 dB, maar het is duidelijk dat het contrast tussen de franjes hier beter is dan bij de time-average opname, wat goed geïllustreerd wordt in figuur 6.6.



Figuur 6.5: Voorbeeld van een stroboscopisch belichte double-exposure opname van de twee toestanden met maximale uitwijking van een membraan, aangestuurd met een geluidssignaal van 450 Hz en met SPL gelijk aan 66 ± 1 dB.

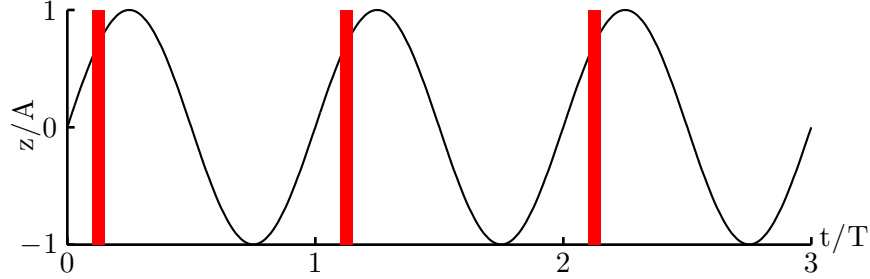


Figuur 6.6: Doorsnede van figuur 6.5 langs de rode lijn en uitgemiddeld over 20 aanliggende kolommen. Hier blijft het contrast ook bij de binnenste, hogere orde franjes van goede kwaliteit, maar zijn de nodelijnen minder eenvoudig te herkennen.

6.3 Tijdsgeresolveerde vibratieanalyse

De voordelen van de hierboven beschreven methoden voor vibratieanalyse zijn dezelfde als deze aangehaald in het begin van sectie 5.2. Een methode, karakteristiek voor digitale holografie op basis van de extractie der complexe fase, werd vervolgens geïntroduceerd, waarbij niet alleen de grootte maar ook het correcte teken van de interferentiefase rechtstreeks bekomen werd. Een finale bewerking in de vorm van een phase-unwrapping gaf een volveld vervormingsmap tussen de twee beschouwde toestanden.

Deze methode kan ook voor vibratie-analyse worden gebruikt en dit gaat als volgt. Men begint met een holografische opname van het object in rusttoestand. Vervolgens wordt het object in vibratie gebracht en zullen we met stroboscopische lichtpulsjes het object telkens op precies hetzelfde moment in de vibratieperiode T belichten, zoals geïllustreerd in figuur 6.7. Wanneer deze opname wordt vergeleken met de referentieopname van het stilstaande object door middel van de fase-extractie kan, na een fase-demodulatie, een tweedimensionale verplaatsingsmap worden geconstrueerd van het belichte moment in de vibratiecyclus.



Figuur 6.7: Stroboscopische belichting van één bepaalde oscillatiefase. Door voldoende van deze pulsen op de CCD op te vangen kan de vorm van het object in deze fase van de oscillatie met behulp van fase-extractie berekenen.

Dit kan worden herhaald voor verschillende fases in de periode. De referentiemeting hoeft echter maar één keer plaats te vinden, waarna alle gewenste momenten van de perioden worden belicht en opgenomen. Achteraf worden deze opnamen één voor één vergeleken met de referentieopname en op die manier verkrijgt men volveld tijdsgeresolveerde vibratieinformatie van het object.

Een voorbeeld zal deze opnametechniek verduidelijken. De opzet blijft hier hetzelfde als in de vorige twee secties: een rubbermembraan wordt door geluidsgolven aan 450 Hz en 67 ± 1 dB. gestimuleerd. Het resultaat is te zien in figuur 6.8. Er werd op acht momenten in de vibratieperiode gemeten met lichtpulsen met een duur gelijk aan 5% van de trillingsperiode. Oorspronkelijk werden er 40 momenten belicht maar om evidente redenen worden deze niet allemaal getoond in deze tekst. Op de bijgevoegde videobestanden worden deze 40 beelden getoond in de vorm van een filmpje.

Er werd ervoor geopteerd om in de figuren ook snelheidsinformatie toe te voegen in de vorm van een kleurcodering. Deze snelheid werd in elk punt (n, m) als volgt berekend:

$$\begin{aligned}
 v_t(n, m) &= \left| \frac{z_{t+1/2}(n, m) - z_{t-1/2}(n, m)}{\Delta t} \right| \\
 &= \left| \frac{\frac{z_{t+1}(n, m) - z_t(n, m)}{2} - \frac{z_t(n, m) - z_{t-1}(n, m)}{2}}{\Delta t} \right| \\
 &= \left| \frac{z_{t+1}(n, m) - z_{t-1}(n, m)}{2\Delta t} \right|,
 \end{aligned}$$

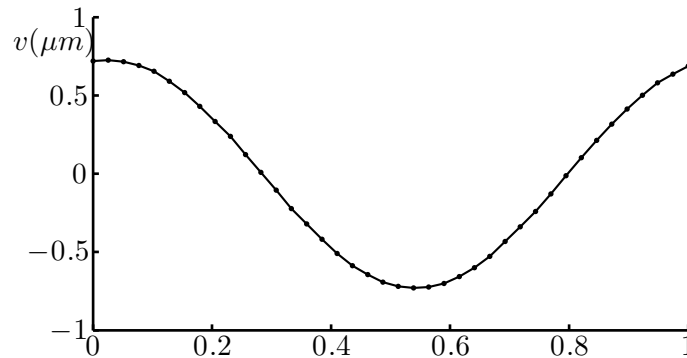
waarin $v(n, m)$ de snelheid in het punt voorstelt, $z(n, m)$ de out-of-plane positie voorstelt, de index t de verschillende frames van elkaar onderscheidt

en Δt het tijdsverschil tussen twee opeenvolgende frames aanduidt. De snelheid werd berekend uit de volledige set van 40 beelden dus in dit geval loopt t van $1 \rightarrow 40$ en is $\Delta t \approx 0,11$ ms.

Nu de volveld tijdsgeresolveerde informatie beschikbaar is, is het mogelijk om op elk punt van het membraan een analyse te doen, daar waar bijvoorbeeld Doppler gebaseerde vibrometrische technieken slechts single-point informatie verschaffen. Een veelheid aan vibratieanalytische technieken wordt hierdoor eenvoudiger en efficiënter:

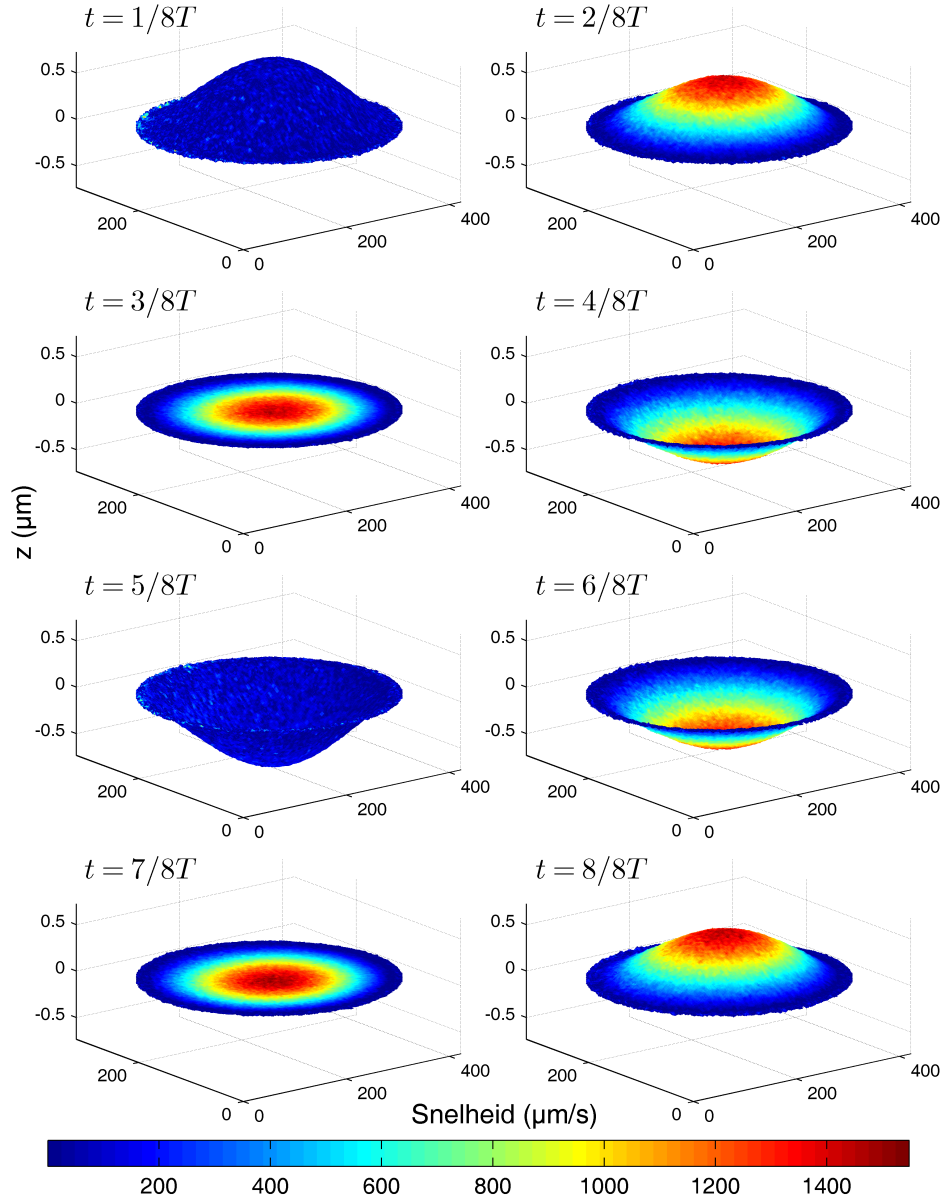
- Het opstellen van profielen doorheen het membraan van parameters zoals amplitude, snelheidsamplitude, vibratiefase, ...
- In elk punt kan de uitwijking van het membraan in functie van de tijd worden afgebeeld, alsook de snelheid, versnelling, ...
- Meer geavanceerde technieken zoals detectie van de response van membranen (zoals het trommelvlies) op verschillende excitaties, zoals impuls, sweep, stepwise, white noise en multisinus excitaties[20].

Ter illustratie van deze mogelijkheden wordt in figuur 6.9 de uitwijking in functie van de tijd afgebeeld in het middelpunt van het membraan.



Figuur 6.9: Out-of-plane vervorming z over één periode van het middelpunt van het membraan, oscillerend aan 450 Hz.

450 Hz



Figuur 6.8: Verschillende tijdstappen in de vibratieperiode van een trillend membraan, gestimuleerd met geluidsgolven van 450 Hz en 67 ± 1 dB. De kleur representeert de snelheid in elk punt. De x - en y -as geven de positie in pixels.

7 Meetresultaten en evaluatie

In deze sectie zullen een aantal bekomen resultaten gegeven en besproken worden. Het doel van deze sectie is niet een *volledige* bijhorende analyse te maken van de onderzochte objecten (zoals het onderzoeken van elastische of vibrationele eigenschappen), maar wel om een algemeen beeld te geven van de mogelijkheden die digitale holografie te bieden heeft.

7.1 Statische interferometrie

In sectie 5 werden twee methoden geïntroduceerd om met behulp van digitale hologrammen van een object voor en na een vervorming, een interferometrische vergelijking te maken. Dit kan namelijk enerzijds door de twee opgenomen CCD-beelden bij elkaar op te tellen en dit sombeeld holografisch te reconstrueren, het digitale equivalent van een double-exposure hologram. Anderzijds is het mogelijk om de twee opnamen apart te reconstrueren en dan de fase-informatie van beide hologrammen met elkaar te vergelijken. Men bekomt dan een 2π -*gewrapt* beeld dat, na toepassing van een phase-unwrapping algoritme, een volledige verplaatsingsmap van het object kan verschaffen waarbij ook het teken van de vervorming correct kan worden achterhaald.

Er bestaan andere technieken met vergelijkbare mogelijkheden om volveld vervormingsmappen te construeren, met elk specifieke voor- en nadelen ten opzichte van digitale holografie:

- Digital Speckle Pattern Interferometry (DSPI) [16, 17, 18]: Deze techniek, gebaseerd op optische speckles, heeft als grote voordeel dat de benodigde optische opstelling relatief eenvoudig te construeren is. Echter, om correcte informatie over het teken van de vervorming te verwerven, moeten er vier beelden genomen te worden van elke toestand, waarbij de (diffuse) referentiebundel telkens een faseverschuiving van $\pi/2$ ondergaat. Theoretisch gezien zijn drie fasevershoven beelden voldoende maar men kiest toch vaak voor vier beelden om computationele redenen. Verder is het nodig om het beeld over verschillende pixels uit te middelen, waardoor de spatiale resolutie wordt verlaagd. De diepteresolutie en het toepassingsgebied is vergelijkbaar met digitale holografie.
- Shearography [18]: Een techniek die sterk verwant is met de hierboven besproken DSPI. Hierbij wordt het gereflecteerde licht, afkomstig van het object, via een beamplitter naar twee spiegels gestuurd. De ene

spiegel wordt gebruikt om de phase-shifting te bewerkstelligen. De andere spiegel staat licht gedraaid onder een hoek α . Hierdoor vallen twee objectbundels met een onderling klein hoekverschil op de camera, waardoor we kunnen zeggen dat de objectbundel zelf fungeert als referentiebundel. Het interferentiepatroon dat hieruit ontstaat bevat informatie over de verschuiving (*shears*) van het object. Een out-of-plane vervorming wordt met shearography echter niet waargenomen. Het grote voordeel van deze techniek is dat de opstelling zeer stabiel is doordat het object zelf als referentie fungeert. Hierdoor wordt dit vaak in de industrie gebruikt om defecten in materialen te detecteren. Een kwalitatief onderzoek is bij dergelijke toepassingen voldoende waardoor phase-shifting niet nodig is.

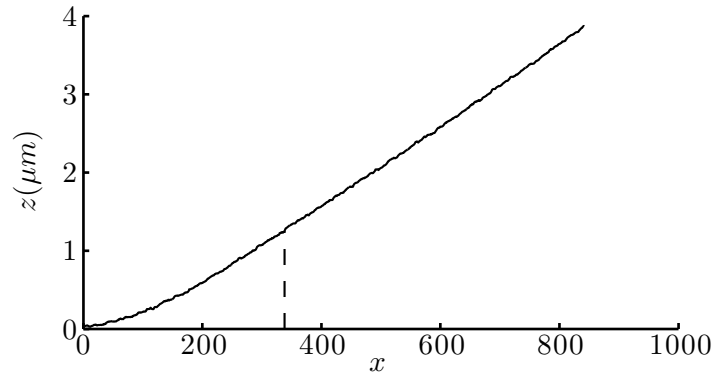
- Moiré profilometrie: Een Moiré franjepatroon ontstaat wanneer twee licht verschillende roosters interfereren. Dit conceptueel eenvoudige fenomeen kan ook worden gebruikt voor het genereren van full-field vorm- en vervormingsmappen. De essentie hierbij is dat een gekend rooster wordt geprojecteerd op een object met een zekere vorm, waardoor het rooster vervormd wordt. Dit vervormde rooster wordt vervolgens opnieuw geprojecteerd op het oorspronkelijke niet-vervormde rooster. Hieruit ontstaan *geometrische* interferentiefrajes die hoogte-informatie bevatten in hun grijswaarden. Per pixel kan de hoogte berekend worden wanneer men drie metingen heeft waarbij de roosters stapsgewijs relatief verschoven zijn ten opzichte van elkaar. Doordat de franjes niet ontstaan op basis van interferentie tussen lichtgolven maar van interferentie tussen de roosters, is de schaal waarop deze techniek werkt groter dan bij digitale holografie. Het bereik is hier $\pm 5 \mu\text{m} \rightarrow 5 \text{mm}$. Bijgevolg kunnen vervormingen en vibraties met een amplitude kleiner dan $5 \mu\text{m}$ niet worden waargenomen, waardoor deze techniek veel stabiel en robuuster is dan DSPI en digitale holografie. In het submicron gebied heeft deze methode geen toepassing zodat hij een complementaire toevoeging vormt voor technieken als digitale holografie en DSPI.

In de volgende twee puntjes zullen een aantal resultaten en tests van digitale besproken worden en vergeleken met DSPI.

7.1.1 Plaatje

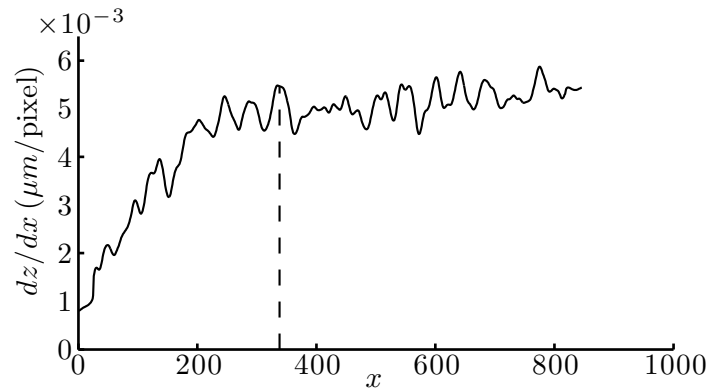
Deze metingen betreffen het metalen plaatje van figuur 5.1 dat wordt verbogen door een pin die verbonden is met een piëzoactuator. Een eerste

meting werd getoond in sectie 5.3, figuur 5.8. Een sectie met een breedte van één pixel doorheen het midden van deze figuur wordt hieronder getoond in figuur 7.1. De plaats waar de pin op het plaatje drukt is aangegeven door de streepjeslijn.



Figuur 7.1: Vervormingsprofiel van metalen plaatje, verbogen door een pin. De plaats van de indrukking wordt aangegeven door de streepjeslijn.

Wat interessant kan zijn, is het bestuderen van de vervorming van enerzijds het stuk tussen de plaats waar het plaatje is vastgemaakt (links op de figuur) en de plaats van indrukking (streepjeslijn) en anderzijds het stuk van de plaats van indrukking tot het losse einde. Daarom nemen we de afgeleide vervorming, geïllustreerd in figuur 7.2, na een average smoothing van het vervormingsprofiel over 30 pixels. Het is immers algemeen geweten dat numeriek afleiden ruisversterkend werkt, waardoor het gebruikt van een low-pass filter op de originele data vaak een noodzaak is. Het feit dat dit hier nodig bleek heeft zijn oorzaak niet in het feit dat er grote ruis aanwezig is, maar wel de hoge pixeldichtheid van de data. Een kleine dx betekent immers een grote dz/dx .

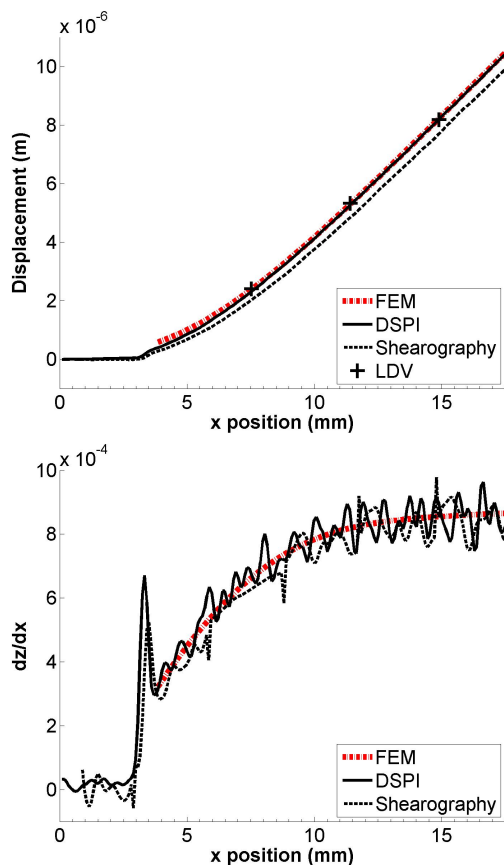


Figuur 7.2: Afgeleide van het vervormingsprofiel van metalen plaatje, figuur 7.1. De plaats van de indrukking wordt aangegeven door de streepjeslijn.

Op deze figuur is te zien dat de afgeleide voor het punt van indrukking min of meer lineair toeneemt, wat overeenkomt met een buiging van het plaatje, terwijl de afgeleid zich na dit punt meer als een constante zal gedragen (*rigid body movement*).

Gelijkaardige resultaten werden gevonden met verscheidene ander technieken in een onderzoek uitgevoerd door J. Soons [18], zoals te zien in figuur 7.3. De gebruikte technieken hier zijn:

- Finite Element Modelling: theoretische voorspelling van de verbuiging aan de hand van de materiaaleigenschappen en externe druk op het plaatje.
- DSPI, uitgelegd in sectie 7.1.
- Shearography, een variatie op DSPI, eveneens uitgelegd in sectie 7.1.
- Laser Doppler Vibrometry (LDV) metingen op drie punten.



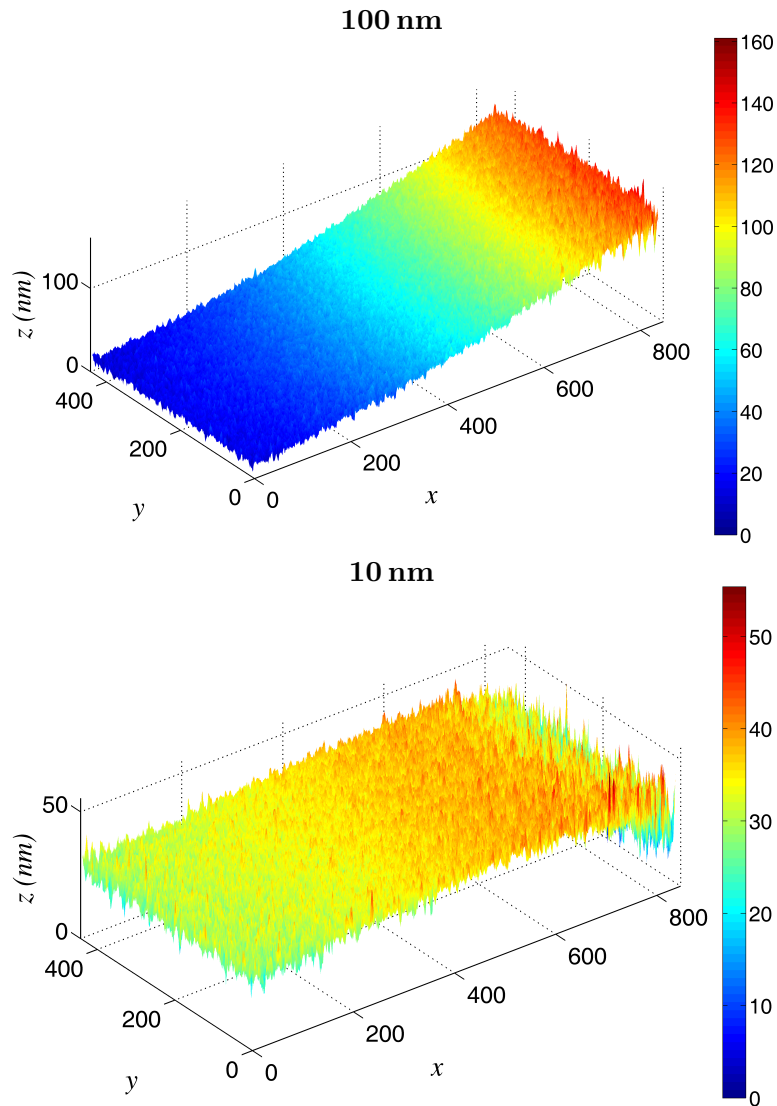
Figuur 7.3: Figuren uit [18]. Kwantitatieve vergelijking van FEM, DSPI, Shearography en LDV. Het gemeten object hier was hetzelfde metalen plaatje en het punt van indrukking was op 9 mm.

Verder worden nu nog enkele metingen getoond, die de grenzen van digitale holografie zullen blootleggen. Eerst behandelen we de vraag wat de kleinste vervorming is die gemeten kan worden met digitale holografische interferometrie. Daarom werden metingen gedaan van een vervormingen op het plaatje van slechts 100 nm en 10 nm op een punt bijna aan het uiteinde van het plaatje. Deze worden gegeven in figuur 7.4.

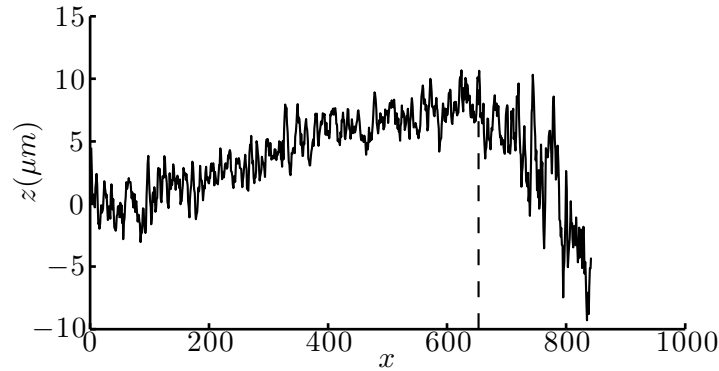
Bij de eerste meting, 100 nm, is het resultaat nog steeds relatief bevredigend, hoewel de signal-to-noise ratio (SNR) verkleind is ten opzichte van de meting in figuur 5.8.

Bij de tweede meting, 10 nm, treedt een vreemd fenomeen op aan de rand, waarbij het plaatje in de tegenovergestelde richting vervormd lijkt te

zijn ten opzichte van de rest van het plaatje. Verder is de SNR hier nog verder verkleind. Echter, op de doorsnede van deze data, getoond in figuur 7.5, is de opgelegde vervorming van 10 nm nog steeds duidelijk te zien.



Figuur 7.4: Vervormingsmappen van het plaatje bij een vervorming van 100 nm en 10 nm.

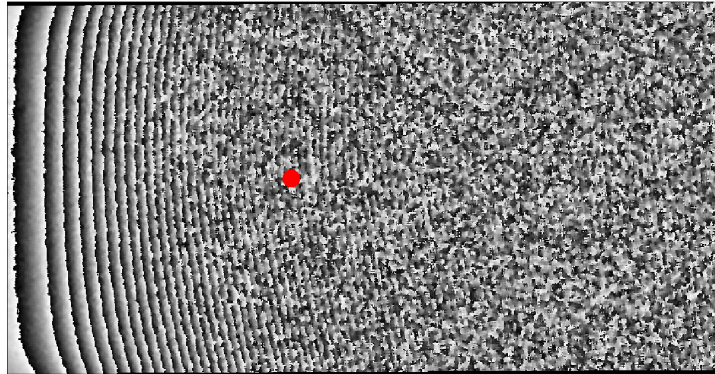


Figuur 7.5: Doorsnede van de vervormingsmap van het plaatje bij een vervorming van 10 nm. De plaats van indrukking wordt weergegeven door de streepjeslijn. Er vond een uitmiddeling over tien rijen op de data in figuur 7.4 plaats voor deze doorsnede.

Om beperking van digitale holografie aan het andere uiteinde van het bereik aan te tonen, wordt een meting gedaan met een uitzonderlijk grote uitwijking. In dat geval treden verschillende problemen op:

- De 2π -fasesprongen zullen te dicht bij elkaar gaan liggen.
- Doordat het object aan één zijde is vastgemaakt en op een bepaalde afstand van deze zijde een kracht ondervindt die loodrecht is op deze zijde, zal het object tijdens de vervorming een netto draaimoment hebben. Dit betekent dat de vervorming niet zuiver out-of-plane is maar in feite een rotatie om de vaste zijde is. Als gevolg zullen pixels bij grote vervormingen niet meer noodzakelijk dezelfde punten voorstellen voor en na de vervorming.

Een voorbeeld van een interferentiefasebeeld (voor de unwrapping) wordt getoond in figuur 7.6. Het is duidelijk dat een phase-unwrapping algoritme hierop zal falen omdat de vervormingsinformatie verloren is gegaan in het opname- en digitalisatieproces.



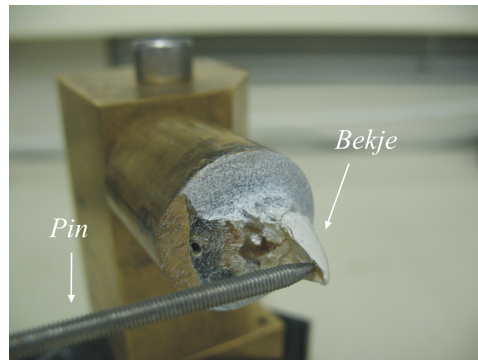
Figuur 7.6: Interferentiefasebeeld van plaatje dat een vervorming van $10\ \mu\text{m}$ onderging op de aangeduide plaats (rode stip).

7.1.2 Vogelbek

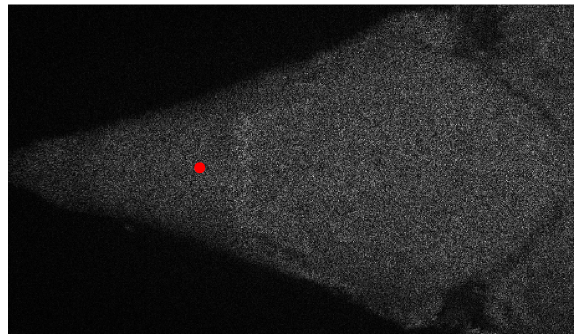
De diversiteit in bekjes van de zogenaamde Darwinvinken is reeds lang gekend en vormt een veelzijdig onderzoeksobject [21]. Ze zijn het ideale voorbeeld van Darwin's evolutietheorie, omdat deze diversiteit is ontstaan als gevolg van natuurlijke selectie gebaseerd op variatie van de hoeveelheid aan en het type van beschikbaar voedsel.

Sterker nog, er zijn nog steeds onderzoeken aan de gang over dit fascinerende onderwerp [22, 18] die gebruik maken van zeer diverse onderzoeksmethoden: FEM, CT-reconstructies, DSPI, shearography, ... Digitale holografie is een techniek die in de toekomst misschien wel een plaatsje in deze lijst kan opeisen.

Om de geschiktheid van digitale holografie aan te tonen worden hier enkele metingen op de bovenste helft van een bekje van een Darwinvink getoond. Een volledige analyse past echter niet binnen het kader van deze thesis, maar een aantal illustratieve metingen zijn zeker leerzaam. Figuur 7.7 toont het gemeten bekje dat wordt vervormd door een metalen pin die verbonden is met een piëzoactuator. Een digitaal intensiteitshologram van het bekje wordt gegeven in figuur 7.8.

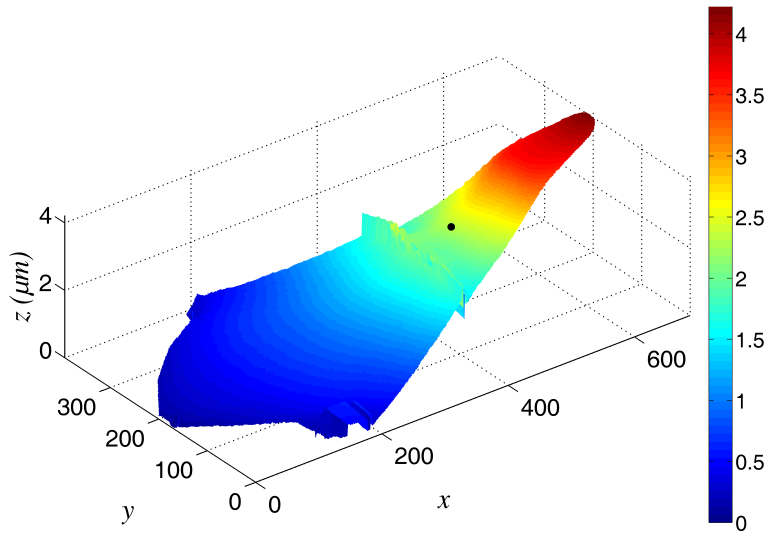


Figuur 7.7: Foto van het bekje dat wordt verbogen door een metalen pin.



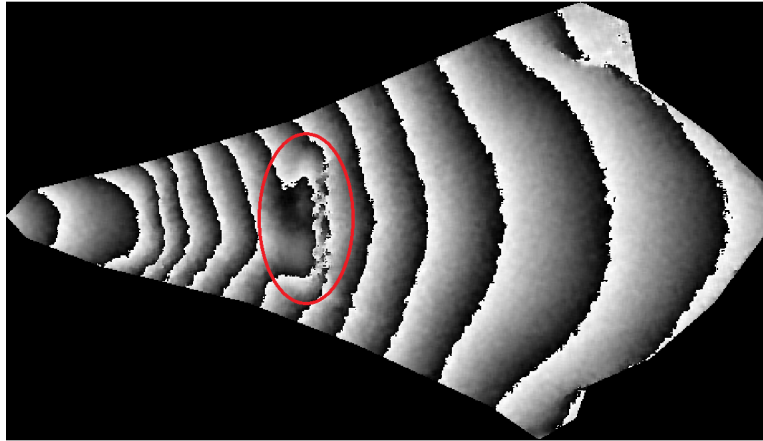
Figuur 7.8: Intensiteitsbeeld van het bekje, uitgesneden uit het volledige hologram. De stip duidt de plaats van indrukking aan.

Er wordt een vervorming opgelegd aan het bekje ter hoogte van de plaats aangeduid in figuren 7.8 en 7.9. Deze laatste toont de verplaatsingsmap die berekend werd aan de hand van twee holografische opnamen, één voor en één na de vervorming.



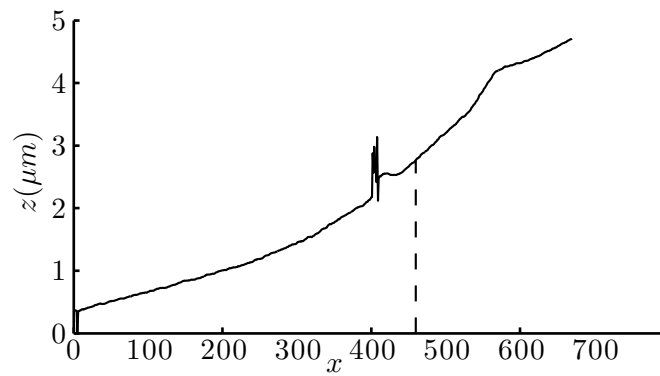
Figuur 7.9: Vervormingsmap van het bekje bij een vervorming van $5 \mu\text{m}$ op de plaats van indrukking, aangeduid door de stip.

In het midden van het bekje bevindt zich duidelijk een probleem. Dit wordt ook duidelijk op het interferentiefasebeeld, figuur 7.10. Ook betere phase-unwrapping algoritmes konden dit probleem niet verhelpen. Dit artefact geeft het vermoeden dat het gemeten bekje een kleine barst bevatte op deze plaats, wat zeker tot de mogelijkheden behoort omdat dit bekje reeds vele metingen heeft doorstaan in het verleden.



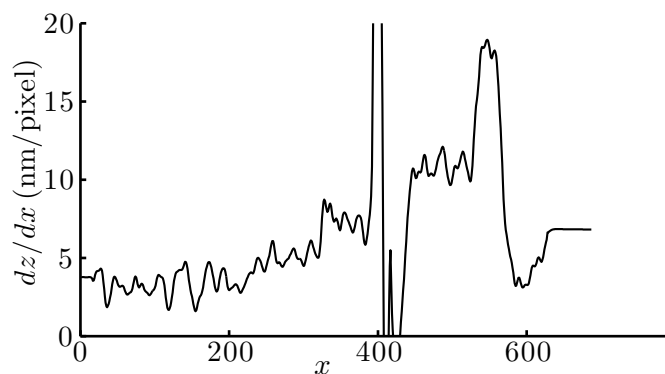
Figuur 7.10: Interferentiefasebeeld van de vervormde vogelbek. De probleemregio is hier duidelijk te zien.

Ook hier is het interessant om een doorsnede van de opname te tonen, figuur 7.11.



Figuur 7.11: Doorsnede van figuur 7.10 doorheen de punt van het bekje. De plaats van indrukking wordt weergegeven door de streepjeslijn. De plaats van de vermoedelijke barst is ook hier goed te herkennen.

Om een goede afgeleide van deze doorsnede te kunnen berekenen, werd wederom eerst een average smoothing over 20 pixels gedaan op de data.



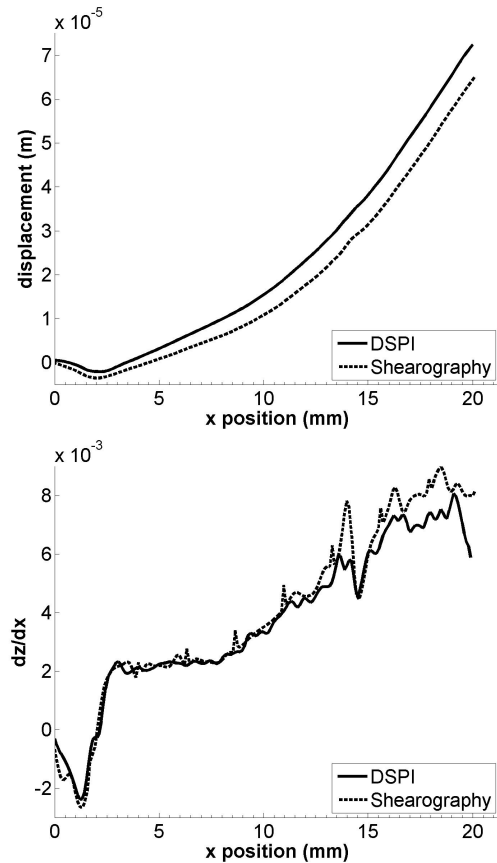
Figuur 7.12: Afgeleide van 7.11. De vermoedelijke barst veroorzaakt hier grote oscillaties.

Een meting uit [18] op een ander, intact vogelbekje, uitgevoerd met andere opnametechnieken, wordt getoond in figuur 7.13. Het is duidelijk dat dat bekje een minder verstoorde vervorming heeft doorgemaakt. Opvallend hier is wel dat er nu een rigid body movement wordt waargenomen voor het punt van indrukken en een buiging van het bekje na dit punt, wat precies omgekeerd is ten opzichte van het metalen plaatje. Wat de precieze consequenties en conclusies hieruit zijn, zijn geen onderwerpen die binnen de reikwijdte van deze thesis vallen.

7.2 Vibratieanalyse

In sectie 6 werden een aantal methoden besproken om met behulp van digitale holografie vibratie-informatie over een object in te winnen. De drie besproken methodes waren

- Time-average opnamen: Deze techniek is het eenvoudigst te realiseren en comprimeert alle vibratie-informatie in één beeld aan de hand van franjes die ontstaan door een distributie in interferentiefase. Het nadeel is dat het contrast bij hogere-orde franjes snel veel kleiner wordt (Bessel-profiel).
- Stroboscopisch belichte double-exposure opnamen: Door het object in vibratie enkel in twee uiterste toestanden te belichten, wordt een double-exposure opname bekomen, waarbij het contrast goed blijft bij hogere-orde franjes (cosinus-profiel). Een mogelijk nadeel is dat niet alle vibratie-informatie wordt opgenomen.



Figuur 7.13: Figuren uit [18]. Kwantitatieve vergelijking van FEM, DSPI, Shearography en LDV. Het gemeten object hier was een ander en meer intact Darwinvink bekje.

- Tijdsgeresolveerde vibratieanalyse: Ook deze techniek maakt gebruik van stroboscopische lichtpulsjes. Hij verschaft full-field informatie over de vorm van het membraan op verschillende momenten in de vibratiecyclus. Het aantal tijdsframes is hierbij vrij te kiezen en bij een voldoende groot aantal, kan men uit de gemeten data de uitwijking van elk punt op het gemeten object in functie van de tijd, achterhalen. Wanneer de snelheid wordt berekend aan de hand van de data en wordt toegevoegd in de vorm van een kleurcodering, kan men spreken van 3 (ruimte) + 1 (tijd) + 1 (snelheid) = 5-dimensionale beeldvorming.

Deze drie technieken zullen nu worden toegepast op een aantal frequenties die worden opgelegd aan het rubbermembraan dat reeds werd geïntroduceerd in sectie 6.

7.2.1 Time-average en double-exposure opnamen

In deze sectie worden de resultaten getoond van de time-average en double-exposure opnamen. Niet alle opnames gebeurden op hetzelfde tijdstip, met dezelfde camera en bij dezelfde geluidsdrukken. Dit laatste werd gedaan om het aantal franjes telkens te optimaliseren.

Het merendeel van de opnamen werden uitgevoerd met de AVT Pike (2452×2054) en anderen met de de AVS Foculus (1392×1040). Deze laatste groep wordt gemarkeerd met een ^F en deze beelden hebben een zichtbaar lagere resolutie.

Vibratiemodes van een membraan

Een oneindig dun oscillerend membraan dat vastgemaakt is aan de rand laat zich theoretisch omschrijven door de Helmholtz vergelijking [23]:

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = 0,$$

waarin ∇^2 de Laplaciaan in poolcoördinaten, $\Psi(P)$ de out-of-plane uitwijking en $k = 2\pi/\lambda$ het golfgetal is. Om deze vergelijking op te lossen wordt een scheiding der variabelen doorgevoerd:

$$\Psi(P) = R(r) \Theta(\theta).$$

Het angulaire deel kent een set van oplossingen

$$\Theta(\theta) = \cos(m\theta + \gamma_m),$$

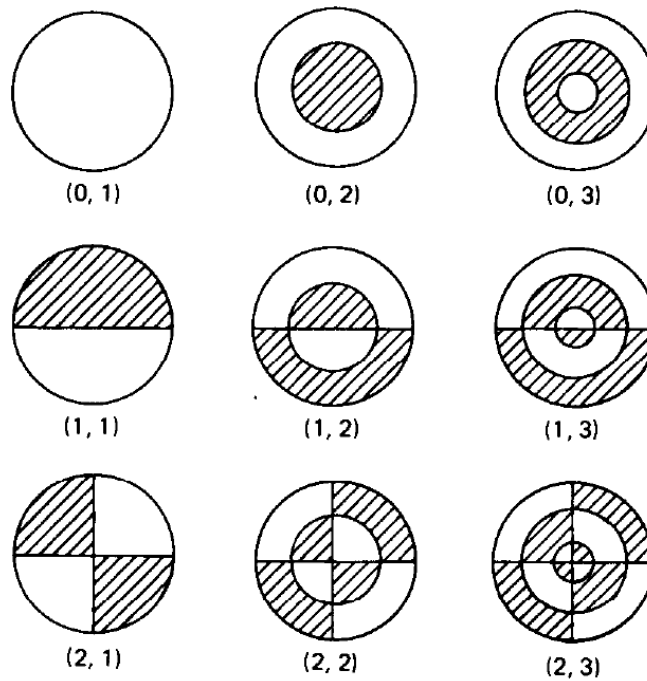
waarin γ_m wordt bepaald door de beginvoorwaarde en $m = 0, 1, 2, \dots$. Het radiale deel heeft als oplossing:

$$R(r) = AJ_m(kr),$$

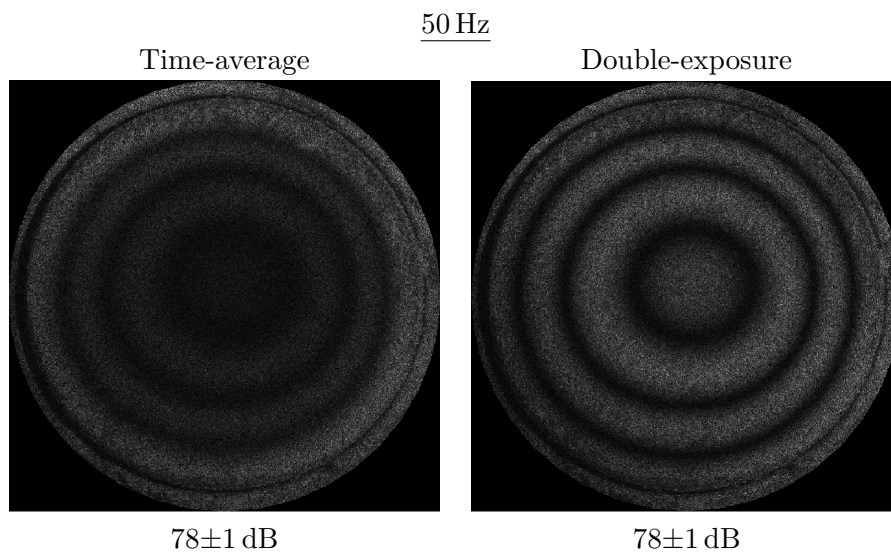
waarbij A door de beginvoorwaarde wordt vastgelegd en J_m een m -de orde Besselfunctie van de eerste soort is. De volledige tijdsafhankelijke oplossingen luiden:

$$y_{mn}(r, \theta, t) = A_{mn} J_{mn}(k_{mn}r) \cos(m\theta + \gamma_{mn}) e^{i\omega_{mn}t}.$$

De index m bepaalt het aantal radiale nodelijnen en de index n het aantal cirkelvormige angulaire nodelijnen. Een bepaalde mode wordt aangeduid als (m, n) . Doordat de randvoorwaarde van een vastgemaakte rand in elk geval één angulaire nodelijn oplegt, is de index n minstens gelijk aan 1. Een aantal mogelijke vibratiemodes staan afgebeeld in figuur 7.14.

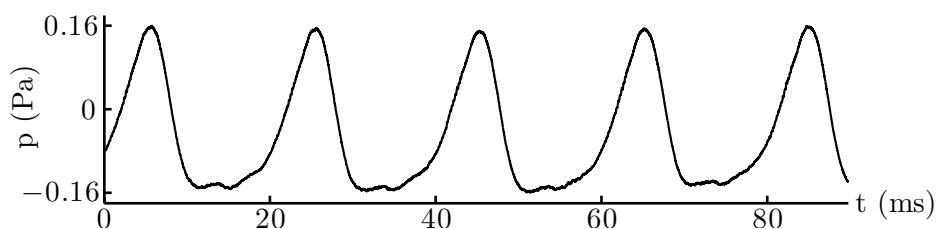


Figuur 7.14: Figuur uit [23], p. 97. Verschillende vibratiemodes (m, n) van een cirkelvormig membraan, vastgemaakt aan de rand. De niet-gearceerde regio's oscilleren in fase met elkaar en in tegenfase met de gearceerde regio's.



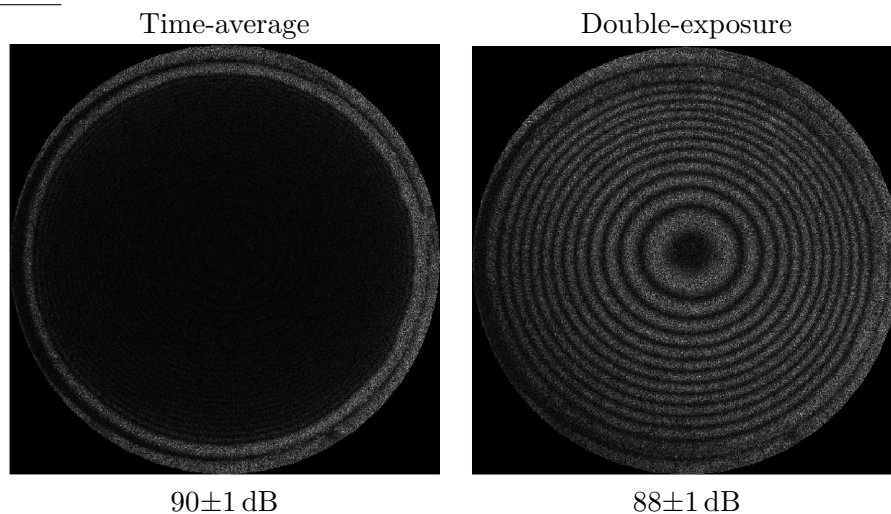
Deze vibratie behoort tot de mode (0,1) waarbij alle punten van het membraan in fase bewegen. Hier is het contrast van de time-average opname echter nog minder goed dan in het algemeen. De reden hiervoor is dat de belichtingstijd slechts 50 ms bedroeg, een tijd waarop een oscillatie aan 50 Hz slechts twee en halve periode T doorloopt.

Wat op deze opnamen niet te zien is, is dat deze oscillatie in realiteit een niet-lineariteit vertoont. Dit zal wel duidelijk te zien zijn in de tijds-gesolvoerde opnamen die verderop worden getoond. De oorzaak van deze niet-lineariteit was niet de aard van het membraan, maar wel van de luidspreker. Het opgenomen geluidssignaal vertoont deze niet-lineariteit immers ook, geïllustreerd door figuur 7.15.



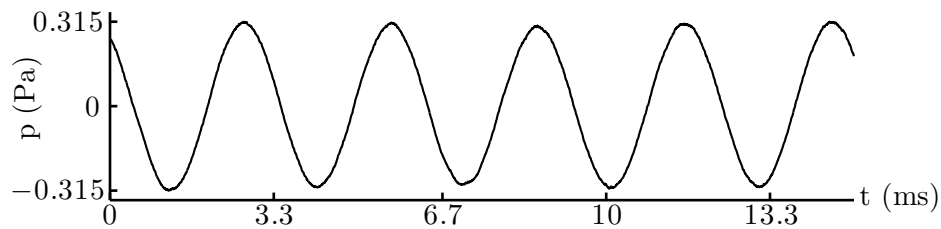
Figuur 7.15: Tijdsafhankelijk verloop van de gemeten luchtdruk wanneer de luidspreker een geluidssignaal van 50 Hz produceert. De sinus is niet zuiver en bevat niet-lineariteiten.

300 Hz



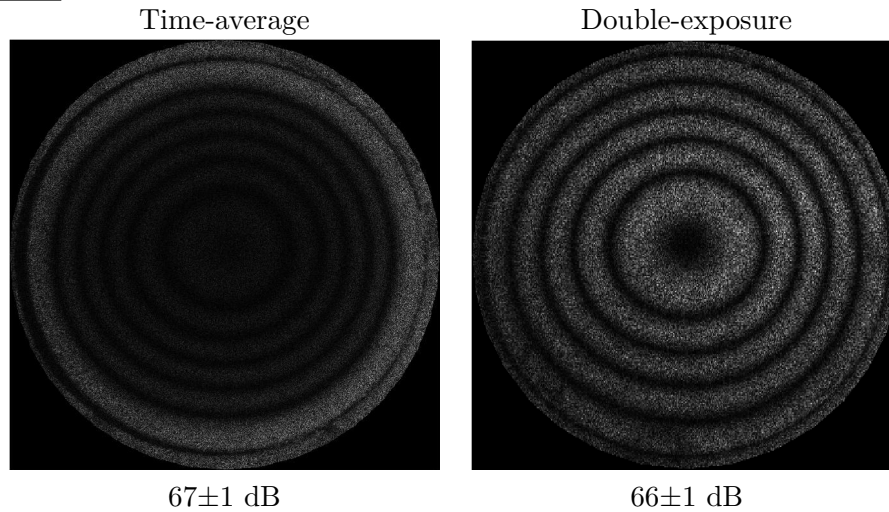
De franjes op het time-average beeld zijn door hun grote aantal en lage contrast bijna niet meer van elkaar te onderscheiden. De oscillatie van het membraan aan deze frequentie kende een zeer grote amplitude, hoewel de luidspreker werd aangedreven met de minimum van 20 mV. Dit is te wijten aan de naburige eigenfrequenties van zowel de luidspreker als het membraan. Zoals te zien op figuur 7.16 gedraagt de oscillatie van de geluidsdruk zich nu wel lineair. Dit zal niet meer veranderen bij de hoger gemeten frequenties.

De eigenfrequentie van de mode (0, 1) wordt f_{01} genoemd.

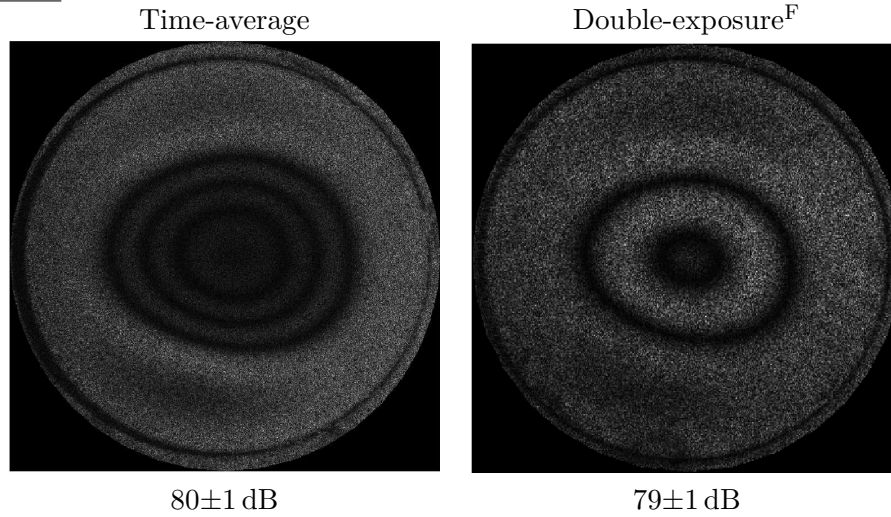


Figuur 7.16: Tijdsafhankelijk verloop van de gemeten luchtdruk wanneer de luidspreker een geluidssignaal van 300 Hz produceert.

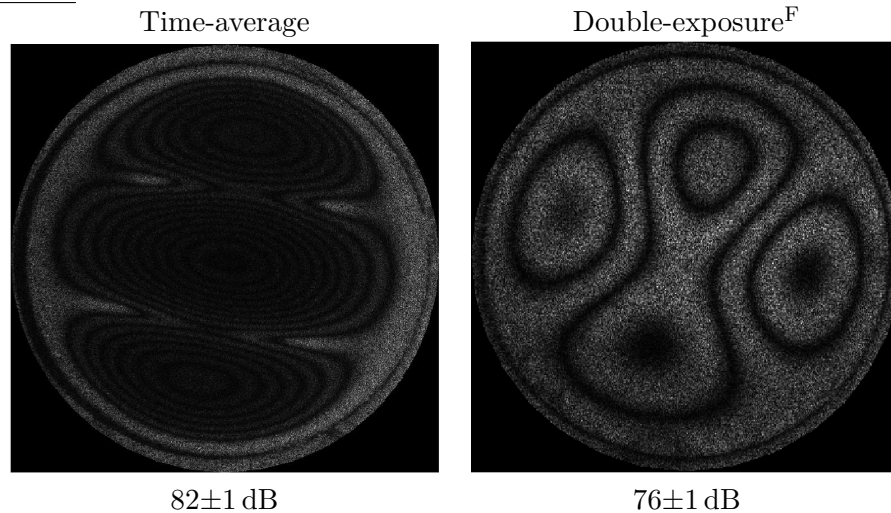
450 Hz



Bij deze frequentie is de (0, 1)-mode nog steeds duidelijk te zien.

900 Hz

Hier herkennen we al kenmerken van de *mexican hat*-mode $(0, 2)$, maar het is toch is toch nog eerder te klasseren onder $(0, 1)$.

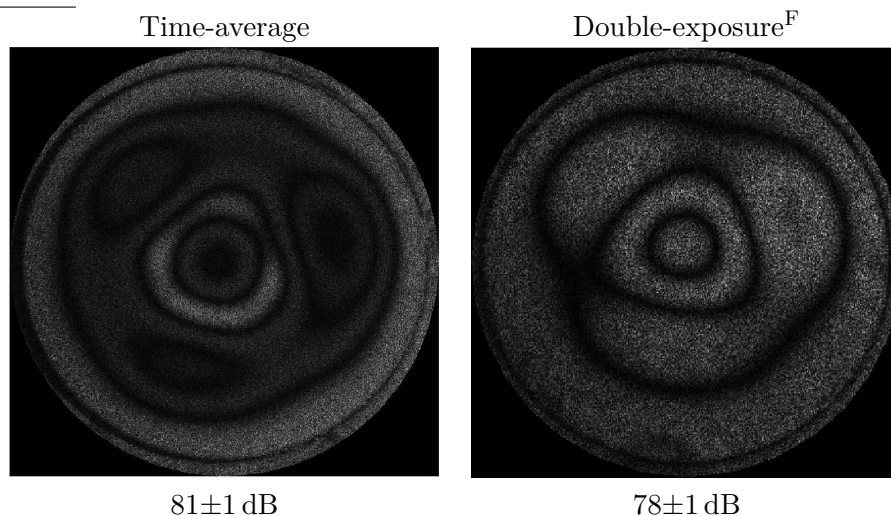
1014 Hz

Dit voorbeeld toont mooi aan dat het bekomen beeld bij een stroboscopisch belichte double-exposure opname sterk afhangt van de momenten waarop de lichtpulsen worden uitgestuurd. Bij dergelijke paradoxale beelden is het zeer moeilijk om aan de hand hiervan te weten te komen hoe het membraan precies beweegt in functie van de tijd. Wederom moeten we vermelden

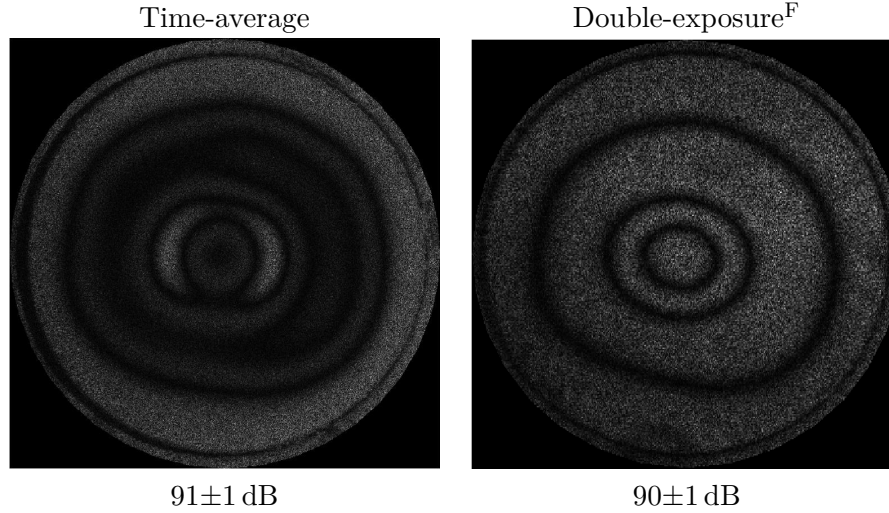
dat dit volledig zal worden opgelost door de tijdsgeresolveerde opnamen.

De trillingsmode valt het best te klasseren onder (2, 1).

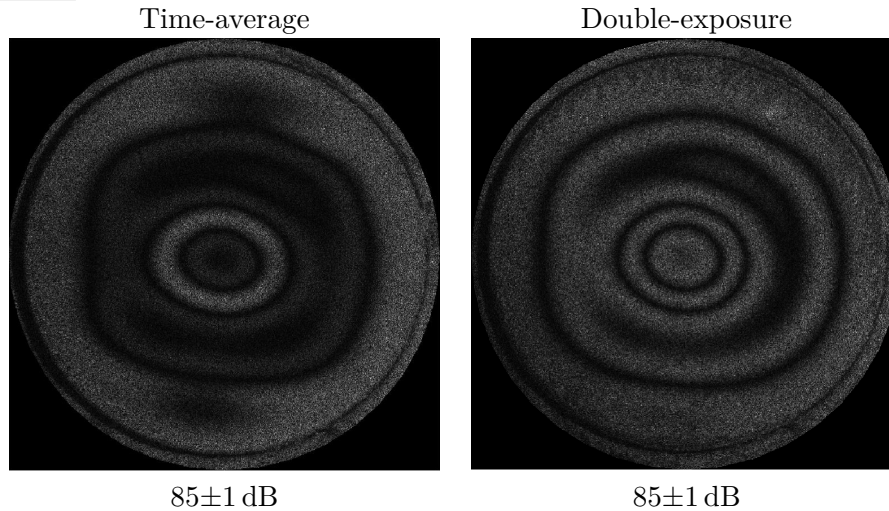
1330 Hz



Op deze beelden lijkt er zich een trimodale oscillatiemode te manifesteren die nergens voorspeld wordt door de theorie. Op de tijdsgeresolveerde opnamen en zeker op het filmpje in de bijlage, wordt echter duidelijk dat dit een vorm is van de (0, 2)-mode waarbij er drie regio's zijn met een licht grotere amplitude dan de andere regio's op de tweede ring. Dit toont aan hoe misleidend en onvolledig deze time-average en double-exposure vibratieopnamen kunnen zijn.

1450 Hz

Ondanks het zeer verschillende time-average beeld ten opzichte van dat bij 1330 Hz, is ook deze mode een manifestatie van de (0, 2)-mode.

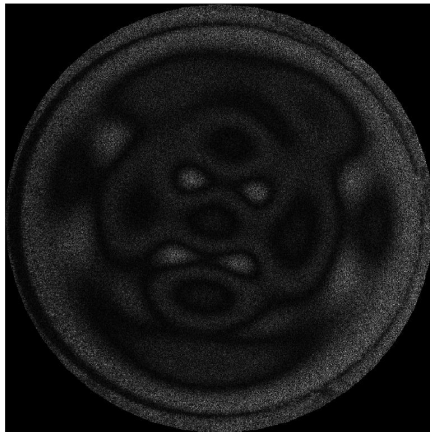
1600 Hz

De theorie voorspelt dat de modes (0, 3) en (2, 2) zeer dicht bij elkaar liggen met frequenties van $f_{03} = 3,598f_{01}$ en $f_{22} = 3,5f_{01}$. Dit vertaalt zich in deze overgangsmode waarin sporen van beide modes te herkennen zijn. Dit is echter niet te zien op deze beelden, maar vereisen weer tijds-geresolveerde opnamen. Hoewel de time-average en double-exposure beelden

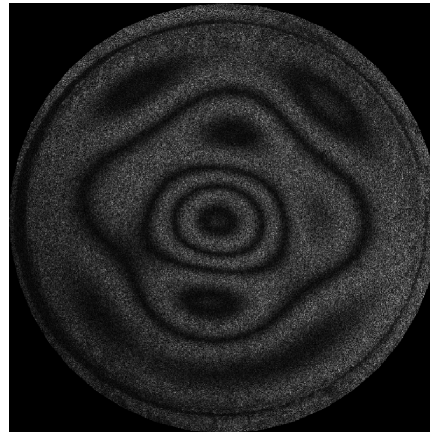
zeer gelijkend zijn aan die bij 1450 Hz, is de tijdsafhankelijke beweging van het membraan toch verschillend.

1800 Hz

Time-average

 88 ± 1 dB

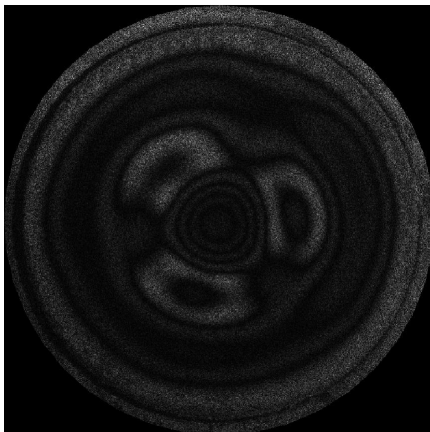
Double-exposure

 88 ± 1 dB

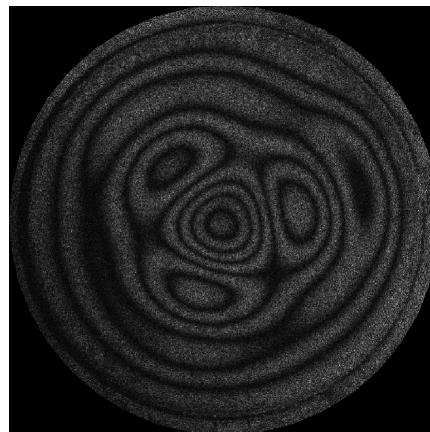
Ook dit lijkt meer op een overgangsmode tussen (0,3) en (2,2) dan een zuivere mode.

2180 Hz

Time-average

 100 ± 1 dB

Double-exposure

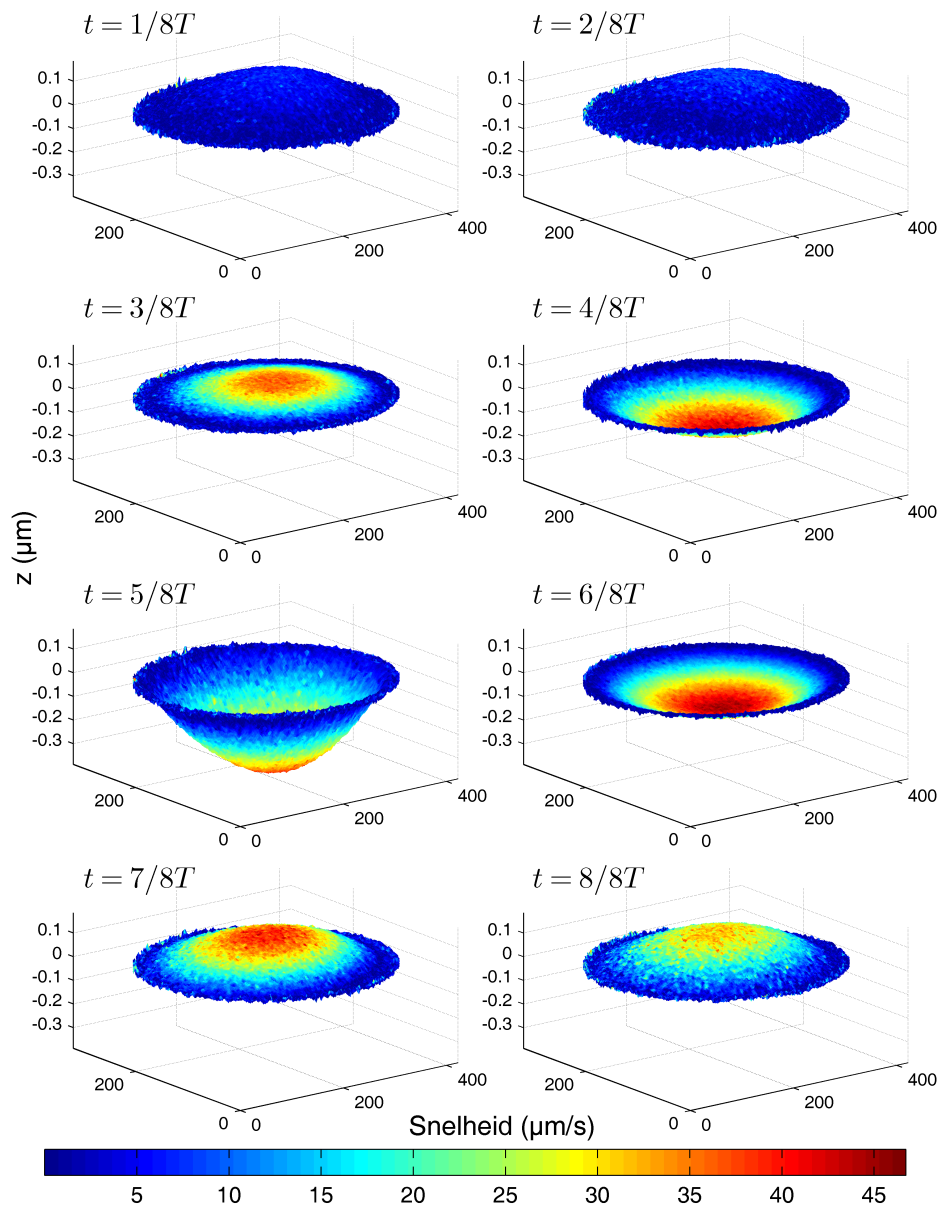
 98 ± 1 dB

Wanneer we naar de tijdsgeresolveerde opnamen kijken, lijkt dit op een relatief zuivere manifestatie van de (0,3)-mode. De beelden hierboven

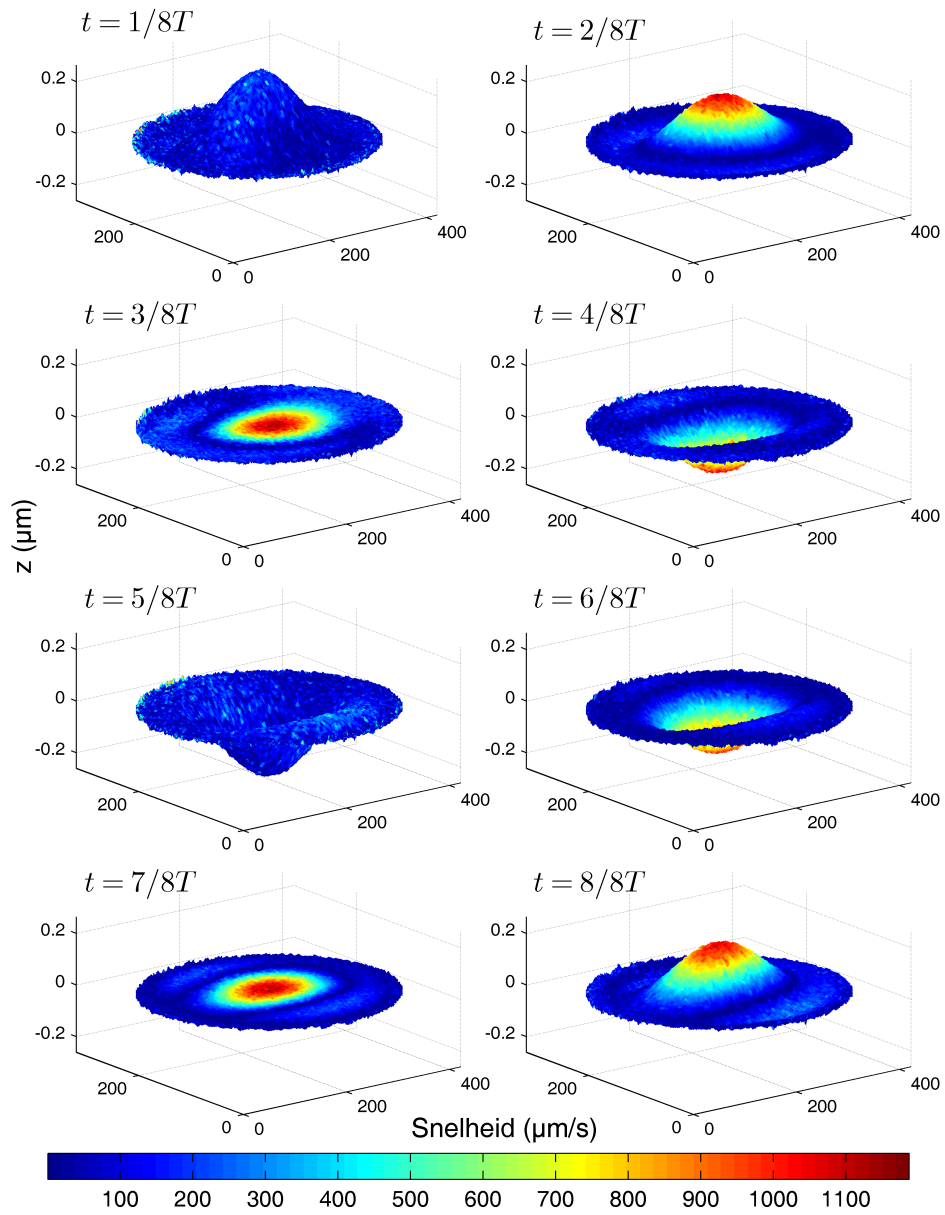
duiden op duidelijk trimodale eigenschappen van de ringen, wat minder snel te herkennen is op de tijdsgeresolveerde opnamen. Op deze manier wordt het belang van het toepassen van verschillende opnametechnieken geschetst.

7.2.2 Tijdsgeresolveerde opnamen

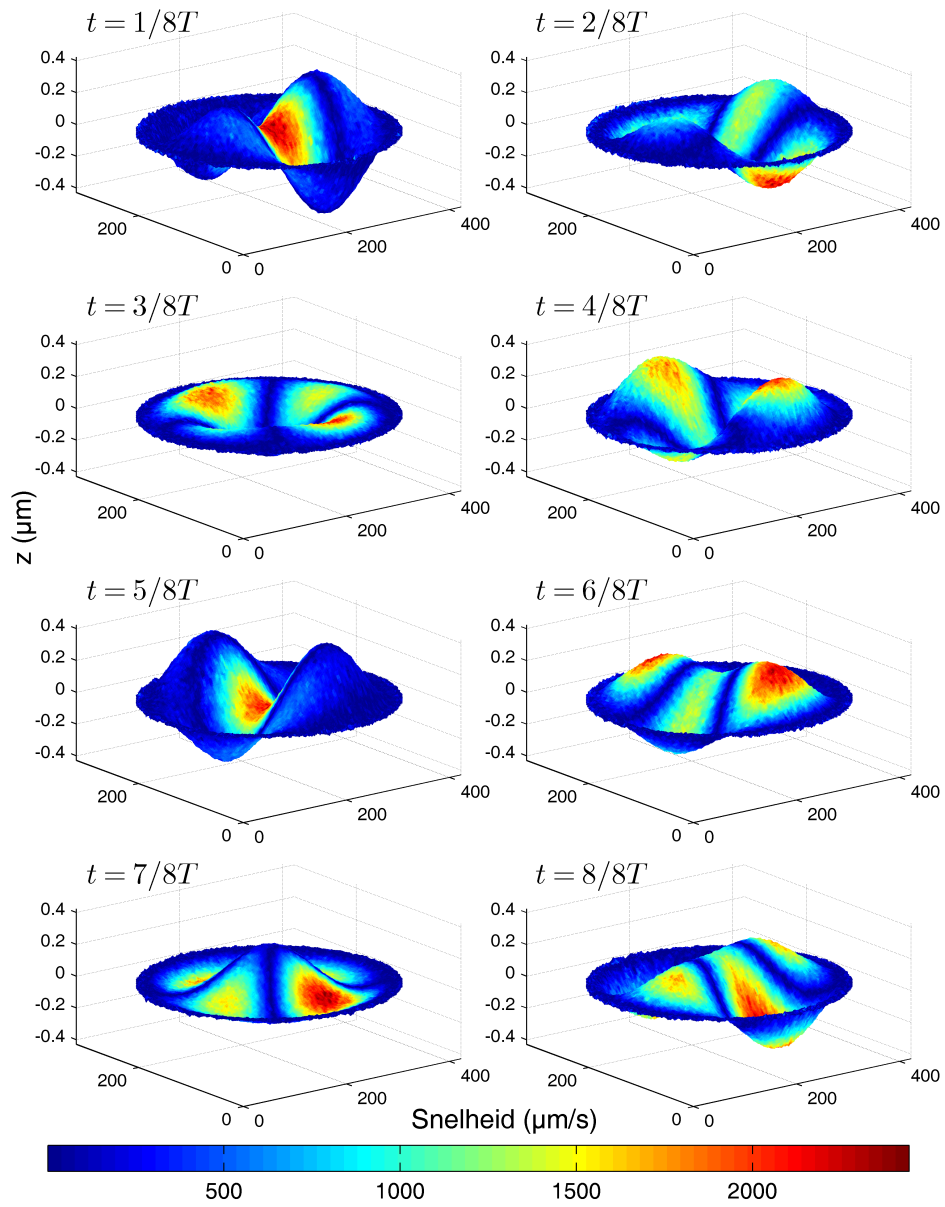
50 Hz



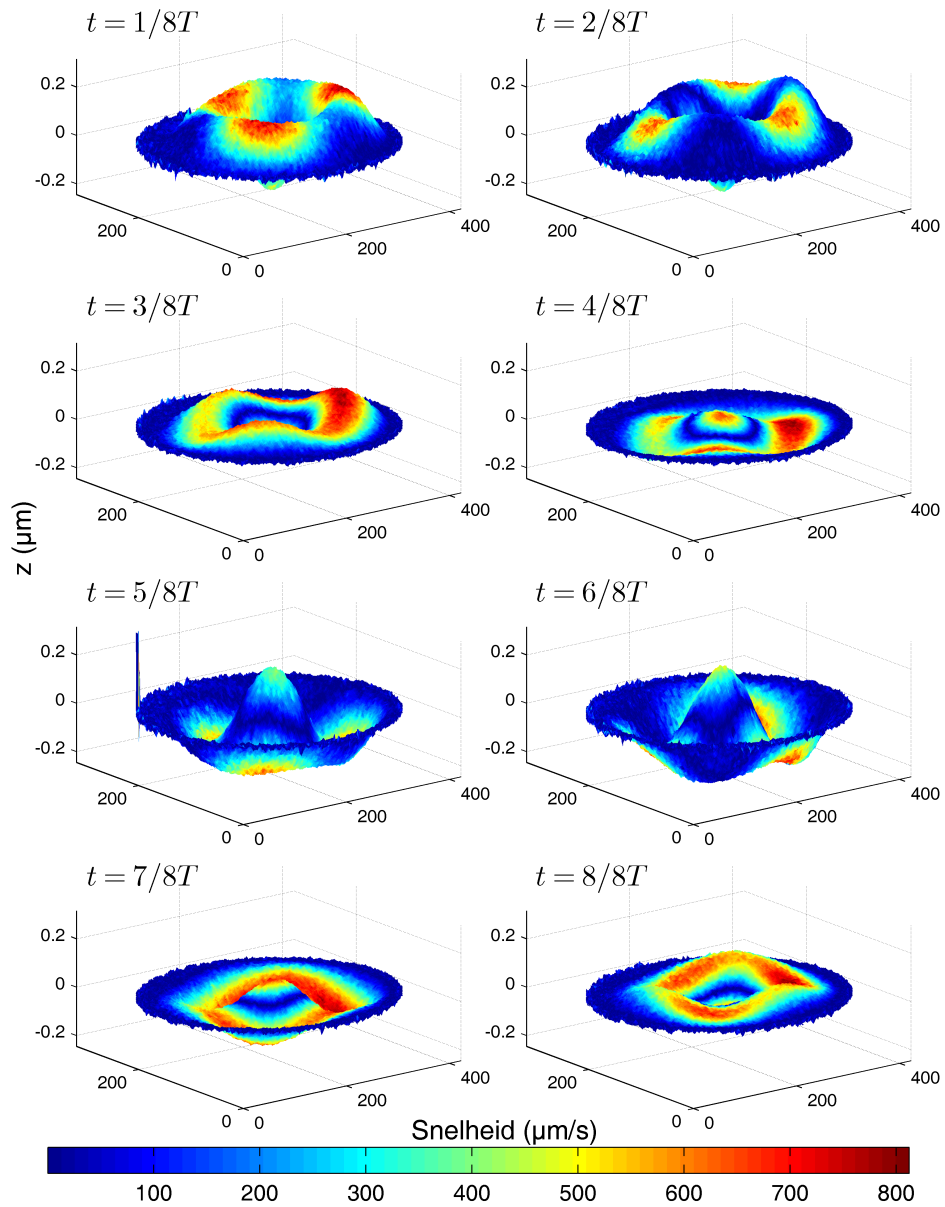
900 Hz



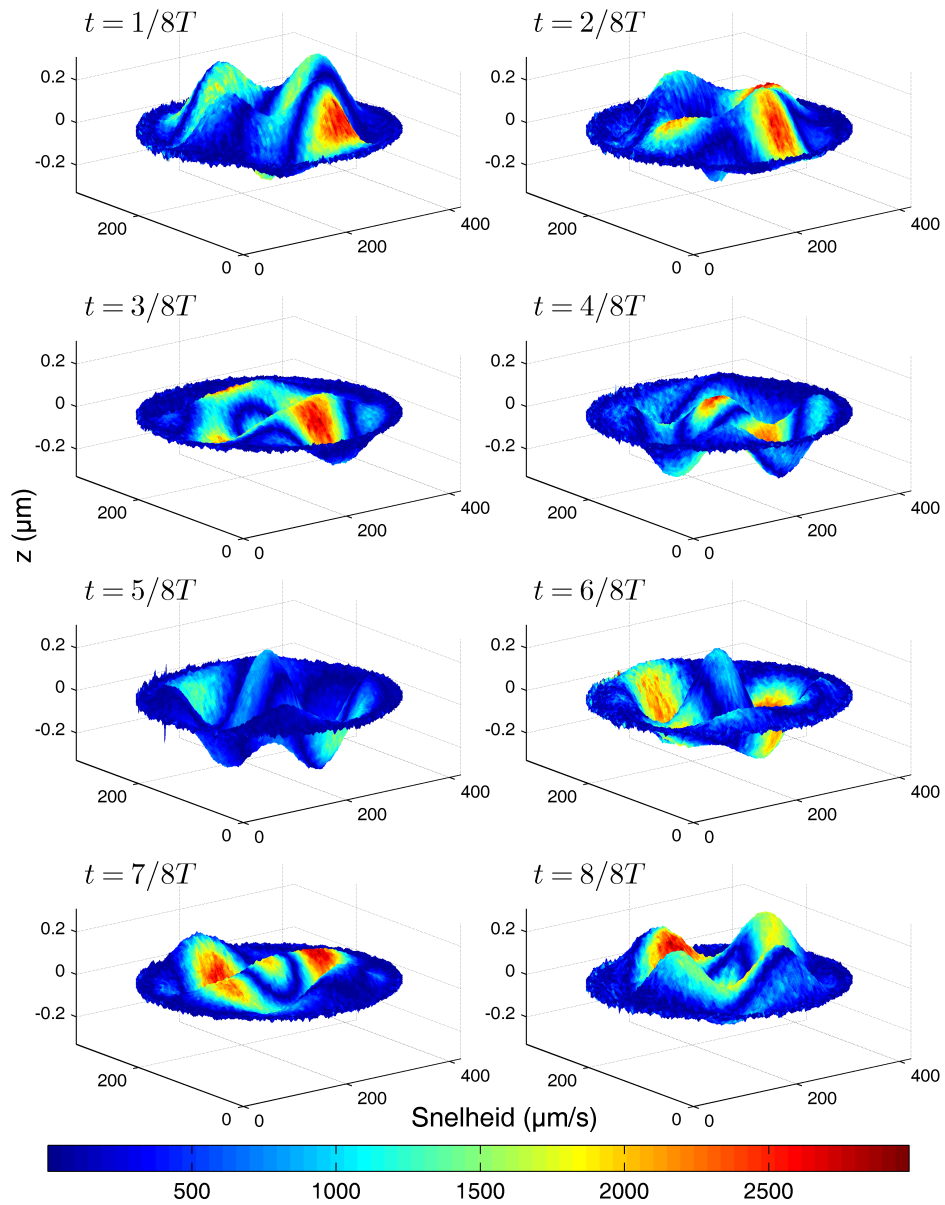
1014 Hz



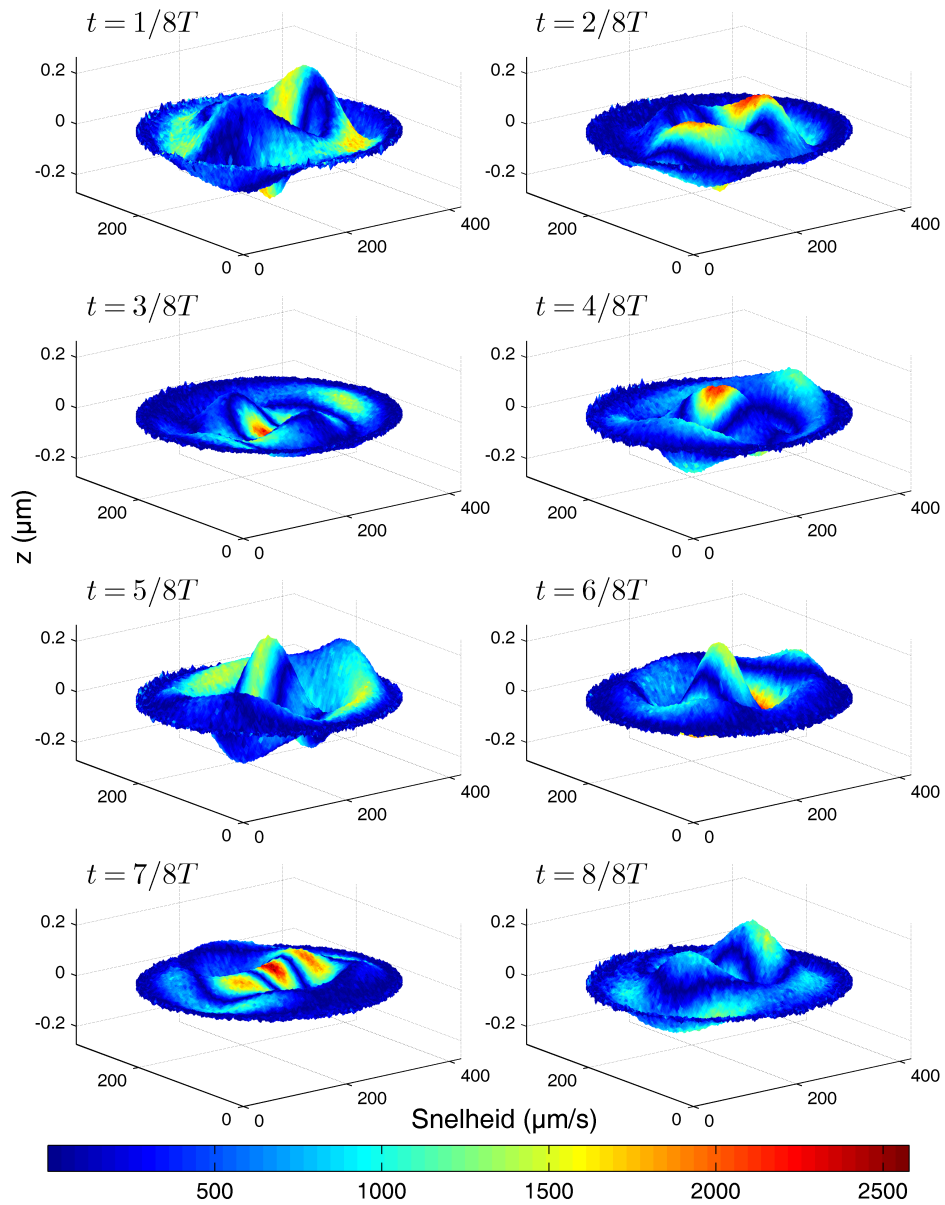
1330 Hz



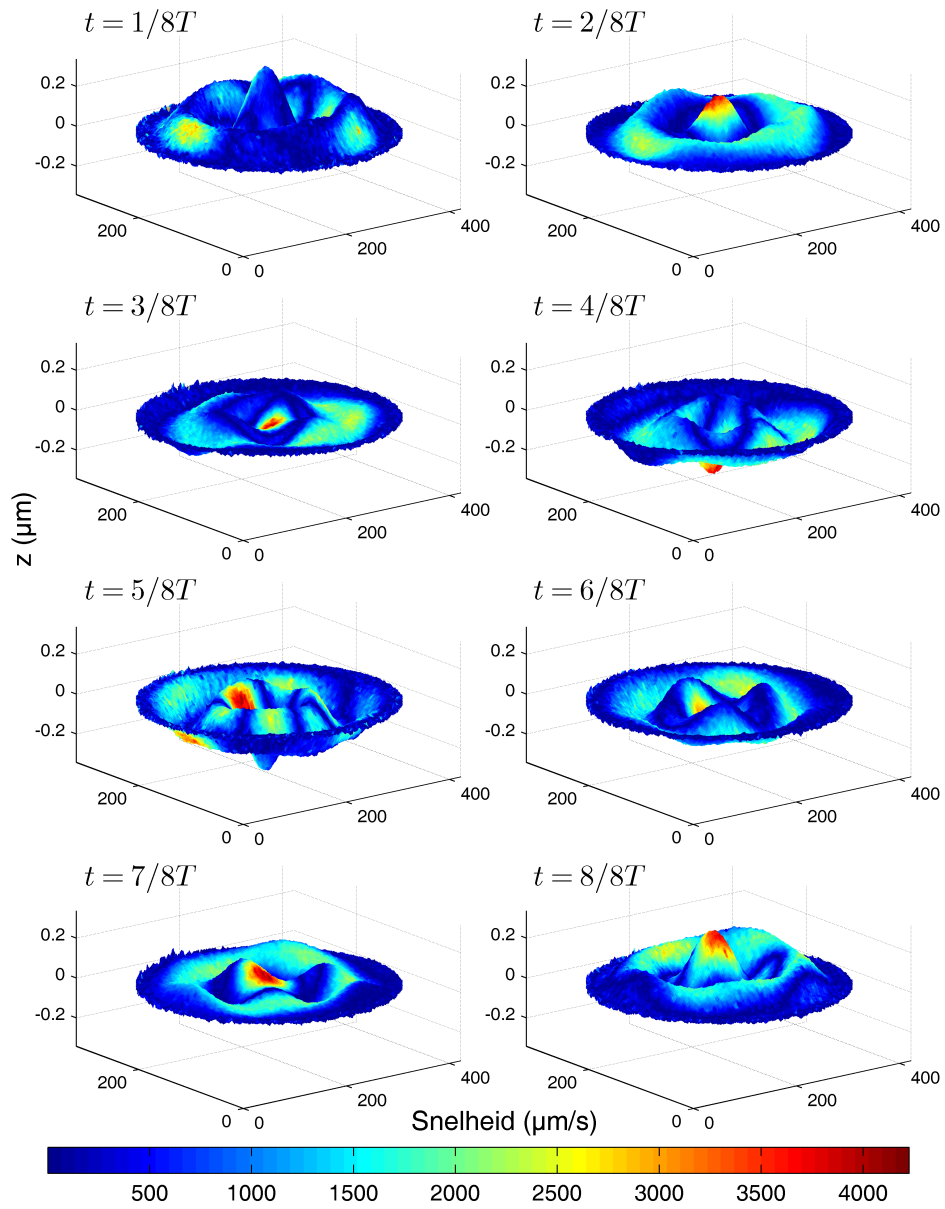
1600 Hz



1800 Hz



2180 Hz



8 Conclusie

In deze thesis werd de theorie van de Fresnelpropagatie van EM-straling en bij uitbreiding van de holografie opgebouwd vanuit de belangrijkste wetmatigheden in het elektromagnetisme: de wetten van Maxwell. Het principe van zowel opname als reconstructie van een hologram werd geïntroduceerd. Ook verschillende vormen van interferometrie die mogelijk zijn met klassieke holografie werden toegelicht.

Sinds enkele decennia slaagt men erin om deze opnametechniek ook digitaal te realiseren. Gebruik makend van hoogwaardige CCD-targets is het mogelijk om de zeer fijne interferentiefranje, die ontstaan bij een holografische opname, te registreren en te importeren in een computer. Hier wordt de opgenomen informatie dan gebruikt om het hologram op een digitale manier te reconstrueren, in dit geval met de Fresnelmethode. Ondanks enkele onvermijdelijke stoorterminen, namelijk de D.C.-term en het virtuele beeld, kunnen hiermee bevredigende beelden worden opgenomen.

De grote sterkte van digitale holografie komt echter pas boven wanneer twee beelden van een vervormd object worden vergeleken met elkaar. De klassieke double-exposure methode kan ook in digitale versie worden uitgevoerd. Wanneer men bovendien gebruik maakt van de fase-informatie, die rechtstreeks kan worden gedistilleerd uit het gereconstrueerde hologram, wordt een kwantitatieve analyse van de vervorming nog eenvoudiger. Ook het teken van de vervorming kan hiermee worden bepaald, wat niet het geval is bij klassieke holografische interferometrie. Om de toepassingsmogelijkheden te illustreren werden metingen op een vervormd metalen plaatje en vogelbekje uitgevoerd en besproken.

Ook in het geval van vibratieanalyse geldt dat digitale holografie meer kan bieden dan zijn klassieke tegenhanger. Met behulp van stroboscopische lichtpulsen, gesynchroniseerd aan de vibratiefrequentie, kan volveld tijdsgeresolveerde beeldvorming worden gerealiseerd. Door de toevoeging van deze tijdsinformatie wordt de vibratie-opname vierdimensionaal van aard. Deze methode werd toegepast op een vibrerend membraan en vergeleken met klassieke time-average en stroboscopische double-exposure opnamen.

Als conclusie kan men stellen dat digitale holografie een beeldvormingstechniek is met een bijzonder groot potentieel en met vele voordelen ten opzichte van klassieke holografie en andere technieken. Het toepassen van deze techniek in het onderzoek van de biomedische fysica zal ongetwijfeld mooie resultaten opleveren in de toekomst.

Referenties

- [1] Gabor T. A New Microscopic Principle. *Nature*, 161(4098), May 1948.
- [2] Lundqvist S., editor. *Nobel Lectures, Physics 1971-1980*, chapter D Gabor - for his invention and development of the holographic method. World Scientific Publishing Co., 1992.
- [3] Ting-Chung Poon. *Optical Scanning Holography with MATLAB*, chapter 2: Wave Optics and Holography. Springer-Verlag New York, Inc. Secaucus, NJ, USA, 2007.
- [4] Kreis T. M. *Handbook of Holographic Interferometry: Optical and Digital Methods*. John Wiley & Sons, 2005.
- [5] Leith E. N. and Upatnieks J. Reconstructed Wavefronts and Communication Theory. *J. Opt. Soc. Am.*, 52(10), Oct 1962.
- [6] Vest C. M. Holographic Interferometry. *Medical Physics*, 6(542), 1979.
- [7] Powell R. L. and Stetson K. A. Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction. *J. Opt. Soc. Am.*, 55(12), Dec 1965.
- [8] Fuzessy Z. and Abramson N. Measurement of 3-D displacement: sandwich holography and regulated path length interferometry. *Applied Optics*, 21:260–264, 1982.
- [9] Yamaguchy I. and Zhang T. Phase-shifting Digital Holography. *Optical Letters*, 22(16), 1997.
- [10] Kreis T. M. and Juptner W. P. O. Suppression of the dc term in digital holography. *Opt. Eng.*, 36(2357), 1997.
- [11] Liu G. Object reconstruction form noisy holograms. *Opt. Eng.*, 79:402–406, november 1990.
- [12] Munoz J. et al. Two-dimensional phase unwrapping of subsampled phase-shifted interferograms. *Journ. Modern Opt.*, 51(1):49–63, 2004.
- [13] Goldstein R. M. et al. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 23(4):712–720, Jul-Aug 1988.
- [14] Ghiglia D.C. and Pritt M. D. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*. Wiley-Blackwell, 1998.

- [15] Buytaert J.A.N. *New optical tomographic & topographic techniques for biomedical applications*. PhD thesis, University of Antwerp, 2010.
- [16] Leendertz J.A. Interferometric displacement measuring on scattering surfaces utilizing speckle effect. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 3:214–218, 1970.
- [17] Creath K. Phase shifting speckle interferometry. *Applied Optics*, 24:3053–3058, 1985.
- [18] Soons J. and Dirckx J.J.J. Full field displacement and strain measurement of small complex bony structures with digital speckle pattern interferometry and shearography. In Albertazzi Goncalves A. Jr., editor, *Speckle 2010: Optical Metrology*, volume 7387, 2010.
- [19] Hariharan P. et al. Stroboscopic holographic interferometry: measurements of vector components of a vibration. *Applied Optics*, 26:3899–3903, 1987.
- [20] Aerts J. *Optical Measurement of the Weak Non-linearity in the Eardrum Vibration Response to Auditory Stimuli*. PhD thesis, University of Antwerp, 2010.
- [21] Bowman R.I. Morphological differentiation and adaptation in the Galapagos finches. *Univ. of California Publ. Zool*, 58(7), 1961.
- [22] Genbrugge A. *Evolutionary morphology of the feeding apparatus in Darwin's finches : a case study of adaptive evolution of complex musculoskeletal systems*. PhD thesis, University of Antwerp, 2011.
- [23] Kinsler L.E. et al. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons, 4 edition, 1999.