

# Stromingsakoestische karakterisatie van linermaterialen gebaseerd op multipoort metingen

Chiara De Timmerman

Thesis voorgedragen tot het behalen  
van de graad van Master of Science  
in de ingenieurswetenschappen:  
werktuigkunde

**Promotoren:**

Prof. dr. ir. Wim Desmet  
Dr. ir. Wim De Roeck

**Assessoren:**

Prof. dr. ir. Paul Sas  
Prof. dr. ir. Eric Van den Bulck

**Begeleiders:**

Ir. Hervé Denayer  
Ir. Antonio Ammirati  
Ir. Leandro De Santana

© Copyright KU Leuven

Zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van zowel de promotoren als de auteur is overnemen, kopiëren, gebruiken of realiseren van deze uitgave of gedeelten ervan verboden. Voor aanvragen tot of informatie i.v.m. het overnemen en/of gebruik en/of realisatie van gedeelten uit deze publicatie, wend u tot Faculteit Ingenieurswetenschappen, Kasteelpark Arenberg 1 bus 2200, B-3001 Heverlee, +32-16-321350.

Voorafgaande schriftelijke toestemming van de promotoren is eveneens vereist voor het aanwenden van de in deze masterproef beschreven (originele) methoden, producten, schakelingen en programma's voor industrieel of commercieel nut en voor de inzending van deze publicatie ter deelname aan wetenschappelijke prijzen of wedstrijden.

# Voorwoord

Wat oorspronkelijk een immense opdracht leek, komt nu tot zijn einde. De bekroning van mijn studententijd en van alle geleverde inspanningen en opofferingen. De afsluiting van een tijdperk. Ik heb dit voorbije jaar enorm veel geleerd, met vele ervaringen fris in het hoofd die zeker van pas zullen komen bij mijn verdere carrière. Deze masterproef ontlokt mij enige trots en ik kan me geen mooiere afsluiter indenken van vijf jaar Leuvenleven.

Allereerst wil ik graag mijn promotors, Wim Desmet en Wim De Roeck, bedanken voor de aangeboden kansen. Ik ben het afgelopen jaar echt kunnen groeien als toekomstig ingenieur en ik voel mij meer dan ooit klaar voor die allereerste officiële werkdag in augustus.

Mijn dank gaat ook uit naar mijn begeleider Hervé Denayer, die zeker mee verantwoordelijk is voor de succesvolle voltooiing van deze masterproef. Bedankt om me (schijnbaar) onvermoeibaar bij te staan met raad en daad en om steeds weer het correcte pad uit te stippelen.

Verder ben ik enorm blij met mijn ouders en zus die onophoudelijk in mij geloofd hebben gedurende de voorbije jaren. Ik wil mijn bonnie bedanken voor de onvoorwaardelijke steun en de wekelijkse porties hartverwarmende soep. En ja bomba, yes I did it!

Tenslotte wil ik mijn vriend bedanken voor zijn luisterend oor, het liefdevolle wederzijds begrip en de nodige porties ontspanning. Jij bent na al die jaren nog steeds mijn beste maatje en je weet als geen ander hoe hard ik mij de voorbije jaren heb ingezet om dit punt te bereiken.

Iedereen, grazie per tutto!

*Chiara De Timmerman*



# Inhoudsopgave

<b>Voorwoord</b>	<b>i</b>
<b>Samenvatting</b>	<b>v</b>
<b>Lijst van figuren en tabellen</b>	<b>vii</b>
<b>Lijst van afkortingen en symbolen</b>	<b>ix</b>
<b>1 Inleiding</b>	<b>1</b>
1.1 Onderzoeksdomein van het eindwerk . . . . .	1
1.2 Doelstellingen . . . . .	2
1.3 Opbouw van het verslag . . . . .	3
<b>2 Akoestische golfvoortplanting</b>	<b>5</b>
2.1 Golfvoortplanting in een stromend medium . . . . .	5
2.2 Golfvoortplanting in een stilstaand medium . . . . .	7
2.3 Golfvoortplanting doorheen leidingen . . . . .	8
2.4 Besluit . . . . .	11
<b>3 Tweepoort- en multipoortkarakterisatie</b>	<b>13</b>
3.1 Akoestische tweepoorten met vlakke golfvoortplanting . . . . .	13
3.2 Uitbreiding naar modale analyse van hogere orde . . . . .	15
3.3 Besluit . . . . .	18
<b>4 Analytische modellering van de akoestische impedantie</b>	<b>19</b>
4.1 Impedantie-eductie voor tweepoorten . . . . .	19
4.2 Impedantie-eductie voor multipoorten . . . . .	24
4.3 Besluit . . . . .	28
<b>5 Implementatie van de eductieprocedure</b>	<b>29</b>
5.1 Algemene structuur . . . . .	29
5.2 Verbeteringen ten opzichte van vorige versie . . . . .	31
5.3 Implementatie voor stromend medium . . . . .	35
5.4 Implementatie voor stilstaand medium . . . . .	37
5.5 Besluit . . . . .	38
<b>6 Testopstelling</b>	<b>41</b>
6.1 Stromingsgeneratie . . . . .	42
6.2 Signaalgeneratie . . . . .	43
6.3 Testsectie en data-acquisitie . . . . .	43

6.4	Besluit . . . . .	47
<b>7</b>	<b>Experimentele validatie</b>	<b>49</b>
7.1	Vlakke golfvoortplanting . . . . .	49
7.2	Modale analyse van hogere orde . . . . .	63
7.3	Besluit . . . . .	70
<b>8</b>	<b>Algemeen besluit en toekomstvisie</b>	<b>73</b>
8.1	Conclusies . . . . .	73
8.2	Toekomstvisie . . . . .	75
<b>A</b>	<b>Relatie tussen de scatter- en transfermatrix voor een multimodaal akoestisch veld</b>	<b>79</b>
<b>B</b>	<b>Variatie van de impedantie met de geluidssnelheid</b>	<b>81</b>
B.1	Stromend medium . . . . .	81
B.2	Stilstaand medium . . . . .	84
<b>C</b>	<b>Karakteristieken van de linersamples</b>	<b>87</b>
<b>D</b>	<b>Opgemeten temperaturen</b>	<b>89</b>
D.1	Metingen september 2014 . . . . .	89
D.2	Metingen februari 2015 . . . . .	90
D.3	Metingen maart 2015 . . . . .	90
D.4	Metingen april 2015 . . . . .	90
	<b>Bibliografie</b>	<b>93</b>

# Samenvatting

Omwille van de steeds strengere geluidsnormen vormt geluidsreductie een grote uitdaging voor de luchtvaartsector. De bekleding van de binnenwand van vliegtuigmotoren met linermaterialen zorgt voor een efficiënte demping van het motorgeluid. Deze masterproef focust zich op de verfijning en verdere uitbreiding van voorgaand onderzoek over de stromingsakoestische karakterisatie van deze linermaterialen. De berekening van de impedantie laat toe om de akoestische performantie van deze materialen te beoordelen.

De reeds bestaande eductieprocedure combineert experimentele gegevens met een analytische modellering van het akoestische systeem, met als resultaat een eenduidige uitdrukking voor de impedantie. De optimalisatie van deze routines leidt tot een grotere betrouwbaarheid van de resultaten, een reductie in rekestijd en een grotere robuustheid van de eductietechniek. De overstap van enkel vlakke naar een multimodale golfvoortplanting laat toe om het respectievelijk werkingsgebied van het liner materiaal te analyseren, aangezien niet moet voldaan worden aan de strenge voorwaarden die een vlakke golfvoortplanting garanderen.

De uitvoering van een experimentele analyse bewijst de validiteit van de eductieprocedure. Het doel is om na te gaan in welke mate de eductieprocedure kan omgaan met nadelige condities. De invloed van verschillende fenomenen op de kwaliteit van de berekende impedantiecurves wordt hierbij beoordeeld. Deze analyse toont ook de functionaliteit van de eductietechniek aan voor liner materialen met verschillende eigenschappen.





# Lijst van figuren en tabellen

## Lijst van figuren

1.1	Akoestisch liner materiaal . . . . .	2
1.2	Schematische voorstelling van een Helmholtz resonator . . . . .	2
2.1	Golfpropagatie doorheen een leiding met starre wanden . . . . .	9
3.1	Akoestische tweepoort . . . . .	13
3.2	Variatie in uitlaatimpedantie . . . . .	16
4.1	Leiding met starre wanden en liner materiaal op $x = B$ . . . . .	20
4.2	Schematische voorstelling van de infinitesimale impedantiesprongen . . . . .	22
5.1	Algemene structuur van de eductieprocedure . . . . .	29
5.2	Coherentieverloop bij meting met vlakke golfvoortplanting, $M_0 = 0.075$ . . . . .	30
5.3	Schematisch stappenplan van de iteratieve optimalisatie . . . . .	34
5.4	Schematische weergave van de impedantie-eductie voor metingen met en zonder stroming . . . . .	39
6.1	Schematische testopstelling . . . . .	41
6.2	Kaeser stromingsgeneratie en koeling . . . . .	42
6.3	Krohne debietsensor . . . . .	43
6.4	Signaalgeneratie in de testopstelling . . . . .	44
6.5	Morel luidsprekers voor multimodale golfvoortplanting . . . . .	44
6.6	Overzicht van de meetsectie . . . . .	45
6.7	Liner materialen van Alenia Aermacchi . . . . .	45
6.8	Inklemming van liner materiaal met aluminium plaatwerk . . . . .	45
6.9	Type en bevestiging van druksensoren . . . . .	46
6.10	Plaatsing van druksensoren voor multimodale metingen . . . . .	46
6.11	Multichannel analyser . . . . .	47
7.1	Geluidsdemping van sample 1 voor $M_0 = 0$ . . . . .	50
7.2	Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor $M_0 = 0$ . . . . .	50
7.3	Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor $M_0 = 0.05$ . . . . .	51
7.4	Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor $M_0 = 0.075$ . . . . .	51

7.5	Impedantie van sample 1 voor $M_0 = 0, 0.05$ en $0.075$ . . . . .	52
7.6	Impedantie van sample 2 voor $M_0 = 0, 0.05$ en $0.075$ . . . . .	52
7.7	Impedantie van sample 3 voor $M_0 = 0, 0.05$ en $0.075$ . . . . .	53
7.8	Invloed van grotere Machgetallen op impedantiecurve van sample 1 . . . . .	53
7.9	Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor $M_0 = 0$ . . . . .	54
7.10	Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor $M_0 = 0.05$ . . . . .	55
7.11	Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor $M_0 = 0.075$ . . . . .	55
7.12	Invloed van geluidsdrukniveau voor sample 1 bij $M_0 = 0$ . . . . .	56
7.13	Invloed van impedantiesprongen op scattermatrix van sample 1 voor $M_0 = 0$ . . . . .	57
7.14	Invloed van impedantiesprongen op scattermatrix van sample 1 voor $M_0 = 0.05$ . . . . .	57
7.15	Invloed van ruwe impedantiesprongen voor sample 1 . . . . .	58
7.16	Invloed van geluidssnelheid . . . . .	60
7.17	Gevoeligheid van de impedantie-eductie in functie van de geluidssnelheid en frequentie . . . . .	61
7.18	Gevoeligheid van de impedantieberekening bij temperatuur $T = 20^\circ C$ . . . . .	62
7.19	Gevoeligheid voor de geluidssnelheid in functie van de temperatuur, bij een constante frequentie van 70Hz . . . . .	62
7.20	Impedantiecurve voor $M_0 = 0$ . . . . .	63
7.21	Impedantiecurve voor $M_0 = 0.05$ . . . . .	64
7.22	Impedantiecurve voor $M_0 = 0.075$ . . . . .	64
7.23	Opmeting van lineaire linersample . . . . .	66
7.24	Opmeting van DDOF linersample . . . . .	67
7.25	Invloed van herhaalde meting voor sample 1 bij $M_0 = 0$ . . . . .	68
7.26	Invloed van herhaalde meting voor sample 2 bij $M_0 = 0$ . . . . .	69
7.27	Invloed van herhaalde meting voor sample 3 bij $M_0 = 0$ . . . . .	69

## Lijst van tabellen

6.1	Microfoonposities ten opzichte van de inlaat van de linersectie . . . . .	47
7.1	Getalwaarden voor de analyse van de invloed van de geluidssnelheid . . . . .	59
C.1	Materiaalkarakteristieken van linersamples . . . . .	87
D.1	Opgemeten temperaturen tijdens metingen september 2014 . . . . .	89
D.2	Opgemeten temperaturen tijdens metingen februari 2015 . . . . .	90
D.3	Opgemeten temperaturen tijdens metingen maart 2015 . . . . .	90
D.4	Opgemeten temperaturen tijdens metingen april 2015(1) . . . . .	90
D.5	Opgemeten temperaturen tijdens metingen april 2015(2) . . . . .	91

# Lijst van afkortingen en symbolen

## Afkortingen

DDOF	double degree of freedom
SDOF	single degree of freedom
SPL	sound pressure level (geluidsdrukkniveau) [dB]
TL	transmission loss (transmissieverlies) [dB]

## Symbolen

$A$	halsdoorsnede van honingraatcel [ $m^2$ ]
$B$	breedte van leidingsectie [ $m$ ]
$c_0$	geluidssnelheid [ $m/s$ ]
$\vec{f}$	externe krachtbron [ $N/m^3$ ]
$f$	frequentie [ $Hz$ ]
$f_H$	Helmholtz resonantiefrequentie [ $Hz$ ]
$H$	hoogte van leidingsectie [ $m$ ]
$j$	$\sqrt{-1}$ [-]
$K_\theta$	reële parameter van Kirchhoff model [-]
$k_0$	akoestisch golfgetal [ $m^{-1}$ ]
$k_{x,m}$	transversaal golfgetal volgens x-richting [ $m^{-1}$ ]
$k_{y,n}$	transversaal golfgetal volgens y-richting [ $m^{-1}$ ]
$k_{z,mn}$	axiaal golfgetal volgens z-richting [ $m^{-1}$ ]
$L$	halslengte van honingraatcel [ $m$ ]
$L$	lengte van leidingsectie, linersectie [ $m$ ]
$M_0$	Machgetal [-]
$m$	mode volgens x-richting [-]
$\dot{m}$	externe akoestische massabron [ $kg/m^3s$ ]

LIJST VAN AFKORTINGEN EN SYMBOLEN

---

$N_{freq}$	aantal frequenties [-]
$N_{meas}$	aantal metingen [-]
$N_{mics}$	aantal microfoons [-]
$N_{mo}$	aantal cut-on modes [-]
$n$	mode volgens y-richting [-]
$Pr$	Prandtlgetal [-]
$p$	totale druk [ $Pa$ ]
$p_0$	omgevingsdruk [ $Pa$ ]
$p'$	drukperturbaties [ $Pa$ ]
$p^+$	drukamplitude van stroomafwaartse drukgolf [ $Pa$ ]
$p^-$	drukamplitude van stroomopwaartse drukgolf [ $Pa$ ]
$Q$	stromingsdebiet [ $m^3/s$ ]
$R$	hydraulische straal [ $m$ ]
$S$	aantal signaalposities [-]
$T$	temperatuur [ $^{\circ}C$ ]
$t$	tijd [ $s$ ]
$U_0$	stromingssnelheid [ $m/s$ ]
$\vec{u}$	totale deeltjessnelheid [ $m/s$ ]
$u'_x$	deeltjessnelheidsperturbaties volgens x-richting [ $m/s$ ]
$u'_z$	deeltjessnelheidsperturbaties volgens z-richting [ $m/s$ ]
$V$	volume van honingraatcel [ $m^3$ ]
$Z_0$	karacteristieke akoestische impedantie [ $kg/m^2s$ ]
$Z_{wx}$	akoestische impedantie [ $kg/m^2s$ ]
$z$	coördinaat volgens de stromingsrichting [ $m$ ]
$z_i$	microfoonpositie [ $m$ ]
$\theta$	dempingscoëfficiënt van Kirchhoff model [-]
$\rho$	totale dichtheid [ $kg/m^3$ ]
$\rho_0$	omgevingsdichtheid [ $kg/m^3$ ]
$\rho'$	dichtheidsperturbaties [ $kg/m^3$ ]
$\zeta$	deeltjesverplaatsing [ $m$ ]
$\vec{\tau}$	viskeuze spanningstensor [ $N/m^2$ ]
$\nu$	kinematische viscositeit [ $m^2/s$ ]
$\omega$	pulsatie [ $rad/s$ ]
$\gamma$	adiabatische constante [-]

# Hoofdstuk 1

## Inleiding

### 1.1 Onderzoeksdomein van het eindwerk

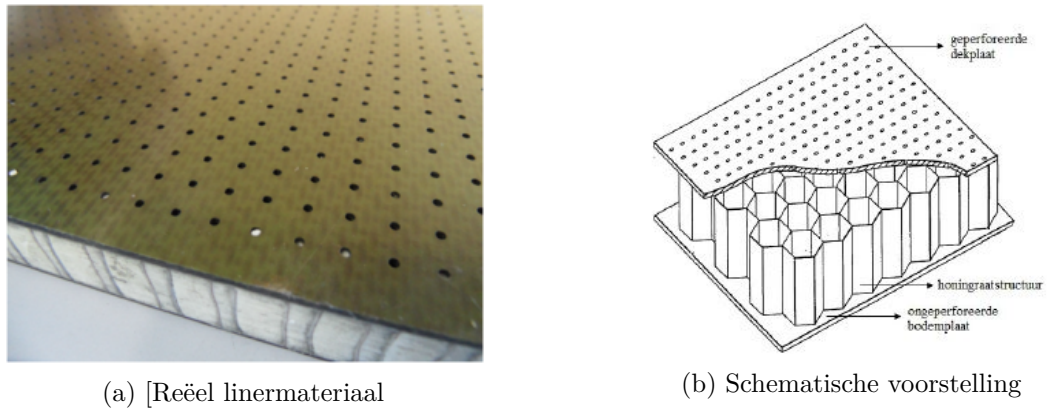
Omwille van steeds strengere geluidsnormen zijn constructeurs uit onder andere de luchtvaartsector meer en meer aangewezen op geluidsreducerende technieken. Een veelvuldig gebruikte techniek is het bekleden van de behuizing (nacelle) van straalmotoren met linermaterialen. Deze materialen bezitten een dempende werking, wat resulteert in een lagere geluidsemissie naar de omgeving.

Akoestische linermaterialen bestaan uit een één- of tweelagige honingraatstructuur tussen een geperforeerde dekplaat en een starre, ongeperforeerde achterwand, zoals afgebeeld in figuur 1.1. Deze geometrie is vergelijkbaar met een Helmholtz resonator, die gemodelleerd wordt als een massa-veer-dempersysteem. De luchtstroom in de perforatie is de massa, en de samendrukbaarheid in de honingraatcel is representatief voor de verende werking. De weerstand die de akoestische drukgolven ondervinden in de perforatieholte en in de grenslaagstroming net boven de dekplaat bepaalt het dempingsniveau [20]. In afwezigheid van stroming, vindt maximale geluidsabsorptie plaats bij de resonantiefrequentie:

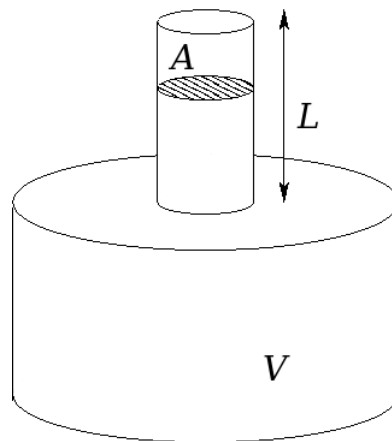
$$f_H = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V \cdot L}} \quad (1.1)$$

Zoals aangegeven in vergelijking (1.1), is de werking van het linermateriaal afhankelijk van de geometrie. Figuur 1.2 verklaart de parameters: A is de halsdoorsnede, V het volume en L de halslengte van de honingraatcel. Deze afhankelijkheid limiteert het nuttige frequentiespectrum tot een smalle bandbreedte rond de resonantiefrequentie [8].

De akoestische performantie van linermaterialen wordt gekarakteriseerd door de akoestische impedantie. Zowel directe als indirecte methoden zijn voorhanden om deze parameter te bepalen. Een voorbeeld van een directe methode is de in-situ techniek, waarbij microfoons in het materiaalsample geplaatst worden. Nadelig aan deze methode zijn de specifieke installatievereisten, zoals het aanbrengen van boorgaten die de materiaalstructuur vernielen en de meetresultaten kunnen beïnvloeden. In



Figuur 1.1: Akoestisch liner materiaal [20]



Figuur 1.2: Schematische voorstelling van een Helmholtz resonator

tegenstelling tot deze directe methoden, vertrekken indirecte methoden van een numerieke of analytische modellering die gecombineerd wordt met experimentele data [1] [18] [19]. De tweepoortmodellering, oftewel een lineair akoestisch netwerk, laat toe om een akoestisch element van het leidingsysteem te beschrijven onafhankelijk van de in- en uitlaat [3]. Dit model is slechts geldig onder de aanname van vlakke golfvoortplanting, maar in dit werk wordt de overstap gemaakt naar een modale analyse van hogere orde.

## 1.2 Doelstellingen

Dit eindwerk richt zich op de verfijning en uitbreiding van voorgaand onderzoek naar de stromingsakoestische karakterisatie van linerconfiguraties, gebruikmakend van experimentele data. De liner materialen zijn beschikbaar gesteld door Alenia Aermacchi, een Italiaanse producent.

Een eerste luik omvat de verfijning van de reeds bestaande implementatie van de impedantie-eductie. Nieuwe inzichten omtrent het definiëren van het wiskundig model leiden tot een hogere robuustheid en meer betrouwbare resultaten. De toevoeging van een parameteroptimalisatie is een belangrijke verbetering ten opzichte van de vorige versie van deze procedure, aangezien deze toelaat om eventuele meetfouten en afwijkingen in omgevingscondities uit te middelen.

Het tweede luik richt zich op de validatie van de eerder vernoemde eductieprocedure via een experimentele studie. Het doel is om te analyseren hoe deze procedure omgaat met al dan niet nadelige omgevingscondities, wat aanleiding kan geven tot aanvullende verbeteringen in de implementatie. Hierbij worden onder andere de volgende fenomenen in rekening gebracht:

- Het onderscheid in metingen met een stilstaand of een stromend medium;
- Het nagaan van de repeteerbaarheid van eerder uitgevoerde metingen;
- De invloed van een variatie in geluidsdrukniveau;
- De kwaliteit van de impedantiecurves bij hogere Machgetallen;
- De invloed van ruwe impedantiesprongen tussen het liner materiaal en de kanaalwand;
- Het verschil in performantie van verschillende linersamples;
- De toepasbaarheid van de eductieprocedures voor hogere frequenties.

### 1.3 Opbouw van het verslag

Dit eindwerk omvat drie delen: een theoretische studie, de praktische implementatie en een experimentele analyse. De theoretische studie behandelt de begrippen uit de aeroakoestiek die van toepassing zijn voor dit onderzoek. Hierbij start hoofdstuk 2 met de driedimensionale akoestische golfvergelijking, waarbij de situatie met een stilstaand medium beschouwd wordt als een speciaal en vereenvoudigd geval van de algemene situatie met een stromend medium. De aanname van een vlakke golfvoortplanting in de leidingen beperkt het bruikbare frequentiespectrum. Uitgaand van deze theoretische basis, bespreekt hoofdstuk 3 de tweepoortmodellering van het akoestische systeem. Deze modellering laat toe om met behulp van experimentele data de akoestische impedantie van het liner materiaal te bepalen. Hier wordt reeds de overstap gemaakt naar een modale analyse van hogere orde, waardoor de eerder vermelde beperking op de frequentie wegvalt. Hoofdstuk 4 omvat de combinatie van experimentele gegevens met een analytisch model van het akoestisch systeem, wat leidt tot een uitdrukking voor de akoestische impedantie. De afleiding van deze uitdrukking voor een multimodale analyse verloopt gelijkaardig, met het verschil dat hier gesommeerd wordt over de verschillende modes.

Hoofdstuk 5 behandelt de implementatie van de eductieprocedure in Matlab. Hier wordt diep ingegaan op de aanpassingen ten opzichte van de vorige versie van de procedure, waarbij de parameteroptimalisatie een belangrijke factor is. Dit deel eindigt met een schematische bespreking van de implementatie voor een stromend en een stilstaand medium. Vervolgens omvat hoofdstuk 6 de opbouw van de testopstelling en de eigenschappen van de bijhorende apparatuur.

Hoofdstuk 7 bespreekt de experimentele studie. Hier wordt diep ingegaan op de uitgevoerde metingen en de analyse van de bekomen resultaten. Deze analyse zal bepalen of de implementatie van de impedantie-eductie robuust genoeg is bij het omgaan met nadelige omgevingscondities.

Hoofdstuk 8 sluit dit eindwerk af met algemene conclusies over het onderzoek en een toekomstvisie omtrent eventuele verdere ontwikkelingen in dit domein alsook alternatieve toepassingen.



## Hoofdstuk 2

# Akoestische golfvoortplanting

Dit hoofdstuk bespreekt de theorie rond akoestische golfpropagatie doorheen leidingen. Sectie 2.1 behandelt de algemene situatie waarbij golven zich driedimensionaal voortplanten in een bewegend medium. Een wiskundige uitwerking van de akoestische golfvergelijking leidt tot uitdrukkingen voor de akoestische parameters. Sectie 2.2 omvat vervolgens golfpropagatie in een stilstaand medium, wat kan beschouwd worden als een vereenvoudigd geval van de algemene situatie. Tenslotte bestudeert sectie 2.3 de te respecteren condities, opdat vlakke golfvoortplanting in een rechthoekige leiding gegarandeerd is. Dit vormt de brug naar het volgende hoofdstuk, aangezien de tweepoortmodellering enkel geldt onder deze condities.

### 2.1 Golfvoortplanting in een stromend medium

Een akoestische golf bestaat uit lokale variaties in omgevingsdruk, ontstaan uit een samendrukbare beweging van het medium. Voor een uniforme stroming langs de  $z$ -as is de vectoriële snelheid  $\vec{v}_0 = (0, 0, U_0)$ . Voor akoestische golfvoortplanting in de stroomopwaartse richting is de propagatiesnelheid gelijk aan  $c_0 - U_0$ , en volgens de stroomafwaartse richting is de propagatiesnelheid  $c_0 + U_0$ .

#### 2.1.1 Akoestische golfvergelijking

De driedimensionale akoestische golfvergelijking beschrijft de voortplanting van een geluidsgolf in tijd en ruimte. De afleiding van deze golfvergelijking start vanuit de samendrukbare Navier-Stokes vergelijkingen (2.1) en (2.2) en de Taylorentoepassing van de totaaldruk  $p$  voor een adiabatisch proces (2.3). Het subscript 0 en superscript ' verwijzen naar de tijds gemiddelde omgevingswaarde en de perturbaties hierop.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = \dot{m} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \vec{f} - \nabla \cdot \vec{\tau} - \nabla p \quad (2.2)$$

$$p = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rho^\gamma = p_0 + \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \rho' + \frac{\gamma(\gamma-1)p_0}{2\rho_0^2} \rho'^2 + \dots \quad (2.3)$$

De volledige afleiding met bijhorende aannames en vereenvoudigingen is opgenomen in de voorgaande thesis over dit onderwerp [20]. Enkele wiskundige bewerkingen op de Navier-Stokes vergelijkingen leiden tot de convectieve golfvergelijking (2.4), voluit geschreven in vergelijking (2.5) voor een stroming volgens de z-richting:

$$\frac{D^2 p'}{Dt^2} - c_0^2 \nabla^2 p' = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + 2U_0 \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial z} + U_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} - c_0^2 \nabla^2 p' = 0 \quad (2.5)$$

### 2.1.2 Akoestische druk

De driedimensionale golfvergelijking is een hyperbolische partiële differentiaalvergelijking. Oplossen volgens de methode van scheiden der veranderlijken leidt tot een uitdrukking voor de akoestische druk. De volledige afleiding is opgenomen in [20].

$$p'(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left( A_m e^{-jk_{x,m}^+} + B_m e^{jk_{x,m}^-} \right) \left( C_n e^{-jk_{y,n}^+} + D_n e^{jk_{y,n}^-} \right) \dots \quad (2.6)$$

$$\dots \left( E_{mn} e^{-jk_{z,mn}^+} + F_{mn} e^{jk_{z,mn}^-} \right) e^{j\omega t}$$

De constanten  $A_m, B_m, C_n, D_n, E_{mn}, F_{mn}$  stellen de amplitudes van de drukfluctuaties voor, met de koppels  $(m, n)$  als mogelijke propagatiemodes.  $k_{z,mn}^+$  en  $k_{z,mn}^-$  zijn de golfgetallen in de z-richting van respectievelijk de stroomafwaarts en stroomopwaarts propagerende drukgolf:

$$k_{z,mn}^+ = \frac{-M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2)(k_{x,m}^+{}^2 + k_{y,n}^+{}^2)}}{1 - M_0^2} \quad (2.7)$$

$$k_{z,mn}^- = \frac{M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2)(k_{x,m}^-{}^2 + k_{y,n}^-{}^2)}}{1 - M_0^2} \quad (2.8)$$

met  $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$  het akoestisch golfgetal en  $M_0 = \frac{U_0}{c_0}$  het Machgetal van de stroming. Deze compatibiliteitsvergelijkingen drukken de relaties uit tussen de axiale en transversale golfgetallen.

De uitdrukking voor de akoestische druk kan vereenvoudigd worden door de variabele drukfluctuaties in het vlak loodrecht op de voortplantingsrichting te schrijven als  $A(x, y, m, n)$  en  $B(x, y, m, n)$ . Dit leidt tot uitdrukking (2.9):

$$p'(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left( A(x, y, m, n) e^{-jk_{z,mn}^+} + B(x, y, m, n) e^{jk_{z,mn}^-} \right) e^{j\omega t} \quad (2.9)$$

### 2.1.3 Deeltjessnelheid

De deeltjessnelheid  $\vec{u}'$  is een vectoriële grootte die de snelheidsfluctuatie van de deeltjes in een medium ten gevolge van drukveranderingen beschrijft. Deze snelheid is niet gelijk aan de voortplantingssnelheid  $c_0$  van de drukgolf. Momentumvergelijking (2.2) reduceert zich voor snelheidsfluctuaties in de z-richting tot uitdrukking (2.10) :

$$\rho_0 \frac{\partial u'_z}{\partial t} + \rho_0 U_0 \frac{\partial u'_z}{\partial z} + \frac{\partial p'}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

Substitutie van vergelijking (2.9) resulteert in een uitdrukking voor de deeltjessnelheid in de z-richting, met  $Z_0 = \rho_0 c_0$  de karakteristieke akoestische impedantie van het medium. Uitdrukkingen voor de akoestische deeltjessnelheid in de x- en y-richting kunnen op analoge manier afgeleid worden.

$$u'_z(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{Z_{m,n}^+} A(x, y, m, n) e^{-jk_{z,mn}^+ z} - \frac{1}{Z_{m,n}^-} B(x, y, m, n) e^{jk_{z,mn}^- z} \right) e^{j\omega t} \quad (2.11)$$

$$Z_{mn}^+ = Z_0 \left( \frac{k_0 - M_0 k_{z,mn}^+}{k_{z,mn}^+} \right) \quad (2.12)$$

$$Z_{mn}^- = Z_0 \left( \frac{k_0 + M_0 k_{z,mn}^-}{k_{z,mn}^-} \right) \quad (2.13)$$

## 2.2 Golfvoortplanting in een stilstaand medium

Golfpropagatie in een stilstaand medium kan beschouwd worden als een speciaal geval van de algemene situatie, zoals besproken in de vorige sectie. Dezelfde begrippen zijn van belang, maar de bijhorende vergelijkingen zijn vereenvoudigd omdat er geen stroming aanwezig is.

### 2.2.1 Akoestische golfvergelijking

Opnieuw vormen de samendrukbare Navier-Stokes vergelijkingen de basis voor de beschrijving van akoestische golfpropagatie. Eliminatie van de stromingssnelheid in vergelijking (2.4) leidt tot onderstaande akoestische golfvergelijking:

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (2.14)$$

### 2.2.2 Akoestische druk

De oplossing van de akoestische golfvergelijking gebeurt opnieuw volgens de methode van scheiding der veranderlijken, analoog aan de uitwerking voor golfpropagatie met stroming. Door de afwezigheid van stroming zijn de golfgetallen identiek voor zowel stroomop- als stroomafwaartse golven, wat resulteert in een vereenvoudigde uitdrukking voor de akoestische druk:

$$\begin{aligned}
 p'(x, y, z, t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left( A_m e^{-jk_{x,m}x} + B_m e^{jk_{x,m}x} \right) \left( C_n e^{-jk_{y,n}y} + D_n e^{jk_{y,n}y} \right) \dots \\
 & \dots \left( E_{mn} e^{-jk_{z,mn}z} + F_{mn} e^{jk_{z,mn}z} \right) e^{j\omega t}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Een vereenvoudigde versie van de compatibiliteitsvergelijkingen (2.7) en (2.8) drukt het verband uit tussen de golfgetallen in de x-, y- en z-richting:

$$k_{z,mn} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k_{x,m}^2 - k_{y,n}^2} \tag{2.16}$$

### 2.2.3 Deeltjessnelheid

De momentumvergelijking (2.10), vereenvoudigd voor een stilstaand medium, laat toe om een uitdrukking af te leiden voor de akoestische deeltjessnelheid in de z-richting:

$$\rho_0 \frac{\partial u'_z}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial z} = 0 \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
 u'_z(x, y, z, t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_{z,mn}}{Z_0 k_0} \left( A_m e^{-jk_{x,m}x} + B_m e^{jk_{x,m}x} \right) \left( C_n e^{-jk_{y,n}y} + D_n e^{jk_{y,n}y} \right) \dots \\
 & \dots \left( E_{mn} e^{-jk_{z,mn}z} + F_{mn} e^{jk_{z,mn}z} \right) e^{j\omega t}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Uitdrukkingen voor de deeltjessnelheid in de x- en y-richting kunnen op analoge manier afgeleid worden.

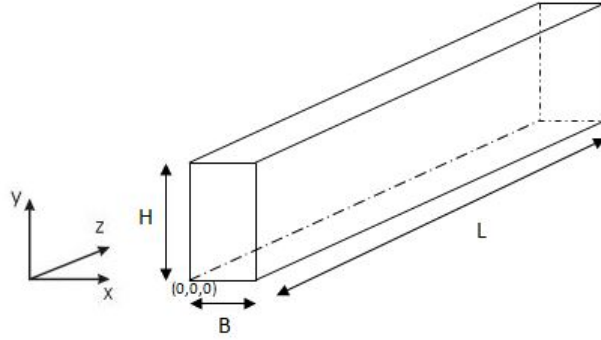
## 2.3 Golfvoortplanting doorheen leidingen

De karakterisatie van golfpropagatie doorheen leidingen is sterk afhankelijk van de opgelegde randvoorwaarden. Deze sectie behandelt golfpropagatie in een stromend medium doorheen een starre leiding, met doorsnede  $B \times H$  en lengte  $L$ . De geometrie is weergegeven in figuur 2.1. In dit geval hebben de randvoorwaarden (2.19) en (2.20) enkel betrekking op starre wanden, waarover geen drukvariatie optreedt.

$$\frac{\partial p'(x, y, z, t)}{\partial x} = 0 \text{ voor } x = 0 \text{ en } x = B \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial p'(x, y, z, t)}{\partial y} = 0 \text{ voor } y = 0 \text{ en } y = H \tag{2.20}$$

Uitdrukking (2.21) schrijft de akoestische druk als de som van een stroomafwaarts en stroomopwaarts propagerende golf. Voor elke mode is er een unieke  $k_{x,m}$  en  $k_{y,n}$



Figuur 2.1: Golfpropagatie doorheen een leiding met starre wanden

voor de stroomafwaartse mode (horend bij  $k_{z,mn}^+$ ) en voor de stroomopwaartse mode (horend bij  $k_{z,mn}^-$ ):

$$p'(x, y, z, t) = \sum_m \sum_n \left[ \left( e^{-jk_x^+ x} + C_x^+ e^{jk_x^+ x} \right) \left( e^{-jk_y^+ y} + C_y^+ e^{jk_y^+ y} \right) C_z^+ e^{-jk_{z,mn}^+ z} + \right. \\ \left. \left( e^{-jk_x^- x} + C_x^- e^{jk_x^- x} \right) \left( e^{-jk_y^- y} + C_y^- e^{jk_y^- y} \right) C_z^- e^{jk_{z,mn}^- z} \right] e^{j\omega t} \quad (2.21)$$

De combinatie van bovenstaande uitdrukking met de randvoorwaarden (2.19) en (2.20) laat toe om de amplitudes  $C_x^\pm$  en  $C_y^\pm$  en de transversale golfgetallen  $k_{x,m}^\pm$  en  $k_{y,n}^\pm$  te bepalen. Dit resulteert in de onderstaande voorwaarden:

$$C_x^\pm = C_y^\pm = 1 \quad (2.22)$$

$$k_{x,m}^\pm = \frac{m\pi}{B} \quad \text{met } m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

$$k_{y,n}^\pm = \frac{n\pi}{H} \quad \text{met } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.24)$$

Substitutie van voorwaarden (2.22), (2.23) en (2.24) in de uitdrukking voor de akoestische druk leidt tot onderstaande vereenvoudiging:

$$p'(x, y, z, t) = \sum_m \sum_n \left[ C_{mn}^+ \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{-jk_{z,mn}^+ z} + \right. \\ \left. C_{mn}^- \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{jk_{z,mn}^- z} \right] e^{j\omega t} \quad (2.25)$$

met

$$k_{z,mn}^{\pm} = \frac{\mp M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2) (k_{x,m}^{\pm 2} + k_{y,n}^{\pm 2})}}{1 - M_0^2} \quad (2.26)$$

$$C_{mn}^+ = 4C_z^+ \quad (2.27)$$

$$C_{mn}^- = 4C_z^- \quad (2.28)$$

Akoestische golven planten zich onverzwakt voort doorheen een rechthoekige leiding wanneer de longitudinale golfgetallen  $k_{z,mn}^{\pm}$  (2.26) een positief imaginair deel hebben. Deze vaststelling leidt na verdere uitwerking tot uitdrukking (2.31) voor de cut-off frequentie:

$$\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - (1 - M_0^2) \left[ \left(\frac{m\pi}{B}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{H}\right)^2 \right] > 0 \quad (2.29)$$

$$\omega > c_0 \sqrt{(1 - M_0^2) \left[ \left(\frac{m\pi}{B}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{H}\right)^2 \right]} \quad (2.30)$$

$$f > \frac{c_0}{2} \sqrt{(1 - M_0^2) \left[ \left(\frac{m}{B}\right)^2 + \left(\frac{n}{H}\right)^2 \right]} \quad (2.31)$$

Voor een leiding met starre wanden is de dimensie volgens de voortplantingsrichting veel groter dan de dimensies van de doorsnede. Dit betekent dat voor frequenties beneden de cut-off frequentie, vlakke voortplanting een goede veronderstelling is. De cut-off frequentie vormt een grote beperking voor de berekening van de impedantie, aangezien de tweepoortmodellering enkel geldig is onder de aanname van vlakke golfvoortplanting. De overstap naar een multimodale analyse zal toelaten om het werkingsgebied van het linermateriaal te onderzoeken. De eerste hogere mode volgens de hoogterichting ( $m = 0, n = 1$ ) plant zich bijvoorbeeld onverzwakt voort wanneer  $f > \frac{c_0}{2H}$ . Indien de hoogte de grootste afmeting van de doorsnede is, bepaalt deze cut-off frequentie de overgang naar een multimodale golfpropagatie. Indien de breedte echter de grootste afmeting is, dan zal voor deze frequentie reeds propagatie optreden volgens de breedterichting. Een kleinere dwarsdoorsnede vergroot het bruikbare frequentiespectrum, maar anderzijds neemt de invloed van randeffecten toe. Dit zou leiden tot een minder nauwkeurige bepaling van de akoestische impedantie [3].

## 2.4 Besluit

Dit hoofdstuk omvat een theoretische bespreking van de relevante begrippen uit het domein van de *duct acoustics*. De uitdrukkingen voor de akoestische druk, de golfgetallen en de deeltjessnelheid zijn van belang voor de tweepoortmodellering, zowel voor een stromend als een stilstaand medium. In het volgende hoofdstuk zal deze analytische techniek toelaten de akoestische impedantie te bepalen, onder de aanname van vlakke golfvoortplanting. Om aan deze aanname te voldoen, legt de cut-off frequentie een beperking op het frequentiespectrum. De cut-off frequentie varieert naargelang de respectievelijke mode van de golfpropagatie en de geometrie van de rechthoekige leiding.





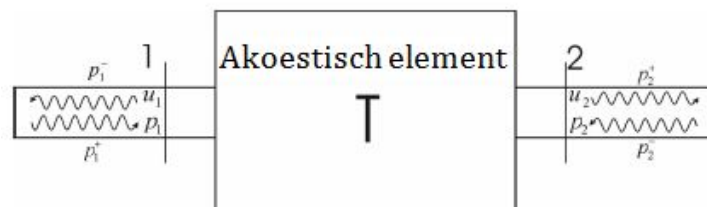
## Hoofdstuk 3

# Tweepoort- en multipoortkarakterisatie

Dit hoofdstuk bespreekt de experimentele karakterisatie van tweepoorten en multipoorten. Deze modelleringen vormen een onderdeel van de experimentele procedure die leidt tot een uitdrukking voor de akoestische impedantie, zoals besproken in hoofdstuk 4. Sectie 3.1 behandelt akoestische tweepoorten, onder de aanname van vlakke golfvoortplanting. Sectie 3.2 maakt de overstap naar multipoorten, die via een multimodale analyse toelaten om het akoestisch gedrag van verschillende modes te karakteriseren.

### 3.1 Akoestische tweepoorten met vlakke golfvoortplanting

Een akoestische tweepoort bestaat uit een akoestisch systeem tussen twee rechte leidingen, waarin voldaan is aan de veronderstelling van vlakke golfvoortplanting. Figuur 3.1 geeft een schematische weergave. Deze voorstelling gaat uit van een lineair systeem, met het akoestisch element als black box. Er bestaat een unieke relatie tussen de stroomopwaarts en stroomafwaarts propagerende golven aan beide zijden van de tweepoort.



Figuur 3.1: Akoestische tweepoort

Een passieve tweepoort wordt volledig gekarakteriseerd door een akoestische matrix, die relaties uitdrukt tussen de akoestische parameters van het systeem. De akoestische transfermatrix  $T$  legt het verband tussen de druk- en snelheidsperturbaties  $(p, u_z)$  langs beide zijden van de tweepoort. Een andere voorstelling maakt gebruik van de scattermatrix  $T_s$ , die de relatie beschrijft tussen de drukamplitudes  $(p^-, p^+)$  van de links- en rechtslopende golven. De Roeck behandelt de eenduidige relatie tussen beide weergaven [2]. Om de leesbaarheid te bevorderen, wordt het superscript ' voor perturbaties vanaf nu weggelaten.

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z,2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{Bmatrix} p_2^+ \\ p_1^- \end{Bmatrix} = [T_s] \begin{Bmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

In formule (3.1) zijn  $p_1, p_2, u_{z,1}$  en  $u_{z,2}$  respectievelijk de druk- en snelheidsperturbaties aan de in- en uitgang van de tweepoort. In formule (3.2) zijn  $p_1^+, p_1^-, p_2^+$  en  $p_2^-$  respectievelijk de drukamplitudes van de stroomaf- en stroomopwaarts propagerende golven aan de in- en uitgang van de tweepoort. Alle parameters zijn ook aangegeven op figuur 3.1. Het voordeel van een tweepoortmodellering is dat de coëfficiënten van deze matrices onafhankelijk zijn van het aantal en soort elementen dat zich voor of na het beschouwde akoestische element bevindt. Dit laat toe om akoestische elementen enerzijds afzonderlijk te bestuderen, alsook als onderdeel van een groter netwerk [20].

De akoestische druk kan voor vlakke golfpropagatie geschreven worden als de som van een links- en rechtslopende drukgolf. Het drukveld op een bepaalde positie  $z_i$  in de leiding is in het frequentiedomein afhankelijk van de drukamplituden in het referentievlak  $z = 0$ , zoals weergegeven in (3.3) :

$$p(z_i, f) = p^+(0, f)e^{-jk^+z_i} + p^-(0, f)e^{jk^-z_i} \quad (3.3)$$

met  $k^\pm$  het golfgetal van de stroomafwaarts en stroomopwaarts lopende golven. Er bestaan verschillende formuleringen voor deze golfgetallen, maar in dit werk wordt enkel gebruik gemaakt van de asymptotische formulering van Dokumaci [9]. Hierbij worden zowel turbulentie als visco-thermische en dempende effecten in rekening gebracht:

$$k^+ = k_0 \frac{\theta}{1 + \theta M_0} \quad k^- = k_0 \frac{\theta}{1 - \theta M_0} \quad (3.4)$$

met  $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$  het akoestisch golfgetal,  $M_0 = \frac{U_0}{c_0}$  het Machgetal en  $\theta(\omega)$  de dempingscoëfficiënt. In de veronderstelling dat de akoestische golfgetallen gekend zijn, zijn minstens twee onafhankelijke vergelijkingen nodig om de stroomafwaartse ( $p^+$ ) en stroomopwaartse ( $p^-$ ) drukamplituden te bepalen. Dit betekent dat er minstens twee microfoons aanwezig moeten zijn aan beide zijden van de tweepoort, die druksignalen  $p(z_i, f)$  opmeten.

Vergelijking (3.3) kan veralgemeend worden naar  $N_{mics}$  microfoons aan elke zijde van de tweepoort, zoals uitgeschreven in vergelijking (3.5):

$$\begin{Bmatrix} p^+(f) \\ p^-(f) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jk^+z_1} & e^{jk^-z_1} \\ e^{-jk^+z_2} & e^{jk^-z_2} \\ \vdots & \vdots \\ e^{-jk^+z_{N_{mics}}} & e^{jk^-z_{N_{mics}}} \end{bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} p(z_1, f) \\ p(z_2, f) \\ \vdots \\ p(z_{N_{mics}}, f) \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

waarbij  $\otimes$  verwijst naar de Moore-Penrose pseudo-matrixinverse operator. Een groter aantal microfoons verbetert de signaal-tot-ruisverhouding en elimineert ongecorreleerde fouten, zoals onder andere aerodynamische drukfluctuaties en ruis in het data-acquisitiesysteem. Het overgedetermineerd stelsel (3.5) laat bovendien toe om via een iteratieve procedure extra parameters te bepalen, wat in hoofdstuk 5 aan bod komt.

Indien de complexe golfamplituden gekend zijn, zijn minstens twee verschillende metingen nodig om de scattercoëfficiënten te bepalen. Ook hier zorgt het oplossen van een overgedetermineerd stelsel via een kleinste-kwadratenstrategie voor een grotere signaal-tot-ruisverhouding. Voor  $N_{meas}$  metingen, resulteert dit voor elke frequentie in een systeem van  $N_{meas}$  vergelijkingen en vier onbekenden:  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$  en  $R^-$ .

$$\begin{bmatrix} T^+(f) & R^-(f) \\ R^+(f) & T^-(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{2,1}^+(f) & p_{2,2}^+(f) & \cdots & p_{2,N_{meas}}^+(f) \\ p_{1,1}^-(f) & p_{1,2}^-(f) & \cdots & p_{1,N_{meas}}^-(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{1,1}^+(f) & p_{1,2}^+(f) & \cdots & p_{1,N_{meas}}^+(f) \\ p_{2,1}^-(f) & p_{2,2}^-(f) & \cdots & p_{2,N_{meas}}^-(f) \end{bmatrix} \otimes \quad (3.6)$$

Een combinatie van de “two-source” en “two-load techniek” laat toe om voor elke proefopstelling verschillende metingen uit te voeren: ofwel varieert de positie van de geluidsbron, ofwel de uitlaatimpedantie:

- voor een stromend medium: een open uiteinde of een dissipatieve demper als uitlaatimpedantie, zoals aangegeven op figuur 3.2 (a) en (b).
- voor een stilstaan medium: een open uiteinde of een starre afsluiting als uitlaatimpedantie, zoals aangegeven op figuur 3.2 (a) en (c).

## 3.2 Uitbreiding naar modale analyse van hogere orde

De uitbreiding van de analytische karakterisatie naar hogere frequenties laat toe om de akoestische performantie in het werkingsgebied van het linermateriaal te beoordelen [7]. In dit frequentiedomein is de aanname van vlakke golfvoortplanting niet meer geldig, omwille van de aanwezigheid van modevormen die variëren over de doorsnede van de leiding. De veralgemening van uitdrukking (3.3) naar een sommatie van modes van hogere orde luidt voor een leiding met enkel starre wanden :



Figuur 3.2: Variatie in uitlaatimpedantie [20]

$$\begin{aligned}
 p'(\omega, x, y, z) = & \sum_m \sum_n p_{mn}^+(\omega) \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{-jk_{z,mn}^+ z} + \\
 & \sum_m \sum_n p_{mn}^-(\omega) \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{jk_{z,mn}^- z}
 \end{aligned} \quad (3.7)$$

waarbij de compatibiliteitsvergelijkingen de axiale golfgetallen  $k_{z,mn}^\pm$  definiëren:

$$k_{z,mn}^\pm = \frac{\mp M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2) \left( \left(\frac{m\pi}{B}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{H}\right)^2 \right)}}{1 - M_0^2} \quad (3.8)$$

De vectornotatie van (3.9) laat een meer praktische interpretatie toe. Hierbij worden  $N_{mo}$  cut-on modes  $(m, n)$  in rekening gebracht, zodat de grootte van de vectors varieert met de frequentie en toeneemt bij elke cut-on frequentie van een mode:

$$\begin{aligned}
 p'(\omega, x, y, z) = & \left[ \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{-jk_{z,mn}^+ z} \right] \{p^+(\omega)\} + \\
 & \left[ \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{H}\right) e^{jk_{z,mn}^- z} \right] \{p^-(\omega)\}.
 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Voor elke frequentie omvatten de  $N_{mo} \times 1$  kolomvectoren  $\{p^+\}$  en  $\{p^-\}$  de complexe amplituden van de  $N_{mo}$  modes, die zich respectievelijk stroomafwaarts en stroomopwaarts voortplanten. De  $1 \times N_{mo}$  rijvectoren tussen  $[\bullet]$  representeren de modale functies van deze cut-on modes. De uitbreiding van (3.9) naar meerdere posities in de leiding leidt tot het multimodale equivalent van uitdrukking (3.5):

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} p'(\omega, x_1, y_1, z_1) \\ p'(\omega, x_2, y_2, z_2) \\ \vdots \\ p'(\omega, x_S, y_S, z_S) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_1}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_1}{H}\right) e^{-jk_z^+ mn z_1} \right] & \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_1}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_1}{H}\right) e^{jk_z^- mn z_1} \right] \\ \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_2}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_2}{H}\right) e^{-jk_z^+ mn z_2} \right] & \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_2}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_2}{H}\right) e^{jk_z^- mn z_2} \right] \\ \vdots & \vdots \\ \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_S}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_S}{H}\right) e^{-jk_z^+ mn z_S} \right] & \left[ \cos\left(\frac{m\pi x_S}{B}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_S}{H}\right) e^{jk_z^- mn z_S} \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p^+(\omega)\} \\ \{p^-(\omega)\} \end{Bmatrix} \\ &= [M_{mn}] \begin{Bmatrix} \{p^+(\omega)\} \\ \{p^-(\omega)\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Voor  $S$  signaalposities en  $N_{mo}$  cut-on modes, definieert deze vergelijking de  $S \times 2N_{mo}$  modale matrix  $[M_{mn}]$ . Om voor een gegeven frequentie de drukamplituden van de verschillende cut-on modes te bepalen, moet deze matrix inverteerbaar zijn. Dit betekent dat de signaalopmeting moet gebeuren op  $S \geq 2N_{mo}$  microfoonposities, waarbij het conditiegetal de inverteerbaarheid van de matrix verifieert [7].

Gebruikmakend van de complexe amplitudes, veralgemenen de uitdrukkingen voor de scatter- en transfermatrix zich in het multimodale gebied tot:

$$\begin{Bmatrix} \{p^+(L)\} \\ \{p^-(0)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T^+] & [R^-] \\ [R^+] & [T^-] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p^+(0)\} \\ \{p^-(L)\} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{Bmatrix} \{p(L)\} \\ \{u_z(L)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{11}] & [T_{12}] \\ [T_{21}] & [T_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p(0)\} \\ \{u_z(0)\} \end{Bmatrix}. \quad (3.12)$$

Opnieuw bestaat er een unieke relatie tussen de scatter- en transfermatrix. Deze relatie is weergegeven in appendix A, zoals afgeleid door Denayer [5]. Analoog aan de karakterisatie voor een vlakke voortplanting, kan de multimodale scattermatrix bepaald worden met  $N_{meas} \geq 2N_{mo}$  lineair onafhankelijke metingen. De uitvoering van een groter aantal metingen zorgt voor een overgedetermineerd stelsel, wat leidt tot een beter geconditioneerd systeem.

$$\begin{bmatrix} [T^+] & [R^-] \\ [R^+] & [T^-] \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{p^+(L)\}_1 & \{p^+(L)\}_2 & \cdots & \{p^+(L)\}_{N_{meas}} \\ \{p^-(0)\}_1 & \{p^-(0)\}_2 & \cdots & \{p^-(0)\}_{N_{meas}} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p^+(0)\}_1 & \{p^+(0)\}_2 & \cdots & \{p^+(0)\}_{N_{meas}} \\ \{p^-(L)\}_1 & \{p^-(L)\}_2 & \cdots & \{p^-(L)\}_{N_{meas}} \end{Bmatrix}^{\otimes} \quad (3.13)$$

Analoog aan de studie van vlakke golfvoortplanting, kunnen modale druk- en snelheidsvectoren  $\{p\}$  en  $\{u_z\}$  gedefinieerd worden:

$$\{p\} = \{p^+\} + \{p^-\} \quad \{u_z\} = \left\{ \frac{p^+}{Z^+} \right\} - \left\{ \frac{p^-}{Z^-} \right\},$$

waarbij voor elke mode  $(m, n)$  de impedantie gelijk is aan:

$$Z_{mn}^+ = Z_0 \left( \frac{k_0 - M_0 k_{z,mn}^+}{k_{z,mn}^+} \right) \quad Z_{mn}^- = Z_0 \left( \frac{k_0 + M_0 k_{z,mn}^-}{k_{z,mn}^-} \right).$$

### 3.3 Besluit

Dit hoofdstuk bespreekt de experimentele karakterisatie van een akoestisch systeem. De eductiemethode vertrekt voor vlakke golfvoortplanting vanuit de tweepoortmodellering, wat het verband legt tussen de druk- en snelheidsperturbaties aan beide zijden van de linersectie. De uitbreiding naar een multimodale modellering laat toe om een breder frequentiespectrum te analyseren, aangezien niet meer voldaan moet worden aan de voorwaarden voor vlakke golfvoortplanting. De verbanden tussen de akoestische druk en de snelheidsperturbaties vormen de basis voor het analytisch model dat leidt tot een uitdrukking voor de impedantie. Hoofdstuk 4 zal deze experimentele gegevens combineren met een analytische beschrijving van het akoestische systeem.

## Hoofdstuk 4

# Analytische modellering van de akoestische impedantie

Dit hoofdstuk bespreekt de experimentele procedure die leidt tot een uitdrukking voor de akoestische impedantie. Deze procedure maakt gebruik van de tweepoortvoorstelling, zoals beschreven in sectie 3.1. Paragrafen 4.1.1 en 4.1.2 gaan in op de combinatie van experimentele data en een analytische beschrijving tot een volwaardig model, waarbij de randvoorwaarden van het akoestische systeem in rekening gebracht worden. De invloed van impedantiesprongen tussen de kanaalwand en het linermateriaal leidt in subsectie 4.1.3 tot het op te lossen stelsel vergelijkingen. Tenslotte maakt sectie 4.2 de overgang naar een multimodale analyse, wat toelaat het frequentiespectrum uit te breiden naar het werkingsgebied van het linermateriaal. Sommatie over de akoestische moden leidt tot een analoge uitdrukking voor de impedantie.

### 4.1 Impedantie-reductie voor tweepoorten

#### 4.1.1 Analytische uitdrukking van de transfermatrix

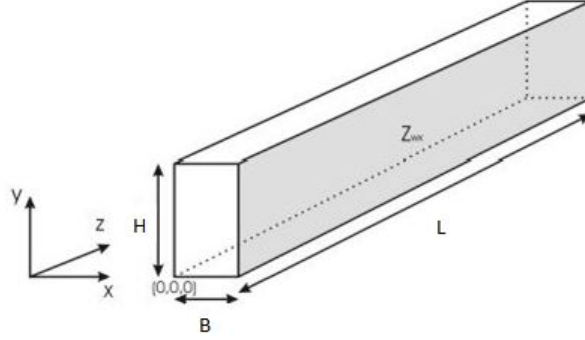
De transfermatrix  $T$  legt het verband tussen de druk- en snelheidsperturbaties aan beide zijden van de tweepoort:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z,2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

De uitdrukkingen voor de akoestische druk en deeltjessnelheid in een stromend medium zijn in hoofdstuk 2 afgeleid. Voor een vlakke golfvoortplanting ( $m = 0, n = 0$ ) herleiden deze zich tot:

$$p(x, y, z, t) = \left( A(x, y) e^{-jk_z^+ z} + B(x, y) e^{jk_z^- z} \right) e^{j\omega t} \quad (4.2)$$

$$u_z(x, y, z, t) = \left( \frac{1}{Z^+} A(x, y) e^{-jk_z^+ z} - \frac{1}{Z^-} B(x, y) e^{jk_z^- z} \right) e^{j\omega t} \quad (4.3)$$


 Figuur 4.1: Leiding met starre wanden en linermateriaal op  $x = B$  [3]

met

$$Z^+ = Z_0 \left( \frac{k_0 - M_0 k_z^+}{k_z^+} \right) \quad Z^- = Z_0 \left( \frac{k_0 + M_0 k_z^-}{k_z^-} \right) \quad (4.4)$$

De eliminatie van propagatieconstanten  $A(x, y)$  en  $B(x, y)$  en de relatie tussen de akoestische druk en snelheid in het stroomopwaartse ( $z = 0$ ) en stroomafwaartse ( $z = L$ ) referentievlak, leiden tot de analytische uitdrukking (4.5) van de transfermatrix. De volledige afleiding is terug te vinden in [20].

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z,2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z^+ e^{-jk_z^+ L} + Z^- e^{jk_z^- L}}{Z^+ + Z^-} & \frac{Z^+ Z^- (e^{-jk_z^+ L} - e^{jk_z^- L})}{Z^+ + Z^-} \\ \frac{e^{-jk_z^+ L} - e^{jk_z^- L}}{Z^+ + Z^-} & \frac{Z^- e^{-jk_z^+ L} + Z^+ e^{jk_z^- L}}{Z^+ + Z^-} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

#### 4.1.2 Analytische berekening van de impedantie

De eductiemethode is gebaseerd op de analytische transfermatrix voor een rechthoekige leiding met doorsnede  $B \times H$  en lengte  $L$ . Deze leiding heeft starre wanden, waarbij de wand op  $x = B$  vervangen is door een linermateriaal met impedantie  $Z_{wx}$ . De uniforme stroming beweegt zich voort in de positieve  $z$ -richting.

De impedantie is een frequentieafhankelijke materiaaleigenschap die gedefinieerd wordt als de verhouding van de akoestische druk en de deeltjessnelheid loodrecht op het materiaaloppervlak:

$$Z_{wx} = \frac{p}{u_{\perp}} \quad (4.6)$$

De ongekennde impedantie is vervat in de axiale golfgetallen  $k_z^{\pm}$  in (4.5). Dit komt duidelijk naar voren door het driedimensionaal geluidsveld in de leiding te schrijven als de som van een stroomop- en stroomafwaarts propagerende drukgolf:



$$p(x, y, z, t) = \left[ \left( e^{-jk_x^+ x} + C_x^+ e^{jk_x^+ x} \right) \left( e^{-jk_y^+ y} + C_y^+ e^{jk_y^+ y} \right) C_z^+ e^{-jk_z^+ z} + \right. \\ \left. \left( e^{-jk_x^- x} + C_x^- e^{jk_x^- x} \right) \left( e^{-jk_y^- y} + C_y^- e^{jk_y^- y} \right) C_z^- e^{jk_z^- z} \right] e^{j\omega t} \quad (4.7)$$

met  $C_x^\pm, C_y^\pm$  en  $C_z^\pm$  de propagatieconstanten. Met de gelineariseerde momentumvergelijking (2.2) kan uit (4.7) een uitdrukking afgeleid worden voor de deeltjessnelheid in de x-richting, loodrecht op het lineroppervlak:

$$u_x(x, y, z, t) = \left[ \frac{C_z^+}{Z_0} \frac{k_x^+}{k_0 - M_0 k_z^+} \left( e^{-jk_x^+ x} + C_x^+ e^{jk_x^+ x} \right) e^{-jk_z^+ z} + \right. \\ \left. \frac{C_z^-}{Z_0} \frac{k_x^-}{k_0 + M_0 k_z^-} \left( e^{-jk_x^- x} + C_x^- e^{jk_x^- x} \right) e^{jk_z^- z} \right] e^{j\omega t} \quad (4.8)$$

Voor dit systeem gelden de volgende randvoorwaarden:

- $\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial y} = 0$  voor  $y = 0$  en  $y = H$ , dus

$$C_y^+ = C_y^- = 1 \quad k_y^+ = k_y^- = \frac{n\pi}{H} = 0 \quad (4.9)$$

Dit betekent dat voor de (0,0)-mode de compatibiliteitsvergelijkingen (2.7) en (2.8) vereenvoudigen tot onderstaande uitdrukkingen voor golfgetallen  $k_x^\pm$ :

$$k_x^+ = \sqrt{\left( k_0 - M_0 k_z^+ \right)^2 - k_z^{+2}} \quad k_x^- = \sqrt{\left( k_0 + M_0 k_z^- \right)^2 - k_z^{-2}} \quad (4.10)$$

- $\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial x} = 0$  voor  $x = 0$ , dus

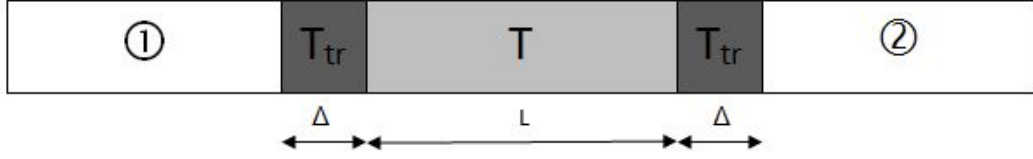
$$C_x^+ = C_x^- = 1 \quad (4.11)$$

- Ingard-Myers randvoorwaarde [10] [16] voor  $x = B$ . Deze randvoorwaarde veronderstelt continuïteit van de deeltjesverplaatsing  $\zeta$  tussen de linerwand en het fluïdum, waarbij de verplaatsing van een wanddeeltje gelijk is aan de deeltjesverplaatsing van het fluïdum:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{p(B, y, z, t)}{Z_{wx}} \quad \frac{D\zeta}{Dt} = u_x(B, y, z, t) \quad (4.12)$$

Na eliminatie van de deeltjesverplaatsing, resulteert dit in:

$$Z_{wx} = \frac{Dp(B, y, z, t)/Dt}{\partial u_x(B, y, z, t)/\partial t} \quad (4.13)$$



Figuur 4.2: Schematische voorstelling van de infinitesimale impedantiesprongen

Een combinatie van vergelijkingen (4.7), (4.8), (4.9), (4.11) en (4.13) leidt tot de praktische uitdrukking voor de linerimpedantie:

$$Z_{wx} = jZ_0 \frac{k_0}{k_x^\pm} \left( 1 \mp M_0 \frac{k_z^\pm}{k_0} \right)^2 \cot(k_x^\pm B) \quad (4.14)$$

#### 4.1.3 Impedantiesprongen tussen liner materiaal en kanaalwand

De voorgaande analytische formulering is geldig voor een oneindig lange linerwand. Bij de bekleding van de binnenwand van leidingen zal er steeds een overgang aanwezig zijn tussen de starre kanaalwand en het zachte liner materiaal en vice versa, wat leidt tot een lokale verstoring van het akoestische veld. Figuur 4.2 geeft schematisch de situatie weer. Deze transitie-effecten worden in rekening gebracht met een bijkomende transitie matrix  $T_{tr}$  en  $T_{tr}^{-1}$ , waarbij aangenomen wordt dat de overgangskarakteristieken reciproom zijn voor beide uiteinden van de linersectie:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z,2} \end{Bmatrix} = [T_{tr}] [T] [T_{tr}]^{-1} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

$$[T_{tr}] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

De transitie matrix bevat vier onbekende coëfficiënten, zodat het op te lossen stelsel bestaat uit  $2N_{meas} + 4$  vergelijkingen (met  $N_{meas}$  het aantal metingen), in negen onbekenden:  $k_x^\pm, k_z^\pm, Z_{wx}$  en  $A, B, C, D$ . Dit betekent dat minimaal drie metingen nodig zijn om een overgedetermineerd stelsel te bekomen, zoals beschreven in [18]. In theorie is dit niet mogelijk, aangezien voor een lineaire akoestische tweepoort slechts twee metingen onafhankelijk zijn. Om deze paradox te vermijden, is een aangepaste beschrijving noodzakelijk [4].

De uitwerking van vergelijking (4.15) leidt tot onderstaande totale matrix:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z,2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ADT_{11} - ACT_{12} + BDT_{21} - BCT_{22}}{AD - BC} & \frac{-ABT_{11} + A^2T_{12} - B^2T_{21} + ABT_{22}}{AD - BC} \\ \frac{CDT_{11} - C^2T_{12} + D^2T_{21} - CDT_{22}}{AD - BC} & \frac{-BCT_{11} + ACT_{12} - BDT_{21} + ADT_{22}}{AD - BC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z,1} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Hier zijn twee opmerkingen belangrijk:

- Indien de transitiecoëfficiënten met een bepaalde factor vermenigvuldigd worden, blijven de coëfficiënten van de totale matrix constant. Dit betekent dat het normaliseren van deze vier coëfficiënten met de waarde van één van deze coëfficiënten (bv.  $A = 1$ ), het aantal variabelen reduceert tot acht. Vervolgens zijn slechts twee metingen nodig om een overgedetermineerd stelsel te bekomen, waardoor de eerder vermelde paradox vermeden wordt.
- De som van elementen (1, 1) en (2, 2) van de totale matrix is gelijk aan de som van de respectievelijke elementen van de transfermatrix:

$$\begin{aligned} T_{tot,11} + T_{tot,22} &= \frac{ADT_{11} - ACT_{12} + BDT_{21} - BCT_{22} - BCT_{11} + ACT_{12} - BDT_{21} + ADT_{22}}{AD - BC} \\ &= \frac{(AD - BC)T_{11} + (AD - BC)T_{22}}{AD - BC} \\ &= T_{11} + T_{22} \end{aligned}$$

Gebruikmakend van de analytische uitdrukking van de transfermatrix (4.5):

$$\begin{aligned} T_{tot,11} + T_{tot,22} &= \frac{Z^+ e^{-jk_z^+ L} + Z^- e^{jk_z^- L} + Z^- e^{-jk_z^+ L} + Z^+ e^{jk_z^+ L}}{Z^+ + Z^-} \\ &= \frac{(Z^+ + Z^-) e^{-jk_z^+ L} + (Z^+ + Z^-) e^{jk_z^+ L}}{Z^+ + Z^-} \\ &= e^{-jk_z^+ L} + e^{jk_z^- L} \end{aligned}$$

Met behulp van de tweede eigenschap worden alle transitiecoëfficiënten geëlimineerd en reduceert het stelsel tot vijf vergelijkingen in vijf onbekenden:

$$\begin{aligned} k_x^{\pm 2} + k_z^{\pm 2} &= (k_0 \mp M_0 k_z^{\pm})^2 \\ T_{11,exp} + T_{22,exp} &= e^{-jk_z^+ L} + e^{jk_z^- L} \\ Z_{wx} &= jZ_0 \frac{k_0}{k_x^{\pm}} \left( 1 \mp M_0 \frac{k_z^{\pm}}{k_0} \right)^2 \cot(k_x^{\pm} B) \end{aligned}$$

waarbij  $T_{ij,exp}$  de coëfficiënten van de experimenteel bepaalde transfermatrix voorstelt. Voor een stilstaand medium reduceert het stelsel verder tot drie onafhankelijke vergelijkingen in drie onbekenden:

$$\begin{aligned} k_x^2 + k_z^2 &= k_0^2 \\ T_{11,exp} + T_{22,exp} &= e^{-jk_z L} + e^{jk_z L} = 2 \cos(k_z L) \\ Z_{wx} &= jZ_0 \frac{k_0}{k_x} \cot(k_x B) \end{aligned}$$

## 4.2 Impedantie-eductie voor multipoorten

### 4.2.1 Analytische uitdrukking van de transfermatrix

Deze methode maakt gebruik van dezelfde opstelling: een rechthoekige leiding met doorsnede  $B \times H$  en lengte  $L$ , zoals aangegeven in figuur 4.1. Alle wanden van deze leiding zijn star, waarbij de wand op  $x = B$  vervangen is door het liner materiaal. Een uniforme stroming met Machgetal  $M_0$  plant zich voort in de positieve  $z$ -richting. De multimodale analyse beperkt zich in deze masterpaper tot de cut-off frequentie van de tweede transversale mode in de grootste dimensie van de doorsnede: modes  $(0, 0)$  en  $(0, 1)$  zijn cut-on.

Het akoestisch veld in de leiding bestaat uit de som van stroomopwaartse en stroomafwaartse modes, wat met behulp van de gelineariseerde momentumvergelijking (2.10) leidt tot een uitdrukking voor de akoestische deeltjessnelheid:

$$p(x, y, z) = \sum_{m,n} A_{mn}(x, y) e^{-jk_z^+ mn z} + B_{mn}(x, y) e^{jk_z^- mn z} \quad (4.18)$$

$$u_z(x, y, z) = \sum_{m,n} \frac{1}{Z_{mn}^+} A_{mn}(x, y) e^{-jk_z^+ mn z} - \frac{1}{Z_{mn}^-} B_{mn}(x, y) e^{jk_z^- mn z} \quad (4.19)$$

Combinatie van uitdrukkingen (4.18) en (4.19) en eliminatie van de drukamplituden, leidt tot de submatrices van de modale transfermatrix [7]:

$$[T_{11}] = \begin{bmatrix} \alpha_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \alpha_{mn} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad [T_{12}] = \begin{bmatrix} \beta_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \beta_{mn} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$

$$[T_{21}] = \begin{bmatrix} \gamma_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \gamma_{mn} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad [T_{22}] = \begin{bmatrix} \delta_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \delta_{mn} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{mn} = \frac{Z_{mn}^+ e^{-jk_z^+ mn L} + Z_{mn}^- e^{jk_z^- mn L}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \quad \beta_{mn} = \frac{Z_{mn}^+ Z_{mn}^- (e^{-jk_z^+ mn L} - e^{jk_z^- mn L})}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{e^{-jk_z^+ mn L} - e^{jk_z^- mn L}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \quad \delta_{mn} = \frac{Z_{mn}^- e^{-jk_z^+ mn L} + Z_{mn}^+ e^{jk_z^- mn L}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-}$$

### 4.2.2 Analytische berekening van de impedantie

De uitdrukking voor de impedantie kan op analoge manier afgeleid worden als in sectie 4.1.2. Dezelfde randvoorwaarden gelden, met als enige verschil dat er gesommeerd moet worden over de verschillende akoestische modes. De algemene driedimensionele uitdrukking voor het geluidsveld in de leiding bestaat uit een sommatie over alle aanwezige modes:

$$p(x, y, z, t) = \sum_m \sum_n \left[ \left( e^{-jk_{x,m}^+} + C_x^+ e^{jk_{x,m}^+} \right) \left( e^{-jk_{y,n}^+} + C_y^+ e^{jk_{y,n}^+} \right) C_z^+ e^{-jk_{z,mn}^+} + \right. \\ \left. \left( e^{-jk_{x,m}^-} + C_x^- e^{jk_{x,m}^-} \right) \left( e^{-jk_{y,n}^-} + C_y^- e^{jk_{y,n}^-} \right) C_z^- e^{jk_{z,mn}^-} \right] e^{j\omega t} \quad (4.20)$$

met  $C_x^\pm$ ,  $C_y^\pm$  en  $C_z^\pm$  de propagatieconstanten. Voor elke mode  $(m, n)$  drukken de compatibiliteitsvergelijkingen (4.21) het verband uit tussen de golfgetallen:

$$k_{z,mn}^\pm = \frac{\mp M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2) \left( (k_{x,mn}^\pm)^2 + (k_{y,n}^\pm)^2 \right)}}{1 - M_0^2} \quad (4.21)$$

Met de gelineariseerde momentumvergelijking (2.2) kan uit (4.20) een uitdrukking afgeleid worden voor de deeltjessnelheid in de x-richting, loodrecht op het lineroppervlak. Deze paper focust zich op de vlakke mode en de eerste transversale mode in de grootste dimensie van de doorsnede ( $m = 0$ ), zodat de index  $m$  kan weggelaten worden:

$$u_x(x, y, z, t) = \sum_n \left[ \frac{C_z^+}{Z_0} \frac{k_{x,n}^+}{k_0 - M_0 k_{z,n}^+} \left( e^{-jk_{x,n}^+} + C_x^+ e^{jk_{x,n}^+} \right) e^{-jk_{z,n}^+} + \frac{C_z^-}{Z_0} \frac{k_{x,n}^-}{k_0 + M_0 k_{z,n}^+} \left( e^{-jk_{x,n}^-} + C_x^- e^{jk_{x,n}^-} \right) e^{-jk_{z,n}^-} \right] e^{j\omega t} \quad (4.22)$$

Voor dit systeem gelden de volgende randvoorwaarden:

- $\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial y} = 0$  voor  $y = 0$  en  $y = H$ , dus

$$C_y^+ = C_y^- = 1 \quad k_y^+ = k_y^- = \frac{n\pi}{H} = 0 \quad (4.23)$$

- $\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial x} = 0$  voor  $x = 0$ , dus

$$C_x^+ = C_x^- = 1 \quad (4.24)$$

- Ingard-Myers randvoorwaarde [10] [16] voor  $x = B$ . Deze randvoorwaarde veronderstelt continuïteit van de deeltjesverplaatsing  $\zeta$  tussen de linerwand en het fluïdum, waarbij de verplaatsing van een wanddeeltje gelijk is aan de deeltjesverplaatsing van het fluïdum:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{p(B, y, z, t)}{Z_{wx}} \quad \frac{D\zeta}{Dt} = u_x(B, y, z, t) \quad (4.25)$$

Na eliminatie van de deeltjesverplaatsing, resulteert dit in:

$$Z_{wx} = \frac{Dp(B, y, z, t)/Dt}{\partial u_x(B, y, z, t)/\partial t} \quad (4.26)$$

Een combinatie van vergelijkingen (4.20), (4.22), (4.23), (4.24) en (4.26) leidt tot de uitdrukking voor de impedantie in functie van de golfgetallen:

$$Z_w = jZ_0 \frac{k_0}{k_{x,n}^\pm} \left( 1 \mp M_0 \frac{k_{z,n}^\pm}{k_0} \right)^2 \cot(k_{x,n}^\pm B) \quad (4.27)$$

### 4.2.3 Impedantiesprongen tussen linermateriaal en kanaalwand

De linersectie heeft een eindige lengte en bepaalt slechts een klein gedeelte van de leiding. Een transitie matrix modelleert dan de overgang tussen de leiding en het linermateriaal.

$$\begin{Bmatrix} \{p(L)\} \\ \{u_z(L)\} \end{Bmatrix} = [T_{tr}] [T] [T_{tr}]^{-1} \begin{Bmatrix} \{p(0)\} \\ \{u_z(0)\} \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

De transitie matrix voegt  $(2N_{mo})^2$  onbekende coëfficiënten toe aan het op te lossen stelsel vergelijkingen, met  $N_{mo}$  het aantal beschouwde modes:

$$[T_{tr}] = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & \cdots & a_{0N_{mo}} & b_{00} & b_{01} & \cdots & b_{0N_{mo}} \\ a_{10} & a_{11} & \cdots & a_{1N_{mo}} & b_{10} & b_{11} & \cdots & b_{1N_{mo}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N_{mo}0} & a_{N_{mo}1} & \cdots & a_{N_{mo}N_{mo}} & b_{N_{mo}0} & b_{N_{mo}1} & \cdots & b_{N_{mo}N_{mo}} \\ c_{00} & c_{01} & \cdots & c_{0N_{mo}} & d_{00} & d_{01} & \cdots & d_{0N_{mo}} \\ c_{10} & c_{11} & \cdots & c_{1N_{mo}} & d_{10} & d_{11} & \cdots & d_{1N_{mo}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{N_{mo}0} & c_{N_{mo}1} & \cdots & c_{N_{mo}N_{mo}} & d_{N_{mo}0} & d_{N_{mo}1} & \cdots & d_{N_{mo}N_{mo}} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

De diagonaalelementen van de submatrices  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  stellen de scattering van de modes in de leiding op hun equivalent in de linersectie voor. De andere elementen bepalen de cross-scattering tussen de verschillende modes, met dikwijls een veel kleinere invloed dan de diagonaalelementen [7]. Het weglaten van deze cross-scattering coëfficiënten leidt tot een vereenvoudigde transitie matrix (4.30), bestaande uit vier submatrices met enkel diagonaalelementen en  $4N_{mo}$  coëfficiënten in totaal. In praktijk zal blijken dat niet volledig aan deze aanname kan voldaan worden omwille van een voorlopig nog onbekende oorzaak.

$$[T_{tr}] = \begin{bmatrix} a_{00} & 0 & \cdots & 0 & b_{00} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{11} & \cdots & 0 & 0 & b_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{N_{mo}N_{mo}} & 0 & 0 & \cdots & b_{N_{mo}N_{mo}} \\ c_{00} & 0 & \cdots & 0 & d_{00} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{11} & \cdots & 0 & 0 & d_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{N_{mo}N_{mo}} & 0 & 0 & \cdots & d_{N_{mo}N_{mo}} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Naar analogie met het stelsel voor een vlakke voortplanting, vormen vergelijkingen (4.21), (4.27) en (4.28) een stelsel van  $(2N_{mo})^2 + 2N_{mo} + 2N_{mo} = 4(N_{mo} + N_{mo}^2)$  vergelijkingen in  $4(N_{mo} + N_{mo}^2) + 1$  onbekenden:  $4N_{mo}^2$  transitiecoëfficiënten,  $2N_{mo}$  axiale golfgetallen  $k_{z,n}^\pm$ ,  $2N_{mo}$  transversale golfgetallen  $k_{x,n}^\pm$  en de linerimpedantie  $Z_{wx}$ . De uitwerking van matrixvergelijking (4.28) leidt tot onderstaande vereenvoudigingen:

- Normalisatie van de transitiecoëfficiënten elimineert een variabele, wat resulteert in een gedetermineerd stelsel van  $4(N_{mo} + N_{mo}^2)$  vergelijkingen in  $4(N_{mo} + N_{mo}^2)$  onbekenden.
- Een groot aantal variabelen kan verder geëlimineerd worden door het spoor te berekenen van de totale matrixvermenigvuldiging:

$$Tr \left( [T_{tr}] [T] [T_{tr}]^{-1} \right) = \sum_n \left[ e^{-jk_{z,n}^+ L} + e^{jk_{z,n}^- L} \right] \quad (4.31)$$

Deze vereenvoudigingen leiden tot een stelsel van  $4N_{mo} + 1$  vergelijkingen in  $4N_{mo} + 1$  variabelen. In plaats van alle transitiecoëfficiënten te berekenen, is het voldoende om vergelijking (4.31) op te lossen samen met compatibiliteitsvergelijkingen (4.21) en uitdrukkingen (4.27).

Het gebruik van de vereenvoudigde transitiematrix (4.30) leidt tot een systeem vergelijkingen met enkel  $8N_{mo} + 1$  onbekenden. Omwille van de diagonale structuur van de submatrices kunnen de modes afzonderlijk behandeld worden:

$$\begin{Bmatrix} p_n(L) \\ u_{z,n}(L) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} [T_n] \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} p_n(0) \\ u_{z,n}(0) \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Deze afzonderlijke berekening leidt tot een aparte impedantiewaarde voor elke beschouwde mode. Via het spoor van de matrix kunnen ook hier de transitiecoëfficiënten geëlimineerd worden uit het stelsel vergelijkingen. Dit resulteert voor elke mode in een stelsel van vijf vergelijkingen in vijf onbekenden:

$$Tr \left( [T_{tr,n}] [T_n] [T_{tr,n}]^{-1} \right) = e^{-jk_{z,n}^+ L} + e^{jk_{z,n}^- L}$$

$$k_{z,n}^\pm = \frac{\mp M_0 k_0 + \sqrt{k_0^2 - (1 - M_0^2) \left( k_{x,n}^\pm{}^2 + \left( \frac{n\pi}{H} \right)^2 \right)}}{1 - M_0^2}$$

$$Z_{wx,n} = jZ_0 \frac{k_0}{k_{x,n}^\pm} \left( 1 \mp M_0 \frac{k_{z,n}^\pm}{k_0} \right)^2 \cot \left( k_{x,n}^\pm B \right)$$

Voor een stilstaand medium reduceert het stelsel voor elke mode verder tot drie vergelijkingen in drie onbekenden.

### 4.3 Besluit

Dit hoofdstuk bespreekt de eductiemethode voor de bepaling van de akoestische impedantie, bestaande uit een combinatie van experimentele gegevens en een analytische beschrijving van het akoestische systeem. De methode vertrekt vanuit de tweepoortmodellering, die het verband legt tussen de druk- en snelheidsperturbaties aan beide zijden van de linersectie. Deze verbanden vormen de basis voor het analytisch model dat leidt tot een uitdrukking voor de impedantie, waarbij ook de impedantiesprongen tussen de kanaalwand en het linermateriaal in rekening worden gebracht. De uitbreiding naar een multimodale modellering laat toe om een breder frequentiespectrum te analyseren, aangezien niet meer voldaan moet worden aan de voorwaarden voor vlakke golfvoortplanting. Dit betekent dat opmetingen van het respectievelijke werkingsgebied van het linermateriaal mogelijk zijn, omdat deze werkingsfrequenties typisch het gebied van vlakke golfvoortplanting overschrijden. De afleidingen voor een multimodale analyse verlopen gelijkaardig aan deze voor vlakke golfvoortplanting, met als verschil dat gesommeerd wordt over de verschillende akoestische modes. Een vereenvoudiging van de transitie matrix laat toe om elke mode apart te beschouwen, zodat de afzonderlijke impedanties volgens elke mode met elkaar kunnen vergeleken worden. De uitkomst van deze overstap komt verder aan bod in hoofdstuk 7.

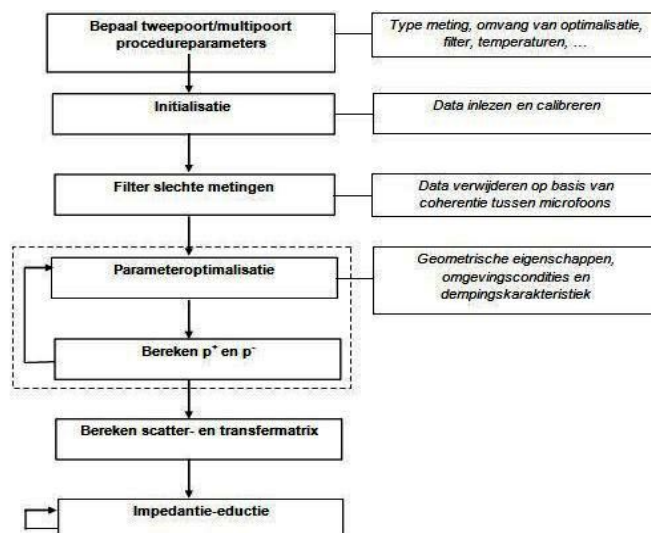


## Hoofdstuk 5

# Implementatie van de eductieprocedure

Dit hoofdstuk bespreekt de geprogrammeerde routine die de experimentele data verwerkt tot impedantiecurves. Sectie 5.1 bespreekt de algemene structuur van de implementatie, vanaf de inlezing en calibratie van de meetdata tot de uiteindelijke impedantie-eductie. Sectie 5.2 behandelt de verbeteringen ten opzichte van de vorige versie van de eductieprocedure, met de focus op de reductie van de rekentijd en een snellere convergentie langs de gewenste oplossingstak. Vervolgens gaan secties 5.3 en 5.4 in op het specifieke stappenplan van de impedantie-eductie voor een stromend en stilstaand medium.

### 5.1 Algemene structuur

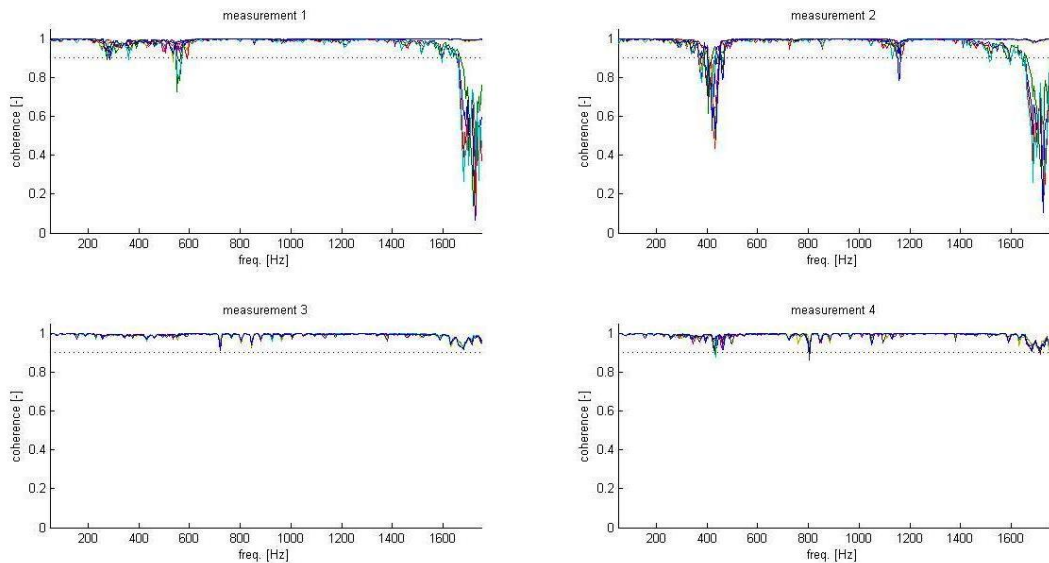


Figuur 5.1: Algemene structuur van de eductieprocedure

De structuur van de implementatie in Matlab is georganiseerd rond één hoofdbestand. Vanuit dit hoofdbestand worden verschillende deelfuncties aangeroepen die geprogrammeerd zijn in afzonderlijke hulpbestanden, met het oog op het behoud van een duidelijk overzicht.

Allereerst worden in een apart initialisatiebestand alle proceduregegevens opgelijst, zowel voor de meetdata als voor de uitvoering van het rekenalgoritme zelf. Deze gegevens omvatten onder andere de locatie van de meetdata op de computerschijf, de microfoonposities, de temperaturen en stroomsnelheden, de startwaarden voor de impedantie en de uit te voeren berekeningen. Deze gegevens worden in het hoofbestand verder aangevuld met de keuze van de gepaste routines (vlakke of multimodale golfvoortplanting), de gewenste omvang van de parameteroptimalisatie en het niveau van de coherentiefilter. De initialisatie eindigt met de inlezing en calibratie van de meetdata.

De coherentie duidt op de samenhang tussen de signalen opgemeten door de microfoons. Meetdata horend bij frequenties met een lage coherentie worden verwijderd uit de database om te vermijden dat lokale storingen beschouwd worden als een relevant akoestisch signaal. Figuur 5.2 geeft een voorbeeld van het coherentieverloop ten opzichte van de referentiemicrofoon bij een meting met vlakke golfvoortplanting, met een gewenst coherentieniveau van minimaal 0.9.



Figuur 5.2: Coherentieverloop bij meting met vlakke golfvoortplanting,  $M_0 = 0.075$

Gebruikmakend van de experimentele data, corrigeert de parameteroptimalisatie de geometrische gegevens, omgevingscondities en dempingskarakteristiek. Subsectie 5.2.2 gaat verder in op de werking van deze iteratieve procedure. Deze correctie laat toe om de meest correcte drukamplituden te bepalen, wat aanleiding geeft tot

twee- of multipoortcoëfficiënten met een optimale fit ten opzichte van de uitgevoerde metingen.

Een laatste stap omvat de berekening van de golfgetallen via de minimalisatie van het residu tussen de analytische uitdrukkingen en de gekozen startwaarden. Indien deze golfgetallen gekend zijn, is de impedantie volledig bepaald.

## 5.2 Verbeteringen ten opzichte van vorige versie

### 5.2.1 Initialisatie en startwaarden

De vorige versie van deze eductieprocedure maakt gebruik van een optimale startimpedantie als startwaarde [20]. De berekening van deze optimale startwaarde vraagt enorm veel rekentijd, aangezien voor een groot aantal mogelijke startimpedanties een residuele vergelijking moet opgelost worden voor de experimentele en analytische transfercoëfficiënten. De startimpedantie die leidt tot een minimaal residu is de optimale startwaarde.

In de nieuwe versie van de eductieprocedure is deze omslachtige berekening achterwege gelaten. Rekening houdend met onderstaande aanvullende verbeteringen, blijkt proefondervindelijk dat het algoritme gemakkelijk convergeert indien het reële en imaginaire deel van de startwaarde vrij ruim gekozen worden. Voor de opeenvolgende frequentiestappen geldt de oplossing van de vorige stap als nieuwe startwaarde. Deze methodiek was reeds aanwezig in de vorige versie van de eductieprocedure, maar is consequenter toegepast in het gehele algoritme. De berekende impedanties voor een meting zonder stroming dienen als startwaarden voor metingen met stroming, aangezien meetdata zonder stroming beschikken over een betere signaal-ruis-verhouding en een snellere convergentie. Deze elementen leiden tot een significant kortere rekentijd.

### 5.2.2 Parameteroptimalisatie

De nauwkeurigheid van de eductieprocedure is sterk afhankelijk van de nauwkeurigheid van de geometrische parameters en omgevingscondities. Gebruikmakend van de experimentele data, reduceert een parameteroptimalisatie de invloed van fluctuaties op het eindresultaat. Deze iteratieve procedure is ontwikkeld door Denayer et al. [6], voorlopig enkel voor metingen met vlakke golfvoortplanting.

Zoals besproken in hoofdstuk 3, leidt het gebruik van meer dan twee microfoons tot een overgedetermineerd stelsel lineaire vergelijkingen (5.1). Het oplossen van dit stelsel met een kleinste-kwadratenbenadering vermindert de invloed van random meetfouten.

$$\begin{Bmatrix} p^+(f) \\ p^-(f) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jk^+z_1} & e^{jk^-z_1} \\ e^{-jk^+z_2} & e^{jk^-z_2} \\ \vdots & \vdots \\ e^{-jk^+z_{N_{mics}}} & e^{jk^-z_{N_{mics}}} \end{bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} p(z_1, f) \\ p(z_2, f) \\ \vdots \\ p(z_{N_{mics}}, f) \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

De nauwkeurigheid van deze berekening is afhankelijk van de nauwkeurigheid van de beschouwde parameters: de microfoonposities, de geluidssnelheid, de gemiddelde stromingssnelheid en de dempingscoëfficiënt. Voor een overgedetermineerd stelsel kan de set vergelijkingen (5.1) opgelost worden met zowel de drukamplituden en de parameters als onbekenden. Dit aangepast niet-lineair stelsel vergelijkingen wordt opgelost volgens een iteratieve procedure om de nodige rekentijd te beperken.

Zonder verlies van algemeenheid, verschuift het referentieassenstelsel zodat de oorsprong samenvalt met de positie van de eerste microfoon. De definitie van de onderlinge afstand tussen de microfoons  $\Delta z_i = z_i - z_1$ , leidt tot uitdrukking (5.2) voor de drukfluctuatie in het frequentiedomein:

$$\begin{aligned} p'(\omega, \Delta z_i) &= p_z^+(\omega) e^{-jk^+(\Delta z_i + z_1)} + p_z^-(\omega) e^{jk^-(\Delta z_i + z_1)} \\ &= p^+(\omega) e^{-jk^+ \Delta z_i} + p^-(\omega) e^{jk^- \Delta z_i} \end{aligned} \quad (5.2)$$

waarbij de faseverschuiving  $e^{\mp jk^\pm z_1}$  tengevolge van de verplaatsing van het referentieassenstelsel vervat is in de complexe golfamplituden  $p^\pm(\omega)$ . Bij berekening van de microfoonposities uit de opgemeten drukfluctuaties, mag de positie van de referentiemicrofoon niet variëren ten opzichte van het referentieassenstelsel.

Het model van Dokumaci [9] levert een asymptotische formulering op voor de golfgetallen:

$$k^+ = k_0 \frac{\theta}{1 + \theta M_0} \quad k^- = k_0 \frac{\theta}{1 - \theta M_0} \quad (5.3)$$

De combinatie van deze formulering (5.3) met uitdrukking (5.2) illustreert de afhankelijkheid van de geometrische parameters (relatieve microfoonposities  $\Delta z_i$ ) en de omgevingscondities (geluidssnelheid  $c_0$ , gemiddelde stroomsnelheid  $U_0$ , dempingscoëfficiënt  $\theta(\omega)$ ):

$$p'(\omega, \Delta z_i) = p^+(\omega) \exp \left[ -j\omega \frac{\theta_0 \bar{\theta}(\omega)}{c_0} \frac{\Delta z_i}{1 + U_0 \frac{\theta_0 \bar{\theta}(\omega)}{c_0}} \right] + p^-(\omega) \exp \left[ j\omega \frac{\theta_0 \bar{\theta}(\omega)}{c_0} \frac{\Delta z_i}{1 - U_0 \frac{\theta_0 \bar{\theta}(\omega)}{c_0}} \right] \quad (5.4)$$

In deze vergelijking is de dempingscoëfficiënt geschreven als het product van een reëel deel bij een referentiefrequentie  $\theta_0$  en een complexe functie  $\bar{\theta}(\omega)$  die het frequentiegedrag bepaalt:

$$\theta(\omega) = \theta_0 \bar{\theta}(\omega) \quad \Re \left\{ \bar{\theta}(\omega_{ref}) \right\} = 1 \quad (5.5)$$

Uitdrukking (5.4) toont aan dat niet de absolute waarde van de parameters van belang is, maar wel verhoudingen (5.6) van deze variabelen:

$$\overline{\Delta z_i} = \frac{\Delta z_i \theta_0}{c_0} \quad \overline{M_0} = \frac{U_0 \theta_0}{c_0} \quad (5.6)$$

Omwille van deze eigenschap is het niet mogelijk de vier variabelen  $\Delta z_i$ ,  $c_0$ ,  $U_0$  en  $\theta_0$  afzonderlijk te berekenen, aangezien het stelsel vergelijkingen enkel kan opgelost worden voor de verhoudingen (5.6). Indien enkele parameters als een gekende

constante beschouwd worden, zal de geconvergeerde waarde van de onbekende parameters niet noodzakelijk gelijk zijn aan de juiste fysische waarde, maar zal de oplossing gelijk zijn aan de waarde die voldoet aan de vooropgestelde constanten. Dit heeft geen invloed op het resultaat voor de complexe golfamplituden.

Met deze verhoudingen in beschouwing, reduceert uitdrukking (5.4) tot:

$$p'(\omega, \Delta z_i) = p^+(\omega) \exp \left[ -j\omega \overline{\Delta z_i} \bar{\theta}(\omega) \frac{1}{1 + \overline{M_0} \bar{\theta}(\omega)} \right] + p^-(\omega) \exp \left[ j\omega \overline{\Delta z_i} \bar{\theta}(\omega) \frac{1}{1 - \overline{M_0} \bar{\theta}(\omega)} \right] \quad (5.7)$$

In de meest generieke formulering varieert de gescaleerde dempingscoëfficiënt  $\bar{\theta}(\omega)$  met de frequentie. Dit vereist een groot aantal onbekenden ( $N_\theta = N_{freq}$ ) en een grote rekenkost. De beschrijving volgens het Kirchhoff model [11] is een alternatieve keuze: slechts één reële parameter  $K_\theta$  bepaalt het frequentiegedrag van de dempingscoëfficiënt:

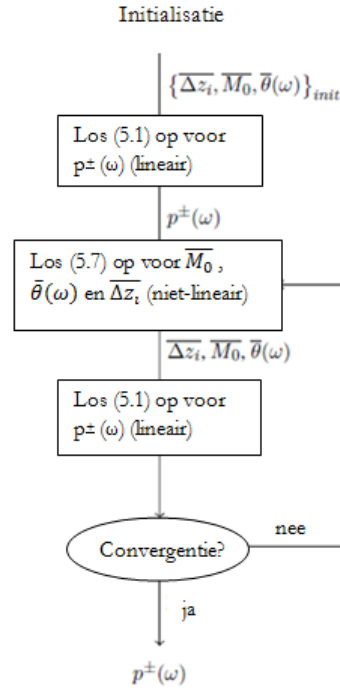
$$\bar{\theta}(\omega) = \frac{\theta(\omega)}{\theta_0} = \left( 1 + \frac{(1-j)}{\sqrt{\omega}} K_\theta \right) / \left( 1 + \frac{K_\theta}{\sqrt{\omega_{ref}}} \right) \quad K_\theta = \sqrt{\frac{\nu}{2R^2}} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{Pr}} \right) \quad (5.8)$$

met  $Pr$  het Prandtlgetal,  $\nu$  de kinematische viscositeit en  $R$  de hydraulische straal van de leiding. Deze beschrijving reduceert de rekenkost en verbetert de convergentie.

Met uitdrukking (5.8) in rekening gebracht, reduceert vergelijking (5.7) tot een stelsel van ( $N_{freq} \times N_{mics}$ ) complexe vergelijkingen met  $2N_{freq}$  complexe en  $N_{mics} + 1$  reële onbekenden. Het stelsel is overgedetermineerd als  $N_{mics} \geq 3$  en  $N_{freq} \geq 2$ . Omwille van de omvang van het stelsel en de aanwezigheid van lokale minima, is het oplossen met een niet-lineaire solver zeer moeilijk. Het gebruik van een iteratieve procedure is te verkiezen.

Stelsel (5.7) moet opgelost worden voor de onbekenden  $p^\pm(\omega)$ ,  $\overline{\Delta z_i}$ ,  $\overline{M_0}$  en  $\bar{\theta}(\omega)$ , waarbij enkel de variabelen  $p^\pm(\omega)$  van praktisch belang zijn voor de verdere impedantie-reductie. Met de omgevingscondities en geometrische parameters als gekend beschouwd, is het systeem terug lineair. De ontwikkelde iteratieve procedure is gefundeerd op deze eigenschap: de berekening splitst op in het oplossen van een lineair systeem voor de complexe drukamplituden en een niet-lineair systeem voor een beperkt aantal parameters. De verschillende stappen zijn schematisch weergegeven in figuur 5.3:

1. Met een initiële waarde voor de geometrische parameters en omgevingscondities, wordt het lineaire systeem (5.1) opgelost voor de onbekende complexe golfamplituden  $p^\pm(\omega)$ .
2. Gebruikmakend van de berekende amplituden  $p^\pm(\omega)$ , wordt het niet-lineair stelsel (5.7) opgelost voor  $\overline{\Delta z_i}$  ( $i \neq 1$ ),  $\overline{M_0}$  en  $K_\theta$ .
3. De gecorrigeerde geometrische parameters en omgevingscondities leiden via stelsel (5.1) tot een geüpdate oplossing voor  $p^\pm(\omega)$ .
4. Herhaal stappen 2 en 3 tot convergentie.



Figuur 5.3: Schematisch stappenplan van de iteratieve optimalisatie

### 5.2.3 Verandering in variabele

Het op te lossen stelsel vergelijkingen is onderhevig aan lokale minima zonder enige fysische relevantie. Voor de situatie zonder stroming is dit geen probleem, maar bij aanwezigheid van stroming is de eductieprocedure zeer gevoelig voor dit fenomeen. Een verandering in variabele laat toe om de solver te forceren naar convergentie tot de gewenste oplossing, gebruikmakend van de kwadratische relatie tussen de transversale en axiale golfgetallen.

De vorige versie van de eductieprocedure [20] is opgebouwd rond de keuze van  $k_z^\pm$  als variabele. Volgens set vergelijkingen (5.9) voor vlakke golfvoortplanting, zijn er voor elk golfgetal  $k_x^\pm$  twee oplossingen voor  $k_z^\pm$ . Beide oplossingen kunnen een positief reëel deel hebben, zodat er geen argument is om convergentie naar de oplossing met de juiste fysische betekenis te forceren.

$$\begin{aligned}
 k_z^+ &= \text{abs}(\text{var}(1)) + 1j \cdot (\text{var}(2)) \\
 k_z^- &= \text{abs}(\text{var}(3)) + 1j \cdot (\text{var}(4)) \\
 k_z^\pm &= \frac{\mp M_0 k_0 + \sqrt{M_0^2 k_0^2 - (1 - M_0^2) (k_x^{\pm 2} - k_0^2)}}{1 - M_0^2}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Met  $k_x^\pm$  als variabelen, wordt een waarde bekomen voor de axiale golfgetallen  $k_z^\pm$ . Deze axiale golfgetallen leiden dan tot een nieuwe waarde voor de transversale golfgetallen (5.10). Voor elke  $k_z^\pm$  zijn er twee oplossingen voor  $k_x^\pm$ , maar de aanwezigheid van de vierkantswortel over de hele uitdrukking voor de transversale golfgetallen zorgt automatisch voor convergentie langs de correcte oplossingstak. Deze verandering in variabele zorgt voor een snellere en juiste convergentie, aangezien het algoritme niet evolueert naar een lokaal minimum.

$$\begin{aligned} k_x^+ &= \text{abs}(\text{var}(1)) + 1j \cdot (\text{var}(2)) \\ k_x^- &= \text{abs}(\text{var}(3)) + 1j \cdot (\text{var}(4)) \\ k_x^\pm &= \sqrt{\left(k_0 \mp M_0 k_z^\pm\right)^2 - k_z^{\pm 2}} \end{aligned} \quad (5.10)$$

### 5.3 Implementatie voor stromend medium

De verschillende stappen van de impedantie-eductie zijn weergegeven in figuur 5.4:

1. Resultaten van eerdere metingen voor een stilstaand medium gelden als initiële waarden voor de impedanties. De gebruiker van de eductieprocedure kan kiezen of deze eerdere resultaten voor elke frequentiestap de initiële waarden vormen, of enkel indien de exitflag voor een specifieke stap verschillend is van één. Deze laatste optie maakt gebruik van de iteratieve methode als de exitflag gelijk is aan één: de oplossing van de vorige frequentiestap dient als initiële waarde voor de huidige berekening.
2. De initiële waarden voor de impedantie leveren voor elke frequentie een schatting van de transversale golfgetallen  $k_x^\pm$  op. De minimalisatie van het residu tussen de analytische uitdrukking voor de impedantie en de startimpedantie leidt tot de waarden voor de golfgetallen met de beste fit ten opzichte van de gekozen startimpedanties. (5.12) toont de sequentie vergelijkingen voor de rechtslopende golven:

$$Z = 1j \cdot \frac{k_0}{k_x^\pm} \left(1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0}\right)^2 \cot(k_x^+ B) \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \text{res}(1) &= \text{real} \left( \frac{Z - Z_{init}}{Z_{init}} \right) \\ \text{res}(2) &= \text{real} \left( \frac{Z - Z_{init}}{Z_{init}} \right) \end{aligned} \quad (5.12)$$

3. Deze schattingen worden als startwaarden gebruikt voor een nieuwe berekening van de golfgetallen  $k_x^\pm$ . De oplossing van residuele vergelijkingen leidt tot de ideale match tussen de experimenteel bepaalde scattercoëfficiënten en de iteratief berekende transversale golfgetallen:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{k_0}{k_x^+} \left( 1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0} \right)^2 \cot(k_x^+ B) \\
 Z_2 &= \frac{k_0}{k_x^-} \left( 1 + M_0 \frac{k_z^-}{k_0} \right)^2 \cot(k_x^- B)
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}
 res &= e^{-jk_z^+ L} + e^{jk_z^- L} - X \\
 res(1) &= real(res) & res(2) &= imag(res) \\
 res(3) &= real(Z_1 - Z_2) & res(4) &= imag(Z_1 - Z_2)
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

waarbij  $X$  gelijk is aan de som van de transfercoëfficiënten  $T_{11} + T_{22}$ , uitgedrukt in functie van de scattercoëfficiënten [20].

4. De optimale waarde voor de transversale golfgetallen  $k_x^\pm$  laat toe om voor elke frequentie de optimale waarde voor de axiale golfgetallen te bepalen.
5. Berekening van de impedantie voor elke frequentie, gebruikmakend van de bijhorende golfgetallen.

Bij multimodale golfvoortplanting wordt de procedure opgesplitst in berekeningen voor en na de cut-off frequentie. Voorbij de cut-off frequentie wordt zowel de vlakke mode als de multimodale benadering uitgerekend. De multimodale benadering beschouwt de vlakke mode  $(0, 0)$  en de eerste transversale mode  $(0, 1)$  gezamenlijk, met de transversale golfgetallen  $k_{x,0}^\pm$  en  $k_{x,1}^\pm$  als variabelen. Deze gezamenlijke berekening laat vergelijking toe tussen de berekende impedanties, maar zorgt voor een wiskundig stelsel van grotere omvang:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{1}{k_{x,0}^+} \left( 1 - M_0 \frac{k_{z,0}^+}{k_0} \right)^2 \cot(k_{x,0}^+ B) \\
 Z_2 &= \frac{1}{k_{x,0}^-} \left( 1 + M_0 \frac{k_{z,0}^-}{k_0} \right)^2 \cot(k_{x,0}^- B) \\
 Z_3 &= \frac{1}{k_{x,1}^+} \left( 1 - M_0 \frac{k_{z,1}^+}{k_0} \right)^2 \cot(k_{x,1}^+ B) \\
 Z_4 &= \frac{1}{k_{x,1}^-} \left( 1 + M_0 \frac{k_{z,1}^-}{k_0} \right)^2 \cot(k_{x,1}^- B)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$



$$\begin{aligned}
 res &= e^{-jk_{z,0}^+L} + e^{jk_{z,0}^-L} + e^{-jk_{z,1}^+L} + e^{jk_{z,1}^-L} - X \\
 res(1) &= real(res) & res(2) &= imag(res) \\
 res(3) &= real\left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1}\right) & res(4) &= imag\left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1}\right) \\
 res(5) &= real\left(\frac{Z_1 - Z_3}{Z_1}\right) & res(6) &= imag\left(\frac{Z_1 - Z_3}{Z_1}\right) \\
 res(7) &= real\left(\frac{Z_1 - Z_4}{Z_1}\right) & res(8) &= imag\left(\frac{Z_1 - Z_4}{Z_1}\right)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

waarbij  $X$  gelijk is aan de som van de transfercoëfficiënten  $T_{11} + T_{22}$ , uitgedrukt in functie van de scattercoëfficiënten. Deze uitdrukking is natuurlijk verschillend van de uitdrukking voor  $X$  bij vlakke golfvoortplanting [7]. Merk op dat (5.15) niet de fysische waarde voor de dimensieloze impedantie weergeeft, aangezien niet vermenigvuldigd is met het akoestisch golfgetal  $k_0$  en de complexe waarde  $j$ . Omdat deze factoren toch wegvallen bij de berekening van de residu's (5.16), zijn ze voor de eenvoud weggelaten.

## 5.4 Implementatie voor stilstaand medium

De implementatie voor een stilstaand medium is een vereenvoudiging van de voorgaande implementatie, aangezien het Machgetal wegvalt uit de vergelijkingen. De verschillende stappen van de impedantie-eductie zijn weergegeven in figuur 5.4:

1. Tijdens de initialisatie wordt een constante complexe waarde opgelegd als startimpedantie. De gebruiker van de eductieprocedure kan kiezen of deze startimpedantie de initiële waarde vormt voor elke frequentiestap, of enkel voor de frequenties waarvoor het algoritme niet convergeert. Deze laatste optie maakt gebruik van de iteratieve methode als de exitflag gelijk is aan één: de oplossing van de vorige frequentiestap geldt als initiële waarde voor de huidige berekening.
2. De initiële waarden voor de impedantie leveren voor elke frequentie een schatting van de transversale golfgetallen  $k_x^\pm$  op. De minimalisatie van het residu tussen de analytische uitdrukking voor de impedantie en de startimpedantie leidt tot de waarden voor de golfgetallen met de beste fit ten opzichte van de gekozen startimpedanties. (5.18) toont de sequentie vergelijkingen:

$$Z = 1j \cdot \frac{k_0}{k_x} \cot(k_x B) \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned}
 res(1) &= real\left(\frac{Z - Z_{init}}{Z_{init}}\right) \\
 res(2) &= real\left(\frac{Z - Z_{init}}{Z_{init}}\right)
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

3. Deze schattingen worden als startwaarden gebruikt voor een nieuwe berekening van de golfgetallen  $k_x^\pm$ . De oplossing van residuele vergelijkingen leidt tot de ideale match tussen de experimenteel bepaalde scattercoëfficiënten en de iteratief berekende transversale golfgetallen:

$$\begin{aligned} res(1) &= real\left(e^{-jk_z L} + e^{jk_z L}\right) - real(X) \\ res(2) &= imag\left(e^{-jk_z L} + e^{jk_z L}\right) - imag(X) \end{aligned} \quad (5.19)$$

waarbij  $X$  de som is van de transfercoëfficiënten  $T_{11} + T_{22}$ , uitgedrukt in functie van de scattercoëfficiënten [20].

4. Berekening van de impedantie voor elke frequentie, gebruikmakend van de bijhorende golfgetallen.

Voor multimodale golfvoortplanting geldt dezelfde opsplitsing in berekeningen voor en na de cut-off frequentie. Voorbij de cut-off frequentie bepaalt de eductieprocedure zowel de vlakke mode  $(0,0)$  en eerste transversale mode  $(0,1)$  apart, alsook de multimodale benadering. De opbouw van het algoritme is analoog aan deze voor de situatie met stroming:

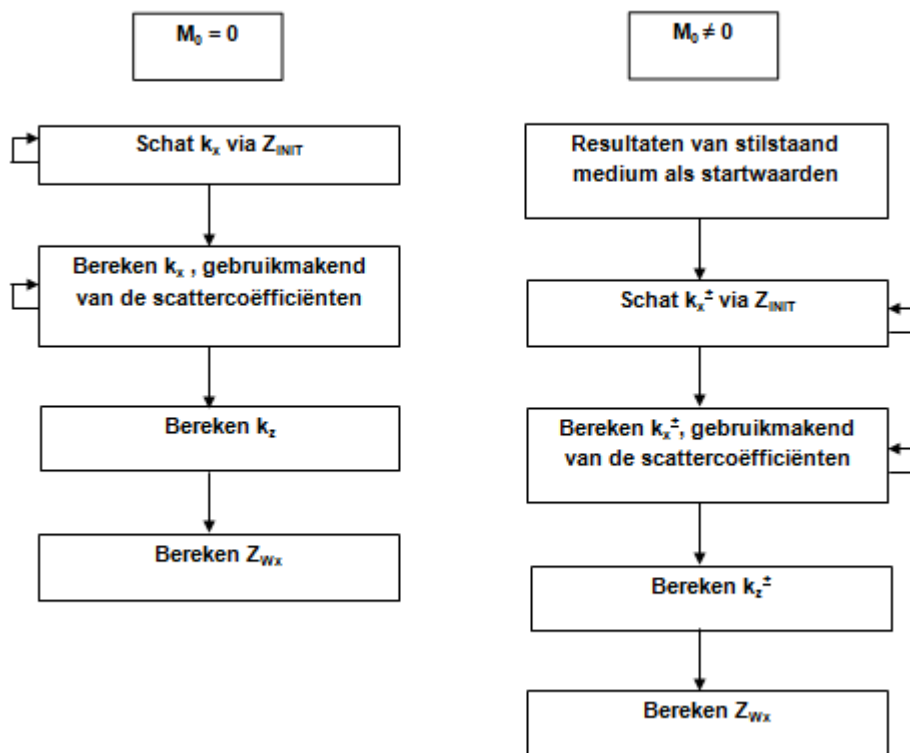
$$\begin{aligned} Z_1 &= 1j \cdot \frac{k_0}{k_{x,0}} \cot(k_{x,0}B) \\ Z_2 &= 1j \cdot \frac{k_0}{k_{x,1}} \cot(k_{x,1}B) \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} res &= e^{-jk_{z,0}L} + e^{jk_{z,0}L} + e^{-jk_{z,1}L} + e^{jk_{z,1}L} - X \\ res(1) &= real(res) & res(2) &= imag(res) \\ res(3) &= real(Z_1 - Z_2) & res(4) &= imag(Z_1 - Z_2) \end{aligned} \quad (5.21)$$

waarbij  $X$  gelijk is aan de som van de transfercoëfficiënten  $T_{11} + T_{22}$ , uitgedrukt in functie van de scattercoëfficiënten voor multimodale golfvoortplanting [7].

## 5.5 Besluit

Dit hoofdstuk bespreekt de implementatie van de experimentele impedantie-eductie in Matlab. De huidige versie beschikt over een verbeterde initialisatie, een parameter-optimalisatie die zorgt voor een optimale fit tussen de twee- of multipoortcoëfficiënten en de meetresultaten en een verandering in variabele die leidt tot een snellere en juiste convergentie. Deze elementen dragen bij tot de convergentie van het algoritme volgens de juiste oplossingstak, zodat de negatieve invloed van lokale minima vermeden wordt. De structuur van de implementatie is gelijkaardig voor de situatie met en zonder stroming, waarbij analoog de uitbreiding gemaakt wordt naar postprocessing van multimodale meetdata. De finale versie van de programmering is beschikbaar via begeleider Hervé Denayer.



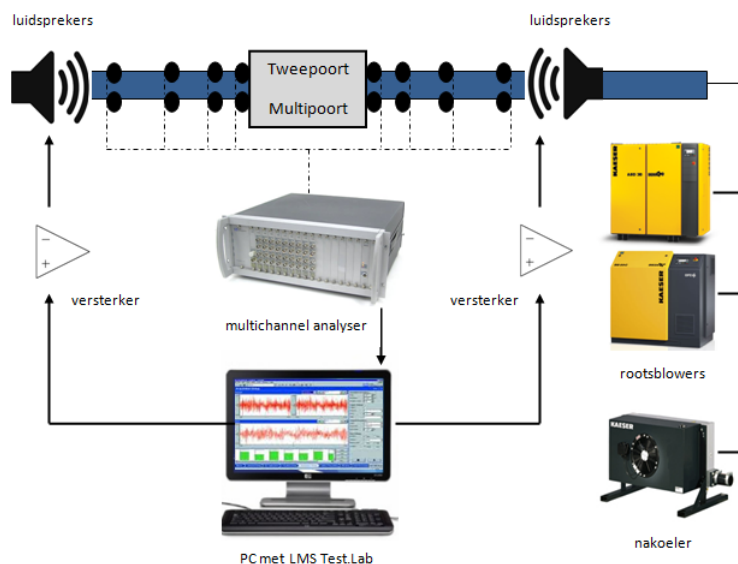
Figuur 5.4: Schematische weergave van de impedantie-reductie voor metingen met en zonder stroming



# Hoofdstuk 6

## Testopstelling

Dit hoofdstuk bespreekt de testopstellingen die gebruikt worden voor het opmeten van de akoestische performantie van de liner materialen. Beide opstellingen zijn opgebouwd volgens dezelfde configuratie, zoals vereenvoudigd weergegeven in figuur 6.1. Deze configuratie is op te splitsen in drie onderdelen: stromingsgeneratie, signaalgeneratie en data-acquisitie in de testsectie. Sectie 6.1 bespreekt de rootsblowers die gekoppeld zijn met een nakoeler en de debietsensor. Sectie 6.2 behandelt het softwarepakket dat het gewenste akoestische signaal genereert, alsook de luidsprekers en versterkers die het signaal introduceren in de leidingen. Sectie 6.3 gaat tenslotte in op de meetapparatuur. De microfoons meten het akoestisch veld voor en na de linersectie, wat toelaat om de dempende werking van het beschouwde sample te analyseren. De multichannel analyser leest deze data in, waarna ze gevisualiseerd worden met het softwarepakket LMS Test.Lab. Links naar de datasheets van de verschillende componenten zijn opgenomen in de bibliografie.



Figuur 6.1: Schematische testopstelling

## 6.1 Stromingsgeneratie

Metingen in een bewegend medium vereisen een uniforme en stabiele stroming. De koppeling van een stromingsgenerator met een nakoeler vermindert temperatuursvariaties ten gevolge van luchtcompressies. Een debietsensor laat controle toe van de inwendige temperatuur en het luchtdebiet doorheen de leiding.

### 6.1.1 Rootsblowers en nakoeler

De Kaeser BB 88C rootsblower genereert het stromend medium, en is uitgerust met een OFC-frequentieregelaar (Omega Frequency Control) die toelaat het luchtdebiet zeer nauwkeurig te variëren. Voor debieten die Mach 0.1 overschrijden, wordt een extra rootsblower Kaeser BB 89C zonder frequentieregulatie in parallel geschakeld. De gecombineerde capaciteit resulteert in een maximale stromingssnelheid van Mach 0.15.

Debietswijzigingen leiden tot mogelijke temperatuursschommelingen omwille van luchtcompressies. De koppeling met een Kaeser ACA nakoeler verzekert een constante temperatuur, ongeveer gelijk aan de omgevingscondities, en versnelt het bekomen van een stabiele stroming. Datasheets van deze machines zijn terug te vinden in [12].



(a) Kaeser BB 88C rootsblower



(b) Kaeser BB 89C rootsblower



(c) Kaeser ACA nakoeler

Figuur 6.2: Kaeser stromingsgeneratie en koeling

### 6.1.2 Debietsensor

Het luchtdebiet  $Q$  doorheen de leidingen wordt opgemeten met een debietsensor, in dit geval een Krohne Vortex Flowmeter 81D. Eigenschappen van deze sensor zijn weergegeven in [13]. Het luchtdebiet wordt geregeld via de frequentie van de rootsblower. Formule (6.1) definieert het Machgetal:

$$M = \frac{Q}{c_0 B H} \quad (6.1)$$

met  $c_0$  de geluidssnelheid in de leiding met doorsnede  $B \times H$ . De invloed van de temperatuur  $T$  is vervat in onderstaande uitdrukking voor de geluidssnelheid:

$$c_0 = 343.5611 \sqrt{\frac{T + 273.15}{293.15}} \quad (6.2)$$

De regeling van het luchtdebiet en de temperatuur via respectievelijk de rootsblowers en de nakoeler laat toe om een stabiele en uniforme stroming te genereren met het gewenste Machgetal.



Figuur 6.3: Krohne debietsensor

## 6.2 Signaalgeneratie

Het softwarepakket LMS Test.Lab biedt de mogelijkheid om verschillende soorten signalen te genereren, waarbij voor deze toepassing gebruik wordt gemaakt van stepped sine en spectrale signalen. Deze signalen worden versterkt en dan doorgestuurd naar de luidsprekers. Deze luidsprekers bevinden zich volgens de two-source methodiek langs beide zijden van de linersectie, zoals aangegeven in sectie 3.1 en in figuur 6.1. Bij de uitvoering van de multimodale metingen wordt langs elke zijde gebruik gemaakt van vier luidsprekers van het type Morel EM428, waarvan de eigenschappen beschikbaar zijn in [15]. Deze luidsprekers bevinden zich in een specifieke configuratie, wat het mogelijk maakt om volledig volgens de multi-source methodiek te werken (er is m.a.w. geen variatie in uitlaatimpedantie nodig). Figuren 6.4 en 6.5 tonen een detailweergave van de gebruikte versterkers en luidsprekers.

## 6.3 Testsectie en data-acquisitie

De metingen voor vlakke en multimodale golfvoortplanting worden uitgevoerd voor een frequentiespectrum van respectievelijk 50 tot  $1750\text{Hz}$  en 500 tot  $3500\text{Hz}$ , met incrementele stappen van  $10\text{Hz}$ . Metingen zonder stroming beschikken over  $5 \times 50$  periodes, met dus 250 middelingen in totaal. Metingen met stroming beschikken over  $20 \times 50$  periodes, met dus 1000 middelingen in totaal.

## 6. TESTOPSTELLING



(a) Versterkers verbonden met luidsprekers



(b) Custom made luidspreker voor vlakke golfvoortplanting

Figuur 6.4: Signaalgeneratie in de testopstelling



(a) A1-4



(b) B1-4

Figuur 6.5: Moreel luidsprekers voor multimodale golfvoortplanting

### 6.3.1 Leidingen

De signalen planten zich voort in rechthoekige leidingen met een doorsnede  $40\text{mm} \times 90\text{mm}$ . De cut-on frequentie varieert zoals aangegeven in sectie 2.3 met deze dimensies en volgens de beschouwde akoestische modes. Voor vlakke golfvoortplanting situeert de cut-on frequentie zich voor mode (0, 1) rond 1890 Hz, en bij multimodale golfvoortplanting bedraagt deze ongeveer 3780 Hz voor mode (0, 2). Figuur 6.6 toont de configuratie van de leidingen in de meetsectie.





(a) Leidingsysteem voor vlakke golfvoortplanting

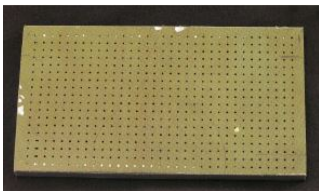


(b) Leidingsysteem voor multimodale golfvoortplanting

Figuur 6.6: Overzicht van de meetsectie

### 6.3.2 Linermateriaal

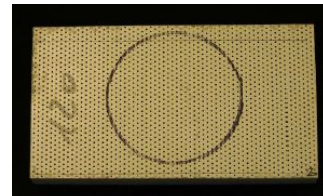
De Italiaanse linerproducent Alenia Aermacchi levert de materiaalsamples voor dit onderzoek. Deze samples zijn reeds geanalyseerd door Busse et al. [1] volgens een andere methodiek, wat een vergelijking van de resultaten toelaat. De karakteristieken van deze materialen zijn opgenomen in appendix B, en figuren 6.7 en 6.8 tonen afbeeldingen van de samples en hun aluminium bevestiging in de testopstelling.



(a) Sample 1: SDOF



(b) Sample 2: Linear SDOF



(c) Sample 3: DDOF

Figuur 6.7: Linermaterialen van Alenia Aermacchi [1]



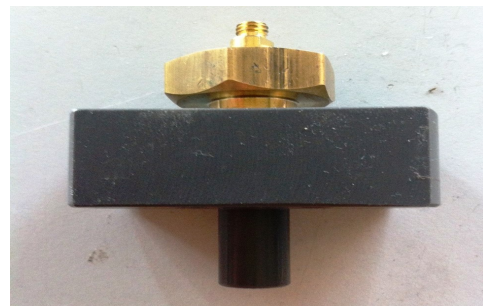
Figuur 6.8: Inklemming van linermateriaal met aluminium plaatwerk

### 6.3.3 Druksensoren

Piëzo-elektrische sensoren PCB 378C10 meten de druksignalen in de leidingen. De opstelling voor vlakke golfvoortplanting gebruikt vier sensoren langs elke zijde van het liner materiaal, terwijl de opstelling voor multimodale golfvoortplanting uitgerust is met acht sensoren langs elke zijde. In beide gevallen volgen de tussenafstanden van de sensoren de regel van de gulden snede, aangezien uit ervaring blijkt dat dit betere resultaten oplevert dan een equidistante positionering. Een datasheet van dit sensortype is terug te vinden in [17]. Figuur 6.9 toont een detailweergave van de sensor en de bevestiging in een plastic houder. De onderlinge configuratie in de opstelling voor multimodale metingen is weergegeven in figuur 6.10. Tabellen 6.1a en 6.1b bevatten de coördinaten van de microfoonposities.



(a) PCB 378C10



(b) Druksensor in plastic houder

Figuur 6.9: Type en bevestiging van druksensoren



(a) Microfoons 1-8



(b) Microfoons 9-16

Figuur 6.10: Plaatsing van druksensoren voor multimodale metingen

### 6.3.4 Multichannel analyser

Het LMS Scadas III multichannel data-acquisitiesysteem laat toe om via verschillende kanalen alle microfoonsignalen simultaan uit te lezen. Visualisatie is mogelijk in LMS Test.Lab, waarna deze data geëxporteerd worden naar Matlab voor gebruik

Mics	x	y	z	Mics	x	y	z
1,	$B/2$	$H$	$\pm 40mm$	1, 9	$B/2$	0	$\pm 40mm$
2,	$B/2$	$H$	$\pm 121mm$	2, 10	$B/2$	0	$\pm 70mm$
3	$B/2$	$H$	$\pm 252mm$	3, 11	$B/2$	0	$\pm 119mm$
4,	$B/2$	$H$	$\pm 464mm$	4, 12	$B/2$	0	$\pm 198mm$
5	$B/2$	$H$	$\pm 40mm$	5, 13	$B/2$	$H$	$\pm 40mm$
6	$B/2$	$H$	$\pm 121mm$	6, 14	$B/2$	$H$	$\pm 70mm$
7	$B/2$	$H$	$\pm 252mm$	7, 15	$B/2$	$H$	$\pm 119mm$
8	$B/2$	$H$	$\pm 464mm$	8, 16	$B/2$	$H$	$\pm 198mm$

(a) Vlakke golfvoortplanting

(b) Multimodale golfvoortplanting

Tabel 6.1: Microfoonposities ten opzichte van de inlaat van de linersectie

in de implementatie van de eductieprocedure. Figuur 6.11 toont de multichannel analyser van de testopstelling en de datasheet is weergegeven in [14].



Figuur 6.11: Multichannel analyser

## 6.4 Besluit

Dit hoofdstuk bespreekt de relevante eigenschappen van alle componenten in de testopstelling. Het stromingsgenererend gedeelte bestaat uit twee rootsblower die gekoppeld zijn aan een nakoeler. Deze nakoeler is van groot belang, aangezien koeling temperatuurschommelingen omwille van luchtcompressies reduceert. De debietsensor geeft het luchtdebiet en de temperatuur in de leiding weer. Nauwkeurige controle van deze twee parameters laat via frequentieregulatie van de rootsblower toe om stroming te genereren met het gewenste Machgetal.

Het softwarepakket LMS Test.Lab genereert akoestische signalen, die versterkt worden in luidsprekers. Voor metingen met vlakke golfvoortplanting wordt gewerkt volgens de two-source en two-load technieken, waarbij aan elke zijde van het liner materiaal een luidspreker geplaatst is. Bij metingen met multimodale golfvoortplanting beschikt elke leidingsectie over vier luidsprekers, geconfigureerd volgens de multi-source techniek.

De akoestische signalen van de luidsprekers planten zich voort in de leidingen. De aanname van vlakke golfvoortplanting is slechts geldig voor frequenties kleiner dan 1890 Hz, aangezien de cut-on frequentie varieert met de dimensies van de leidingen en de gewenste modes. Het signaal opgemeten door de microfoons laat toe om de akoestische performantie van het linermateriaal te beoordelen. De opstelling voor vlakke golfvoortplanting beschikt over vier microfoons aan elke zijde van de linersectie, terwijl de opstelling voor multimodale golfvoortplanting acht microfoons gebruikt aan elke zijde. De druksignalen worden via de multichannel analyser ingelezen in het softwarepakket, zodat deze experimentele data klaar zijn voor visualisatie en gebruik in de implementatie in Matlab.

# Hoofdstuk 7

## Experimentele validatie

Dit laatste hoofdstuk omvat een experimentele analyse van de invloed van verschillende parameters op de kwaliteit en nauwkeurigheid van de impedantiecurves. Hierbij wordt nagegaan in welke mate de eductiemethode kan omgaan met omstandigheden die afwijken van de referentiecondities. In deze analyse wordt een onderscheid gemaakt tussen metingen met vlakke en multimodale golfvoortplanting, waarbij steeds de drie eerder besproken linermaterialen worden bestudeerd. Appendix D lijst alle omgevingstemperaturen op van de verschillende meetsessies.

### 7.1 Vlakke golfvoortplanting

Deze sectie omvat alle experimentele resultaten van metingen met vlakke golfvoortplanting. De opstelling is weergegeven in figuur 6.6, waarbij telkens een specifiek linersample ingeklemd wordt in een aluminium plaatstructuur. De eigenschappen van de gebruikte linermaterialen zijn weergegeven in appendix C.

De berekening van het transmissieverlies visualiseert de dempende werking van het linermateriaal, zoals weergegeven in figuur 7.1. Dit transmissieverlies drukt het verschil uit tussen de in- en uitgaande akoestische energie, onafhankelijk van de geluidsbron:

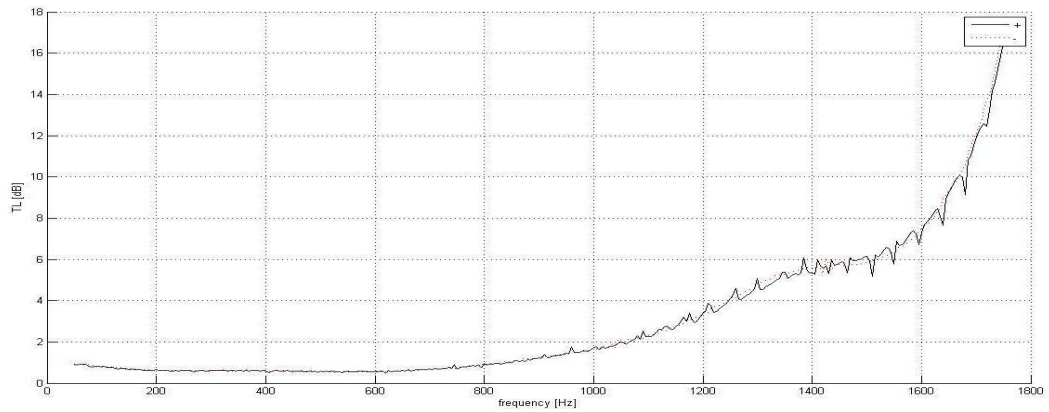
$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{p_i}{p_o} \right| \quad (7.1)$$

met  $p_i$  en  $p_o$  respectievelijk de akoestische druk van de in- en uitgaande golf, waarbij de aanname geldt dat de doorsnede van beide leidingen gelijk zijn. De werkingsfrequentie van het linermateriaal is dan ook deze frequentie waarvoor de geluidsdemping maximaal is. De werkingsfrequentie van linersample 1 valt buiten het beschouwde spectrum, aangezien deze de cut-off frequentie van de transversale mode overschrijdt.

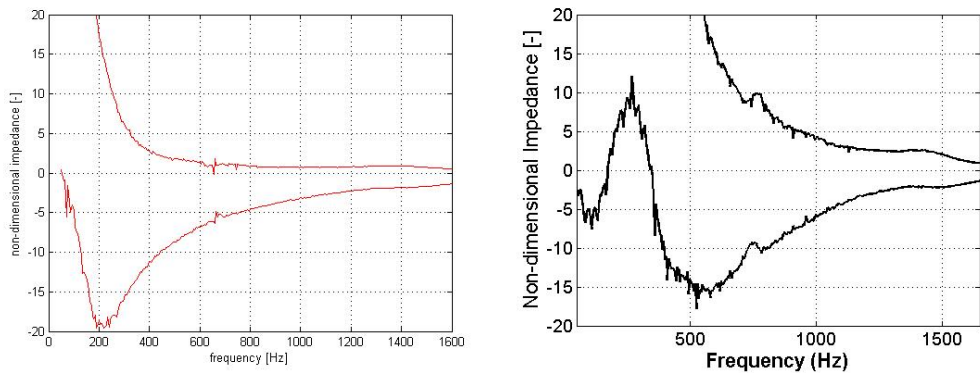
Figuren 7.2, 7.3 en 7.4 vergelijken de huidige resultaten met de impedantiecurves berekend volgens de vorige eductieprocedure [20]. Dezelfde datasets geven zeer verschillende curves als resultaat, met convergentieproblemen verspreid over het gehele frequentiespectrum. De eerder besproken verbeteringen in de implementatie

## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE

hebben een enorm positief effect, wat leidt tot meer betrouwbare resultaten en een procedure die in staat is om ongewenste stromingsvariaties en meetfouten uit te middelen.

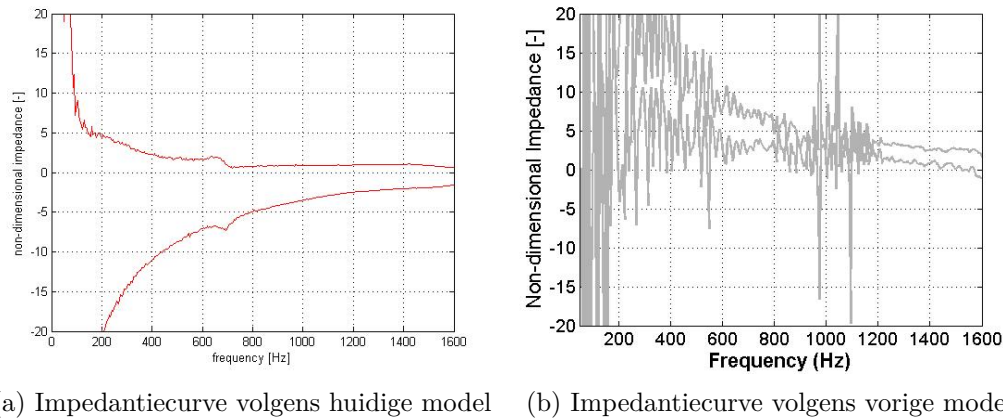
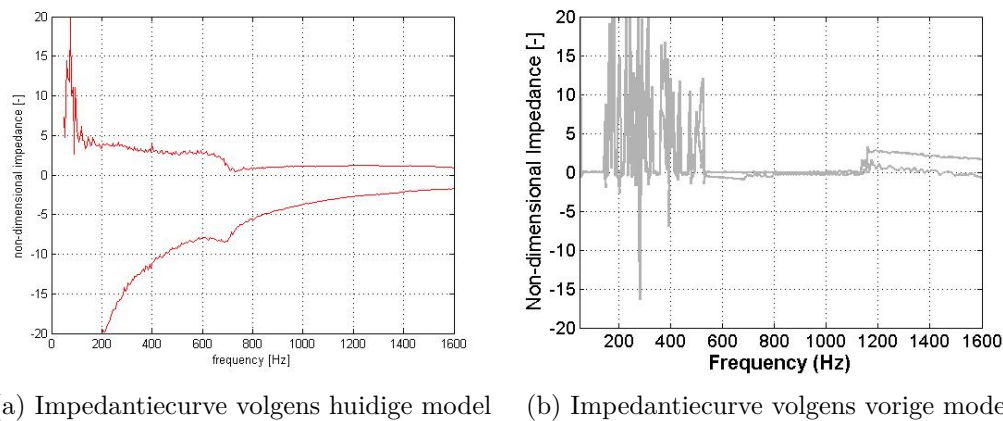


Figuur 7.1: Geluidsdemping van sample 1 voor  $M_0 = 0$



(a) Impedantiecurve volgens huidige model    (b) Impedantiecurve volgens vorige model

Figuur 7.2: Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor  $M_0 = 0$

Figuur 7.3: Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor  $M_0 = 0.05$ Figuur 7.4: Vergelijking van impedantiecurves van sample 1 voor  $M_0 = 0.075$ 

### 7.1.1 Invloed van stromingsnelheid

SDOF liners bestaan uit een eenlagige honingraatstructuur tussen een poreuze dekplaat en een starre achterwand. Linersample 2 vertoont een lineair gedrag omwille van de specifieke wire-mesh bekleding. Dit betekent dat stroming minder zal penetreren in de caviteiten, wat de niet-lineaire interactie tussen de akoestische golven en de stroming reduceert ten opzichte van linersample 1. DDOF liners bestaan uit een tweelagige honingraatstructuur, gescheiden door een poreus tussenschot. Dit materiaal beschikt over twee werkingsfrequenties, terwijl de andere samples het meest performant zijn bij slechts één frequentie.

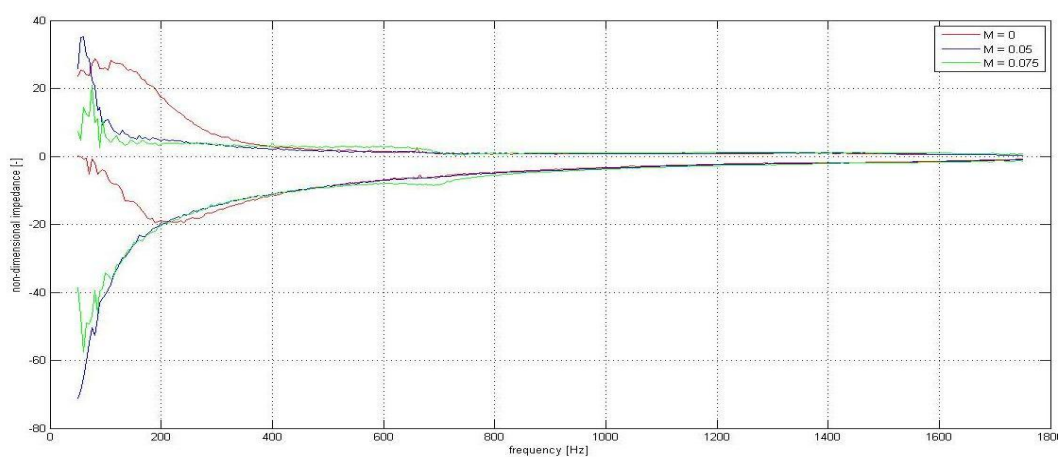
De aanwezigheid van stroming heeft een grote invloed op de verwerking van experimentele data, zoals aangegeven in hoofdstuk 4. De Ingard-Myers randvoorwaarde brengt hierbij grenslaageffecten in rekening. Figuren 7.5, 7.6 en 7.7 tonen de impedantiecurves van de linersamples voor verschillende stromingsnelheden. Verschillen tussen deze curves vinden hun oorsprong in specifieke aeroakoestische fenomenen, die

## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE

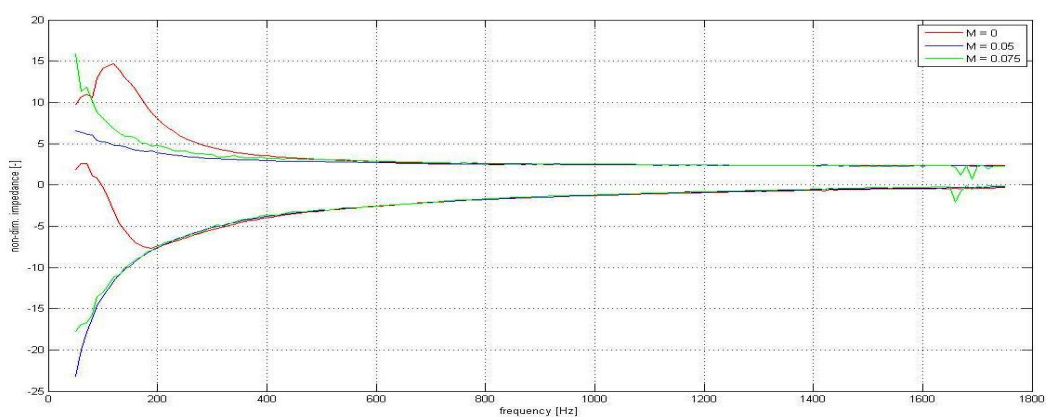
ontstaan door de interactie tussen stroming en het liner materiaal en die de fysische werking van de liner beïnvloeden.

Zoals aangegeven door de uitdrukking voor de akoestische impedantie, laat de invloed van de stromingssnelheid zich vooral gelden bij lagere frequenties. De resultaten voor linersample 1 en 3 zijn gelijkaardig, met slechts een kleine afwijking bij het verdere verloop. Voor linersample 2 is de invloed van de stromingssnelheid op het verdere impedantieverloop te verwaarlozen.

De resultaten voor linersample 1 van de meetsessie uit september 2014 worden beschouwd als referentiedata. Verdere subsecties behandelen meetresultaten voor dit materiaal uit februari en april 2015, zodat een vergelijking met de referentiecurves toelaat om de invloed van bepaalde parameters te beoordelen.

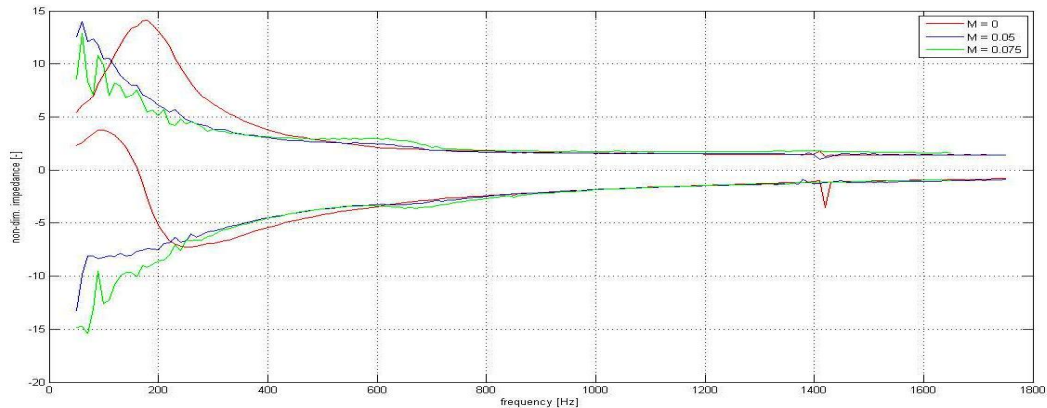


Figuur 7.5: Impedantie van sample 1 voor  $M_0 = 0, 0.05$  en  $0.075$



Figuur 7.6: Impedantie van sample 2 voor  $M_0 = 0, 0.05$  en  $0.075$

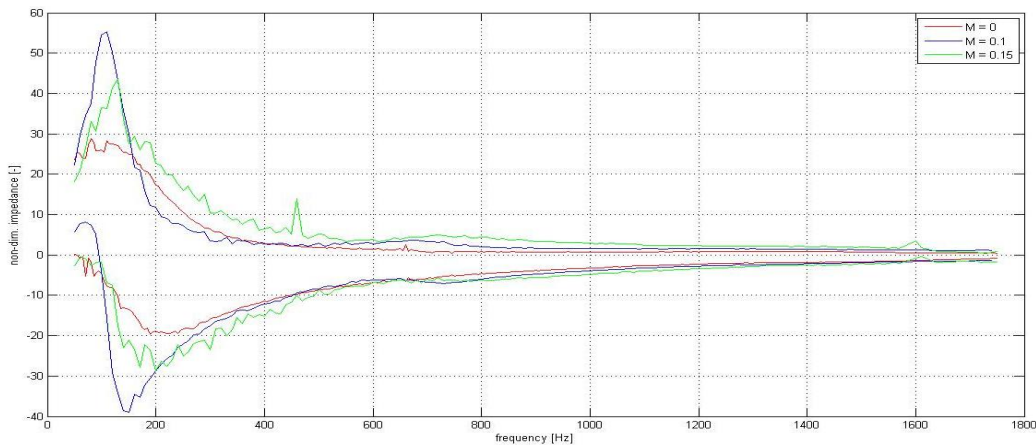




Figuur 7.7: Impedantie van sample 3 voor  $M_0 = 0, 0.05$  en  $0.075$

### 7.1.2 Invloed van grotere Machgetallen

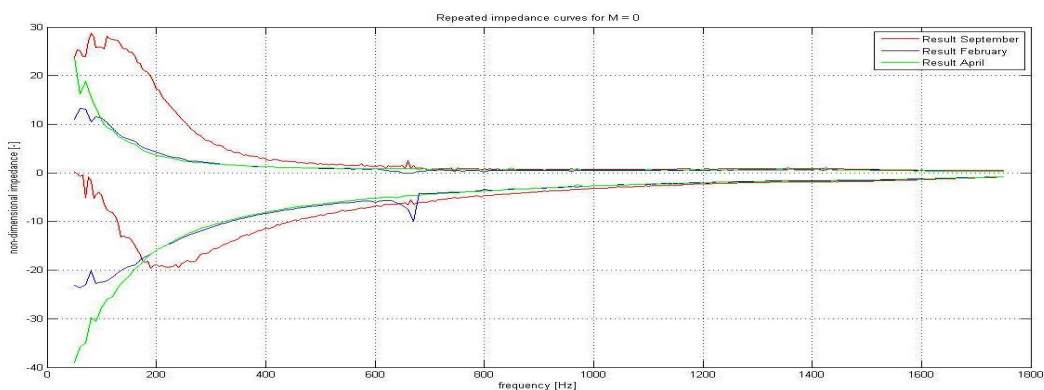
Figuur 7.8 visualiseert de invloed van grotere Machgetallen op de impedantie-educatie van linersample 1. Zoals verwacht volgens de uitdrukking van de akoestische impedantie, neemt de resistentie toe en neemt de reactantie af ten opzichte van de referentiecurve voor  $M_0 = 0$ . Het impedantieverloop vertoont kleine oscillaties, wat aantoont dat de stroming niet-lineair interageert met het aanwezige akoestische veld. Deze oscillaties zullen voor de hogere frequenties verder toenemen in amplitude bij stijgende Machgetallen.



Figuur 7.8: Invloed van grotere Machgetallen op impedantiecurve van sample 1

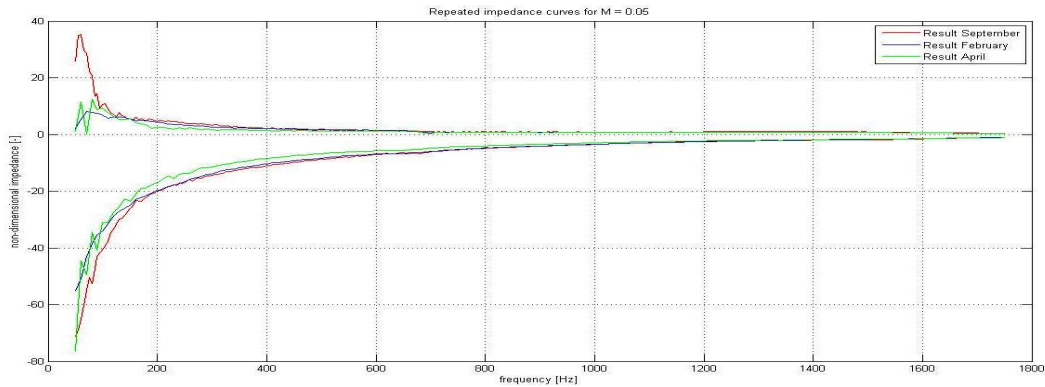
### 7.1.3 Repeteerbaarheid

De repeteerbaarheid is een belangrijke experimentele parameter. Nadat de opstelling is afgebroken en opnieuw opgebouwd, zou een herhaalde meting geen al te verschillend resultaat mogen opleveren. Naast een verschil in omgevingscondities, is ook een correcte afdichting van eventuele spleten tussen het liner materiaal en de inklemming van belang. De onderstaande figuren vatten de resultaten samen van meetsessies op linersample 1 uit september 2014 en februari en april 2015. De grootste verschillen zijn aanwezig bij de lage frequenties, aangezien het liner materiaal zich dan quasi gedraagt als een starre wand. Bovendien zijn de andere kanaalwanden als star beschouwd, wat natuurlijk niet helemaal klopt. Dit betekent dat het systeem zich voor lage frequenties op de rand van de aannames bevindt, wat het moeilijker maakt om een repeteerbare impedantie te bekomen. Belangrijk is dat de eductieprocedure deze verschillen snel compenseert, met een verder gelijkaardig impedantieverloop. De reactantie voor Mach 0 voor het resultaat van februari 2015 vertoont een piek rond  $\pm 700$  Hz, overeenstemmend met een frequentie waarvoor het algoritme geen oplossing kon vinden. Deze probleemfrequentie zal ook zichtbaar zijn in verdere resultaten van dezelfde meetsessie, maar dit doet geen afbreuk aan de validiteit van de eductieprocedure. De oorzaak van deze afwijking is nog onbekend en kan misschien in later werk bestudeerd worden.

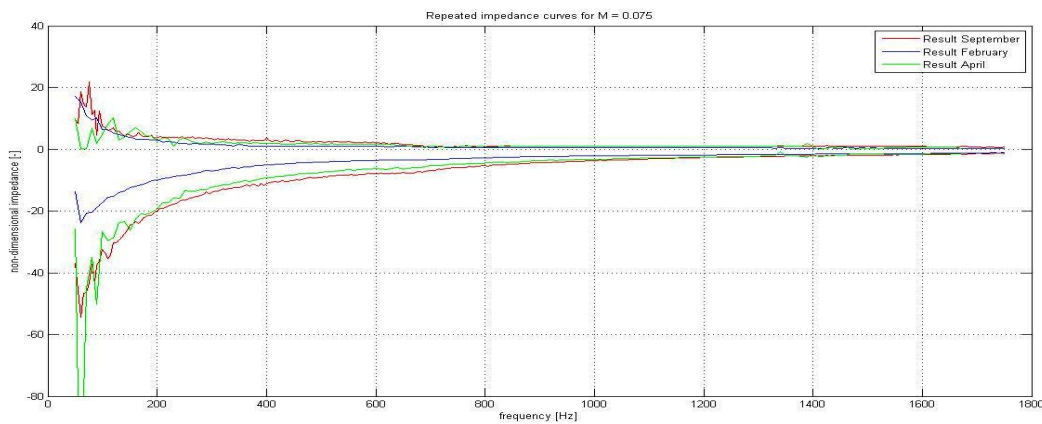


Figuur 7.9: Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor  $M_0 = 0$

## 7.1. Vlakke golfvoortplanting



Figuur 7.10: Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor  $M_0 = 0.05$



Figuur 7.11: Invloed van herhaalde meting van sample 1 voor  $M_0 = 0.075$

### 7.1.4 Invloed van geluidsdrukniveau

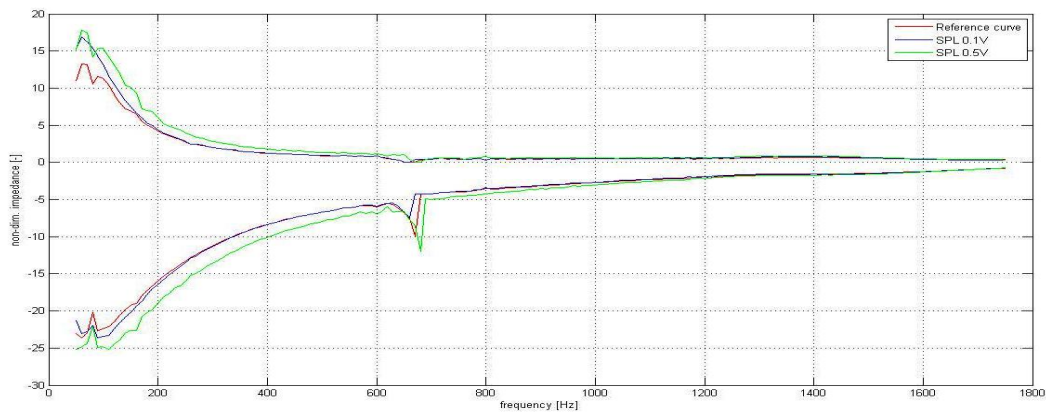
Een hoge signaal-ruis-verhouding is noodzakelijk om goede resultaten te bekomen. Deze parameter varieert met het aantal middelingen en het geluidsdrukniveau. Bij een groot aantal middelingen en een hoog geluidsdrukniveau, zal de kwaliteit van de impedantiecurves toenemen.

Het aantal middelingen van het excitatiesignaal, oftewel het aantal herhalingen van een bepaalde meting, kan ingesteld worden in het softwarepakket LMS Test.Lab. Het aantal middelingen moet exponentieel toenemen om een significante verbetering in de resultaten waar te nemen.

Het geluidsdrukniveau is de logaritmische verhouding van de opgemeten geluidsdruk aan de inlaat van de linersectie en de referentiedruk:

$$SPL = 20 \log_{10} \frac{p}{p_{ref}} \quad (7.2)$$

waarbij  $p_{ref}$  gelijk is aan  $2 \cdot 10^{-5}$  Pa, ofwel het minimaal hoorbare drukniveau bij 1 kHz. Het geluidsniveau van de luidsprekers in de opstelling kan variëren door een ander spanningssignaal aan te leggen. Om het niet-lineaire gedrag van het liner materiaal bij de hoge frequenties correct weer te geven, is een goede signaal-ruis-verhouding en aldus een hoog geluidsdruk niveau gewenst. Figuur 7.12 toont de impedantiecurves zonder stroming voor een lager geluidsdruk niveau met aangelegde spanningen 0.1 en 0.5V, met als referentie het resultaat bij 1V. Deze curves tonen aan dat een lager geluidsdruk niveau weinig invloed heeft op de kwaliteit van de impedantie-eductie. De grootste verschillen situeren zich bij de lage frequenties, aldus in het lineaire gebied.

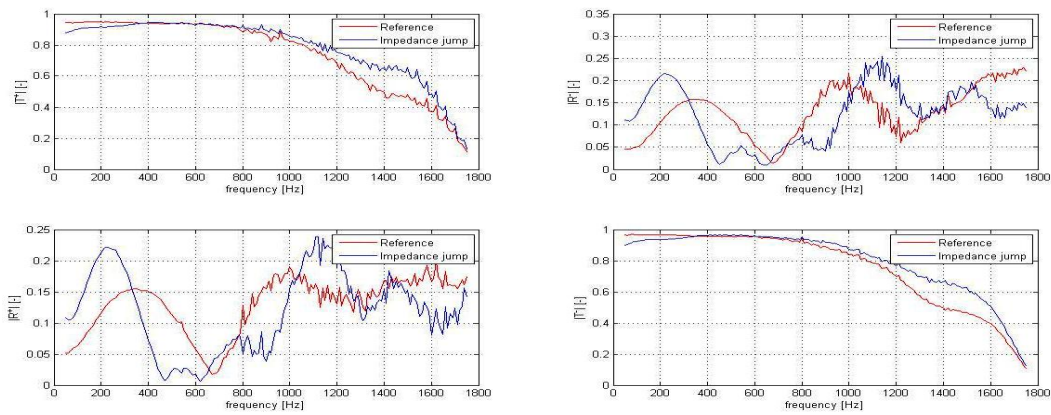


Figuur 7.12: Invloed van geluidsdruk niveau voor sample 1 bij  $M_0 = 0$

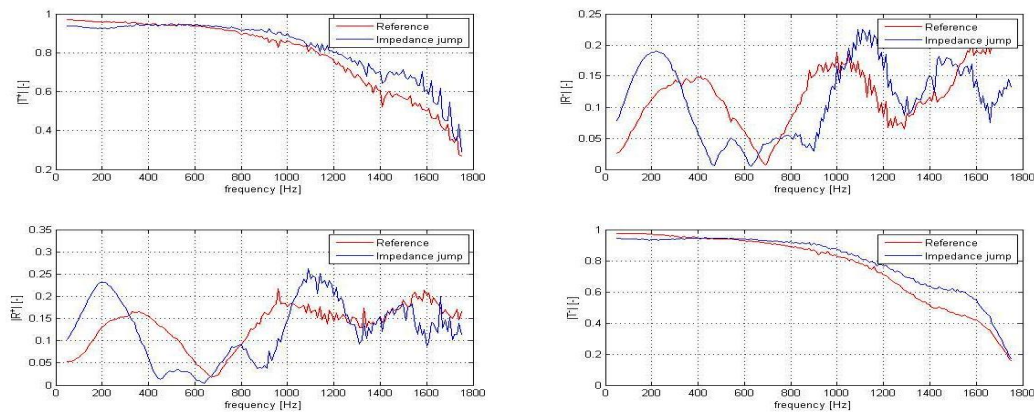
### 7.1.5 Invloed van ruwe impedantiesprongen

De transitie matrix  $T_{tr}$  modelleert de overgang van de harde kanaalwand naar de linersectie, zoals besproken in hoofdstuk 4. Om de overgangseffecten verder te bestuderen, wordt gebruik gemaakt van een sample holder met een ruwe overgang van  $5mm$ . Deze trapvormige inklemming zorgt voor een zeer ruwe overgang tussen de leiding en de linersectie, wat resulteert in een plaatselijke verstoring van de stroming en de akoestische golfvoortplanting. Op deze manier kan nagegaan worden in welke mate de eductieprocedure overweg kan met zulke versturende condities. Metingen zijn uitgevoerd met en zonder stroming, zoals aangegeven in figuur 7.15. De impedantiecurves wijken fel af van de referenties. Deze verschillen zijn niet te wijten aan een slechte accurateid van de eductieprocedure, maar ze vinden hun oorsprong in de strikte aannames die bij deze modellering gemaakt zijn. De trapvormige overgang verstoort het geluidsveld, zodat de aanname van vlakke golfvoortplanting niet meer volledig geldt. Hoe groter deze trapvormige constructie, hoe groter het effect. De resultaten zijn voor een stromend medium wel significant beter indien de hoogte van de trapvormige overgang mee in rekening wordt gebracht ( $H = 45mm$  in plaats van  $40mm$ )

De aanwezigheid van ruwe impedantiesprongen is duidelijk zichtbaar bij een vergelijking van de respectievelijke scattermatrices. Figuren 7.13 en 7.14 tonen de scattercoëfficiënten voor de metingen met impedantiesprongen en de referentiedata. Vooral de reflectiecoëfficiënten vertonen bij een verstoring van het geluidsveld een meer gepiekt verloop.

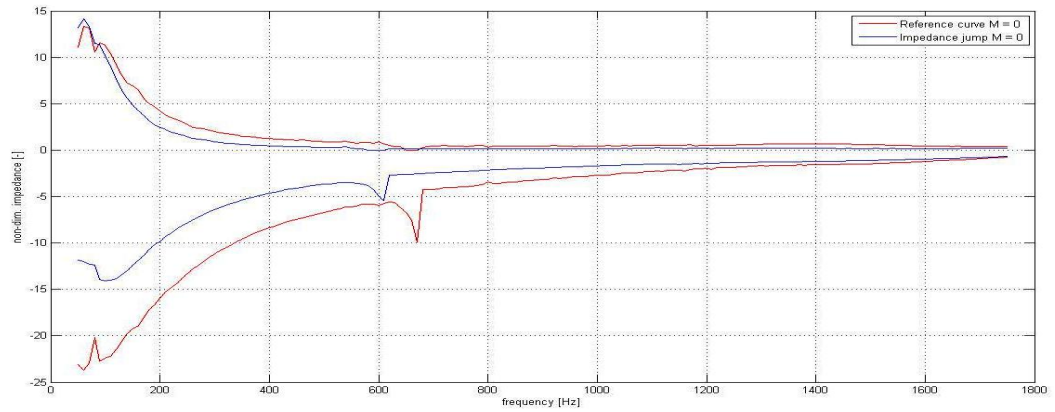


Figuur 7.13: Invloed van impedantiesprongen op scattermatrix van sample 1 voor  $M_0 = 0$

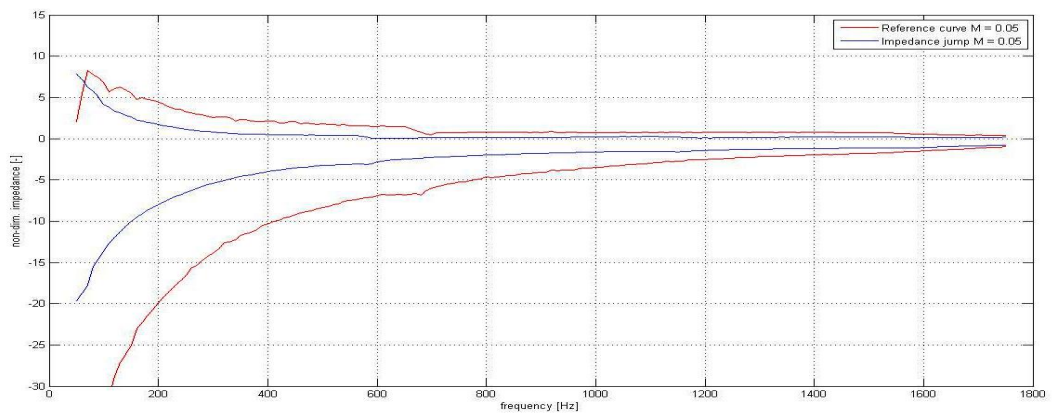


Figuur 7.14: Invloed van impedantiesprongen op scattermatrix van sample 1 voor  $M_0 = 0.05$

## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE



(a) Impedantiecurves voor  $M_0 = 0$



(b) Impedantiecurves voor  $M_0 = 0.05$

Figuur 7.15: Invloed van ruwe impedantiesprongen voor sample 1

### 7.1.6 Variatie met geluidssnelheid

Uit ervaring blijkt dat de waarde van de geluidssnelheid een grote invloed heeft op de berekening van de impedantie. Zoals besproken in subsectie 5.2.2, berekent de iteratieve parameteroptimalisatie niet de correcte fysische waarde voor de geluidssnelheid. Deze parameter wordt bepaald volgens formule (6.2), met de gecorrigeerde temperatuur als input. Een kleine afwijking op de waarde van de geluidssnelheid heeft een grote invloed op de berekende impedantiecurve, zoals hieronder experimenteel aangegeven. Figuur 7.16 omvat de impedantiecurves van enkele reeds eerder besproken datasets van linersample 1, aangevuld met een herhaalde verwerking van dezelfde meetgegevens met een negatieve en positieve afwijking van 5% op de geluidssnelheid. Alle aangepaste gegevens zijn opgelijst in tabel 7.1. Een vergelijking van de resultaten met de referentiecurves toont aan dat een onderschatting veel problematischer is dan een overschatting van de geluidssnelheid.

Datasets	Repeteerbaarheid $M_0 = 0$	SPL 0.1V	Impedantiesprong $M_0 = 0.05$
$c0_1$ [m/s]	340.6186	340.9730	342.2695
$c0_2$ [m/s]	340.7368	340.9140	342.1519
$c0_3$ [m/s]	340.5004	341.0321	342.3283
$c0_4$ [m/s]	340.8549	340.9140	341.9753
$c0_{mean}$ [m/s]	340.6777	340.9583	342.1813
-5% [m/s]	323.6438	323.9104	325.0722
+5% [m/s]	357.7116	358.0062	359.2904

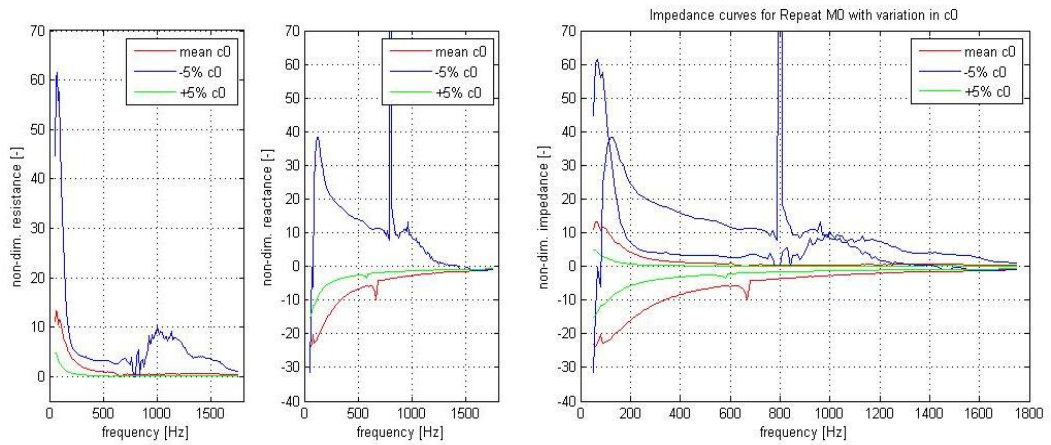
Tabel 7.1: Getalwaarden voor de analyse van de invloed van de geluidssnelheid

De analytische afleiding van de invloed van de geluidssnelheid op de impedantie-ductie is opgenomen in appendix B. Voor een stromend medium varieert de dimensie-loze impedantie van rechtslopende golven met de geluidssnelheid volgens uitdrukking (7.3), terwijl deze voor een stilstaand medium vereenvoudigt tot (7.4). Op analoge manier kan voor een stromend medium de uitdrukking bepaald worden met de linkslopende golfgetallen.

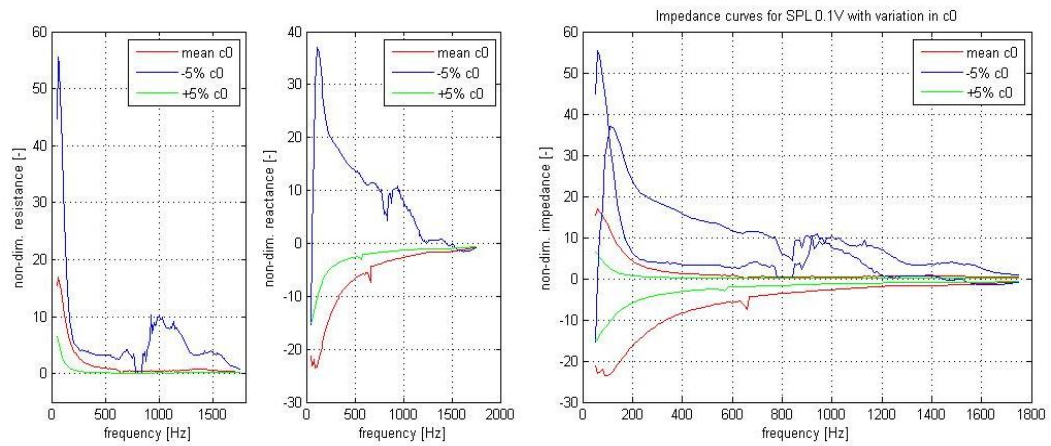
$$\frac{\partial(Z_{wx}/Z_0)}{\partial c_0} \Big|_{M_0 \neq 0} = \frac{-j\omega}{c_0^4 \left( (k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2} \right)} \left( 1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega} \right)^2 \left( 2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2} \right) \cdot \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2}} \right)}{\sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2}}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2}} \right)} \right) \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial(Z_{wx}/Z_0)}{\partial c_0} \Big|_{M_0=0} = \frac{j\omega^3}{c_0^4 (k_0^2 - k_z^2)} \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)}{\sqrt{k_0^2 - k_z^2}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)} \right) \quad (7.4)$$

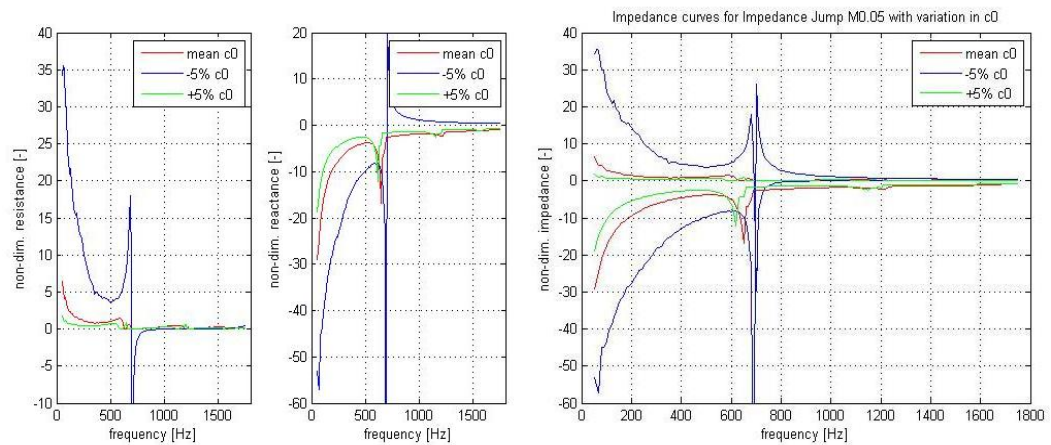
## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE



(a) Verschil in impedantiecurves voor  $M_0 = 0$



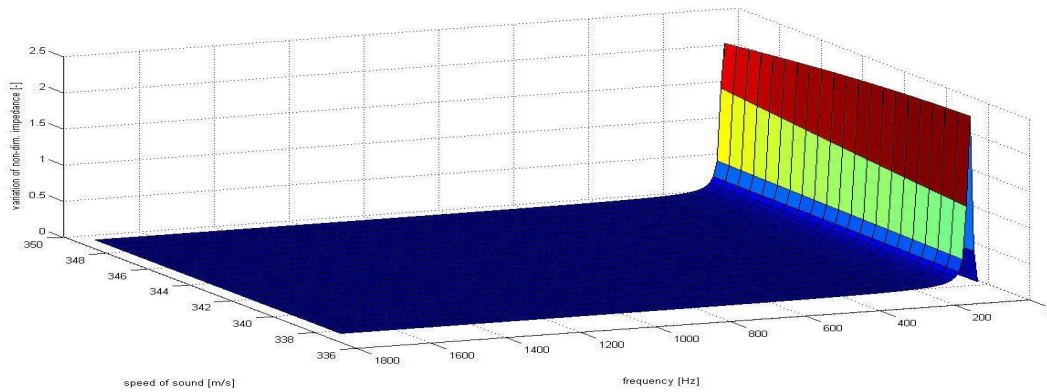
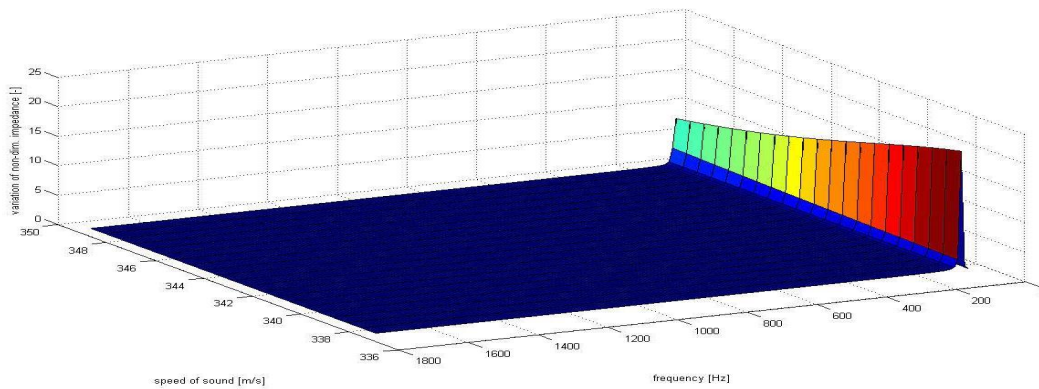
(b) Verschil in impedantiecurves voor SPL 0.1V



(c) Verschil in impedantiecurves voor impedantiesprong bij  $M_0 = 0.05$

Figuur 7.16: Invloed van geluidssnelheid

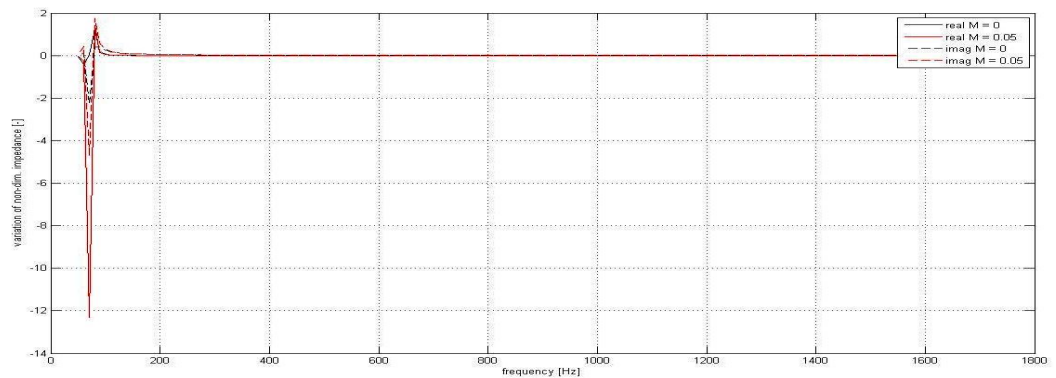


(a)  $M_0 = 0$ (b)  $M_0 = 0.05$ 

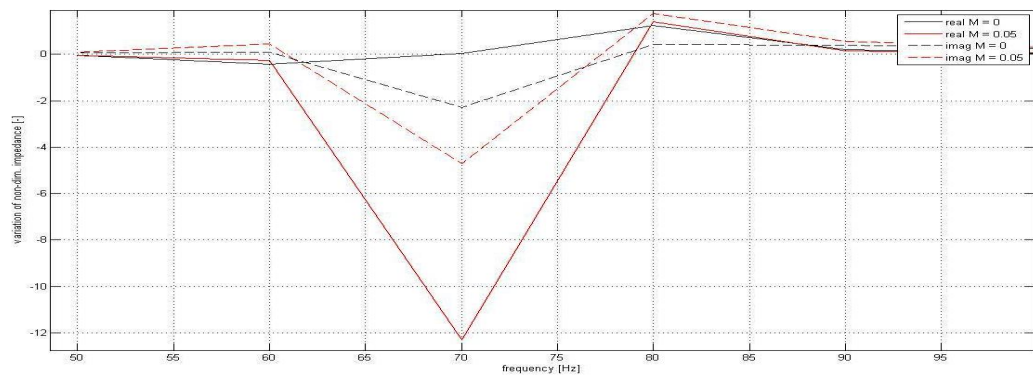
Figuur 7.17: Gevoeligheid van de impedantie-eductie in functie van de geluidssnelheid en frequentie

De gevoeligheid voor de geluidssnelheid varieert met de geluidssnelheid en de frequentie. De aanname dat de axiale golfgetallen  $k_z^\pm$  gegeven constanten zijn, laat toe om deze afhankelijkheid (7.3) en (7.4) te visualiseren. Figuur 7.17 geeft de modulus van de complexe waarde voor de gevoeligheid weer, opgesteld met golfgetallen van eerder uitgevoerde meetsessies voor een stilstaand en stromend medium. Figuur 7.18 toont het reële en imaginaire deel van de gevoeligheid bij een referentietemperatuur  $T = 20^\circ C$ . Hieruit blijkt dat de grootste afhankelijkheid zich situeert bij een lage frequentie, met een snelle asymptotische evolutie naar  $0 + 0.005j$ . Dit betekent dat de grote afwijking in de impedantiecurves te wijten is aan een zeer lokale convergentie volgens een foute oplossingsstak, waarbij de solver zich niet meer kan herstellen. Figuur (7.19) toont de gevoeligheid in functie van de temperatuur voor een frequentie van 70 Hz, aangezien uit figuur (7.18) blijkt dat de grootste afwijkingen zich situeren bij deze frequentie. Zowel het reële als imaginaire deel van de gevoeligheid nemen af bij stijgende temperatuur, wat verklaart waarom een overschatting van de geluidssnelheid een beter resultaat oplevert dan een onderschatting.

## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE

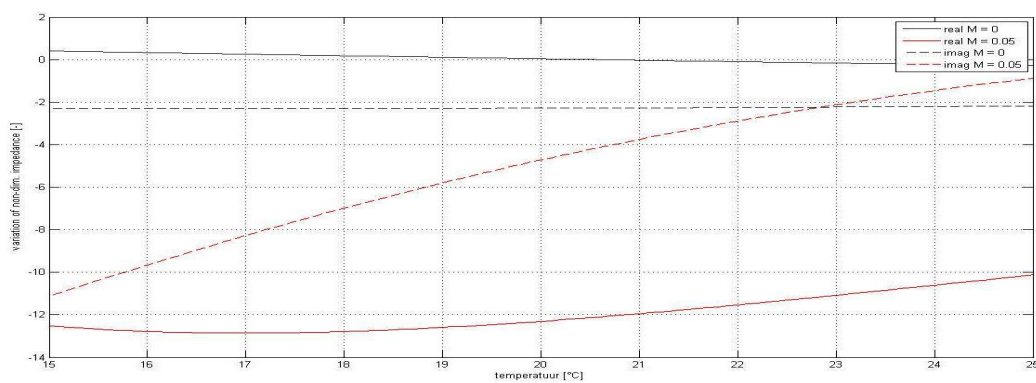


(a) Reële en imaginaire deel van de gevoeligheid



(b) Detailweergave

Figuur 7.18: Gevoeligheid van de impedantieberekening bij temperatuur  $T = 20^{\circ}\text{C}$



Figuur 7.19: Gevoeligheid voor de geluidssnelheid in functie van de temperatuur, bij een constante frequentie van 70Hz

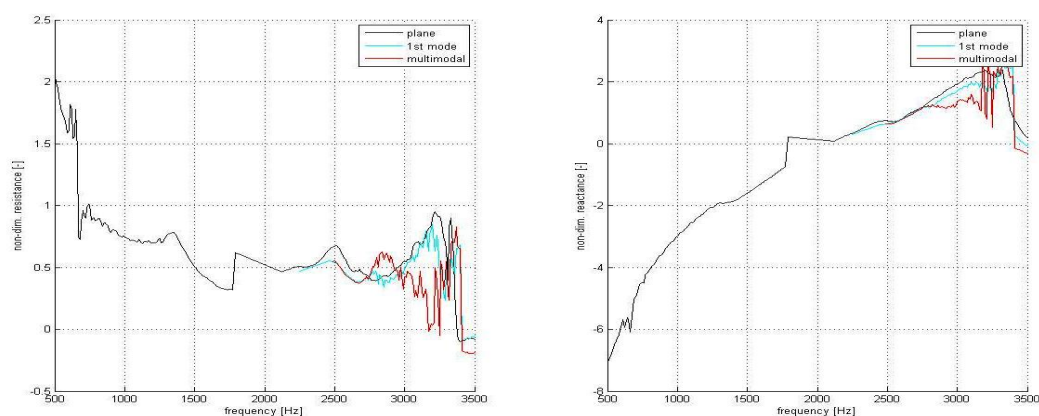
## 7.2 Modale analyse van hogere orde

Deze sectie bespreekt alle experimentele resultaten van metingen met multimodale golfvoortplanting. De opstelling is weergegeven in figuur 6.6. Omdat de eductieprocedure voor multimodale golfvoortplanting vrij nieuw is, ligt de focus vooral op de validatie van deze procedure voor de basisconfiguratie.

### 7.2.1 SDOF linersample 1

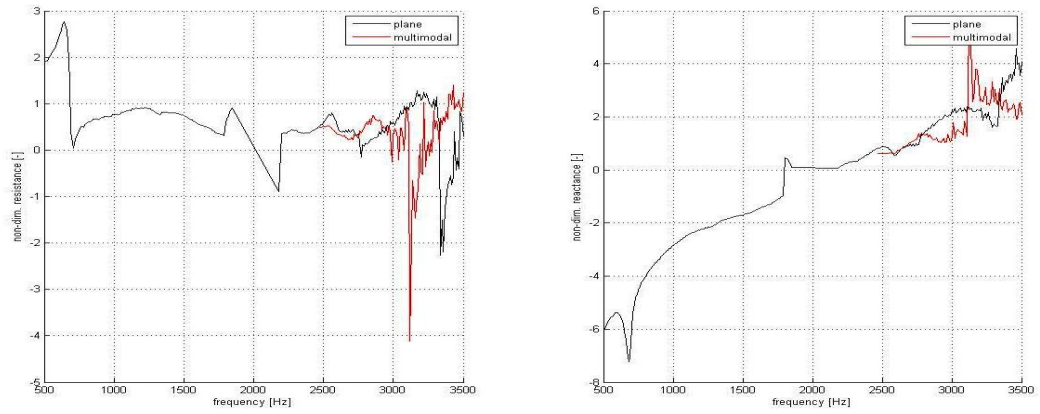
Figuren 7.20, 7.21 en 7.22 tonen het impedantieverloop van linersample 1 volgens de vlakke en multimodale eductieprocedure. Voor Mach 0 is de impedantie voor mode (0,1) apart weergegeven, terwijl voor de andere resultaten vanaf de cut-off frequentie steeds de impedantie voor de vlakke en eerste transversale mode tesamen berekend zijn. Deze figuren bevatten enkel resultaten waarvoor bij die frequentie de implementatie een oplossing kon vinden, aangezien de lokale singulariteit van de modale matrix en de lage fasenauwkeurigheid van de microfoons zorgen voor convergentieproblemen [7]. Bij de hoge frequenties is er een grote hoeveelheid ruis aanwezig op de impedantiecurves, wat duidt op een lage signaal-ruis-verhouding en dus een grote onzekerheid. Voor de duidelijkheid zijn de impedantiecurves opgesplitst, waarbij de linkse figuur het reële deel en de rechtse figuur het imaginaire deel weergeeft.

In theorie zou het impedantieverloop voor de vlakke en transversale mode moeten samenvallen, onder de veronderstelling dat enkel de diagonaalelementen van de transitie matrix  $T_{tr}$  verschillend zijn van 0. De cross-scattering coëfficiënten blijken niet geheel verwaarloosbaar, zodat niet aan deze aanname voldaan is. De verklaring voor dit fenomeen vormt een onderwerp voor mogelijk verder onderzoek.

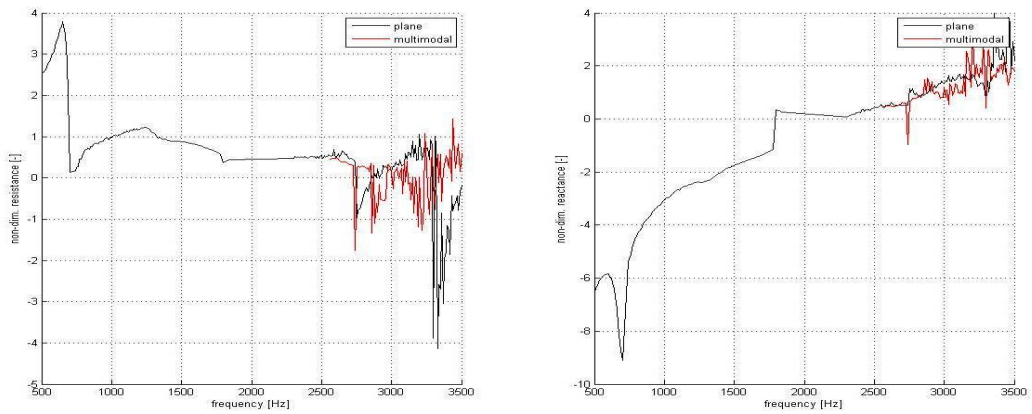


Figuur 7.20: Impedantiecurve voor  $M_0 = 0$

## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE



Figuur 7.21: Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.05$



Figuur 7.22: Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.075$

### 7.2.2 Lineaire SDOF liner

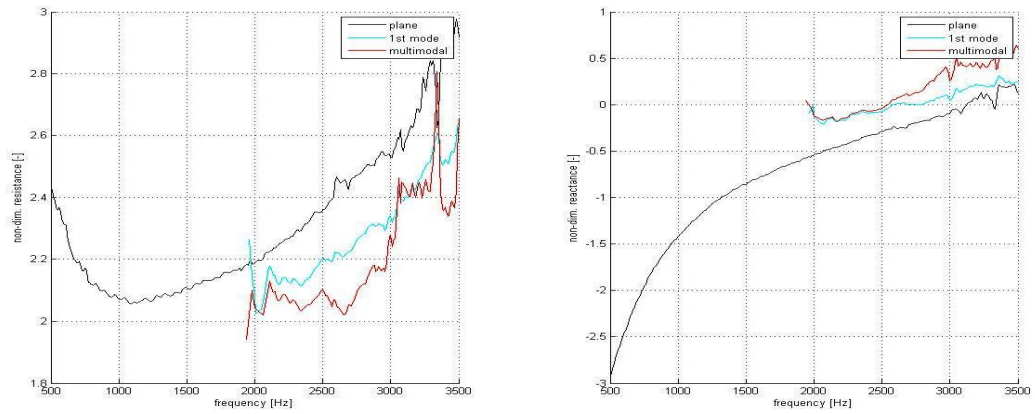
De validiteit van de multimodale eductieprocedure wordt nagegaan voor het lineaire liner materiaal. Het impedantieverloop van linersample 2 voor vlakke en multimodale golfvoortplanting is afgebeeld in figuur 7.23, waarbij opnieuw enkel frequenties zijn weergegeven waarvoor het oplossingsalgoritme convergeert. De linkse curve beschrijft het reële deel, de rechtse curve het imaginaire deel.

Omwille van zijn lineaire karakteristiek zijn datasets voor dit materiaal makkelijker te verwerken, wat ook duidelijk naar voren komt in deze resultaten. Zowel het reële als imaginaire deel van de vlakke en multimodale curve evolueren volgens dezelfde tendens, maar er is een groot verschil in resultaten voor de mode (0, 0) en (0, 1). De oorzaak van deze afwijking is materie voor verder onderzoek. De impedantiecurve van de vlakke mode kent een continu verloop over de cut-off frequentie, zoals gewenst.

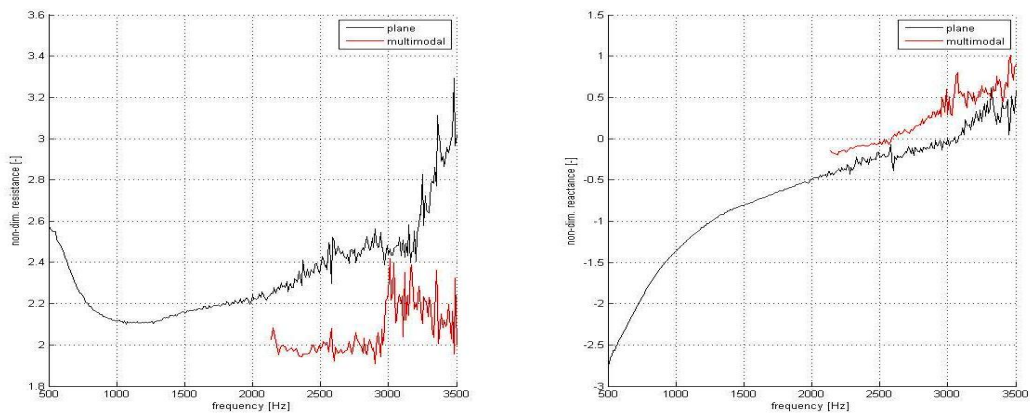
### 7.2.3 DDOF Liner

De opmeting van linersample 3 voor vlakke en multimodale golfvoortplanting resulteert in onderstaande impedantiecurves. De figuren bevatten enkel frequenties waarvoor het oplossingsalgoritme convergeert, waarbij de linkse en rechtse deelfiguren respectievelijk het reële en imaginaire deel van de impedantie voorstellen. Deze impedantiecurves vertonen een heel goede onderlinge coherentie, met een quasi-identiek verloop voor het imaginaire deel. Ook hier vormt de oorzaak van het afwijkend resultaat voor de resistentie het onderwerp van later onderzoek. Opnieuw kent de impedantiecurve van de vlakke mode een continu verloop over de cut-off frequentie, zoals gewenst.

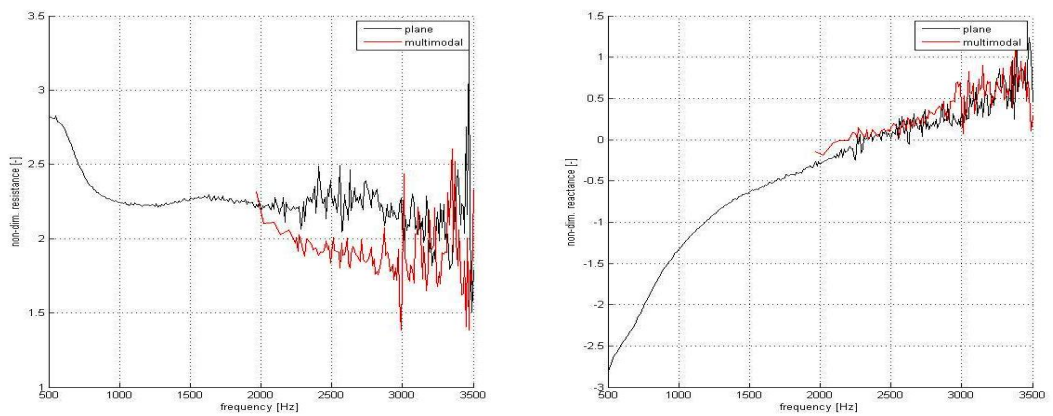
## 7. EXPERIMENTELE VALIDATIE



(a) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0$



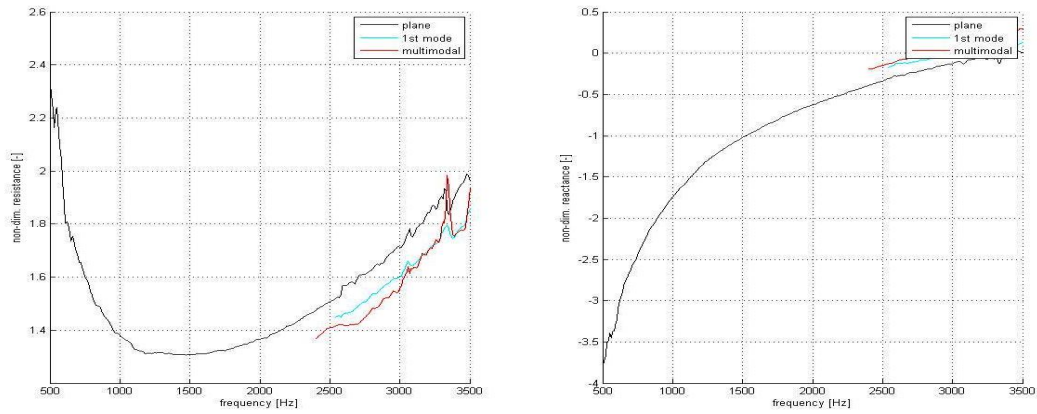
(b) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.05$



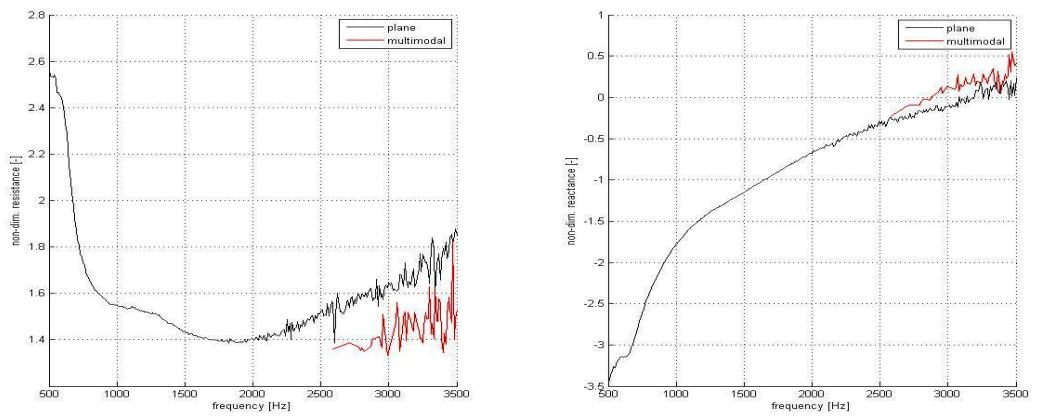
(c) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.075$

Figuur 7.23: Opmeting van lineaire linersample

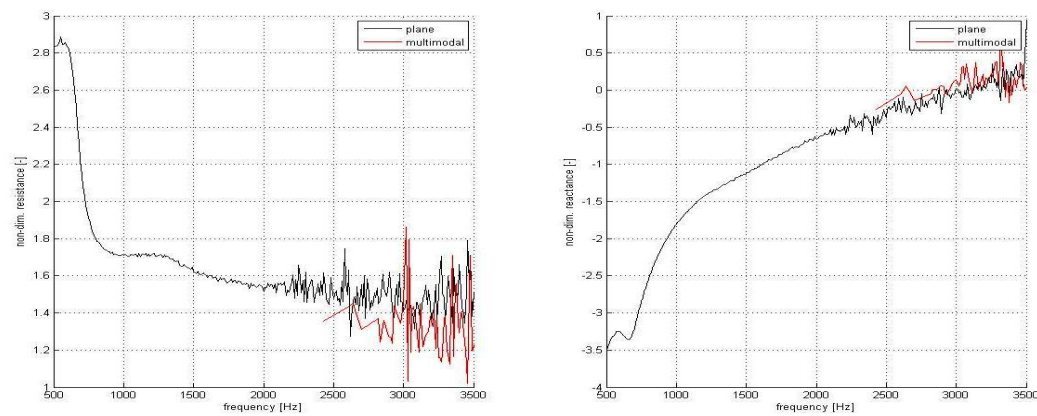
## 7.2. Modale analyse van hogere orde



(a) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0$



(b) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.05$



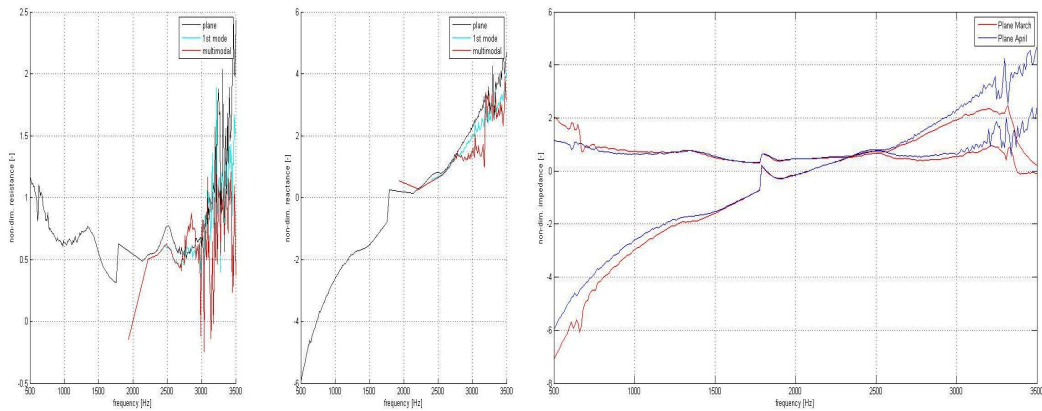
(c) Impedantiecurve voor  $M_0 = 0.075$

Figuur 7.24: Opmeting van DDOF linersample

### 7.2.4 Repeteerbaarheid

De repeteerbaarheid van de metingen is opnieuw een belangrijk element. Voor dezelfde set condities moet het gebruik van een andere setup hetzelfde resultaat geven. Om de validiteit van deze stelling te bewijzen, worden meetresultaten van maart en april 2015 met elkaar vergeleken. Deze multimodale metingen zijn uitgevoerd voor de drie verschillende linersamples, bij afwezigheid van stroming. De resultaten van de meetsessie van april 2015 worden op analoge manier samengevat in de linkse deelfiguren: het reële en imaginaire deel zijn apart afgebeeld, waarbij enkel frequenties zijn weergegeven waarvoor de eductieprocedure convergeert. Om verwarring te vermijden, wordt in de rechtse deelfiguren voor de twee meetsessies enkel het impedantieverloop volgens de vlakke mode vergeleken. De bijhorende set vergelijkingen convergeert gemakkelijker, zodat meer impedantiewaarden beschikbaar zijn voor een wederzijdse aftoetsing.

Deze figuren vertonen een grote overeenkomst tussen de onderlinge resultaten, wat de repeteerbaarheid van de multimodale eductietechniek bewijst. Door kleine oscillaties horend bij een lage signaal-ruis-verhouding bevinden de grootste verschillen zich bij de hogere frequenties. Belangrijk is dat ter hoogte van de cut-off frequenties de impedantiecurves voor de drie verschillende materialen een onderling identiek verloop kennen. Dit betekent dat de set vergelijkingen in staat is om het akoestisch gedrag bij de overgang van vlakke naar multimodale voortplanting te modelleren.



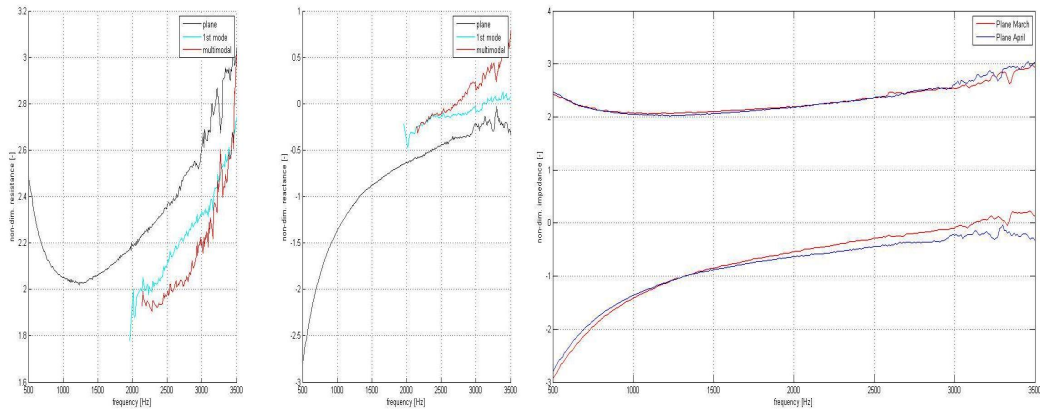
(a) Herhaalde impedantiecurve

(b) Verschil in resultaten

Figuur 7.25: Invloed van herhaalde meting voor sample 1 bij  $M_0 = 0$



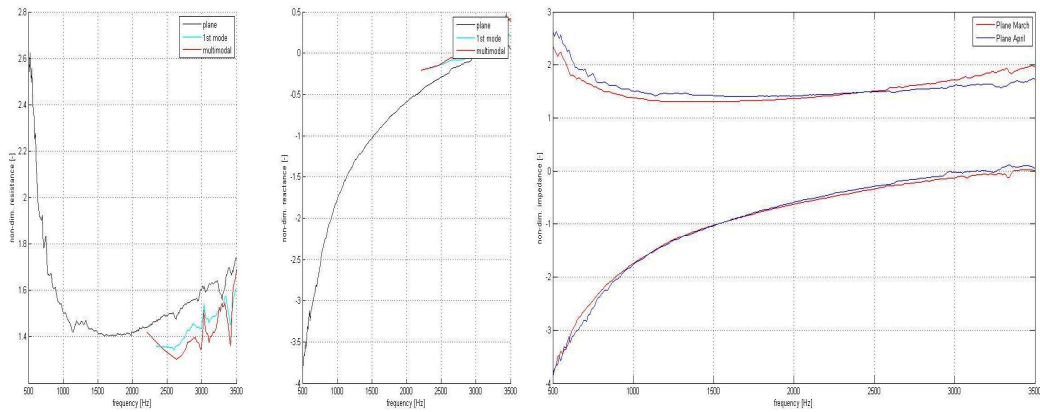
## 7.2. Modale analyse van hogere orde



(a) Herhaalde impedantiecurve

(b) Verschil in resultaten

Figuur 7.26: Invloed van herhaalde meting voor sample 2 bij  $M_0 = 0$



(a) Herhaalde impedantiecurve

(b) Verschil in resultaten

Figuur 7.27: Invloed van herhaalde meting voor sample 3 bij  $M_0 = 0$

### 7.3 Besluit

Dit hoofdstuk bespreekt de experimentele analyse die de brede toepasbaarheid van de eductietechniek aantoonst. Hierbij is een onderscheid gemaakt tussen metingen met vlakke golfvoortplanting en de uitbreiding naar een multimodaal akoestisch veld.

De eerste sectie start met een vergelijking tussen de huidige resultaten en de impedantiecurves berekend volgens de vorige procedure [20], uitgaande van dezelfde datasets. Deze vergelijking toont duidelijk de positieve invloed van de aangebrachte verbeteringen, zoals besproken in hoofdstuk 5. Deze verbeteringen leiden tot een grotere robuustheid van de eductietechniek, met meer betrouwbare en nauwkeurige resultaten. Voor vlakke golfvoortplanting wordt uitgegaan van de meetresultaten van september 2014. Deze metingen zijn voor linersample 1 uitgevoerd voor Mach 0, 0.05 en 0.075, waarbij de berekening van het transmissieverlies de geluidsdempende eigenschap visualiseert. Een interessante aanvulling omvat de opmeting van linermaterialen met andere eigenschappen, met een mooi impedantieverloop als resultaat. De andere topics van de experimentele analyse maken specifiek gebruik van linersample 1. Voor de hogere Machgetallen vertonen de impedantiecurves kleine oscillaties, die toe te wijzen zijn aan enerzijds aerodynamische drukfluctuaties op de microfoons en anderzijds de invloed van stroming op de impedantie. Bij stijgende Machgetallen zullen deze oscillaties verder toenemen in amplitude.

De daaropvolgende experimentele studie onderzoekt de invloed van bepaalde parameters op de werking van de geïmplementeerde eductieprocedure. De reproduceerbaarheid is een belangrijk punt, aangezien het oplossingsalgoritme in staat moet zijn om onafhankelijk van de setup een quasi-identiek eindresultaat te genereren voor eenzelfde linersample. Bij een vergelijking van de metingen uit september 2014 en februari en april 2015 vertonen de grootste verschillen zich bij de lagere frequenties, omdat niet volledig aan de aannames voldaan is. Bij lage frequenties gedraagt het liner materiaal zich als een quasi-starre wand, zodat het systeem zich op de grens van de aannames bevindt. Dit bemoeilijkt het bekomen van een reproduceerbare impedantie. Belangrijk is dat de eductieprocedure deze verschillen snel compenseert, met verder een gelijkaardig impedantieverloop als resultaat. Een goede signaal-ruis-verhouding is noodzakelijk om meetresultaten te genereren van hoge kwaliteit. Deze verhouding wordt beïnvloed door het aantal middelingen en het geluidsdruk niveau. Bij een significant lager geluidsdruk niveau blijkt de kwaliteit van de impedantiecurves beter dan verwacht, met een goede coherentie ten opzichte van de referentiecurve. Bij het aanbrengen van een trapvormige overgang tussen de kanaalwand en de linersectie wordt nagegaan hoe de eductieprocedure omgaat met ruwe impedantiesprongen. De bekomen curves vertonen grote verschillen, veroorzaakt door het verstoorde akoestisch veld. Dit doet op zich geen afbreuk aan de validiteit van de eductietechniek, aangezien door deze verstoring niet meer volledig voldaan is aan de voorwaarde van vlakke golfvoortplanting.

Voor multimodale golfvoortplanting worden opnieuw de drie verschillende liner materialen opgemeten. Aangezien de multimodale eductietechniek een redelijk nieuwe ontwikkeling is, focust de rest van deze experimentele analyse zich op de validatie

van deze procedure voor de basisconfiguratie. Dit betekent dat de linersamples enkel worden opgemeten voor de lage stromingssnelheden, namelijk Mach 0, 0.05 en 0.075.

De impedantiecurves van de liner materialen berekend volgens de vlakke en multimodale procedure volgen een gelijkaardige evolutie, maar ze lijken verschoven ten opzichte van elkaar. In theorie zouden deze curves onderling moeten samenvallen, onder de veronderstelling dat enkel de diagonaalelementen van de transitie matrix  $T_{tr}$  verschillend zijn van nul. In praktijk is niet aan deze aanname voldaan, zoals eerder aangegeven in hoofdstuk 4. Dit verklaart het afwijkend impedantieverloop. Het definiëren van de oorzaak van dit fenomeen kan een interessant onderwerp vormen voor verder onderzoek. De experimentele studie eindigt met het nagaan van de repeeteerbaarheid van de multimodale analyse, bij afwezigheid van stroming. Hierbij worden meetresultaten van maart en april 2015 vergeleken, waarbij voor de duidelijkheid enkel impedanties berekend volgens de vlakke procedure zijn weergegeven. Voor de drie verschillende materialen vertonen deze curves een zeer goede onderlinge coherentie, wat bewijst dat de procedure in staat is om de overgang van vlakke naar multimodale golfvoortplanting correct te modelleren.



## Hoofdstuk 8

# Algemeen besluit en toekomstvisie

Deze masterproef bespreekt de verfijning en uitbreiding van voorgaand onderzoek over de stromingsakoestische karakterisatie van linermaterialen. De vorige thesis rond dit onderwerp [20] beperkt zich tot de tweepoortmodellering, waarbij voldaan wordt aan de voorwaarden voor vlakke golfvoortplanting. Deze masterproef maakt de overstap naar een multimodale analyse bij hogere frequenties, wat toelaat om rechtstreeks conclusies te trekken omtrent de akoestische performantie van linermaterialen in hun respectievelijk werkingsgebied.

### 8.1 Conclusies

De verfijning van de reeds bestaande eductieprocedure focust op de optimalisatie van de routines, met het oog op meer betrouwbare resultaten en een reductie in rekentijd. De aangebrachte verbeteringen zorgen voor een grotere robuustheid en een verminderde invloed van ongecorrleerde meetfouten. De transitie matrix modelleert de overgang van de harde kanaalwand naar de zachte linersectie en vice versa, waarbij een verdere uitwerking toelaat om het aantal onbekenden in het stelsel vergelijkingen te reduceren. Het spoor van de totale matrixvermenigvuldiging reduceert tot het spoor van de transfermatrix, wat rechtstreeks leidt tot een verband met de axiale golfgetallen. De transitiecoëfficiënten moeten niet meer afzonderlijk bepaald worden, wat het aantal vergelijkingen en onbekenden in het op te lossen wiskundig stelsel reduceert. Verder is de relevantie van de omslachtige berekening van de optimale startimpedantie achterhaald. Uit ervaring blijkt dat, met de overige verbeteringen in rekening gebracht, de eductieprocedure gemakkelijk convergeert indien het reële en imaginaire deel van de startimpedantie vrij ruim gekozen worden. Voor metingen met stroming gelden eerdere resultaten voor een stilstaand medium als startwaarden, aangezien de aanwezigheid van stroming zorgt voor een lagere signaal-ruis-verhouding en een moeilijker convergentie. Een parameteroptimalisatie reduceert de invloed van fluctuaties in de geldende omgevingscondities op het eindresultaat. Dit zorgt voor scatter- en transfermatrices met een optimale fit ten opzichte van de meetdata. Een

laatste verbetering omvat een verandering in variabele in het oplossingsalgoritme: de keuze van de transversale golfgetallen  $k_x^\pm$  als variabelen laat omwille van specifieke eigenschappen van de sequentie vergelijkingen toe om de solver te forceren naar convergentie volgens de correcte oplossingstak. Dit vermijdt een evolutie van de oplossing naar fysisch irrelevante lokale minima.

Een experimentele analyse onderzoekt de validiteit van de eductieprocedure bij niet-ideale condities, gaande van de kwaliteit van de impedantiecurves bij een lager geluidsdrukniveau tot de invloed van ruwe impedantiesprongen op het eindresultaat. Hierbij wordt een onderscheid gemaakt tussen metingen met vlakke en multimodale golfvoortplanting.

Conclusies voor vlakke golfvoortplanting:

- De analyse van de lineaire en DDOF materiaalsample toont de functionaliteit van de eductieprocedure aan voor linermaterialen met verschillende eigenschappen.
- De aanwezigheid van stroming mag in theorie niet leiden tot afwijkende impedantiewaarden. De Ingard-Myers randvoorwaarde [10] [16] brengt grenslaageffecten in rekening, wat de invloed van fluctuaties op de verwerking van meetdata reduceert. Bij een vergelijking van impedantiecurves voor een stilstaand en stromend medium situeren de verschillen zich voornamelijk bij de laagste frequenties, dewelke ontstaan door specifieke aeroakoestische fenomenen die de fysische werking van de liner beïnvloeden.
- Voor hogere Machgetallen vertonen de impedantiecurves oscillaties, die toe te wijzen zijn aan niet-lineaire interactie tussen stroming en het materiaaloppervlak van de linersample. De amplitude van deze oscillaties zal verder toenemen bij stijgende stromingssnelheden.
- De herhaalde uitvoering van verschillende metingen bewijst de reproduceerbaarheid van de eductietechniek. De grootste afwijkingen ontstaan vooral voor lage frequenties, omdat het linermateriaal zich dan gedraagt als een quasi-starre wand. Het systeem bevindt zich op de grens van de aannames en het is aldus moeilijk om reproduceerbare resultaten te bekomen. Belangrijk is dat het algoritme deze afwijkingen snel compenseert, met een verder quasi-identiek impedantieverloop als resultaat.
- De signaal-ruis-verhouding is rechtstreeks gecorreleerd met de kwaliteit van de berekende impedantiecurves. Zowel het aantal middelingen als het geluidsdrukniveau beïnvloeden deze parameter. De eductieprocedure kan zeer goed omgaan met een significant lager geluidsdrukniveau, aangezien deze nadelige conditie niet zichtbaar is in het eindresultaat.
- De transitie matrix modelleert de impedantiesprong van de harde kanaalwand naar de zachte linersectie. De constructie van de trapvormige overgang zorgt voor een zeer ruwe impedantiesprong, met een slechte correlatie tussen de

impedantiecurves als resultaat. Dit doet echter geen afbreuk aan de validiteit van de eductieprocedure, aangezien omwille van de lokale verstoring van het geluidsveld niet meer voldaan is aan de veronderstelling van vlakke golfvoortplanting.

- De afschatting van de geluidssnelheid heeft een grote invloed op de convergentie van het stelsel vergelijkingen, zowel voor een stilstaand als stromend medium. De parameteroptimalisatie laat niet toe om de fysische waarde van de geluidssnelheid te bepalen, wat een groot nadeel is van deze iteratieve procedure. Een afwijking van 5% op de waarde voor de geluidssnelheid leidt bij een onderschatting al tot een evolutie volgens de foute oplossingstak, met een lokale verstoring van de convergentie. De gevoeligheid daalt bij een overschatting van de geluidssnelheid.

Conclusies voor multimodale golfvoortplanting:

- Voor multimodale golfvoortplanting wordt de invloed van cross-scattering tussen de verschillende modes verwaarloosd, zodat enkel de diagonaalelementen van de transitie matrix verschillend zijn van nul. In praktijk kan niet aan deze aanname voldaan worden, wat de afwijking tussen de afzonderlijke impedantiecurves voor de vlakke en transversale mode verklaart.
- Ook bij de opmeting van andere linersamples overlappen de impedantiecurves niet, maar het impedantieverloop vertoont wel een duidelijke gelijkaardige evolutie.
- De herhaalde metingen voor alle liner materialen bewijzen de validiteit van de multimodale eductieprocedure, aangezien de impedantiecurves een identiek verloop kennen in het frequentiespectrum rond de cut-on frequentie. Dit bewijst dat de multimodale eductietechniek in staat is om de overgang van vlakke naar multimodale golfvoortplanting te modelleren.

## 8.2 Toekomstvisie

De impedantie-eductie volgens de tweepoortmodellering werkt zeer degelijk en vertoont een hoge robuustheid. In de berekende impedantiecurves zijn soms toch onregelmatigheden zichtbaar, zoals onder andere de piek in de reactantie bij een bepaalde probleemfrequentie. Zonder enige aanleiding is lokaal convergentie niet mogelijk binnen de gegeven toleranties. Het kan nuttig zijn om de oorsprong van dergelijke fenomenen verder te onderzoeken.

Verder toont de experimentele analyse het potentieel van de multimodale eductieprocedure aan, maar hier zijn nog verfijningen mogelijk. Het plaatsen van meer microfoons op grotere tussenafstand in de testopstelling kan al helpen om de robuustheid van de methode vlak na de cut-off frequentie te optimaliseren. Het doel is om meer geconvergeerde datapunten te verkrijgen bij de overgang van vlakke naar

multimodale golfvoortplanting. Een studie van de aanwezigheid van cross-scattering tussen de modes kan leiden tot betere aannames omtrent de impedantiesprongen.

Het grootste nadeel van de parameteroptimalisatie is dat de waarde voor de geluidssnelheid niet gecorrigeerd kan worden. Zoals aangetoond in de experimentele analyse, heeft deze parameter een grote invloed op de goede werking van de eductieprocedure. De afchatting via een meer nauwkeurige formule of de rechtstreekse opmeting in de testopstelling kan het risico op slechte dataverwerking reduceren. De eductieprocedure bewijst haar functionaliteit binnen de opgegeven condities, maar dit is slechts in beperkte mate extrapoleerbaar naar de praktijk: vliegtuigen vliegen op zeer grote hoogte, bij zeer lage temperaturen en grotere windsnelheden. Het kan interessant zijn om de eductieprocedure te testen bij veel extremere omgevingscondities, indien de beschikbare faciliteiten dit toelaten. Tenslotte kan de studie van nieuwe geluidsabsorberende materialen tot bijkomende interessante conclusies leiden, zoals onder andere de opmeting van keramische schuimen en vezels of vilten vezels.



# Bijlagen



## Bijlage A

# Relatie tussen de scatter- en transfermatrix voor een multimodaal akoestisch veld

Gebruikmakend van de complexe amplitudes, veralgemenen de uitdrukkingen voor de scatter- en transfermatrix zich in het multimodale gebied tot:

$$\begin{Bmatrix} \{p^+(L)\} \\ \{p^-(0)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T^+] & [R^-] \\ [R^+] & [T^-] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p^+(0)\} \\ \{p^-(L)\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{Bmatrix} \{p(L)\} \\ \{u_z(L)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{11}] & [T_{12}] \\ [T_{21}] & [T_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{p(0)\} \\ \{u_z(0)\} \end{Bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Voor elke mode bestaan de onderstaande relaties tussen de complexe golfamplituden en de akoestische druk en axiale snelheid:

$$\begin{aligned} p_{mn}^+ &= \frac{Z_{mn}^+ p_{mn} + Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \\ p_{mn}^- &= \frac{Z_{mn}^- p_{mn} - Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

waarbij

$$\begin{aligned} Z_{mn}^+ &= Z_0 \left( \frac{k_0 - M_0 k_{mn}^+}{k_{mn}^+} \right) \\ Z_{mn}^- &= Z_0 \left( \frac{k_0 + M_0 k_{mn}^-}{k_{mn}^-} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

De invulling van relaties (A.3) en (A.4) in vergelijking (A.1), leidt tot onderstaande uitdrukking voor de scattermatrix:

$$\begin{Bmatrix} \left\{ \frac{Z_{mn}^+ p_{mn} + Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right\}_2 \\ \left\{ \frac{Z_{mn}^- p_{mn} - Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right\}_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{mn}^+] & [R_{mn}^-] \\ [R_{mn}^+] & [T_{mn}^-] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \left\{ \frac{Z_{mn}^+ p_{mn} + Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right\}_1 \\ \left\{ \frac{Z_{mn}^- p_{mn} - Z_{mn}^+ Z_{mn}^- u_{mn}}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right\}_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A. RELATIE TUSSEN DE SCATTER- EN TRANSFERMATRIX VOOR EEN  
MULTIMODAAL AKOESTISCH VELD

---

Een matrixnotatie laat toe om de volgende berekeningen eenvoudiger voor te stellen. Hierbij zijn de vectoren voor de modale druk en snelheid gedefinieerd als  $\underline{p} = \{p_{mn}\}$  en  $\underline{u}_z = \{u_{z,mn}\}$ . Uitdrukking (A.6) bepaalt de modale impedantiematrices:

$$\begin{aligned}\underline{Z}^+ &= \text{diag} \left( \frac{Z_{mn}^+}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right) \\ \underline{Z}^- &= \text{diag} \left( \frac{Z_{mn}^+}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right) \\ \underline{Z}^\pm &= \text{diag} \left( \frac{Z_{mn}^+ Z_{mn}^-}{Z_{mn}^+ + Z_{mn}^-} \right)\end{aligned}\tag{A.6}$$

In deze vectoren en matrices mag de volgorde van de modes  $(m, n)$  zelf gekozen worden, indien men zich consistent aan deze volgorde houdt. Uitdrukking (A.7) geeft de multimodale scattermatrix weer in matrixnotatie:

$$\begin{Bmatrix} \left( \underline{Z}^+ \underline{p} + \underline{Z}^\pm \underline{u}_z \right)_2 \\ \left( \underline{Z}^- \underline{p} - \underline{Z}^\pm \underline{u}_z \right)_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T}^+ & \underline{R}^- \\ \underline{R}^+ & \underline{T}^- \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \left( \underline{Z}^+ \underline{p} + \underline{Z}^\pm \underline{u}_z \right)_1 \\ \left( \underline{Z}^- \underline{p} - \underline{Z}^\pm \underline{u}_z \right)_2 \end{Bmatrix}\tag{A.7}$$

Uitwerken van de matrix-vector vermenigvuldigingen en hergroeperen van de termen resulteert in:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_2^+ - \underline{R}^- \underline{Z}_2^- & \underline{Z}_2^\pm \underline{R}^- \underline{Z}_2^\pm \\ \underline{T}^- \underline{Z}_2^- & -\underline{T}^- \underline{Z}_2^\pm \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ u_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T}^+ \underline{Z}_1^+ & \underline{T}^+ \underline{Z}_1^\pm \\ \underline{Z}_1^- - \underline{R}^+ \underline{Z}_1^+ & -\underline{Z}_1^\pm - \underline{R}^+ \underline{Z}_1^+ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ u_{z1} \end{Bmatrix}\tag{A.8}$$

Inverteren van de eerste matrix leidt tot de finale relatie tussen de multimodale scattermatrix  $\underline{S}$  en transfermatrix  $\underline{T}$ :

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_2^+ - \underline{R}^- \underline{Z}_2^- & \underline{Z}_2^\pm \\ \underline{T}^- \underline{Z}_2^- & -\underline{T}^- \underline{Z}_2^\pm \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{T}^+ \underline{Z}_1^+ & \underline{T}^+ \underline{Z}_1^\pm \\ \underline{Z}_1^- - \underline{R}^+ \underline{Z}_1^+ & -\underline{Z}_1^\pm - \underline{R}^+ \underline{Z}_1^+ \end{bmatrix}\tag{A.9}$$

## Bijlage B

# Variatie van de impedantie met de geluidssnelheid

Deze appendix behandelt de volledige analytische afleiding van de variatie van de impedantie met de geluidssnelheid en frequentie, zowel voor een stromend als stilstaand medium.

### B.1 Stromend medium

Stelsel vergelijkingen: 5 vergelijkingen in 5 onbekenden  $k_x^\pm$ ,  $k_z^\pm$  en  $Z_{wx}$ .

$$(1) \quad k_x^{+2} + k_z^{+2} = (k_0 - M_0 k_z^+)^2 \quad (\text{B.1})$$

$$(2) \quad k_x^{-2} + k_z^{-2} = (k_0 + M_0 k_z^-)^2 \quad (\text{B.2})$$

$$(3) \quad T_{11} + T_{22} = e^{-jk_z^+ L} + e^{jk_z^- L} \quad (\text{B.3})$$

$$(4) \quad Z_{wx} = jZ_0 \frac{k_0}{k_x^+} \left(1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0}\right)^2 \cot(k_x^+ B) \quad (\text{B.4})$$

$$(5) \quad Z_{wx} = jZ_0 \frac{k_0}{k_x^-} \left(1 + M_0 \frac{k_z^-}{k_0}\right)^2 \cot(k_x^- B) \quad (\text{B.5})$$

met  $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ ,  $M_0 = \frac{U_0}{c_0}$  en  $Z_0 = \rho_0 c_0$ .

Dus

$$Z_{wx} = j Z_0 \frac{k_0}{\sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2}}} \left(1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0}\right)^2 \cot \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^{+2}} \right) \quad (\text{B.6})$$

F G

$$\frac{\partial Z_{wx}}{\partial c_0} = j \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial c_0} G + F \frac{\partial G}{\partial c_0} \right)$$

- $$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial c_0} &= \frac{\partial Z_0}{\partial c_0} \frac{k_0}{\sqrt{\dots}} + Z_0 \frac{\partial}{\partial c_0} \left( \frac{k_0}{\sqrt{\dots}} \right) \\ &= \frac{\rho_0 \omega}{c_0 \sqrt{\dots}} + \rho_0 c_0 \left( \frac{\frac{\partial k_0}{\partial c_0} \sqrt{\dots} - k_0 \frac{\partial \sqrt{\dots}}{\partial c_0}}{\sqrt{\dots}^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

- $$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial c_0} &= 2 \left( 1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial c_0} \left( 1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0} \right) \cdot \cot(B \sqrt{\dots}) + \\ &\quad \left( 1 - M_0 \frac{k_z^+}{k_0} \right)^2 \cdot \left( -\csc^2(B \sqrt{\dots}) \right) \cdot \frac{\partial}{\partial c_0} (B \sqrt{\dots}) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

### B.1.1 Hulpafgeleiden

Deze subsectie omvat alle deelaafgeleiden uit vergelijkingen (B.7) en (B.8):

- $$\frac{\partial k_0}{\partial c_0} = -\frac{\omega}{c_0^2} \quad (\text{B.9})$$

- $$\frac{\partial \sqrt{\dots}}{\partial c_0} = \frac{1}{c_0^3 \sqrt{\dots}} \left( 2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2} \right) \quad (\text{B.10})$$

- $$\frac{\partial}{\partial c_0} \left( 1 - \frac{U_0 k_z^+ c_0}{c_0 \omega} \right) = 0 \quad (\text{B.11})$$

Invulling van hulpafgeleiden (B.9), (B.10) en (B.11) in uitdrukkingen (B.7) en (B.8) leidt tot:

- $$\frac{\partial F}{\partial c_0} = -\frac{\rho_0 \omega}{c_0^3 \sqrt{\dots}^3} \left( 2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2} \right)$$

- $$\frac{\partial G}{\partial c_0} = - \left(1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega}\right)^2 \frac{B}{\sin^2(B\sqrt{\dots})} \frac{(2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2})}{c_0^3 \sqrt{\dots}}$$
- $$\frac{\partial F}{\partial c_0} G = - \frac{\rho_0 \omega}{c_0^3 \sqrt{\dots}^3} (2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2}) \left(1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega}\right)^2 \cot(B\sqrt{\dots}) \quad (\text{B.12})$$
- $$F \frac{\partial G}{\partial c_0} = - \frac{\rho_0 \omega}{c_0^3 \sqrt{\dots}^2} \left(1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega}\right)^2 \frac{B}{\sin^2(B\sqrt{\dots})} (2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2}) \quad (\text{B.13})$$

### B.1.2 Eindoplossing

Combinatie van vergelijkingen (B.12) en (B.13) leidt tot de finale uitdrukking voor de gevoeligheid van de impedantie-reductie voor de geluidssnelheid en frequentie:

$$\frac{\partial Z_{wx}}{\partial c_0} = -j \frac{\rho_0 \omega}{c_0^3 \left( (k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+ \right)} \left(1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega}\right)^2 (2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2}) \cdot \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+} \right)}{\sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+} \right)} \right) \quad (\text{B.14})$$

Omdat in de implementatie steeds gewerkt wordt met de dimensieloze impedantie, zal de experimentele analyse verder uitgevoerd worden met uitdrukking (B.15):

$$\frac{\partial (Z_{wx}/Z_0)}{\partial c_0} = -j \frac{\omega^3}{c_0^4 \left( (k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+ \right)} \left(1 - \frac{U_0 k_z^+}{\omega}\right)^2 (2\omega U_0 k_z^+ - \omega^2 - U_0^2 k_z^{+2}) \cdot \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+} \right)}{\sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{(k_0 - M_0 k_z^+)^2 - k_z^+} \right)} \right) \quad (\text{B.15})$$

## B.2 Stilstaand medium

Stelsel vergelijkingen: 3 vergelijkingen in 3 onbekenden  $k_x$ ,  $k_z$  en  $Z_{wx}$ .

$$(1) \quad k_x^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (\text{B.16})$$

$$(2) \quad T_{11} + T_{22} = 2 \cos(k_z L) \quad (\text{B.17})$$

$$(3) \quad Z_{wx} = j Z_0 \frac{k_0}{k_x} \cot(k_x B) \quad (\text{B.18})$$

met  $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$  en  $Z_0 = \rho_0 c_0$ .  
Dus

$$Z_{wx} = j Z_0 \underbrace{\frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - k_z^2}}}_F \cot \left( B \underbrace{\sqrt{k_0^2 - k_z^2}}_G \right) \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial Z_{wx}}{\partial c_0} = j \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial c_0} G + F \frac{\partial G}{\partial c_0} \right)$$

- $$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial c_0} &= \frac{\partial Z_0}{\partial c_0} \frac{k_0}{\sqrt{\dots}} + Z_0 \frac{\partial}{\partial c_0} \left( \frac{k_0}{\sqrt{\dots}} \right) \\ &= \frac{\rho_0 \omega}{c_0 \sqrt{\dots}} + \rho_0 c_0 \left( \frac{\frac{\partial k_0}{\partial c_0} \sqrt{\dots} - k_0 \frac{\partial \sqrt{\dots}}{\partial c_0}}{\sqrt{\dots}^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

- $$\frac{\partial G}{\partial c_0} = -\csc^2(B\sqrt{\dots}) \cdot \frac{\partial}{\partial c_0} (B\sqrt{\dots}) \quad (\text{B.21})$$

### B.2.1 Hulpafgeleiden

Deze subsectie omvat alle deelafgeleiden uit vergelijkingen (B.20) en (B.21):

- $$\frac{\partial k_0}{\partial c_0} = -\frac{\omega}{c_0^2} \quad (\text{B.22})$$

- $$\frac{\partial \sqrt{\dots}}{\partial c_0} = -\frac{\omega^2}{c_0^3 \sqrt{\dots}} \quad (\text{B.23})$$

Invulling van hulpafgeleiden (B.22) en (B.23) in uitdrukkingen (B.20) en (B.21) leidt tot:



- $$\frac{\partial F}{\partial c_0} = \frac{\rho_0 \omega^3}{c_0^3 \sqrt{k_0^2 - k_z^2}}$$
- $$\frac{\partial G}{\partial c_0} = \frac{\omega^2}{c_0^3 \sqrt{k_0^2 - k_z^2}} \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)}$$
- $$\frac{\partial F}{\partial c_0} G = \frac{\rho_0 \omega^3}{c_0^3 \sqrt{k_0^2 - k_z^2}} \cot \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right) \quad (\text{B.24})$$

- $$F \frac{\partial G}{\partial c_0} = \frac{\rho_0 \omega^3}{c_0^3 (k_0^2 - k_z^2)} \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)} \quad (\text{B.25})$$

### B.2.2 Eindoplossing

Combinatie van vergelijkingen (B.24) en (B.25) leidt tot de finale uitdrukking voor de gevoeligheid van de impedantie-reductie voor de geluidssnelheid en de frequentie:

$$\frac{\partial Z_{wx}}{\partial c_0} = j \frac{\rho_0 \omega^3}{c_0^3 (k_0^2 - k_z^2)} \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)}{\sqrt{k_0^2 - k_z^2}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)} \right) \quad (\text{B.26})$$

Omdat in de implementatie steeds gewerkt wordt met de dimensieloze impedantie, zal de experimentele analyse verder uitgevoerd worden met uitdrukking (B.27):

$$\frac{\partial (Z_{wx}/Z_0)}{\partial c_0} = j \frac{\omega^3}{c_0^4 (k_0^2 - k_z^2)} \left( \frac{\cot \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)}{\sqrt{k_0^2 - k_z^2}} + \frac{B}{\sin^2 \left( B \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \right)} \right) \quad (\text{B.27})$$



## Bijlage C

# Karakteristieken van de linersamples

Onderstaande tabel C.1 toont de eigenschappen van de linermaterialen die onderzocht zijn in dit eindwerk, weergegeven zoals door Busse et al. [1].

Test object	Sample 1	Sample 2	Sample 3
Identification	Perforated Liner SDOF	Linear Liner SDOF	Linear DDOF
Type	Single degree of freedom	Single degree of freedom	Two degrees of freedom
Cell depth	0.5" (12.7 mm)	1.21" (30.734 mm)	1" (25.4 mm) / 4.5 mm
Hole diameter	$\approx 1.45 \dots 1.5$ mm	$\approx 1.1$ mm (covered)	$\approx 1.3 \dots 1.35$ mm
Hole placement	parallel	n/a	staggered
Porosity $\phi$	$\approx 4\%$	n/a	$\approx 10.5\%$
Open-area-ratio $\sigma$	$\approx 4.3\%$	n/a	$\approx 9.8\%$
$\lambda/4$ resonance	$\approx 6752$ Hz	$\approx 2790$ Hz	$\approx 19056$ Hz (top cell)
Helmholtz resonance	$\approx 1670$ Hz	$\approx 623$ Hz	$\approx 2654$ Hz (top cell)

Tabel C.1: Materiaalkarakteristieken van linersamples



## Bijlage D

# Opgemeten temperaturen

De onderstaande tabellen lijsten de temperaturen op die opgemeten zijn tijdens de verschillende meetsessies. Voor vlakke golfvoortplanting worden steeds vier metingen uitgevoerd, voor multimodale golfvoortplanting acht. Voor vlakke golfvoortplanting verwijzen de codes, zoals bijvoorbeeld A0B1, naar de respectievelijke luidspreker die een signaal uitzendt: in dit geval staat de luidspreker aan de inlaatzijde van de linersectie (A) uit en zendt de luidspreker aan de uitlaatzijde (B) een akoestisch signaal uit. A0B1c/m doelt op een gesloten uiteinde voor een meting zonder stroming, en een afsluiting met een demper voor een meting met stroming. A0B1o verwijst naar een open uiteinde van de leiding, gebruikt voor metingen met en zonder stroming.

Voor metingen met multimodale golfvoortplanting verwijzen de codes A1-4 en B1-4 naar de respectievelijke luidsprekers die een signaal uitzenden. De A-luidsprekers bevinden zich aan de inlaatzijde van de linersectie, de B-luidsprekers aan de uitlaatzijde. Bij deze metingen wordt de multi-source techniek toegepast, zodat variatie van de uitlaaimpedantie niet vereist is.

### D.1 Metingen september 2014

Meting	Datum	A0B1c/m	A0B1o	A1B0c/m	A1B0o
sample 1, $M = 0$ , vlak	23/09	21.2 °C	21.2 °C	21.2 °C	21.2 °C
sample 1, $M = 0.05$ , vlak	24/09	18.9 °C	20.6 °C	19.0 °C	20.1 °C
sample 1, $M = 0.075$ , vlak	26/09	20.8 °C	21.6 °C	21.8 °C	21.2 °C

Tabel D.1: Opgemeten temperaturen tijdens metingen september 2014

## D.2 Metingen februari 2015

Meting	Datum	A0B1c/m	A0B1o	A1B0c/m	A1B0o
sample 1, M = 0.1, vlak	16/02	19.8 °C	16.0 °C	21.0 °C	18.1 °C
sample 1, M = 0.15, vlak	17/02	30.8 °C	28.0 °C	30.5 °C	28.7 °C
sample 1, M = 0, SPL 0.5V	18/02	14.3 °C	13.6 °C	14.4 °C	13.7 °C
sample 1, M = 0, SPL 0.1V	18/02	15.0 °C	15.2 °C	14.8 °C	15.4 °C
sample 1, M = 0, herhaald	19/02	15.6 °C	15.5 °C	15.7 °C	15.5 °C
sample 1, M = 0.05, herhaald	19/02	16.4 °C	15.3 °C	16.1 °C	15.5 °C
sample 1, M = 0.075, herhaald	19/02	17.5 °C	17.1 °C	16.9 °C	17.7 °C
sample 1, M = 0, impedantiesprong	19/02	17.2 °C	17.3 °C	17.2 °C	17.2 °C
sample 1, M = 0.05, impedantiesprong	19/02	17.8 °C	17.6 °C	17.9 °C	17.3 °C
sample 2, M = 0, vlak	20/02	18.9 °C	18.9 °C	18.9 °C	18.9 °C
sample 2, M = 0.05, vlak	20/02	17.4 °C	17.5 °C	16.9 °C	17.7 °C
sample 2, M = 0.075, vlak	20/02	18.4 °C	18.2 °C	18.5 °C	17.7 °C

Tabel D.2: Opgemeten temperaturen tijdens metingen februari 2015

## D.3 Metingen maart 2015

Meting	Datum	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
sample 1, M = 0, multimodaal	18/03	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C	18.0 °C
sample 2, M = 0, multimodaal	19/03	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C	17.5 °C
sample 3, M = 0, multimodaal	19/03	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C	18.3 °C

Tabel D.3: Opgemeten temperaturen tijdens metingen maart 2015

## D.4 Metingen april 2015

Meting	Datum	A0B1c/m	A0B1o	A1B0c/m	A1B0o
sample 1, M = 0, vlak	20/04	21.7 °C	21.7 °C	21.7 °C	22.0 °C
sample 1, M = 0.05, vlak	21/04	-	20.1 °C	-	19.7 °C
sample 1, M = 0.075, vlak	21/04	-	20.3 °C	-	21.3 °C
sample 3, M = 0, vlak	23/04	21.3 °C	21.3 °C	21.3 °C	21.3 °C
sampel 3, M = 0.05, vlak	23/04	-	20.5 °C	-	20.4 °C
sample 3, M = 0.075, vlak	23/04	-	21.4 °C	-	21.4 °C

Tabel D.4: Opgemeten temperaturen tijdens metingen april 2015(1)

Meting	Datum	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
sample 1, M = 0, multimodaal	20/04	21.5 °C	21.5 °C	21.5 °C	21.4 °C	21.4 °C	21.4 °C	21.3 °C	21.3 °C
sample 1, M = 0.05, multimodaal	21/04	22.2 °C	21.7 °C	21.6 °C	21.6 °C	21.6 °C	21.6 °C	21.8 °C	21.9 °C
sample 1, M = 0.075, multimodaal	22/04	18.8 °C	19.5 °C	19.9 °C	20.3 °C	20.3 °C	20.8 °C	20.8 °C	21.0 °C
sample 2, M = 0, multimodaal	22/04	20.8 °C	21.0 °C	20.9 °C	20.9 °C	20.9 °C	20.8 °C	20.8 °C	20.8 °C
sampel 2, M = 0.05, multimodaal	22/04	21.2 °C	20.8 °C	20.8 °C	20.8 °C	20.8 °C	20.8 °C	20.7 °C	20.7 °C
sample 2, M = 0.075, multimodaal	22/04	20.8 °C	21.0 °C	20.8 °C	21.0 °C	21.0 °C	21.0 °C	21.0 °C	20.8 °C
sample 3, M = 0, multimodaal	23/04	19.3 °C	19.3 °C	19.4 °C	19.6 °C	19.8 °C	20.3 °C	20.6 °C	20.7 °C
sample 3, M = 0.05, multimodaal	23/04	20.5 °C	20.5 °C	20.5 °C	20.5 °C	20.5 °C	20.5 °C	20.7 °C	20.7 °C
sample 3, m = 0.075, multimodaal	23/04	20.7 °C	21.0 °C	21.1 °C	21.3 °C	21.3 °C	21.4 °C	21.4 °C	21.4 °C

Tabel D.5: Opgemeten temperaturen tijdens metingen april 2015(2)





# Bibliografie

- [1] S. Busse, C. Richter, F. H. Thiele, C. Heuwinkel, L. Enghardt, I. Röhle, U. Michel, P. Ferrante, and A. Scofano. *Impedance Deduction Based on Insertion Loss Measurements of Liners under Grazing Flow Conditions*. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2008.
- [2] W. De Roeck. *Hybrid methodologies for the computational aeroacoustic analysis of confined, subsonic flows*. Ph.d. thesis, KU Leuven, 2007.
- [3] W. De Roeck and W. Desmet. *Indirect acoustic impedance determination in flow ducts using a two-port formulation*. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2009.
- [4] H. Denayer. *Update on the impedance eduction procedure*. 2014.
- [5] H. Denayer. *An impedance eduction technique based on an analytical two-port formulation, including higher order modes*. 2015.
- [6] H. Denayer, W. De Roeck, and W. Desmet. *Iterative procedure for accurate plane wave decomposition in flow ducts*. In *Proceedings of ISMA2014 including USD2014*.
- [7] H. Denayer, W. De Roeck, and W. Desmet. *Impedance eduction in the presence of grazing flow based on an analytical multiport model*. In *accepted for inter.noise 2015*, San Francisco (CA), USA, 9-12 August 2015.
- [8] W. Desmet and P. Sas. *Lawaai beheersing bij machines, voertuigen en vliegtuigen*. Cursusdienst VTK vzw, 2011.
- [9] E. Dokumaci. *A note on transmission of sound in a wide pipe with mean flow and viscothermal attenuation*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 208(no. 4):pp. 653–655, 1997.
- [10] U. Ingard. *Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption and transmission*. *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 31(No.7):pp. 1035–1036, 1959.
- [11] S.-H. Jang and J.-G. Ih. *On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow*. *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 208(No.4):pp. 653–655, 1998.

- [12] Kaeser Kompressoren SE. *Rotary Blower Packages BB, CB, DB, EB, FB Series*, 2015. <http://www.kaeser.com.br/Images/P-960-ED-tcm72-6780.pdf>.
- [13] Krohne Messtechnik GmbH. *Vortex Flowmeter Optiswirl 4070*, 2015. [http://cdn.krohne.com/dlc/TD\\_OPTISWIRL4070C\\_en\\_150210\\_4000165505\\_R07.pdf](http://cdn.krohne.com/dlc/TD_OPTISWIRL4070C_en_150210_4000165505_R07.pdf).
- [14] LMS International. *LMS Scadas, versatile high-performance data-acquisition systems*, 2015. <http://pdf.directindustry.com/pdf/siemens-plm-software/lms-scadas-data-acquisition/6220-95218.html>.
- [15] Morel. *EM 428*, 2015. <http://www.morelhifi.com/raw-drivers/products/elite-woofer-line/em-428>.
- [16] M. Myers. *On the acoustic boundary condition in the presence of flow*. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 71(No.3):pp.429–434, 1980.
- [17] PCB Piezotronics. *1/4" Pressure-field Prepolarized Microphone and Preamplifier*, 2012. [http://www.pcb.com/linked\\_documents/electronics/TM\\_AC\\_378C10\\_Lowres.pdf](http://www.pcb.com/linked_documents/electronics/TM_AC_378C10_Lowres.pdf).
- [18] L. D. Santana, W. De Roeck, and W. Desmet. *Indirect Acoustic Impedance Education in Presence of Flow Based on an Analytical Two-Port Formulation*. Technical report, KU Leuven, 2012.
- [19] L. D. Santana, W. De Roeck, W. Desmet, and P. Ferrante. *Two-Port Indirect Acoustic Impedance education in presence of grazing flows*. In *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2011.
- [20] C. Vangenechten. *Aeroakoestische karakterisatie van geavanceerde liner configuraties*. Masterproef, KU Leuven, 2012.