



Faculteit Wetenschappen
Vakgroep Fysica en Sterrenkunde
Voorzitter: Prof. Dr. Dirk Ryckbosch

Evaluatie van iteratieve reconstructie in dynamische tomografie door gebruik van initiële oplossingen

Marjolein Heyndrickx
Academiejaar 2014-2015

Promotor: Dr. ir. Manuel Dierick

Begeleider: ir. Thomas De Schryver

Masterproef ingediend tot het behalen van de graad van
MASTER OF SCIENCE IN DE FYSICA EN STERRENKUNDE

Toelating tot bruikleen

”De auteur geeft de toelating deze scriptie voor consultatie beschikbaar te stellen en delen van de scriptie te kopiëren voor persoonlijk gebruik. Elk ander gebruik valt onder de beperkingen van het auteursrecht, in het bijzonder met betrekking tot de verplichting de bron uitdrukkelijk te vermelden bij het aanhalen van resultaten uit deze scriptie.”

Gent, 1 juni 2015

Samenvatting

Een CT-scan (computed tomography) is een 3D-uitbreiding van de röntgenfoto. Het is een niet-destructieve onderzoeksmethode waarmee het interne van voorwerpen bekeken kan worden. Er worden X-stralenprojecties genomen uit verschillende richtingen.

De ‘Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique’ (SART) is een iteratief algoritme om volumes te reconstrueren uit CT-scans [1]. Een leeg volume wordt ingesteld en vervolgens verbeterd door het verschil terug te projecteren tussen een gesimuleerde projectie van deze (lege) initiële oplossing enerzijds en de gemeten projectie voor dezelfde hoek anderzijds. Dit wordt gedaan voor elke gescande projectiehoek. De volgende iteratiestap gebruikt dit resulterend volume. Het projectie/terugprojectieproces wordt herhaald met telkens een tussentijdse oplossing. Na een aantal iteraties convergeert deze oplossing naar de finale gereconstrueerde oplossing.

In plaats van een leeg volume kan er ook een initiële oplossing gebruikt worden in de eerste stap. Dit kan de reconstructie van een eerdere scan van hetzelfde object zijn, of een ander volume, gelijkend op hetgene dat gereconstrueerd wordt. Een initiële oplossing kan de convergentiesnelheid en de kwaliteit van de uiteindelijke reconstructie verbeteren [2].

In deze thesis wordt de SART-reconstructie met een initiële oplossing vergeleken met de conventionele SART-reconstructie, waar gebruik gemaakt wordt van een leeg volume als initiële oplossing. Dit gebeurt voor verschillende parameterwaarden. Met name de projectiehoek, de relaxatiefactor, het aantal projecties, het aantal iteraties en de sterkte van de gesimuleerde ruis worden gevarieerd. In eerste instantie wordt alles onderzocht met fantomen. Een lichtjes veranderd fantoom ten opzichte van het gereconstrueerde wordt dan gebruikt als initiële oplossing. Omdat het om fantomen gaat kan de reconstructie met de echte oplossing vergeleken worden om zo kwantitatief het resultaat te beoordelen. Twee effecten worden bekeken: wanneer het initiële fantoom een deel heeft met een andere attenuatiecoëfficiënt en wanneer het een bewogen deel heeft. Beide veroorzaken artefacten wanneer de relaxatiefactor, de projectiehoek, het aantal projecties of het aantal iteraties te laag is. Indien de ruis sterk genoeg is, kan ze deze artefacten verbergen.

De initiële oplossing verbetert de reconstructiekwaliteit bij een lager aantal projecties en/of een hogere ruis. Een kleiner aantal projecties betekent dat er minder tijd nodig is om de scan uit te voeren. Indien er minder tijd genomen wordt per projectie, zal de ruis verhogen. Aangezien de niet-lege initiële oplossing voor beide voorwaarden de reconstructie verbetert, kan het gebruikt worden voor de reconstructie van dynamische processen, waar opeenvolgende scans van een veranderend staal genomen worden. Een kortere scan voor één reconstructie is dan handig omdat het staal in die tijd minder veranderingen zal ondergaan hebben.

Een voorbeeld van zo'n dynamisch proces is een vloeistofstroom door poreuze media zoals geomaterialen. Een hoge-kwaliteitsscan van het droge staal wordt genomen voor het dynamische proces begonnen is. Deze wordt gereconstrueerd met conventionele SART. Het resultaat wordt gebruikt als initiële oplossing voor de scans genomen tijdens het proces. Verwacht wordt dat de vloeistof de poriën in het gesteente volgt. Op deze manier zijn de regio's waar de initiële oplossing van de reconstructie kan

verschillen beperkt. Opnieuw worden de resultaten vergeleken met die van conventionele SART om te bepalen of een initiële oplossing een verbetering oplevert.

Een aanvullende methode op de initiële oplossing is de contrastgewogen terugprojectie: bij het terugprojectieproces krijgen sommige regio's meer belang. Dit zijn de gebieden waar er veranderingen verwacht worden, bijvoorbeeld de poriën van een gesteente. De contrastgewogen terugprojectie wordt getest met een fantoom en een geomateriaal. De methode wordt eveneens toegepast op een dynamisch fantoom: het fantoom ondergaat veranderingen tijdens het simuleren van de scan. De contrastgewogen terugprojectie wordt vergeleken met conventionele SART en de reconstructie met een initiële oplossing. De invloed van het aantal projecties en van ruis, de twee bepalende factoren voor de tijd die een scan nodig heeft, wordt bekeken.

De contrastgewogen terugprojectie blijkt heel goed te kunnen omgaan met een laag aantal projecties, maar veel last te hebben van ruis. Door de sterke verbetering in het aantal projecties, kan het een nuttige methode zijn voor het reconstrueren van dynamische processen. Door het algoritme aan te passen, kan het effect van ruis wellicht nog verminderd worden. Dit laatste is materiaal voor verder onderzoek.

Inhoudsopgave

Dankwoord	ix
1 Wat is Computed Tomography?	1
1.1 De CT-opstelling	1
1.2 Interactie van X-stralen met materie	4
1.3 Reconstructie	7
1.3.1 Analytische reconstructie	8
1.3.2 Iteratieve reconstructie	12
1.4 Artefacten	18
1.4.1 Partial volume effect	18
1.4.2 Ringartefacten	20
1.4.3 Ruis	20
1.4.4 Undersampling	22
1.4.5 Bewegingsartefacten	23
1.4.6 Limited angle artefacten	24
1.4.7 Cone beam artefacten	24
2 Doel	27
2.1 Initiële oplossing	27
2.2 Differentiële reconstructie	28
2.3 Contrastgewogen terugprojectie	29
2.3.1 Gewichtsfunctie	30
2.4 Gesimuleerde projecties	31
2.4.1 Fantomen	32
2.4.2 Projectiesimulatie	34
2.4.3 Constructie van een dynamisch fantoom	36
2.4.4 Evalueren van reconstructiekwaliteit	38
2.5 Echte scan	40
2.5.1 Tijdsschalen	40
2.5.2 Beweging tussen twee scans	41
2.5.3 De reconstructie	42
3 Reconstructie met een initiële oplossing	45
3.1 Aantal iteraties	45
3.2 Hoekbereik	46
3.3 Relaxatiefactor	49
3.4 Aantal Projecties	50
3.4.1 Fantoom	50
3.5 Ruis	53

3.6	Differentiële reconstructie	55
3.7	Conclusie	55
4	Contrastgewogen terugprojectie	57
4.1	Vergelijking tussen reconstructiemethoden	57
4.2	Ruis	58
4.3	Invloed van de gewichtsfunctie	59
4.3.1	Gaussische gewichtsfunctie	59
4.3.2	Andere gaussfuncties	63
4.4	Binair	66
4.5	Geomateriaal	67
4.6	Reconstructie van een dynamisch proces	71
4.6.1	Ruis	71
4.6.2	Aantal projecties per tijdsstap	72
4.6.3	Rotatiesnelheid	73
4.7	Conclusie	74
5	Besluit	77
	Appendices	79
A	Fourier shell correlatie	81
B	Fantomen	83

Lijst van figuren

1.1	CT-opstelling	1
1.2	2D X-stralenbundels	3
1.3	Interactie X-stralen met materie	5
1.4	Attenuatiecoëfficiënt in functie van energie	6
1.5	Filtered back projection	8
1.6	Coördinaten bij FBP	9
1.7	Verdeling gemeten punten	10
1.8	De symbolen voor het FDK-algoritme	11
1.9	De Kaczmarzmethode	13
1.10	Iteratieve reconstructie	14
1.11	De berekening van q_i	16
1.12	Partial volume effect	18
1.13	Partial volume effect in verschillende richtingen	19
1.14	Het ontstaan van een ringartefact	20
1.15	Voorbeeld van een ringartefact	21
1.16	Poissonverdeling	22
1.17	Undersampling-artefact	22
1.18	Bewegingsartefact	23
1.19	Illustratie van de minimale rotatiehoek	24
1.20	Limited angle artefact	25
1.21	Oorzaak van cone-beam-artefacten	25
1.22	Voorbeeld van een cone-beamartefact	26
2.1	Gewichtsfunctie	31
2.2	Het smileyfantoom	32
2.3	Spiraalfantoom	33
2.4	Spiraalfantoom met twee grijswaarden	34
2.5	Dynamisch fantoomvolume	36
2.6	Tijdsverloop van μ in bol 12	37
2.7	Projecties van een dynamisch proces	38
2.8	Tijdsevolutie van de gemiddelde grijswaarde	39
2.9	Projecties	41
2.10	Reconstructies	43
3.1	Squared error en FSC in functie van aantal iteraties	45
3.2	Slices bij verschillend aantal iteraties	46
3.3	Squared error en FSC in functie van hoekbereik	47
3.4	Slices bij verschillend hoekbereik	47
3.5	Doorsnede bij klein hoekbereik	48

3.6	Squared error en FSC in functie van relaxatiefactor	49
3.7	Slices bij verschillende relaxatiefactor	49
3.8	Squared error en FSC in functie van aantal projecties	50
3.9	Slices bij verschillend aantal projecties	51
3.10	Doorsnedes van een geomateriaal	52
3.11	Squared error en FSC in functie van SNR	53
3.12	Slices bij verschillende SNR	54
3.13	Vergelijking differentiële met gewone reconstructie	55
4.1	Vergelijking gewogen met andere reconstructies	57
4.2	Gewogen en initiële reconstructie voor hoge ruis	59
4.3	Contrastgewogen terugprojecties bij verschillende v	60
4.4	Contrastgewogen terugprojecties bij verschillende σ	61
4.5	Contrastgewogen terugprojecties bij verschillende μ	62
4.6	Vergelijking foute gewichten met initiële oplossing	62
4.7	Twee gewichtsfuncties	63
4.8	Vergelijking negatieve en positieve gaussreconstructies	64
4.9	Contrastgewogen terugprojecties bij twee veranderlijke grijswaarden- regio's	65
4.10	Binaire reconstructie met foute veranderlijke regio	66
4.11	Binaire en contrastgewogen terugprojectie met hoge ruis	67
4.12	Een doorsnede van het gewichtsvolume	68
4.13	Contrastgewogen terugprojecties van het geomateriaal	68
4.14	Een doorsnede van het gesegmenteerde gewichtsvolume	69
4.15	Reconstructies met gesegmenteerd gewichtsvolume	70
4.16	Een reconstructie met weinig en veel iteraties	70
4.17	Een dynamische reconstructie met verschillende initiële oplossingen .	71
4.18	Het tijdsverloop van $\mu_7 + \mu_{12}$ voor verschillende k	72
4.19	Een doorsnede van tijdsstap 150 voor $k = 1/3$ en $k = 2$	73
4.20	Het tijdsverloop van $\mu_7 + \mu_{12}$ voor verschillende m	74
4.21	Een doorsnede van tijdsstap 150 voor $m = 10$ en $m = 35$	75
A.1	Fourier shell correlation	82

Lijst van afkortingen

ART	algebraic reconstruction techniques
FBP	filtered back-projectie
FDK	Feldkamp-Davis-Kress-algoritme
FSC	fourier shell correlatie
GPU	graphical processing unit
HECTOR	high energy CT-scanner optimised for research
SART	simultaneous algebraic reconstruction technique
SIRT	simultaneous iterative reconstruction technique
SNR	signaal-ruisverhouding (signal to noise ratio)
UGCT	de vakgroep μ CT aan de Universiteit Gent
μCT	computed tomography-scans met een resolutie van de orde μm

Dankwoord

Een thesis schrijven is een proces van lange adem. De eerste moeilijke stap is al een onderwerp kiezen. Er zijn veel vakgroepen binnen de fysica en overal is er wel iets interessants te vinden. Het zou gemakkelijk zijn om tussen al die onderzoeksdomeinen de kleine groep Radiation Physics, die zich bezig houden met CT-scans, over het hoofd te zien. Gelukkig kwam ik wel degelijk te weten dat er ook in deze vakgroep de mogelijkheid tot het afleggen van een thesis bestond.

Het visualiseren van het binnenste van objecten met een geweldige resolutie is al interessant op zich, maar dat hier nog eens dynamische processen bij komen maakte dit thesisonderwerp zonder twijfel de beste keuze. Hier kon ik me wel een jaar mee bezig houden - en dat heb ik dan ook gedaan.

Na het kiezen komt de thesis zelf. Onderzoeken, schrijven, herschrijven en proberen aan nieuwsgierige kennissen uit te leggen wat het nu eigenlijk is waar je je mee bezig houdt. Een thesis maak je niet alleen. Een woord van dank is dus op zijn plaats voor alle mensen die bijgedragen hebben bij het tot stand komen van dit werk. In de eerste plaats heb ik enorm veel hulp gekregen van mijn begeleider, Thomas De Schryver, die ontzettend veel tijd heeft besteed aan het beantwoorden van mijn ontelbare vragen, het aandragen van suggesties over hoe verder te gaan, het uitvoeren van scans voor data en het lezen en verbeteren van verschillende versies van deze thesistekst. Heel erg bedankt daarvoor.

Ook Matthieu Boone wil ik bedanken voor het spenderen van grote stukken tijd aan mij, onder andere met het lezen en verbeteren van de abstracts van een posterversie van deze thesis. Tevens voor het maken van vele lekkere broodpuddings.

Daarnaast bedank ik mijn promotor, Manu Dierick, voor het nalezen van mijn thesis en het leveren van een administratorwachtwoord als ik weer eens iets moest installeren terwijl Thomas afwezig was, en professor Luc Van Hoorebeke voor het leveren van mandarijntjes en speculoos op sinterklaas. Ik bedank beide om me de kans te geven deze thesis te doen.

Marijn Boone is bedankt voor het geomateriaal waarvan ik de scandata mocht gebruiken.

Tenslotte bedank ik alle vrienden en kennissen die interesse toonden in wat ik deed, die bereid waren de hele uitleg aan te horen, zelfs al bleek bij sommigen een week of een maand later dat ze niet meer onthouden hadden dan: "Ah ja, uw thesis was iets medisch, zeker?".

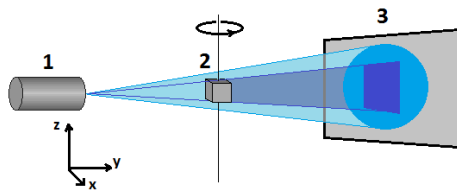
Hoofdstuk 1

Wat is Computed Tomography?

Bij CT-scans (“computed tomography”) neemt men röntgenfoto’s van een te onderzoeken object, en dit in verschillende richtingen. Met een computer is het dan mogelijk om uit deze beelden een 3D-voorstelling te reconstrueren. Hiermee kan men het binnenste van een object bekijken zonder het te moeten opensnijden.

CT-scans zijn het bekendst omwille van hun medische toepassingen. Het is echter ook mogelijk om andere zaken te scannen dan levende wezens. Bij de vakgroep Stralingsfysica (UGent) scant men kleine voorwerpen, met een typische grootte van enkele millimeters of centimeters. Dit heet micro computed tomography of μ CT, omdat de resolutie tussen de 100 en 1 μ m of beter ligt. Deze vakgroep is deel van het samenwerkingsverband UGCT.

1.1 De CT-opstelling



Figuur 1.1: Links een schematische voorstelling van een CT-opstelling, rechts een foto van HECTOR [3], de ‘hoge energie CT-scanner, geoptimaliseerd voor onderzoek’ van UGCT. Te zien zijn de X-stralenbuis (1), de rotatiemotor waarop het te bestuderen voorwerp wordt geplaatst (2) en de detector(3).

Er zijn drie belangrijke onderdelen aan een typische opstelling: een X-stralenbuis, een detector en het voorwerp onder studie [2], [4], [5], [6]. Deze zijn allemaal te zien in figuur 1.1. De buis is de bron van X-stralen. Deze stralen gaan door het voorwerp en bereiken uiteindelijk de detector, die de resulterende intensiteit meet.

De detector is een rooster van allemaal kleine detectoren of pixels. Elke pixel meet de intensiteit op zijn specifieke plaats. De X-stralen deponeren energie in de scintillator van de detector. Dit wordt vervolgens als zichtbaar licht uitgestuurd. Dit licht creëert elektron-gatparen in een pindiode, wat uiteindelijk gemeten kan worden. Uiteindelijk krijgt men dus een rooster van intensiteitsmetingen: een 2D röntgenfoto. Na het nemen van deze röntgenfoto, wordt er een kleine rotatie uitgevoerd. Hierna kan op dezelfde manier een scan worden genomen in de nieuwe richting. Door dit telkens te herhalen krijgt men scans uit veel verschillende richtingen. Naast de buis, de detector en het voorwerp, zijn er dus ook actuatoren nodig om deze beweging uit te voeren.

De rotatie kan op twee manieren gebeuren: ofwel bewegen de X-stralenbuis en de detector tegelijkertijd rond het voorwerp, ofwel roteert het voorwerp zelf. Het eerste heeft als voordeel dat het voorwerp extern verbonden kan worden. Een draad die bijvoorbeeld aan het voorwerp hangt, wordt niet verstoord. Als het voorwerp daarentegen roteert, wordt deze draad gedurende de scan rond het staal gewikkeld. Uiteindelijk is de lengte ervan uitgeput en wordt hetgeen dat met de draad verbonden werd meegetrokken of wordt de draad losgetrokken. Dit geldt niet alleen voor wat via draden met het voorwerp verbonden is. Andere zaken zouden ook meegetrokken worden, of, indien ze te zwaar zijn, de rotatie verhinderen. Een voorwerp kan bijvoorbeeld verbonden zijn met koeling. In een medische CT-scan worden buis en detector bewogen zodat de patiënt kan blijven stilliggen. Het is niet evident om een levend persoon aan de gebruikte snelheden, die typisch zeer hoog zijn, rond te draaien. Anderzijds, als het voorwerp geroteerd wordt, geldt hetzelfde voor buis en detector: ze kunnen bijvoorbeeld makelijker met elektriciteit verbonden worden.

In μ CT wordt er meestal voor gekozen het voorwerp te roteren. De magnificatie kan dan aangepast worden door het voorwerp dichter of verder van de X-stralenbron te plaatsen. Indien de detector en buis de beweeglijke onderdelen zijn, is dit moeilijker aangezien er dan twee componenten bewogen dienen te worden om hetzelfde effect te bereiken.

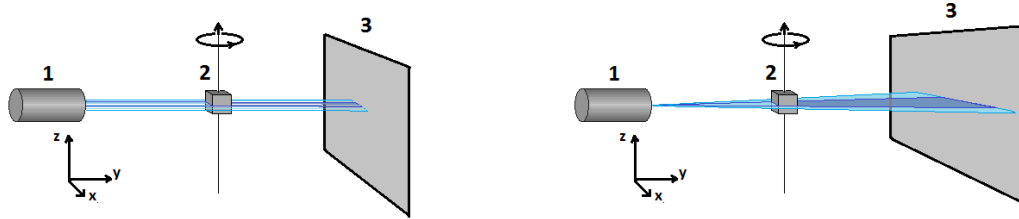
Er is een assenstelsel nodig om de positie van alles te definiëren. Hiervoor wordt een orthonormaal assenstelsel gebruikt, aangeduid in figuur 1.1. De oorsprong ligt op de focale spot van de X-stralenbuis. De z-as ligt evenwijdig aan de rotatieas. De y-as wordt bepaald door de loodrechte projectie van de X-stralenbron op de rotatieas. De x-as wordt zo gekozen dat het resultaat xyz een rechtshandig orthonormaal assenstelsel is.

Een tweede mogelijk assenstelsel is het stelsel $x'y'z'$, dat meebeweegt met het voorwerp. De oorsprong hiervan ligt in de loodrechte projectie van de X-stralenbron op de rotatieas. Aan het begin van de rotatie zijn de drie assen evenwijdig aan hun tegenhangers uit het xyz-assenstelsel.

Door het rotatiepatroon of de soort X-stralenbundel te variëren, kan men verschillende scangeometrieën kiezen. Een X-stralenbundel kan in een vlak liggen of een meer driedimensionaal karakter hebben. Als er voor een vlak gekozen is, wordt er telkens 1 rij pixels aan de detector uitgelezen. Er wordt dan voor verschillende richtingen zo'n 1D-meting uitgevoerd, waarmee dan één doorsnede van het volume gereconstrueerd kan worden. Daarna volgt een kleine translatie over de richting loodrecht op het X-stralenvlak (typisch de z-richting) om de volgende doorsnede op te meten.

Bij een 3D X-stralenbundel is zo'n translatie in principe niet nodig, aangezien de de-

tector in 2 dimensies kan uitgelezen worden. Ze kan wel nog steeds geïmplementeerd worden, bijvoorbeeld om langgerekte stalen te onderzoeken.



Figuur 1.2: Twee tweedimensionale X-stralenbundels. Links staat de parallelle bundel, rechts de fanbeam. Bij de parallelle bundel is de X-stralenbundel 1 rechte. Hier komt een translatie in de x-richting bij, zodat de bundel bestaat uit een reeks parallelle X-stralen. Op de figuur zijn meerdere momenten van de scan weergegeven. Op één moment is er telkens slechts één X-straal.

Een voorbeeld van een 2D X-stralenbundel is een parallelle bundel, links in figuur 1.2. De X-stralenbundel is een zogenaamde pencil beam, een rechte die één pixel op de detector bereikt. Door een translatie over de x-richting projecteert men over een vlak. Een fanbeam, rechts in figuur 1.2, is dan weer een 2D-driehoek, met een punt aan de X-stralenbuis en vandaar breder wordend. De bundel die in deze thesis gebruikt wordt is driedimensionaal: een conebeam. Dit is de X-stralenbundel zoals voorgesteld in figuur 1.1. Ze heeft de vorm van een kegel: de X-stralenbron straalt in alle richtingen, maar slechts het gedeelte dat de detector bereikt wordt gemeten. Wat de rotatiepatronen betreft zijn er twee die bij cone-beamscans gebruikt worden. In deze thesis wordt gewerkt met een gewone cone-beamgeometrie: het voorwerp of het geheel buis-detector wordt in een cirkel rondgedraaid rond een vaste as. Deze as ligt volgens de z-richting en gaat door het voorwerp. De andere mogelijkheid is helical-conebeam-CT. In dat geval wordt er nog een translatie over de z-as bijgevoegd. De rotatie en translatie samen maken van de beweging een spiraal. Afhankelijk van de snelheid van rotatie en van translatie zullen de ‘windingen’ van de spiraal dichter of verder uit elkaar liggen. Een snellere translatie haalt ze verder uit elkaar, een snellere rotatie duwt ze juist dichter tegen elkaar. De z-translatie kan zowel door het voorwerp als door de combinatie detector-X-stralenbron uitgevoerd worden, onafhankelijk van welke de rotatie uitvoerde. Meestal wordt er voor het voorwerp gekozen. Een helische geometrie kan handig zijn om bijvoorbeeld langwerpige voorwerpen te bekijken.

De hele opstelling wordt aan het UGCT in een dikke betonnen bunker geplaatst om de omgeving te beschermen tegen de gebruikte X-stralen. Men zou ook een andere manier kunnen kiezen om deze bescherming te verzekeren. Bij veel CT-opstellingen wordt er gekozen voor een loden bekisting.

HECTOR, de ‘high energy CT-scanner optimised for research’ [3], is een van de CT-scanners van de vakgroep Stralingsfysica. Een foto hiervan is te zien in figuur 1.1. De houder voor het onderzoeksvoorwerp (2) hangt aan een gemotoriseerde arm waarmee translatiebewegingen in de z- en de y-richting kunnen uitgevoerd worden en vormt op zich een rotatieplatform. Er kunnen stalen tot 80 kg op bevestigd worden. De detector (3) kan ook bewogen worden, in zowel x-, y- als z-richting. Naast de

X-stralenbron (1), de rotatiemotor (2) en de detector (3), zijn er op de achtergrond ook witte blokken te zien. Dit is de muur van de betonnen bunker die als afscherming dient. Ook staat er op de voorgrond een computerscherm. De computer zelf (inclusief een tweede scherm) staat buiten de bunker, zodat de opstelling bediend kan worden terwijl deze aan staat. Een computer is een nodig onderdeel van een CT-opstelling. De detector stuurt de gemeten data door, waarna een programma op de computer hieruit een 3D-beeld reconstrueert. Het reconstructieproces wordt beschreven in paragraaf 1.3.

1.2 Interactie van X-stralen met materie

Wanneer de X-stralen doorheen het onderzoeksobject bewegen, interageren ze met de atomen [2], [4], [5], [7]. Elk stukje materiaal in het object heeft een bepaalde kans om met een passerend foton te reageren. Op die manier vermindert de fotonenflux. Deze kans, q , kan gelinkt worden aan de attenuatiecoëfficiënt μ . Het is een eigenschap van het materiaal en hangt af van een aantal factoren: de dichtheid, het atoomnummer (of de chemische samenstelling) en de energie van het foton. Ook van belang voor q is de dikte: de weglengte die het foton aflegt doorheen het materiaal.

De intensiteit van een monochromatische X-stralenbundel die een uniform materiaal van dikte d doorkruist, kan als volgt beschreven worden:

$$I = I_0 q = I_0 e^{-\mu d} \quad (1.1)$$

met μ de attenuatiecoëfficiënt van het materiaal en I_0 de oorspronkelijke intensiteit van de bundel, die op het voorwerp inviel.

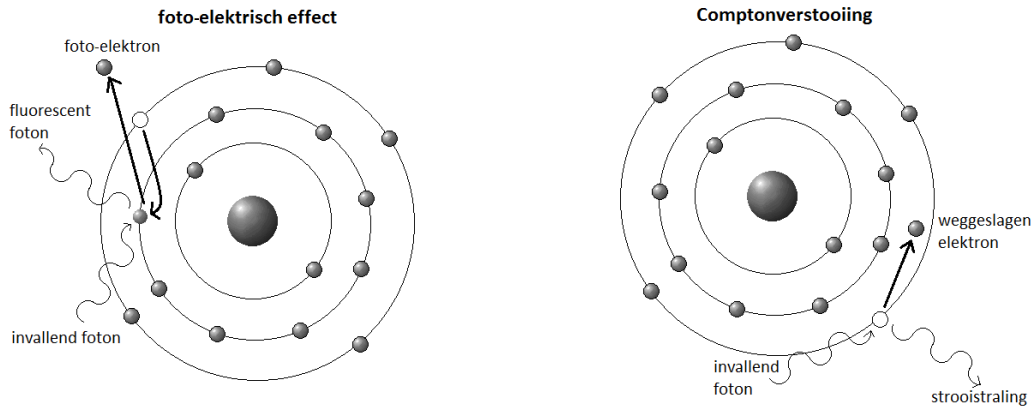
Vergelijking 1.1 geldt als er één materiaal met één dichtheid aanwezig is. In een gescand object zal er typisch meer dan één materiaal of meer dan één dichtheid aanwezig zijn, dus verschillende attenuatiecoëfficiënten. Een X-stralenbundel zal dan beïnvloed worden door deze combinatie van attenuatiecoëfficiënten. Welke combinatie precies hangt af van het pad dat de X-straal volgt en welke μ 's onderweg zijn gepasseerd. Wiskundig wordt dit een lijnintegraal langsheen dat pad. De intensiteit van de X-stralenbundel wordt dan beschreven door de wet van Lambert-Beer:

$$I = I_0 \cdot \exp\left(-\int_{\mathcal{L}} \mu(s) ds\right) = I_0 \cdot \exp\left(-\int_{\mathcal{L}} \frac{\mu(s)}{\rho(s)} \rho(s) ds\right) \quad (1.2)$$

Hierbij wordt geïntegreerd over het pad \mathcal{L} dat de X-stralen gevolgd hebben.

Soms wil men attenuatiecoëfficiënten gebruiken die onafhankelijk zijn van de dichtheid ρ van het materiaal, de massa-attenuatiecoëfficiënten $\mu_\rho(s) = \frac{\mu(s)}{\rho(s)}$. Dan kan de tweede gelijkheid van vergelijking 1.2 gebruikt worden.

De interactie van X-stralen met materie kan via verschillende mechanismen gebeuren. Ten eerste is er het foto-elektrisch effect, schematisch getoond in figuur 1.3. Hierbij absorbeert een elektron het invallende foton. Dit elektron heeft dan genoeg energie om zijn elektronenschil te verlaten. Het nu vrije elektron wordt het foto-elektron genoemd. Het atoom blijft geïoniseerd achter en heeft een gat in een van zijn elektronenschillen. Dit kan opgevuld worden door een elektron uit een hogere schil. Wanneer dit gebeurt, verlaagt dit elektron in energie. Het verschil in energie tussen de oorspronkelijke hoge schil en de lage waar het elektron zich nadien bevindt, wordt uitgestuurd als een foton. Dit wordt een fluorescent foton genoemd. Fluorescente fotonen hebben een energie en dus een golflengte die zeer typisch is voor



Figuur 1.3: Twee mechanismen waarmee een X-straal met een atoom kan interageren.

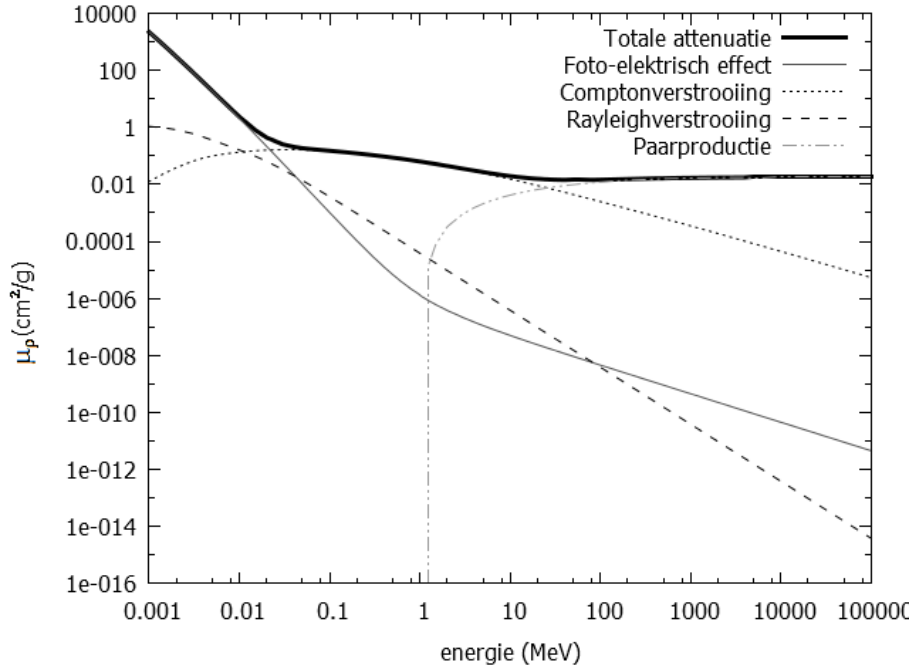
het atoom waardoor ze worden uitgestuurd, namelijk het energieverval tussen de twee betrokken schillen. Fluorescente fotonen liggen aan de basis van karakteristieke straling.

In totaal is de bundel in intensiteit verminderd: het foton dat geïnterageerd heeft is verdwenen. Het fluorescente foton neemt niet diens plaats in. Het is immers uitgestuurd in een willekeurige richting, niet evenwijdig met de richting van het oorspronkelijke, invallende foton.

Een tweede mechanisme is Comptonverstrooiing, schematisch weergegeven in figuur 1.3. Het invallende foton slaat een elektron uit zijn baan. Hierdoor wordt het foton verstrooid (gaat het verder in een andere richting) en krijgt het een lagere energie. Hoewel het foton nog steeds bestaat, zorgt ook Comptonverstrooiing voor een verlaging in intensiteit. Het foton is immers verstrooid en zal dus niet langer de detectorpixel bereiken waarnaar de X-straal op weg was. Een nadeel is dat het foton wel nog steeds een andere pixel kan bereiken. Zo draagt het bij tot een verkeerde intensiteitsmeting. Strooistraling is dus een ongewenst effect. Het kan niet volledig geëlimineerd worden, maar met bijvoorbeeld collimatoren kan de bijdrage van strooistraling wel verminderd worden. In een labo-opstelling zoals in deze thesis gebruikt werd, zijn er geen collimatoren aanwezig. Strooistraling zorgt dan voor een min of meer uniforme 'offset': het hele beeld krijgt een hogere grijswaarde. Kwantitatief kan dit problemen opleveren, maar wat meestal interessant is, is het verschil en de grenzen tussen verschillende materialen en dichtheden. Deze worden niet beïnvloed. De bijdrage van strooistraling aan de gemeten intensiteit neemt af wanneer de afstand object-detector toeneemt. De sterkte van dit effect hangt af van het materiaal waaruit het voorwerp bestaat [4].

Ten derde is er nog Rayleighverstrooiing, waarbij een foton verstrooid wordt aan een hele elektronenwolk in plaats van aan een enkel elektron. De richtingsverandering van het foton bij Rayleighverstrooiing is over het algemeen een kleine hoek, terwijl dit bij Comptonverstrooiing veel uniformer over alle richtingen verdeeld is, met juist een kleinere kans om in dezelfde richting voort te gaan [8]. Bij paarvorming tenslotte verdwijnt het foton in het elektromagnetisch veld van een atoomkern en vormt het een elektron-positronpaar.

Het foto-elektrisch effect en Comptonverstrooiing zijn de twee belangrijkste mecha-



Figuur 1.4: De massa-attenuatiecoëfficiënt μ_ρ van koolstof in functie van de energie. Ook geplot zijn de bijdragen van verschillende interactieprocessen. Geplot met data uit [9].

nismen die bijdragen tot de attenuatiecoëfficiënt bij energieën die gebruikt worden in μ CT (50 à 300 keV [6]). Dit wordt getoond in figuur 1.4. Rayleighverstrooiing heeft in vergelijking met deze twee een verwaarloosbare bijdrage aan μ . Dit is ook op figuur 1.4, er rekening mee houdend dat er met een logschaal is gewerkt. Paarvorming komt slechts voor bij hoge energieën (minstens de massa van een elektron-positronpaar $\approx 1\text{MeV}$) en kan genegeerd worden.

Zowel het foto-elektrisch effect als Comptonverstrooiing hangen af van de dichtheid aan elektronen. Deze kan op twee manieren veranderen: wanneer de dichtheid van het materiaal verandert, of wanneer de Z -waarde (aantal elektronen rond een atoom) verandert. Het is precies deze afhankelijkheid van materiaal en dichtheid die toelaat om uit CT-scans informatie over de verdeling van materialen in een object te halen. Hoe dit precies gebeurt wordt beschreven in paragraaf 1.3.

Alle mechanismen hangen af van de energie van het invallende foton. Daarom hangt de uiteindelijke attenuatiecoëfficiënt, die de som is van alle interactie-effecten, ook af van deze energie. Wanneer de X-stralenbundel die de buis verlaat niet monochromatisch is, moet hier in principe rekening mee gehouden worden. Als het intensiteitspectrum van de X-stralenbuis gegeven wordt door $\sigma(E)$, dan was de eerder genoemde I_0 dus $I_0 = \int_0^\infty \sigma(E)dE$. De wet van Lambert-Beer (vergelijking 1.2) wordt:

$$I = \int_0^\infty \sigma(E) \exp\left(-\int_{\mathcal{L}} \mu(E, s)ds\right) dE \quad (1.3)$$

Veel detectoren meten enkel de intensiteit, niet de golflengte. Technisch is het voor een standaard flat-panel detector onmogelijk om de golflengte te meten. In dat geval kan men geen spectrum $\sigma(E)$ opmeten. Soms is een golflengtemeting wel een

optie, zoals bij de SLcam [10], een van de detectoren aan het UGCT. Ook dan wordt het polychromatische karakter van de bundel vaak genegeerd. Het is immers veel moeilijker om een 3D-object te reconstrueren dat bestaat uit functies $\mu(E)$, dan een dat bestaat uit getallen μ . De $\mu_{effectief}$'s die dan gereconstrueerd worden zijn een soort gemiddelden, uitgemiddeld over de energiedistributie. Om de fouten die hierdoor geïntroduceerd worden (zogenaamde ‘beam hardening’-artefacten [11]) klein te houden, kan men filters plaatsen om het lage-energiegedeelte van de bundel op voorhand weg te halen. Dit zijn de energieën die wel bijdragen tot I_0 , maar bijna nooit tot I omdat lage energieën al door een dun laagje materiaal volledig geattenuëerd worden. Ook worden er post-processingtechnieken toegepast om achteraf beam-hardeningartefacten zoveel mogelijk weg te werken.

1.3 Reconstructie

Er zijn verschillende manieren om uit de bekomen projectiebeelden een 3D-beeld van het onderzochte specimen te halen. De meest gebruikte is analytische reconstructie (paragraaf 1.3.1), een meer wiskundige techniek die minder computerkracht vereist. Een andere optie is de algebraïsche of iteratieve reconstructie (paragraaf 1.3.2), die intuïtief beter te begrijpen is, maar meer rekenkracht en dus computertijd vraagt. In deze thesis zal er gebruik gemaakt worden van de iteratieve reconstructie. De Lambert-Beervergelijking (1.2) kan worden herschreven als:

$$p = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \int_{\mathcal{L}} \mu(s) ds \quad (1.4)$$

Om de projecties p te weten te komen, dienen de metingen I dus te worden genormaliseerd met I_0 . Dit gebeurt door een ‘flat field’ te nemen voor of na de eigenlijke scan: men haalt het onderzoeksvoorwerp weg en neemt op die manier een scan. Zo bekomt men de intensiteiten zonder attenuatie, I_0 .

Er is nog een tweede aspect aan de normalisatie: de ‘dark image’. Dit is een scan genomen zonder de X-stralenbuis. Het is dus de respons die de detector toch nog geeft als er geen X-stralen binnenkomen. I_{DI} is voornamelijk te wijten aan elektronische ruis. Ook kan er sprake zijn van ‘ghosting’, dit is een soort echo van een vorige meting, een residu van een ingebrande projectie. I_{DI} dient afgetrokken te worden van de andere metingen. De genormaliseerde p 's zijn dus:

$$p = -\ln\left(\frac{I - I_{DI}}{I_0 - I_{DI}}\right) \quad (1.5)$$

Om een 3D-volume computationeel voor te stellen is er een zekere mate van discretisatie nodig. Het object wordt opgedeeld in voxels. Een voxel is het 3D-equivalent van een pixel. Het makkelijkst voor te stellen is wanneer de voxels kubusjes zijn, maar andere vormen zijn ook mogelijk. Vaak wordt het object opgedeeld in parallelle doorsnedes (slices), elk een 2D-rooster van pixels. Elke pixel in zo'n doorsnede is dan een voxel.

Elke voxel heeft een waarde, zijn effectieve attenuatiecoëfficiënt μ_j of $\mu(x, y, z)$. j is de index die overeenkomt met die specifieke voxel en x, y, z zijn de coördinaten van die voxel. De bedoeling van een reconstructie is om deze μ_j 's te weten te komen. De relevante vergelijking voor CT, de Lambert-Beervergelijking 1.4, dient ook te

worden gediscretiseerd om ermee te kunnen werken. De integraal zal dus worden vervangen door een som.

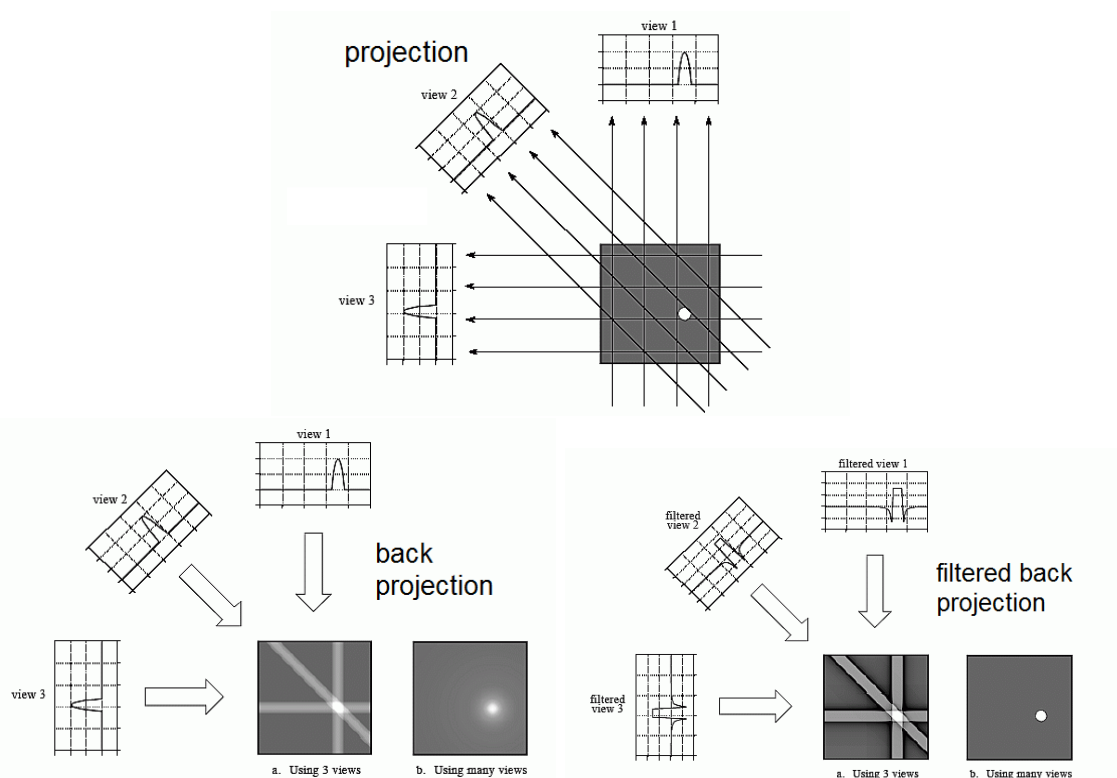
$$p_i = -\ln\left(\frac{I_i}{I_0}\right) = \sum_j \mu_j w_{ij} \quad (1.6)$$

Hierbij is i een index die over de detectorpixels en de projecties loopt en j een index die over de voxels loopt. w_{ij} is de factor die uitdrukt hoeveel voxel j bijdraagt aan een X-straal i (ds in de integraal). Dit is dus de weglengte langsheen het X-stralenpad die zich in voxel j bevindt. Voor de voxels die niet op het pad van de X-straal liggen, geldt $w_{ij} = 0$.

1.3.1 Analytische reconstructie

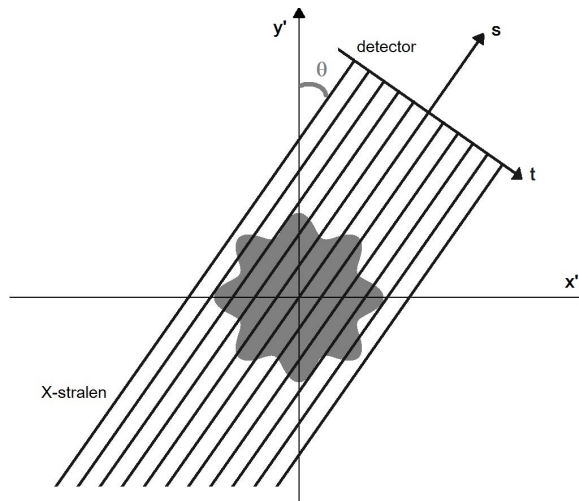
Een van de meest gebruikte analytische methodes is filtered back-projection. Deze zal hier besproken worden voor een parallelle bundel geometrie (wanneer de X-stralen evenwijdig lopen) en kan via een transformatie ook worden toegepast op fan beam (de bundel vormt een driehoek). Reconstructie voor de cone-beamgeometrie (kegel) is ingewikkelder. Hiervoor zal een algoritme worden uitgelegd ontwikkeld door Feldkamp, Davis en Kress, het FDK-algoritme.

Filtered back-projectie



Figuur 1.5: Principe van filtered back projection. In de eerste figuur wordt de projectie getoond, in de tweede de backprojectie en in de derde zijn de filters toegepast. [12]

Om filtered back-projectie analytisch af te leiden, zal er gewerkt worden met de continue versie van de Lambert-Beervergelijking. De discretisatie is pas nodig op het einde, wanneer het in de computer moet geïmplementeerd worden.



Figuur 1.6: De gebruikte coördinatenstelsels voor filtered back-projectie

De gebruikte symbolen en referentiestelsels staan weergegeven in figuur 1.6. De afleiding maakt gebruik van het Fourier slice theorema. Dit stelt dat de 2-dimensionale fouriertransformatie van het object (voorgesteld door $\mu(x, y)$) gelijk is aan de 1-dimensionale fouriertransformatie van de projecties $p(\theta, t)$, wanneer precies die lijn in de 2-dimensionale fouriertransformatie wordt genomen die overeenkomt met de hoek θ . Hierin is θ de hoek waaronder de projectie genomen is (rotatie rond de z-as, $\theta = 0$ is de positie aan het begin van de scan) en is t de detectorcoördinaat. De z-coördinaat is niet vermeld omdat een fan-beam telkens een doorsnede van het object projecteert op een lijn van de detector. Met een cirkelbeweging wordt de scan voor de volledige 360° genomen van die ene doorsnede. Eventueel kan er over een minder grote hoek gescand worden: 180° is in principe voldoende (voor een parallelle bundel). Daarna wordt er een translatie over de z-richting uitgevoerd en neemt men projecties voor een nieuwe doorsnede. Men kan dus elke doorsnede apart reconstrueren. Om dezelfde reden wordt van de detector nog slechts één coördinaat t vermeld.

Om het Fourier slice theorema te bewijzen, worden de fouriertransformaties van $\mu(x', y')$ en $p(\theta, t)$ geschreven, respectievelijk 2D en 1D. i is hierin $\sqrt{-1}$:

$$M(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x', y') e^{-i2\pi(ux' + vy')} dx' dy' \quad (1.7)$$

$$P(\theta, w) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\theta, t) e^{-i2\pi wt} dt \quad (1.8)$$

Ook is bekend uit vergelijking 1.2 (met de definitie van p in vergelijking 1.6):

$$p(\theta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t, s) ds \quad (1.9)$$

Het coördinatenstelsel (t, s) is een geroteerde versie van (x', y') :

$$\begin{aligned} t &= x' \cos \theta + y' \sin \theta \\ s &= -x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{aligned} \quad (1.10)$$

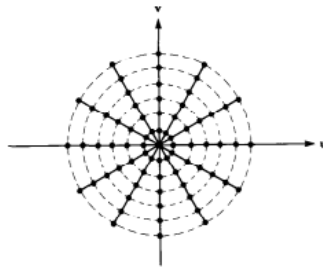
Combinatie van vergelijkingen 1.8, 1.9, 1.10 en 1.7 levert:

$$\begin{aligned} P(\theta, w) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t, s) ds e^{-i2\pi wt} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x', y') e^{-i2\pi w(x' \cos \theta + y' \sin \theta)} dt \\ &= M(w \cos \theta, w \sin \theta) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Om uit de gemeten projecties $p(\theta, t)$ het object $\mu(x', y')$ te reconstrueren, kan men dus de projecties fouriertransformeren tot $P(\theta, w) = M(u, v)$ en vervolgens op het resultaat een inverse 2D fouriertransformatie uitvoeren:

$$\mu(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv \quad (1.12)$$

In de praktijk zijn er maar een discreet aantal $p(\theta, t)$ gekend en kan men dus geen continue (inverse) fouriertransformatie uitvoeren. Hierin zit impliciet een filter evenredig met $|\rho|$ (de afstand in het frequentiedomein). Een discrete, inverse fouriertransformatie zonder deze filter levert een wazige reconstructie van het object. Dat is te zien in de linkeronderfiguur van figuur 1.5. Dat een filter nodig is, komt omdat de gemeten punten in het frequentiedomein niet uniform verdeeld zijn op een vierkant rooster (u, v) .



Figuur 1.7: De verdeling van de gemeten punten in het frequentiedomein [13].

De punten op een grotere afstand van de oorsprong zijn minder dicht, zoals te zien op figuur 1.7, dus kenmerken met een hogere frequentie (zoals randen) worden minder goed gereconstrueerd. Dit levert de wazigheid. Door de fouriertransformatie te herschrijven naar polaire coördinaten (waar de meetpunten wel uniform verdeeld zijn), wordt de $|\rho|$ -filter zichtbaar.

De polaire coördinaten (ρ, ϕ) zijn gedefinieerd volgens:

$$\begin{aligned} u &= \rho \cos \phi \\ v &= \rho \sin \phi \end{aligned} \quad (1.13)$$

Vergelijking 1.12 kan (in radialen) herschreven worden als:

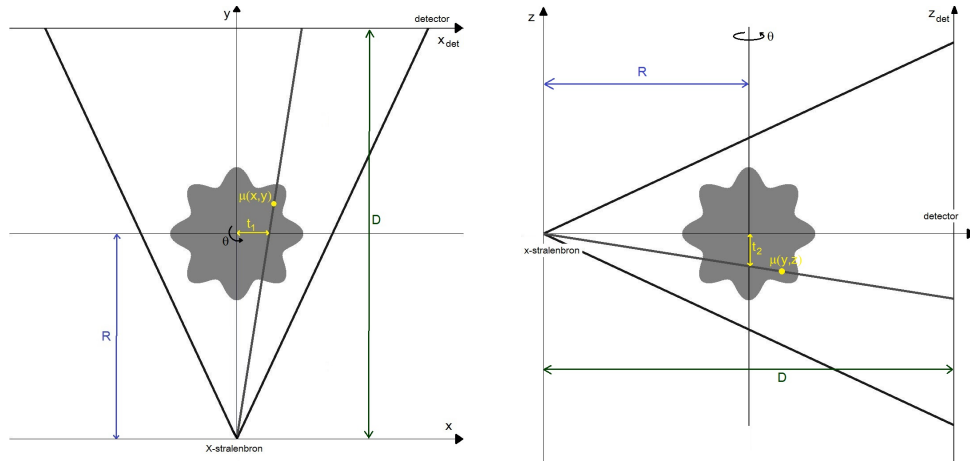
$$\mu(x', y') = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} M(\rho, \phi) |\rho| e^{i2\pi\rho(x' \cos \phi + y' \sin \phi)} d\rho d\phi \quad (1.14)$$

$M(u, v)$ moet dus, voor het terugprojecteren, nog vermenigvuldigd worden met een filter evenredig met $|\rho|$. Als dit gebeurt, verdwijnt het wazige uit de reconstructie, te zien rechtsonder in figuur 1.5.

Het volledige filtered backprojectieproces gaat als volgt: [12],[4], [13]

1. fouriertransformatie van $p(\theta, t)$
2. vermenigvuldiging met een filter $\sim |\rho|$
3. inverse 2D-fouriertransformatie

FDK-algoritme



Figuur 1.8: De gebruikte symbolen voor het FDK-algoritme, weergegeven in het xy-vlak en het yz-vlak.

Het FDK-algoritme is vernoemd naar de ontwikkelaars ervan: L.A. Feldkamp, L.C. Davis en J.W. Kress [14]. Het is een soort 3D-veralgemening van de filtered backprojectie. De formule waarmee $\mu(x, y, z)$ berekend wordt zijn de volgende vergelijkingen. Formule 1.16 is een fouriertransformatie.

$$p'(\theta, t_1, t_2) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + t_1^2 + t_2^2}} p(\theta, t_1, t_2) \quad (1.15)$$

$$\mathcal{F}(p'(\theta, t_1, t_2)) = \int_{-\infty}^{\infty} p'(\theta, t_1, t_2) e^{-i2\pi\rho\sqrt{t_1^2+t_2^2}} d(\sqrt{t_1^2 + t_2^2}) \quad (1.16)$$

$$G(\theta, \rho, x', y') = \frac{R^2}{U^2(x', y', \theta)} \mathcal{F}(p'(\theta, t_1, t_2)) |\rho| \quad (1.17)$$

$$\mu(x', y', z') = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\theta, \rho, x', y') e^{i2\pi\rho t_1} d\rho d\theta \quad (1.18)$$

De verklaring van de gebruikte symbolen staat grafisch weergegeven in figuur 1.8. Noem het bronvlak het vlak dat evenwijdig is aan het detectorvlak en de X-stralenbron bevat. Indien de rotatieas goed uitgelijnd is, evenwijdig aan het detectorvlak, dan is R de afstand van rotatieas tot bronvlak. t_1 en t_2 zijn de detectorcoördinaten van een imaginaire detector die zich op de rotatieas bevindt. Om deze om te zetten in de werkelijke detectorcoördinaten: $x_{det} = t_1 D/R$ en $z_{det} = t_2 D/R$ met D de afstand tussen bron en detector. θ is de hoek waarover het onderzoeksvoorwerp (of het geheel bron-detector) gedraaid is, dus hoe ver in de scan men zit. (x', y', z') is een coördinatenstelsel dat begint als het coördinatenstelsel (x, y, z) , zoals gedefinieerd in paragraaf 1.1, en vervolgens meedraait met het onderzoeksvoorwerp (of bron-detector indien deze draaien) volgens de hoek θ rond de rotatieas. U is de afstand tussen de bron en de loodrechte projectie van het punt $(x', y', 0)$ op de y -as.

$$U(x', y', \theta) = R - x' \sin \theta + y' \cos \theta \quad (1.19)$$

$$t_1 = R \frac{x' \cos \theta + y' \sin \theta}{R - x' \sin \theta + y' \cos \theta} \quad (1.20)$$

$$t_2 = z' \frac{R}{R - x' \sin \theta + y' \cos \theta} \quad (1.21)$$

De U^2 in de noemer is een factor die verschijnt bij het overgaan van parallelle X-stralen naar divergerende. De factor $R/\sqrt{R^2 + t_1^2 + t_2^2}$ kan geometrisch geïnterpreteerd worden als de cosinus van de hoek tussen de straal richting (x', y', z') en de straal richting $(0, 0, R)$ (alle X-stralen vertrekken vanaf de X-stralenbuis $(0, 0, 0)$).

Het grootste verschil met de filtered back-projectie is de factor $R/\sqrt{R^2 + t_1^2 + t_2^2}$ waarmee de projecties vermenigvuldigd worden voor de fouriertransformatie.

Het FDK-algoritme is alleen voor de centrale slice exact. Voor de rest van de reconstructie is het een benadering, die verder van de exacte oplossing afwijkt naarmate $|z|$ toeneemt. [14], [13], [15],[5]

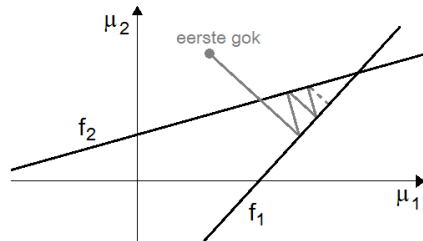
Het FDK-algoritme heeft een aantal stappen, die kunnen afgeleid worden uit formules 1.15, 1.16, 1.17 en 1.18:

1. vermenigvuldig de projecties met factor $R/\sqrt{R^2 + t_1^2 + t_2^2}$
2. fouriertransformeer het resultaat
3. vermenigvuldig met een filter $\sim |\rho|$
4. deel door een factor U^2
5. inverse 2D-fouriertransformatie

1.3.2 Iteratieve reconstructie

Men deelt het reconstructievolume op in een rooster van N voxels, elk met een index j en een waarde μ_j . Er zijn M projectiewaarden p_i gemeten. p_i is gedefinieerd in vergelijking 1.5. M is gelijk aan het aantal genomen projecties maal het aantal pixels van de detector. Met deze p_i 's als invoer, moeten de attenuatiecoëfficiënten μ_j gevonden worden. Dit kan in principe via vergelijking 1.6, aangezien p_i gekend zijn en w_{ij} berekend kunnen worden. In de praktijk is zo'n groot stelsel van vergelijkingen echter moeilijk te inverteren. Als N kleiner is dan het aantal j 's, is het stelsel

ondergedetermineerd en bestaat er geen unieke oplossing. Het kan ook overgedetermineerd zijn en bovendien is er ruis aanwezig, waardoor er misschien helemaal geen unieke oplossing meer is. De iteratieve reconstructiemethode is gebaseerd op de Kaczmarzmethode.



Figuur 1.9: De Kaczmarzmethode in 2 dimensies, met $f_1: p_1 = w_{11}\mu_1 + w_{12}\mu_2$ en $f_2: p_2 = w_{21}\mu_1 + w_{22}\mu_2$

De Kaczmarzmethode [16] is een manier om een lineair stelsel op te lossen. Het geeft een oplossing van het kleinste kwadratenprobleem. Ze staat grafisch weergegeven voor 2 dimensies in figuur 1.9. Voor elke i kan men vergelijking 1.6 zien als de vergelijking van een hypervlak in de N -dimensionale ruimte bepaald door $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$. De oplossing van dit stelsel vergelijkingen is dan het punt waar al deze hypervlakken elkaar snijden. Indien dit punt niet bestaat door ruis, kan men het op z 'n best benaderen.

De vergelijkingen kunnen in vectorvorm worden voorgesteld. Voor elke i geldt dan:

$$p_i = \vec{w}_i \cdot \vec{\mu} \quad (1.22)$$

$$\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iN}) \quad (1.23)$$

$$\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) \quad (1.24)$$

Men begint met een gok $(\mu_1^0, \mu_2^0, \dots, \mu_N^0)$ en projecteert dit loodrecht op het eerste gekozen hypervlak i . Wiskundig is dit:

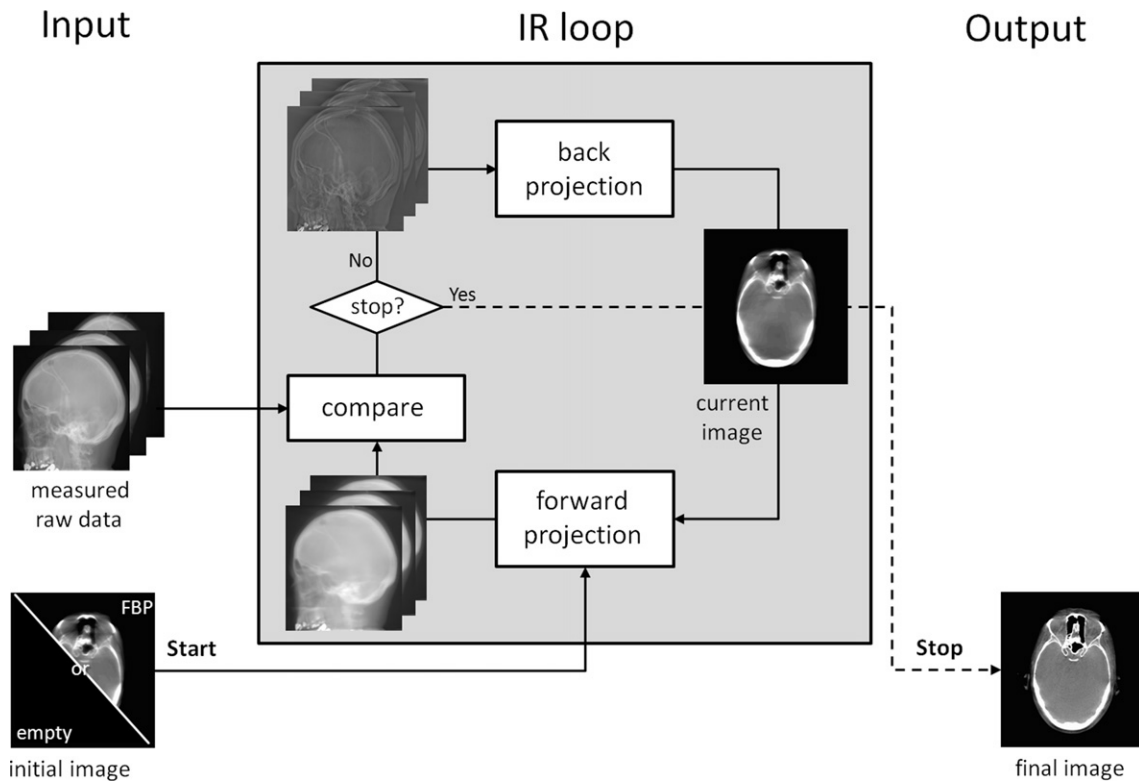
$$\vec{\mu}^k = \vec{\mu}^{k-1} + \frac{p_i - \vec{\mu}^{k-1} \cdot \vec{w}_i}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i} \vec{w}_i \quad (1.25)$$

Deze vergelijking kan meetkundig afgeleid worden. Dit is bijvoorbeeld gedaan in [13]. In de eerste stap is k 1. Men projecteert deze gok op een volgend hypervlak i en verhoogt k met 1. Door zo verder en verder te projecteren, zal $\vec{\mu}^k$ uiteindelijk convergeren naar het gezochte snijpunt. Deze convergentie gaat sneller naarmate opeenvolgende hypervlakken een grotere onderlinge hoek vertonen.

De iteratieve reconstructiemethode is schematisch weergegeven in figuur 1.10 [2], [5], [1], [13]. De μ_j 's zijn aan het begin van het algoritme nog niet gekend. Meestal wordt aan de start van het programma $\mu_j = 0$ ingesteld voor elke j .

Nu heeft men dus een initieel volume, een rooster van nullen, waarmee het programma begonnen kan worden. Er wordt een projectierichting i gekozen. In deze richting wordt de projectie van een X-straal gesimuleerd volgens de wet van Lambert-Beer. Men berekent dus vergelijking 1.6 met $\mu_j = 0$. Het resultaat wordt q_i genoemd, aangezien de naam p_i al voorbehouden was voor de gemeten projecties.

$$q_i = \sum_j \mu_j w_{ij} \quad (1.26)$$



Figuur 1.10: Schematische weergave van de werking van iteratieve reconstructie [1]

Het berekenen van deze q_i is de voorwaartse projectie. Deze wordt vergeleken met de gemeten projectie p_i . Dat is de correctieberekening. Het verschil tussen beide wordt teruggeprojecteerd. Dat wil zeggen dat de μ_j aangepast worden met dat verschil, en er wordt rekening gehouden met het gewicht dat ze bijdroegen aan de X-straal, w_{ij} :

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \frac{p_i - q_i}{\sum_m w_{im}^2} w_{ij} \quad (1.27)$$

Dit wordt uitgevoerd voor alle j . De voxels die niet op het pad van de i 'de X-straal lagen, hebben $w_{ij} = 0$ en worden dus niet aangepast. De attenuatiecoëfficiënten hebben nu ook een bovenindex gekregen. Deze index geeft aan over de hoeveelste iteratiestap het gaat.

Na het terugprojecteren van deze eerste i kiest men een tweede projectie, bijvoorbeeld $i' = i + 1$. Het hele proces van voorwaarts projecteren, vergelijken en terugprojecteren wordt herhaald. Na deze i' kan men een derde projectie kiezen, en vervolgens een vierde,... Dit gaat door tot alle M projectiewaarden teruggeprojecteerd zijn. Op dat moment heeft men een voxelrooster met waarden μ_j^M .

Dit volume hoeft niet het uiteindelijke resultaat te zijn. Het is mogelijk om een tweede iteratie uit te voeren: nogmaals alle projecties overlopen en terugprojecteren. Het aantal iteraties is in theorie onbeperkt.

Het reconstructiealgoritme gaat verder met itereren tot er een bepaald criterium voldaan is. Zo'n criterium kan simpelweg een vast aantal iteraties behelzen, maar kan bijvoorbeeld ook eisen dat elke correctiefactor ($|p_i - q_i|$) kleiner is dan een bepaalde waarde. Men moet oppassen met het te klein kiezen van zo'n convergentiecriterium:

ruis kan ervoor zorgen dat de oplossing μ_j^k na een aantal iteraties begint te divergeren van de juiste waarde, in plaats van er dichter naartoe te gaan. In dat geval zal men het convergentiecriterium nooit bereiken en zit het programma vast in een oneindige lus.

De uiteindelijke μ_j^k 's zouden dan een goede representatie van het ingescande object moeten vormen. De convergentie kan versneld worden door de volgorde waarop door de i 's wordt gegaan goed te kiezen. Voor een snelle convergentie wil men dat de hypervlakken van opeenvolgende i 's (bijna) loodrecht op elkaar staan. Simpelweg de projecties op de volgorde waarop ze genomen zijn aflopen, is geen goed idee omdat projecties die zijn opgenomen uit bijna dezelfde richting niet veel zullen verschillen en dus hypervlakken zullen vormen met een kleine onderlinge hoek. Er zijn optimalisatiealgoritmes die de beste volgorde kunnen uitkiezen. Voor veel projecties kan men ook een willekeurige volgorde nemen. Dit zal al een hele verbetering opleveren ten opzichte van alles op de naïeve volgorde aflopen.

De w_{ij} 's zijn de factoren die bepalen hoeveel elke voxel j bijdraagt aan de i 'de lijn-integraal. Een X-straal doorkruist maar een klein gedeelte van de voxels (1 lijn binnen een 3D-volume, niet noodzakelijk evenwijdig aan een van de assen). Daarom zal het grootste deel van de w_{ij} 's 0 zijn. De $w_{ij} > 0$ kunnen in principe elke waarde aannemen. Er moet dus een manier gevonden worden om ze te berekenen.

Bij de computationele implementatie van de iteratieve reconstructie levert het berekenen van de w_{ij} 's problemen op, omdat er zo'n groot aantal van is. i slaat op de projectie en j op de voxel. Stel dat men met een detector van 128 pixels werkt en men neemt 128 projecties, dan varieert de index i al over $128 \cdot 128$ waarden. Als het volume, dat 3D is, opgedeeld wordt in 128^3 voxels (index j), dan zijn er dus van de orde 10^{10} w_{ij} 's te berekenen en op te slaan, een gigantische hoeveelheid. Daarom zijn er voor de praktische implementatie enkele benaderingen in gebruik. Een opsomming is te vinden in [5].

In deze thesis worden de w_{ij} 's op een verschillende manier benaderd bij de voorwaartse projectie (vergelijking 1.26) en de terugprojectie (vergelijking 1.27). Bij de voorwaartse projectie is de benadering pixel-based of ray-based. Er worden langs de X-straal equidistante stappen genomen. Op elk punt dat zo bezocht wordt, wordt μ_j verkregen door lineair te interpoleren over de naburige voxels. Dit vermenigvuldigt men dan met de lengte van de stappen. Figuur 1.11 verduidelijkt dit principe in twee dimensies.

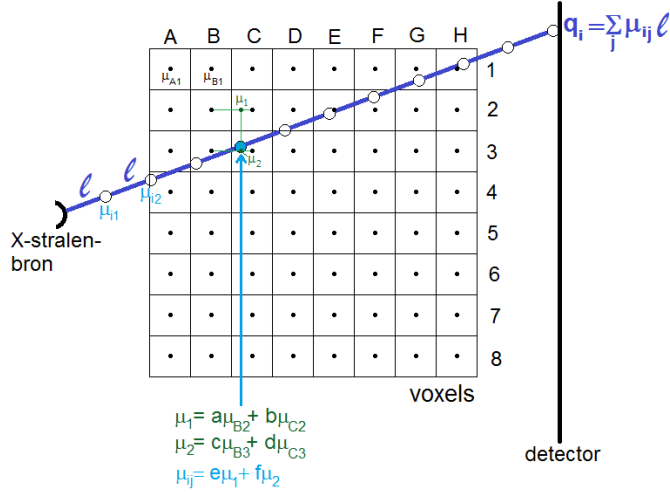
De vergelijkingen die bij deze figuur horen zijn voluit, waarbij met (x, y) de posities van de punten aangegeven worden:

$$\mu_1 = a\mu_{B2} + b\mu_{C2} = \frac{x_{C2} - x_1}{x_{C2} - x_{B2}}\mu_{B2} + \frac{x_1 - x_{B2}}{x_{C2} - x_{B2}}\mu_{C2} \quad (1.28)$$

$$\mu_2 = c\mu_{B3} + d\mu_{C3} = \frac{x_{C3} - x_2}{x_{C3} - x_{B3}}\mu_{B3} + \frac{x_2 - x_{B3}}{x_{C3} - x_{B3}}\mu_{C3} \quad (1.29)$$

$$\mu_{ij} = e\mu_1 + f\mu_2 = \frac{y_2 - y_{ij}}{y_2 - y_1}\mu_1 + \frac{y_{ij} - y_1}{y_2 - y_1}\mu_2 \quad (1.30)$$

Bij de terugprojectie is de benadering voxel-based. Er zijn maar twee mogelijke $w_{ij}/\sum_m w_{im}^2$: 0 voor de voxels die niets bijdragen, $1/L_i$ voor de rest, met L_i de totale X-straal lengte. Deze benadering veronderstelt dat elke w_{ij} ongeveer even



Figuur 1.11: De berekening van q_i . De factoren a , b , c , d , e en f zijn de factoren van lineaire interpolatie en hangen af van de afstand van de punten 1, 2 en ij tot de voxelmiddelpunten $B2$, $C2$, $B3$ en $C3$.

groot is, gelijk aan de voxelgrootte v . Dan wordt formule 1.27:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \frac{p_i - q_i}{v \sum_m w_{im}} v \quad (1.31)$$

$$= \mu_j^{k-1} + \frac{p_i - q_i}{L_i} \quad (1.32)$$

$$L_i = \sum_m w_{im} \quad (1.33)$$

In een voxel-based terugprojectie wordt de updatestep:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \frac{p_i - q_i}{L_i} \quad \text{als } j \in \mathcal{L} \quad (1.34)$$

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} \quad \text{als } j \notin \mathcal{L} \quad (1.35)$$

met \mathcal{L} het pad dat de X-straal gevolgd heeft.

In de uiteindelijke reconstructie zal ruis aanwezig zijn. Er zijn twee manieren om deze ruis te verminderen. Ten eerste kan men een relaxatiefactor α gebruiken. Dit is een getal tussen 0 en 1 dat bepaalt hoe sterk er teruggeprojecteerd wordt. Met een relaxatiefactor is de updatestep:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \alpha \frac{p_i - q_i}{\sum_m w_{im}^2} w_{ij} \quad (1.36)$$

Een relaxatiefactor verbetert de reconstructiekwaliteit, maar zorgt meestal ook voor een tragere convergentie.

Een tweede maatregel tegen ruis is wachten met de updatestep. Men berekent de correctiefactor en in plaats van vergelijking 1.36 uit te voeren, berekent men de volgende correctiefactor. Pas na een aantal van deze correcties opgeteld te hebben, wordt er geüpdatet. Het verschil met meteen updaten ligt in het feit dat de tweede,

derde,... correctiefactor berekend is met μ^{k-1} in plaats met de versie van μ waar de eerste correctiefactor al bij opgeteld was. De updatestep wordt dan:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \alpha \sum_{i \in S} \left(\frac{p_i - q_i}{\sum_m w_{im}^2} w_{ij} \right) \quad (1.37)$$

met S de set van i 's waarover men correctiefactoren berekent vooraleer te updaten. Dit herleidt zich tot vergelijking 1.36 wanneer elke set maar één projectie bevat. Naargelang de grootte van de updateset, spreekt men van een andere reconstructie:

- **ART (Algebraic reconstruction techniques)**: Dit is de iteratieve reconstructietechniek zonder sets, of dus met sets van één projectiepixel groot.
- **SART (Simultaneous algebraic reconstruction technique)**: Er wordt geüpdatet na de stralen in één projectie te overlopen, of dus alle pixels van de detector bij één oriëntatie van de opstelling.
- **SIRT (Simultaneous iterative reconstruction technique)**: De voxels worden pas geüpdatet nadat de correctiefactor voor alle projecties berekend is, voor alle richtingen.

De omvattende naam voor SART, SIRT en elke andere keuze van sets die hiertussen ligt, is ordered subsets. Hoe meer waarden overlopen worden voor een update, hoe trager de convergentie en hoe minder last men heeft van ruis.[2], [5]

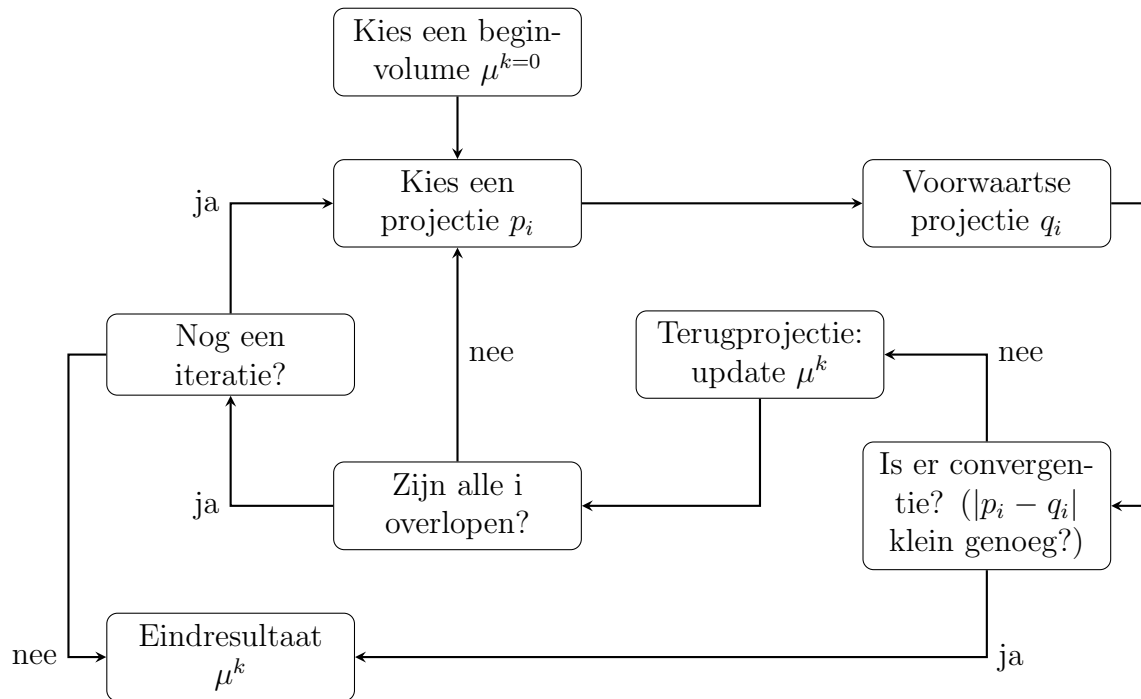
Ten opzichte van analytische reconstructie kost iteratieve reconstructie meer berekeningstijd. Hier valt gedeeltelijk een mouw aan te passen door de software te laten steunen op parallel programmeren op een GPU ('graphical processing unit') [2].

Een voordeel van iteratieve reconstructie is dat het toelaat om fysische effecten te modelleren en er zo in de reconstructie rekening mee te houden. Een voorbeeld van zo'n effect is beam hardening. Dit is het effect van een polychromatische X-stralenbundel. Deze effecten worden dan in de voorwaartse projectiestap gesimuleerd.

Het is ook mogelijk om a priori informatie die over het object bekend is in het algoritme te steken. Een manier om dit te doen is door middel van een initieel volume. In plaats van $\mu_j^0 = 0$ te stellen, gebruikt men als beginwaarden voor μ een volume dat gekend is en al redelijk op de uiteindelijke oplossing lijkt.

In figuur 1.10 wordt dit bij 'start' weergegeven. Hier suggereert men om als initieel volume een filtered back-projectie van het voorwerp te nemen. Men reconstrueert uit de projecties dus eerst op een analytische manier een volume en gebruikt dit vervolgens als startpunt voor een iteratieve reconstructie om het nog te verbeteren. Dit is niet de enige mogelijke initiële oplossing. Ook een eerdere scan van hetzelfde voorwerp is mogelijk. Deze kan dan op een analytische of algebraïsche manier gereconstrueerd zijn. Dit kan handig zijn wanneer het voorwerp in de tussentijd veranderd is, bijvoorbeeld wanneer er een dynamisch proces aan de gang is.

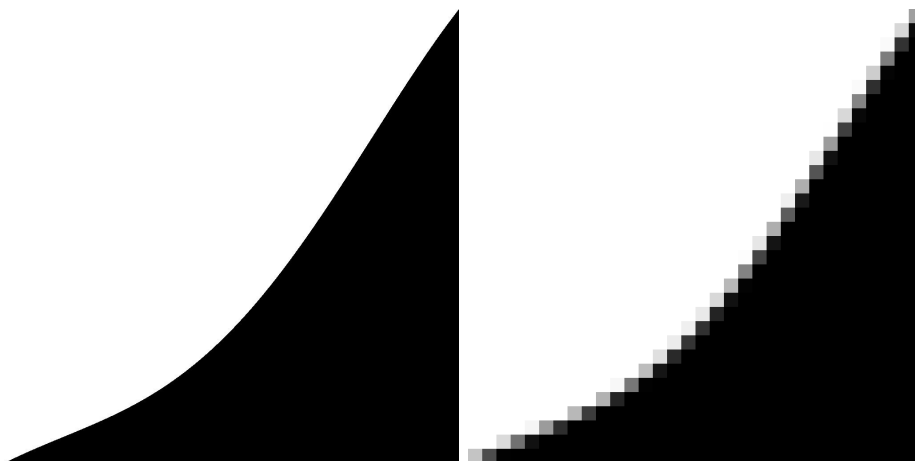
Samenvattend gaat de iteratieve reconstructie als in de volgende flowchart.



1.4 Artefacten

Artefacten in het beeld zijn ongewenste effecten, waardoor de reconstructie het te onderzoeken object niet helemaal correct weergeeft. Deze kunnen verschillende oorzaken hebben. Hieronder worden een paar artefacten besproken. Dit is geen volledige opsomming.

1.4.1 Partial volume effect



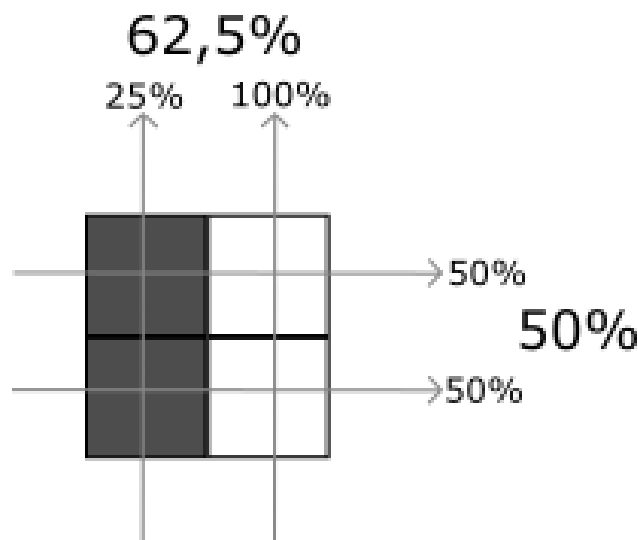
Figuur 1.12: Het partial volume effect in 2D.

Een 3D-volume wordt computationeel voorgesteld door voxels. Elke voxel heeft een (lieft klein) eindig volume, dat groter is dan het volume van de bouwblokken waaruit het fysische object bestaat (atomen of moleculen). In elke voxel zitten dus

meerdere atomen.

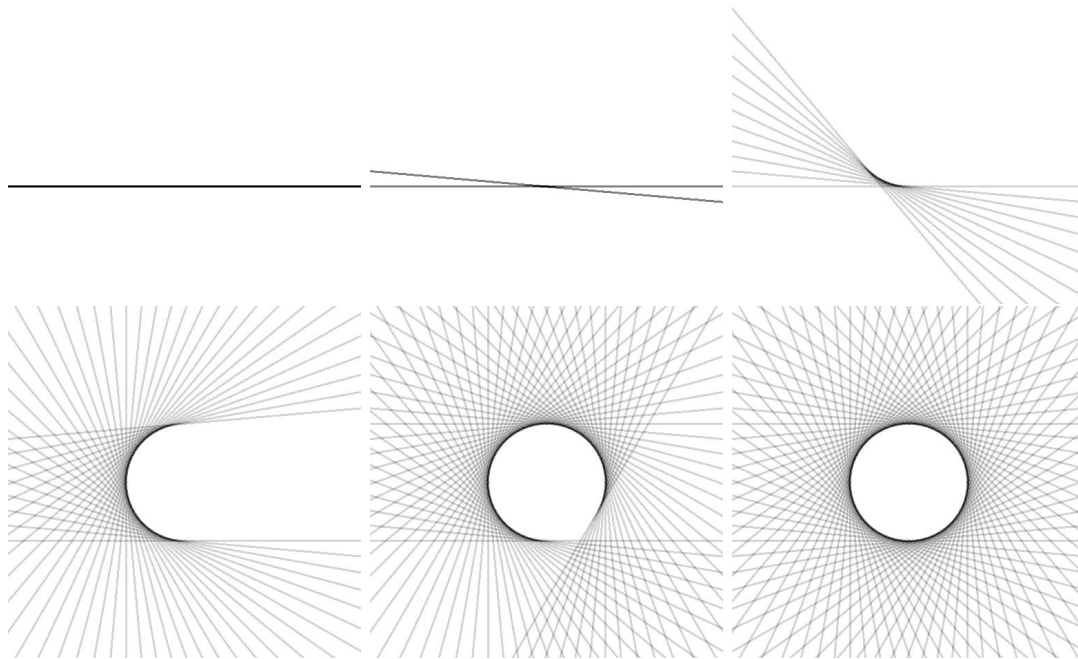
In de computer heeft elke voxel één grijswaarde, een kommagetal tussen 0 en 1 (of, in een voorstelling met 8-bit integers: een geheel getal tussen 0 en 255). Het kan gebeuren, aan de rand van objecten of gebieden, dat er in het werkelijke object in die specifieke voxel twee (of meer) verschillende materialen of verschillende dichtheden zitten, met elk een verschillende grijswaarde. Dan zal de voxel in het beeld een grijswaarde aannemen die tussen deze twee werkelijke grijswaarden in ligt. Dit wordt geïllustreerd in figuur 1.12.

Stel dat een object onderzocht wordt dat bestaat uit één uniform materiaal, bijvoorbeeld staal, met een grijswaarde 1. Daarnaast hebben we nog de lucht rond het voorwerp. Deze wordt een grijswaarde 0 toegewezen. Aan de rand van het object zullen er voxels zijn die gedeeltelijk uit lucht en gedeeltelijk uit staal bestaan. Als zo'n voxel voor precies de helft uit staal bestaat, krijgt hij in de reconstructie de grijswaarde 0,5, ook al is er in het object geen enkel punt dat die grijswaarde heeft. Dit effect wordt het partial volume effect genoemd. Visueel zorgt het voor wazige randen. Dit effect vermindert als de grootte van de voxels daalt. [17], [11]



Figuur 1.13: Een voxel waarin zich twee materialen bevinden. Elke halve voxellengte van het donkere materiaal atteneueert 50%, het witte atteneueert niet. Afhankelijk vanuit welke richting naar de voxel wordt gekeken, wordt er een andere attenuatiecoëfficiënt gezien.

In figuur 1.13 is een gevolg van het partial volume effect weergegeven. Dit zorgt ervoor dat er een andere attenuatiecoëfficiënt wordt gezien, afhankelijk van uit welke richting de X-stralen komen. De detectorpixel meet de gemiddelde attenuatie van beide helften van de voxel. In de verticale richting komen er aan de linkerkant 50% van 50% fotonen door, of dus 25%. Samen met de 100% van de rechterkant levert dit 62,5%. In de horizontale richting is dit 50%. Afhankelijk van de richting waarin de X-stralen de voxel doorkruisen, geldt er dus een andere effectieve attenuatiecoëfficiënt.



Figuur 1.14: Het ontstaan van een ringartefact door een defecte detectorpixel. Deze pixel meet zwart, alle andere pixels meten wit. De detector draait in wijzerzin rond, of het object draait in tegenwijzerzin rond. Op de eerste figuur is de backprojectie van de projectie bij 0° te zien, op de tweede is daar de backprojectie bij 5° bijgekomen. De volgende figuren zijn respectievelijk de reconstructies bij het bereiken van de projecties op 50° , 175° , 300° en de uiteindelijke reconstructie na één iteratie.

1.4.2 Ringartefacten

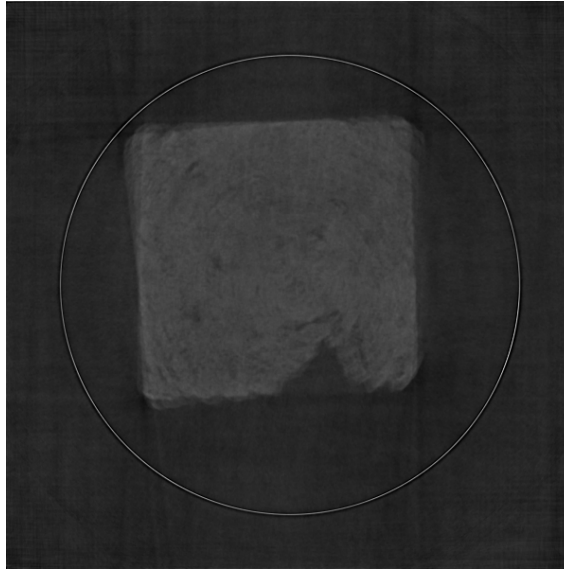
Ringartefacten worden meestal veroorzaakt door een detectorpixel of een cluster van pixels die kapot of fout gekalibreerd is. [4],[11],[18] Doordat beelden in de verschillende richtingen telkens door dezelfde detector (met de defecte pixel) opgenomen worden, krijgt men ringvormige fouten in de reconstructie, gecentreerd rond het rotatiecentrum. In figuur 1.14 wordt dit geïllustreerd voor de reconstructie van een slice (doorsnede) van een leeg object. Een voorbeeld is te vinden in figuur 1.15. Ringartefacten zijn meestal goed te herkennen en kunnen door de software gedeeltelijk gereduceerd worden.

1.4.3 Ruis

Ruis komt voor in bijna alle wetenschappelijke dataverwerking. Het zal dus niet verbazen dat ook in CT-scans ruis een vervelende factor is.

Ruis is het effect waarbij pixels niet de waarde hebben die ze zouden moeten hebben, maar daar een klein beetje van afwijken. Deze afwijking kan zowel meer wit als meer zwart zijn en de grootte staat evenmin vast.

De belangrijkste oorzaak van ruis is Poisson noise. Dit is ruis intrinsiek aan een telproces, in dit geval het tellen van fotonen. Stel dat Comptonverstrooiing en het foto-elektrisch effect (zie paragraaf 1.2) voor een materiaal van dikte d een kans $1/2$



Figuur 1.15: Voorbeeld van een ringartefact

geven om een foton van de gebruikte energie te atteneren. Een monochromatische bundel van precies die energie wordt op een blokje van dikte d van het materiaal gericht. Dan zou ongeveer de helft van de bundel geattenuerd moeten worden. De resulterende gemeten intensiteit is $I_0/2$.

Dit is echter niet altijd de intensiteit die gemeten wordt. Er is ongeveer de helft kans dat een foton geattenuerd wordt, maar dat betekent dat het ook mogelijk is dat $3/4$ van de fotonen geattenuerd worden, zodat de gemeten intensiteit $I_0/4$ is. Dit is een discrete kansrekening, aangezien het individuele fotonen zijn die al dan niet geattenuerd worden. Zo'n proces volgt de poissonstatistiek. In een poissonverdeling is de kans dat er zich k evenementen voordoen:

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (1.38)$$

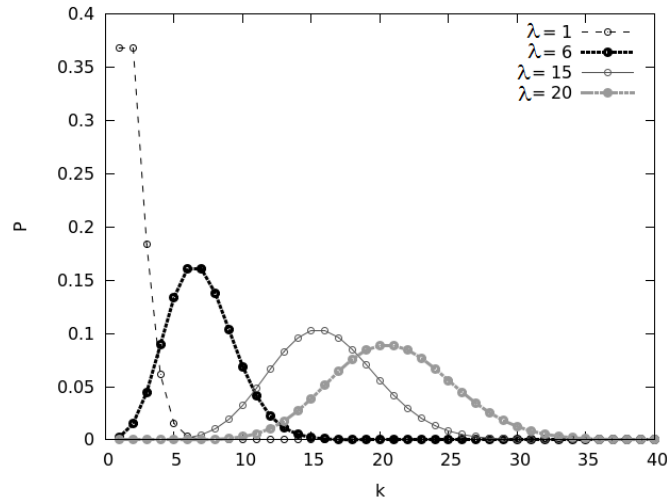
Met λ het verwachte aantal evenementen. In het eerder genoemde voorbeeld geldt: $\lambda = I_0/2$, in het algemeen $\lambda = I$ met I de intensiteit zoals ze volgt uit de wet van Lambert-Beer (vergelijking 1.2), uitgedrukt in aantal fotonen. Volgens deze formule is er dus een reële kans dat er k evenementen worden gemeten, met k niet de verwachte en gewenste waarde λ . De afwijking van de gemeten k ten opzichte van λ is de ruis.

Een aantal poissonverdelingen staan in figuur 1.16. Hoe groter λ , hoe meer deze verdeling op een gausscurve lijkt. De breedte van de piek op halve hoogte kan gezien worden als een maat voor de sterkte van de ruis. De σ van de benaderende gausscurve zou deze taak ook kunnen vervullen. k wordt dan een continue variabele, de formule gaat als volgt:

$$P(k) = \frac{e^{-(k-\lambda)^2/(2\lambda)}}{\sqrt{2\pi\lambda}} \quad (1.39)$$

Dit is een gauss met $\mu = \lambda$ en $\sigma = \sqrt{\lambda}$.

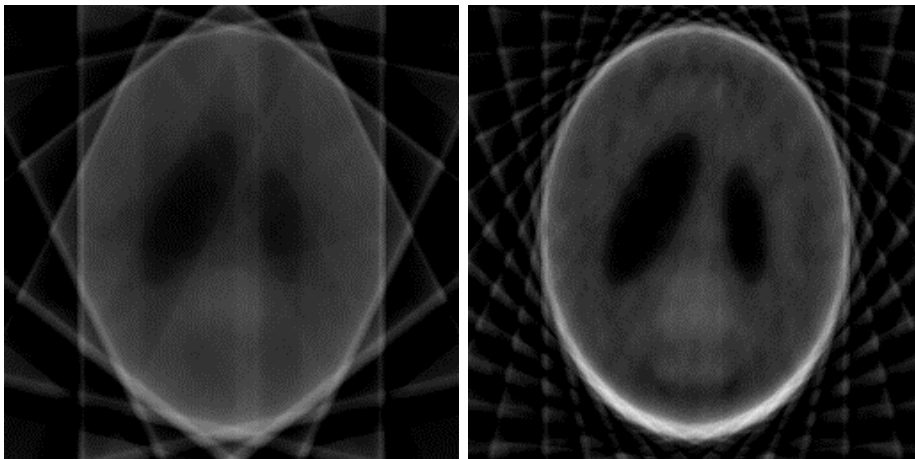
Ook elektronische ruis op de detector is een bron van de degradatie van de beeldkwaliteit, evenals afrondingsfouten. [13], [18]



Figuur 1.16: Poissonverdeling (vergelijking 1.38) voor verschillende λ .

Photon starvation komt voor wanneer het object een hoge attenuatiecoëfficiënt heeft, waardoor er minder fotonen de detector bereiken. De ‘signal to noise ratio’ wordt dan lager en de bijdrage van ruis dus groter. In de reconstructie kan ruis teruggeprojecteerd worden en zo zorgen voor lijnen of ‘streaks’ [11].

1.4.4 Undersampling



Figuur 1.17: Een reconstructie van een (aangepast) Shepp-Loganfantoom met slechts 8 (links) en 31 (rechts) projecties. Voor een goede kwaliteitsreconstructie van dit fantoom zijn er ongeveer 250 of meer projecties nodig.

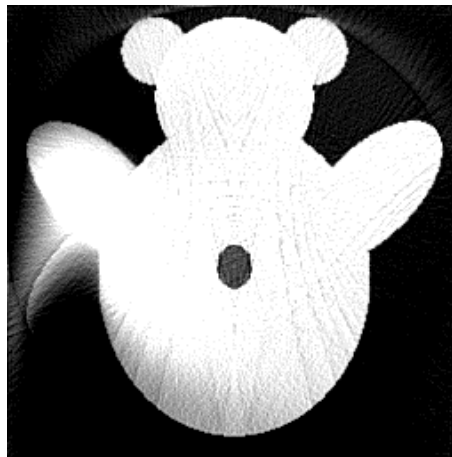
Als er een te grote hoek zit tussen twee opeenvolgende projectiebeelden, krijgt men het effect van undersampling. Scherpe randen en kleine onderdelen van het object veroorzaken dan typisch symmetrische lijntjes, zoals in figuur 1.17. “Aliasing” is een algemene benaming voor undersampling in de signaaltheorie. Aliasing kan ook veroorzaakt worden door te weinig detectorpixels (te weinig ‘rays’ per projectie) ([11],[13]).

Een projectie die parallel aan een stukje rand is genomen, zal dit kleine stukje terugprojecteren over een veel groter bereik. Als er niet genoeg andere projecties zijn om deze foute terugprojectie te corrigeren, blijven er dus lijnen, veroorzaakt door de randen van het object, in de reconstructie zitten.

Aliasing is het gevolg van de schending van het Nyquist-theorema, dat stelt dat de projectiefrequentie (het aantal pixels per oppervlakte en het aantal projecties per hoek) meer dan twee keer groter moet zijn dan de grootste frequentie in het volume. Een volume kan in frequenties opgedeeld worden door er de fouriertransformatie van te nemen. Aan de randen van het object wordt er bij elke rotatiestap een grotere afstand overbrugd dan in het midden. Wanneer deze afstand groter wordt dan de afstand tussen twee detectorpixels, wordt dit de bepalende factor voor de resolutie. Daarom komen er aan de buitenkant van de reconstructie meer aliasing-artefacten voor. [18]

Een voorbeeld van undersampling is te zien in figuur 1.17. Een uitgebreide bespreking van de oorzaken van undersampling, of ‘aliasing’, is te vinden in [13].

1.4.5 Bewegingsartefacten



Figuur 1.18: Voorbeeld van een bewegingsartefact

Wanneer een deel van het onderzochte voorwerp beweegt tijdens de scan, geeft dit wazige effecten. Het reconstructiealgoritme gaat er immers vanuit dat alle projecties van precies hetzelfde object afkomstig zijn, niet van twee bijna identieke objecten met een bewogen onderdeelje. Voor medische CT is dit uiteraard een probleem, maar ook in μ CT komen deze artefacten voor. Omdat de resolutie van de orde μm is, kunnen zeer kleine bewegingen al voor problemen zorgen.

Aan het UGCT wordt meestal het object zelf rondgedraaid voor de scan, in plaats van de detector en X-stralenbuis te roteren, zoals meer gebruikelijk is in de medische wereld. Wanneer het voorwerp niet goed vastzit, kan deze rotatie voor ongewenste bewegingen zorgen.[4]

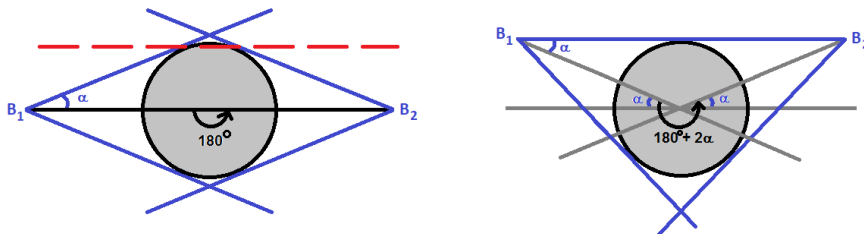
In deze thesis zal het effect van een initiële oplossing op de iteratieve reconstructie onderzocht worden. Zo'n initiële oplossing is dan typisch een eerdere scan van hetzelfde voorwerp, bijvoorbeeld voor er water in gesijpeld is. Een object kan dan bij de tweede scan iets anders opgesteld zijn dan de eerste keer. Ook dit zorgt voor

bewegingsartefacten.

Bij dynamisch variërende objecten is de beweging (typisch van een onderdeel van het object: bijvoorbeeld de grens lucht-water in poriën) juist intrinsiek wat er onderzocht wordt. Ze kan dus niet vermeden worden door zorgvuldigheid. Men kan proberen de tijd waarop een scan wordt genomen zo klein mogelijk te houden ten opzichte van de tijdsschaal waarin veranderingen van het onderzoeksvoorwerp zich voordoen. Op die manier wordt de beweging binnen één scan tot een minimum beperkt. Veranderingen in het staal zijn echter een continu proces: er is geen eindige tijdsschaal te vinden waarop er helemaal niets veranderd is.

Bewegingsartefacten tonen zich als soort som van alle tijdstappen (alle genomen projecties) in de beweging. In figuur 1.18 staat een reconstructie waarbij twee tijdstappen zijn gebruikt. De linkerarm van de teddybeer was bewogen. De uitsmering van deze arm is het bewegingsartefact.

1.4.6 Limited angle artefacten



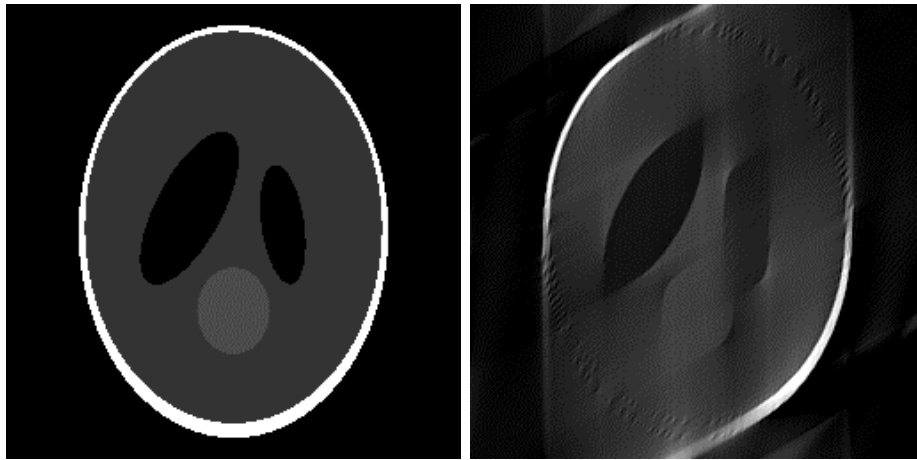
Figuur 1.19: Illustratie van de minimale rotatiehoek bij een cone-beam CT-scan

Een volledige CT-scan omvat meestal een rotatie over 360° . Om alle hoekinformatie te verkrijgen, is bij een cone-beamgeometrie (deze geometrie is uitgelegd in paragraaf 1.1) een rotatie over $180^\circ + 2\alpha$ nodig, met α de halve openingshoek van de X-stralenbundel [13]. Dit is te zien in figuur 1.19. De cirkel in het midden is het gebied dat ingescand wordt. B_1 en B_2 zijn het begin- en het eindpunt van de X-stralenbron. Wanneer er over 180° gedraaid wordt, ontbreekt sommige hoekinformatie, bijvoorbeeld de rode stippellijn. Om werkelijk alle projectiestralen meegenomen te hebben, moet er iets verder worden gedraaid. Uit de tweede figuur kan worden afgeleid dit precies 2α verder is.

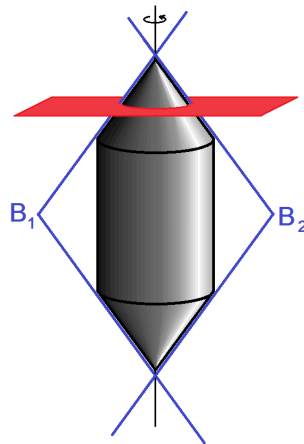
Als er over een minder grote hoek geroteerd wordt bij het scannen, ontbreekt sommige informatie. Hierdoor duiken er artefacten op in de reconstructie. Deze worden limited angle artefacten genoemd. Ze manifesteren zich als een specifieke vervorming [19]. Een voorbeeld van hoe het eruit ziet is te vinden in figuur 1.20.

1.4.7 Cone beam artefacten

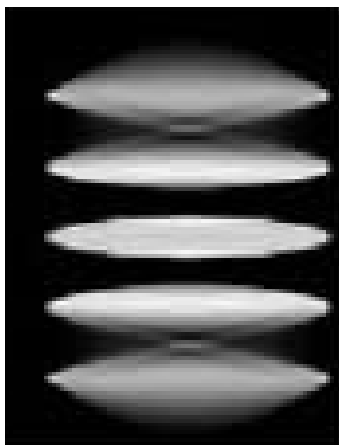
In een cone-beamgeometrie met een cirkelrotatie zijn er bepaalde X-stralentrjecten die ontbreken. Dit wordt geïllustreerd in figuur 1.21, waar bijvoorbeeld de X-stralen in het rode vlak ontbreken. Kenmerken van een voorwerp worden het best weergegeven door projecties die er loodrecht op genomen zijn. Aangezien bepaalde projectierichtingen ontbreken, zullen kenmerken die juist hierop loodrecht liggen, minder



Figuur 1.20: Rechts een voorbeeld van een limited angle artefact (gereconstrueerd bij 60°), links het originele Shepp-Loganfantoom.



Figuur 1.21: De cone-beam geometrie. Het rode vlak illustreert de ideale X-stralen in de cone-beamgeometrie om kenmerken in dat specifieke vlak te reconstrueren. Deze zijn echter niet beschikbaar. Er wordt alleen onder een hoek naar dit vlak gekeken. Dit veroorzaakt cone-beam-artefacten.



Figuur 1.22: Voorbeeld van cone-beamartefacten. xz -doorsnede van het reconstructievolume. Het ingescande fantoom bestaat uit vijf dezelfde schijfjes. [20]

goed gereconstrueerd worden.

De reconstructie van een object wordt opgedeeld in doorsnedes, vlakken loodrecht op de z -richting. Het centrale vlak zal het best gereconstrueerd zijn, omdat hierin wel alle projectierichtingen beschikbaar zijn. Hoe verder weg men hiervan gaat, hoe erger de artefacten door ontbrekende projecties. Deze heten cone beam artefacten, omdat ze typisch zijn voor deze geometrie [11]. Een voorbeeld van dit artefact is te vinden in figuur 1.22.

Hoofdstuk 2

Doel

In deze thesis zal onderzocht worden of een initiële oplossing in de iteratieve reconstructie (paragraaf 1.3.2), meer bepaald in SART, een verbetering oplevert van de reconstructiekwaliteit en voor welke reconstructieparameters een initieel volume het grootste effect heeft. Er zijn twee soorten projectiedata beschikbaar om reconstructies op uit te voeren: fantoomdata en een ingescand geomateriaal.

2.1 Initiële oplossing

Eerder onderzoek [2] toonde aan dat het met gebruik van een initiële oplossing mogelijk is om dan met minder projecties, of minder informatie, dezelfde reconstructiekwaliteit te bereiken, op voorwaarde dat de initiële oplossing verstandig gekozen wordt. Als er minder projecties genomen moeten worden, neemt een scan ook minder tijd in beslag. Een initiële oplossing zou dus handig kunnen zijn om dynamische processen te reconstrueren.

Men spreekt van een dynamisch proces wanneer het voorwerp onder studie verandert tijdens een scan. Een vlinder kan bijvoorbeeld met zijn vleugels slaan, in een materiaal onder druk kunnen scheuren ontstaan of in een poreus geomateriaal kan water binnensijpelen. In het reconstructieproces wordt ervan uitgegaan dat het onderzoeksvoorwerp statisch gebleven is tijdens het opnemen van de projecties. Indien dit niet zo is, krijgt men bewegingsartefacten [21], [22]. Hoe minder lang het scannen geduurd heeft, hoe minder veranderingen er gebeurd zijn tijdens één projectieset en hoe minder van deze artefacten men zal hebben. De scantijd verminderen, door het aantal projecties te verminderen of de tijd per projectie te verminderen, is dus nuttig om dynamische processen te bekijken.

Het verminderen van de scantijd door het verminderen van de tijd per projectie zal de hoeveelheid ruis doen stijgen, omdat het aantal binnenkomende fotonen lager is. Dit kan eventueel gecompenseerd worden door de flux van de X-stralenbuis te verhogen, maar deze flux is gelimiteerd en kan slechts tot een bepaalde waarde verhoogd worden. Er dient dus een minimale tijd per projectie in acht genomen te worden om de ruis laag genoeg te houden. De detector legt hier ook beperkingen op. Xineos, een van de snelste detectoren van het UGCT, kan een beeld uitlezen in ongeveer 30 *ms*.

Ook het verminderen van de scantijd door het verminderen van het aantal projecties is begrensd: een toestel is beperkt in hoe snel er geroteerd kan worden. De EMCT bijvoorbeeld, een van de CT-scanners van het UGCT, kan een rotatie uitvoeren in

12 seconden. De EMCT is geschikt om dynamische processen te scannen omdat het voorwerp hierbij stil blijft staan, terwijl detector en X-stralenbuis roteren. Er kan dus randapparatuur bevestigd worden, wat nodig kan zijn voor het dynamische proces in kwestie. Om vloeistofstroom in een poreus geomateriaal te onderzoeken, moet de vloeistof van ergens aangevoerd worden. HECTOR, een andere scanner, is minder rotatiegelimiteerd: een volledige rotatie kan 0,5 seconde of misschien zelfs minder in beslag nemen. In dit geval zal het voorwerp geroteerd worden, dit is dus voor bepaalde processen niet geschikt.

De limiet op hoe snel een scan uitgevoerd kan worden hangt af van scanner tot scanner. Bij sommige systemen zal de X-stralenbuis of de detector de beperkende factor zijn, bij andere de rotatiesnelheid. Bovendien moet er een evenwicht gevonden worden tussen de bewegingsartefacten bij een trage scan en de ruis bij een snelle.

Het verminderen van het aantal projecties of het verhogen van de ruis doet de reconstructiekwaliteit dalen. Met een initiële oplossing kan hopelijk een goede reconstructie gemaakt worden met een kleinere scantijd en een hogere SNR ('signal to noise ratio') dan met een conventionele reconstructie.

Het initieel volume moet een redelijke gelijkenis vertonen met het onderzoeksvoorwerp. Bij een dynamisch proces kan men een eerdere scan van hetzelfde voorwerp gebruiken, voor de veranderingen in gang zijn gezet. Men kan bijvoorbeeld een goede scan maken van het scheurende materiaal voor er druk op wordt gezet, of van het geomateriaal voor er water wordt toegevoegd. Het volume dat uit deze scan gereconstrueerd wordt, kan dienen als initiële oplossing.

2.2 Differentiële reconstructie

In plaats van een initiële oplossing te gebruiken als het startvolume voor een SART-reconstructie, kan er ook differentiël gereconstrueerd worden. De bedoeling is om de projecties van de initiële oplossing te simuleren (zoals beschreven in paragraaf 2.4.2), om vervolgens het verschil te bepalen met de echte, gemeten projecties. Dit verschil wordt bepaald door te delen (dit wordt beschreven in de vergelijkingen hieronder). Er wordt een conventionele SART-reconstructie (startende van een leeg volume) uitgevoerd op de verschilprojecties. Het resultaat kan bij de initiële oplossing worden opgeteld om tot de uiteindelijke reconstructie te komen of er kan naar de differentiële reconstructie op zich gekeken worden, aangezien het precies de verschillen met de initiële oplossing (het dynamische proces) zijn waarin de interesse ligt.

De attenuatiecoëfficiënten die gezocht worden zijn μ , deze van de initiële oplossing zijn μ_i . $\mu = \mu_i + \mu_0$. Het gaat er dus om de μ_0 te weten te komen. De gemeten projecties p zijn volgens de wet van Lambert-Beer (vergelijking 1.6):

$$p = \frac{I}{I_0} = e^{-\sum_j \mu w_j} = e^{-\sum_j (\mu_0 + \mu_i) w_j} = e^{-\sum_j \mu_0 w_j} e^{-\sum_j \mu_i w_j} = p_{diff} \cdot p_i \quad (2.1)$$

met p_i de gesimuleerde projecties van de initiële oplossing. Dus de differentiële projecties waarop de reconstructie wordt uitgevoerd om μ_0 te vinden voldoen aan:

$$p_{diff} = \frac{p}{p_i} \quad (2.2)$$

Een differentiële reconstructie lijkt conceptueel heel erg op een 'gewone' reconstructie met initiële oplossing. Om te weten te komen of beide methodes ook echt even

goede reconstructies opleveren, zullen een aantal reconstructies op beide manieren met elkaar vergeleken worden.

2.3 Contrastgewogen terugprojectie

A priori informatie kan op veel manieren gebruikt worden in een CT-reconstructie, niet enkel als initieel volume [21], [23], [24]. Een manier die in deze thesis onderzocht zal worden is contrastgewogen terugprojectie of contrast-weighted backprojection. De reconstructie van een voor-situatie of een ander gelijkend volume wordt gebruikt als initieel volume, en daarbovenop worden de grijswaarden van dit initieel volume gebruikt als een maat voor het gewicht dat elke voxel meekrijgt: een voxel met een groter gewicht krijgt een groter gehalte van de terugprojectie dan zijn burens met een kleiner gewicht. Aangezien deze gewichten op basis van grijswaarden worden toegekend, levert een groot verschil in μ 's en dus een groot contrast ook een groot verschil in hoeveel er in die specifieke voxels teruggeprojecteerd wordt. Het is de bedoeling om een groter gewicht mee te geven aan de voxels waarvan verwacht wordt dat ze zullen veranderen. In een steen waarin water sijpelt zijn dit de poriën.

Iets soortgelijks is al vaker gedaan [23]. Een voxel krijgt dan als gewicht één van slechts 2 mogelijke waarden: 1 of 0. Met andere woorden: de voxel kan tijdens de reconstructie worden aangepast, of ze behoudt de initiële waarde. In het algoritme dat hier wordt toegepast zijn er meer gewichten mogelijk. Aangezien het gewichtsvolume in een 8-bitrepresentatie wordt opgeslagen, zijn er 256 gewichten mogelijk. Er is voor een 8-bitrepresentatie gekozen omwille van de relatief kleine geheugenvereisten. Dit hele algoritme vraagt immers plaats aan het geheugen voor twee volumes: het volume dat wordt gereconstrueerd en het volume waarin de gewichten worden bewaard. Door dit tweede in een kleiner type te steken, worden de eisen enigszins beperkt.

Men kan voor de gewichten een functie naar keuze nemen. De normalisatie gebeurt per X-straal. Een terugprojectiestap in de gewone SART gaat zoals in vergelijking 1.34 en 1.35.

Voor de voxels die niet op het pad van de X-straal liggen verandert er niets, deze krijgen geen terugprojectie van i . Vergelijking 1.35 blijft dus behouden.

Bij de contrastgewogen terugprojectie komt er bij vergelijking 1.34 nog het gewicht op basis van de grijswaarde bij, g_j . Deze wordt genormaliseerd per X-straal met een factor n_i . Vergelijking 1.34 wordt:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \alpha \frac{p_i - q_i}{L_i} g_j n_i \quad (2.3)$$

g_j wordt toegekend aan voxels op basis van μ_j . De normalisatiefactor n_i dient ervoor te zorgen dat het totale gehalte dat teruggeprojecteerd wordt over alle voxels langsheen de X-straal i hetzelfde blijft. Zo wordt er in totaal niet meer of minder geprojecteerd dan in een conventionele SART-reconstructie. Deze voorwaarde kan per X-straal i verzekerd worden door te sommeren over alle j 's die terugprojectie ontvangen. Deze som, die dus het totale gehalte terugprojectie voorstelt, moet hetzelfde blijven in de implementatie met g_j en de voorgaande implementaties zonder

g_j :

$$\sum_{j \in X_i} \frac{p_i - q_i}{L_i} = \sum_{j \in X_i} \frac{p_i - q_i}{L_i} g_j n_i \quad (2.4)$$

In de eerste som zit geen j -afhankelijkheid. Als K_i het totale aantal voxels is dat door de i 'de X-straal gepasseerd is, of dus het totale aantal j 's waarover gesommeerd wordt, dan is deze som dus K_i keer $\frac{p_i - q_i}{L_i}$.

$$K_i \frac{p_i - q_i}{L_i} = \frac{p_i - q_i}{L_i} n_i \sum_{j \in X_i} g_j \quad (2.5)$$

$$K_i = n_i \sum_{j \in X_i} g_j \quad (2.6)$$

$$n_i = \frac{K_i}{G_i} \quad (2.7)$$

$$G_i = \sum_{j \in X_i} g_j \quad (2.8)$$

De terugprojectiestap wordt zo:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \alpha \frac{p_i - q_i}{L_i G_i} K_i g_j \quad (2.9)$$

Dit is de updatestep zoals ze in het algoritme gebruikt zal worden. In vergelijking 1.33 staat als definitie van L_i : $L_i = \sum_m w_{im}$, waarbij elke $w_{im} \approx v$. Dit betekent dat $L_i = vK_i$. Als terugprojectiestap kan dus ook genomen worden:

$$\mu_j^k = \mu_j^{k-1} + \alpha \frac{p_i - q_i}{v G_i} g_j \quad (2.10)$$

2.3.1 Gewichtsfunctie

De g_j 's worden uit de μ_j 's van het initieel volume afgeleid. Het verband tussen beide is een functie die vrij gekozen kan worden: de gewichtsfunctie.

In deze thesis zal gebruik gemaakt worden van een gausspiek, in combinatie met een basisgewicht. Wat voor een piek en de eigenschappen hiervan kunnen vrij gekozen worden naargelang de verdeling van grijswaarden in het object.

Het basisgewicht is een gewicht dat voor alle j hetzelfde is en waar de gausswaarde bij wordt opgeteld. Hoe hoog dit is, maakt geen verschil. Alleen de verhouding piek-basisgewicht doet ertoe. Een ander basisgewicht kiezen kan gecompenseerd worden door ook de piek te herschalen. De verhouding is een maat voor hoe sterk de gebieden met grijswaarden in de piek verwacht worden te zullen variëren ten opzichte van de gebieden met grijswaarden naast de piek. Er wordt een basisgewicht van 1 toegekend.

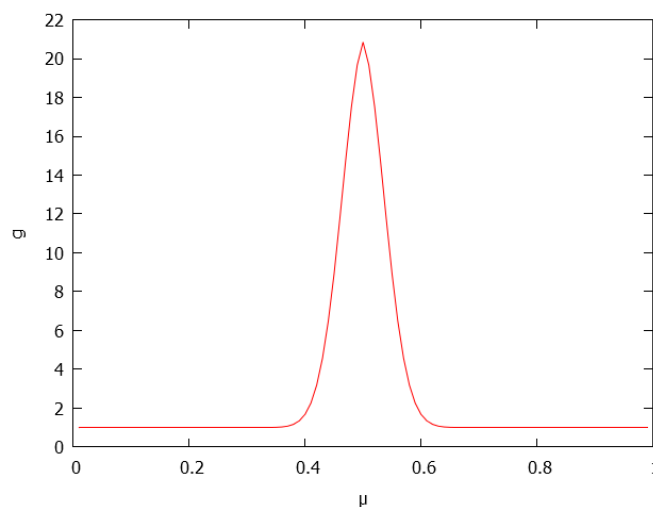
Dit gewicht is dus ook aanwezig voor de voxels waarin geen veranderingen worden verwacht. Dit is om singulariteiten te vermijden (zodat G_i nergens 0 wordt) en zodat er nog ruimte is voor fouten: voor het geval dat er ook veranderingen optreden buiten het verwachte gebied of voor ruis in het initiële volume.

Daarbovenop wordt een piek gesteld rond de grijswaarde waar er veranderingen verwacht worden. De breedte van de piek komt overeen met de μ 's die het meest

verschillen van de centrale piekwaarde en waar toch ook nog veranderingen worden verwacht. De hoogte van de piek, of beter gezegd de verhouding van piek en basislijn samen ten opzichte van de basislijn, bepaalt hoe veel sterker deze dynamische voxels een terugprojectie moeten krijgen ten opzichte van de ‘statische’.

Figuur 2.1 toont een voorbeeld van zo’n gewichtsfunctie met een gausspiek van 20 hoog (en dus een verhouding v van 21), met $\mu_{centr} = 0,5$ en $\sigma = 0,04$. Deze gewichtsfunctie werd gebruikt voor een fantoom en leverde daarbij goede resultaten op. Voor een ander volume zouden deze parameters anders zijn. De vergelijking voor deze gewichtsfunctie is:

$$g(\mu) = 1 + (v - 1) \cdot \exp\left(-0.5 \frac{(\mu - \mu_{centr})^2}{\sigma^2}\right) \quad (2.11)$$



Figuur 2.1: Een gewichtsfunctie g op basis van de grijswaarde μ .

Naast de gausspiek als gewichtsfunctie, kunnen er vele andere distributies gekozen worden. Bijvoorbeeld een β -distributie, een χ^2 -distributie, een binomiale distributie,... Eventueel een volledig nieuw gedefinieerde functie. Er worden bijna geen eisen gesteld: de functie hoeft niet continu te zijn, ze moet niet genormaliseerd worden (aangezien dat per X-straal gebeurt, zie vergelijking 2.9), ze hoeft niet symmetrisch te zijn. De enige voorwaarde is dat elk gewicht een positief reëel getal is, nadat de basisfunctie erbij is opgeteld. Een negatieve piek mag dus, zolang de basisfunctie maar groter is dan de absolute waarde van het extremum van de piek, zodat de som van beide positief blijft.

2.4 Gesimuleerde projecties

In eerste instantie worden de algoritmes getest op gesimuleerde data. De volumes die hierbij gebruikt worden zijn fantomen.

Er wordt in deze thesis telkens met paren fantomen gewerkt: twee volumes die op elkaar lijken, maar niet helemaal hetzelfde zijn. Een van de twee kan ingeladen worden als initiële oplossing in het reconstructieprogramma. Van het andere volume

worden projectiebeelden gesimuleerd. Deze beelden vormen dan de invoer waaruit het programma een volume reconstrueert. Een perfecte reconstructie zou terug het fantoom opleveren waarvan de projecties gesimuleerd werden.

2.4.1 Fantomen

Een fantoom is een gesimuleerd 3D-object. Het bestaat uit een aantal (N_z) beelden van elk evenveel pixels ($N_x \cdot N_y$). Elke pixel heeft een grijswaarde ν_j tussen 0 en 1, die wordt opgeslagen als een geheel getal ν_j . Als het fantoom bijvoorbeeld is opgeslagen met een 8-bitrepresentatie is dit een getal tussen 0 en 255. Bij het fantoom hoort ook een ‘slope’ a en ‘offset’ b , zodat ν_j kan omgezet worden in μ_j : $\mu_j = a\nu_j + b$. Elke afbeelding is een doorsnede (‘slice’) van het object. In totaal zijn er $N_x \cdot N_y \cdot N_z$ voxels.

De fantomen werden gemaakt met matlab, met de extensie phantom3d.m [25]. Dit programma kan fantomen opbouwen uit een aantal gegeven ellipsoïden. De uitvoer bestaat uit een 3D-rooster van getallen tussen 0 en 1. Matlab kan deze als een 8-bitrepresentatie uitschrijven naar een aantal afbeeldingen, die dan elk een vlak van het rooster voorstellen. De gebruikte ellipsoïden voor de verschillende fantomen staan in appendix B. Ze bestaan allemaal uit 256x256x256 voxels. Om een visuele vergelijking mogelijk te maken, wordt telkens de centrale slice uit de reconstructie genomen.

Het eerste fantoom bestaat uit een ellipsoïde die als ‘schedel’ fungeert en erbinnen andere ellipsoïden die een gezichtje vormen. De bijhorende initiële oplossing heeft andere ogen: een oog is verplaatst en het andere heeft een verschillende attenuatiecoëfficiënt. De centrale slices zijn weergegeven in figuur 2.2.



Figuur 2.2: Een slice van het oorspronkelijke (niet-gereconstrueerde) smileyfantoom links en van de initiële oplossing rechts

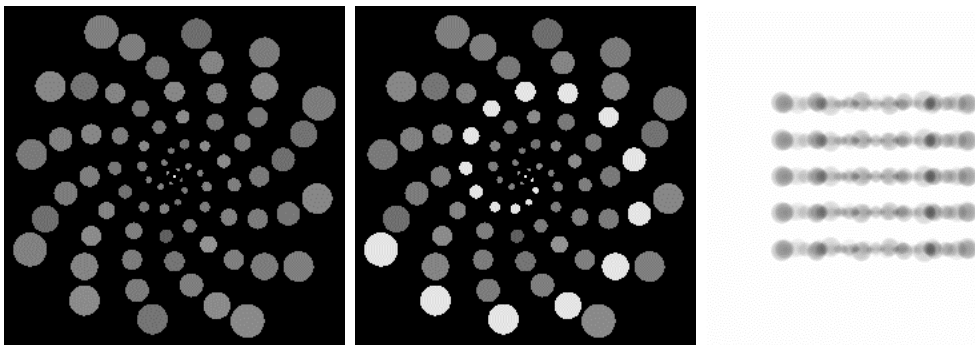
Met dit fantoom kunnen al twee belangrijke effecten onderzocht worden. Ten eerste wanneer de attenuatiecoëfficiënt in enkele gebieden verandert, bijvoorbeeld wanneer water door poriën van een object sijpelt. De initiële oplossing is dan een scan van het droge object. Ten tweede bewegingsartefacten: het object, of in dit geval een deel van het object, is verplaatst ten opzichte van de initiële oplossing (zie paragraaf 1.4.5).

Tabel 2.1: De gebruikte parameterwaarden bij de testen met het smileyfantoom

aantal projecties	512
hoekbereik	360°
α	0,3
f	0 of 1

Met dit fantoom zal de invloed van de verschillende reconstructieparameters onderzocht worden. Meer bepaald worden het aantal iteraties, het aantal projecties, het hoekbereik waarover gedraaid wordt, de relaxatiefactor α en de sterkte van de gesimuleerde ruis f bekeken. Dit gebeurt door telkens één van deze parameters te variëren en ondertussen de andere constant te houden op de waarden in tabel 2.1. Het aantal iteraties wordt van geval tot geval aangepast, behalve bij de relaxatiefactor, daar is er telkens 1 iteratie uitgevoerd.

Het tweede fantoom wordt, samen met een gesimuleerde projectie en de bijhorende initiële oplossing, getoond in figuur 2.3. Het bestaat uit bollen van verschillende grootte die in vijf vlakken boven elkaar liggen. De bollen in het initiële volume hebben een grijswaarde die schommelt rond 0,5. Meer bepaald zijn hun μ 's gegenereerd door een pseudorandomgenerator volgens een gaussverdeling met $\mu_{centr} = 0,5$ en $\sigma = 0,04$. De 'lucht' rondom heeft een waarde 0 en de uiteindelijke witte bollen, die in het initiële volume niet voorkomen, hebben een waarde 0,9.

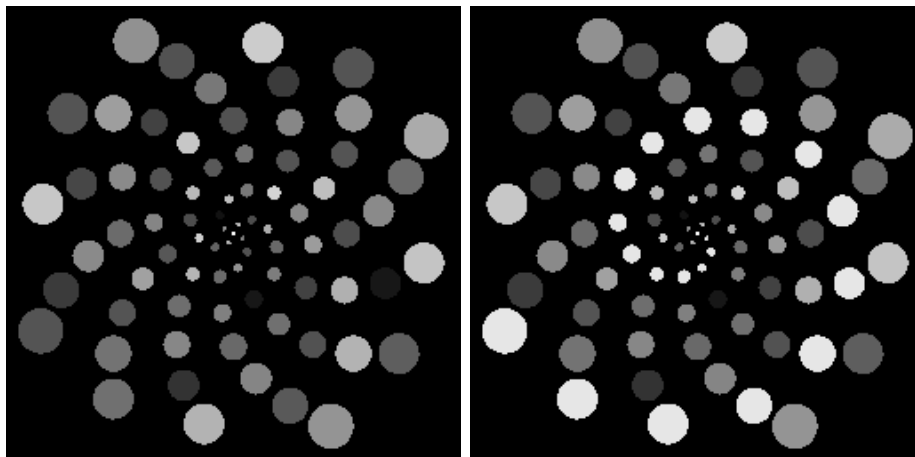


Figuur 2.3: Links de initiële oplossing, in het midden een doorsnede van het spiraalfantoom en rechts een projectie.

Dit spiraalfantoom zal gebruikt worden om het nut van contrastgewogen terugprojectie (zie paragraaf 2.3) te onderzoeken. De bedoeling is om alle grijze bollen in het initiële volume een hoger gewicht te geven dan het omringende zwart. Er wordt niet in al deze bollen een verandering doorgevoerd, maar in welke er precies iets verandert en in welke niet is in principe niet op voorhand geweten.

Ook is er een analoog fantoom gemaakt, waarbij de bollen waarden rond twee μ 's hebben. De helft is gegenereerd met een gaussverdeling rond 0,3 met een σ van 0,1, de andere met een gauss met $\mu_{centr} = 0,6$ en $\sigma = 0,1$. Doorsnedes van dit volume en de initiële oplossing staan in figuur 2.4. De witte spiraal heeft nog steeds een grijswaarde 0,9, de omringende lucht 0.

Dit fantoom wordt gebruikt om gewichtsfuncties met een dubbele gausspiek te onderzoeken in de contrastgewogen terugprojectie.



Figuur 2.4: Links een slice van de initiële oplossing, rechts van het te reconstrueren volume van het spiraalfantoom met twee grijswaarden.

2.4.2 Projectiesimulatie

De projectiesimulaties gebruiken de wet van Lambert-Beer (vergelijking 1.6). Er wordt monochromatisch geprojecteerd, dus de virtuele X-stralenbundel bestaat uit slechts één energie en de μ 's zijn getallen in plaats van functies. Als benadering voor de w_{ij} 's wordt op dezelfde manier gewerkt als bij de berekening van de q_i 's (beschreven in paragraaf 1.3.2): het programma neemt gelijke stappen langs de i 'de X-straal, interpoleert lineair op elk bereikt punt tussen de naburige voxels om μ te verkrijgen (deze geïnterpoleerde waarde op positie \vec{x} is dan $\mu(\vec{x})$) en vermenigvuldigt de resulterende som met de lengte van één stap. Dit levert, met \vec{X}_i de vector van bron tot pixel i , \vec{x} de huidige positie, $\vec{\delta}$ één stap en P het aantal stappen dat men wil nemen:

```
som = 0
 $\vec{\delta} = \vec{X}_i / P$ 
 $\vec{x} = \text{positie X-bron}$ 
DO (P keer):
     $\vec{x} = \vec{x} + \vec{\delta}$ 
    som = som +  $\mu(\vec{x})$ 
END DO
 $p_i = \text{som} * |\vec{\delta}|$ 
```

De resulterende p_i 's worden per detectorbeeld (i loopt over alle detectorpixels en ook nog eens over alle projectierichtingen) samengevoegd tot een 2D-afbeelding. Uiteindelijk heeft men dus evenveel gesimuleerde projectieafbeeldingen als er richtingen gekozen waren om de projectie in te simuleren. Ook het aantal pixels, of de resolutie van de detector, kan vrij gekozen worden.

Op deze manier levert de simulatie ruisloze projectiebeelden. Ruis kan echter een belangrijke factor zijn, bijvoorbeeld wanneer de scantijd omlaag gaat. Er zal dus ook ruis worden gesimuleerd. In paragraaf 1.4.3 werd uitgelegd dat ruis een poissonverdeling volgt. De ruis wordt echter gesimuleerd volgens een gauss. Voor het hoge aantal fotonen (en dus de hoge λ) dat in een reëel experiment voorkomt, kan de poissonverdeling bijna perfect benaderd worden door een gauss. De σ van deze

gaussverdeling wordt hieronder afgeleid. De waarden die in de projectiebeelden worden opgeslagen zijn $y = I/I_0$. Ruis op de projectiebeelden betekent dus ruis op y .

$$p_i = - \sum_j \mu_j w_{ij} = \ln(I_i/I_0) = \ln(y) \quad (2.12)$$

Er wordt een gaussische foutenpropagatie verondersteld (er wordt verondersteld dat alle grootheden een gaussische distributie volgen). Voor de poissonverdeling geldt, zoals in paragraaf 1.4.3, dat $\lambda = I$ en voor de gaussbenadering: $\mu = \lambda = I$ en $\sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{I}$.

$$\frac{\sigma_y^2}{y^2} = \frac{\sigma_I^2}{I^2} + \frac{\sigma_{I_0}^2}{I_0^2} \quad (2.13)$$

$$\frac{\sigma_I^2}{I^2} = \frac{N_I}{N_I^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\sigma_{I_0}^2}{I^2} = \frac{N_{I_0}}{N_{I_0}^2} \quad (2.15)$$

Voor vergelijking 2.14 is gebruikt dat $I = N_I$, met N_I het aantal fotonen. Een analoge redenering geldt voor I_0 in vergelijking 2.15. Combinatie van vergelijkingen 2.12, 2.13, 2.14 en 2.15 levert:

$$\sigma_y^2 = y^2 \left(\frac{\sigma_I^2}{I^2} + \frac{\sigma_{I_0}^2}{I_0^2} \right) = \frac{N_I^2}{N_{I_0}^2} \left(\frac{1}{N_I} + \frac{1}{N_{I_0}} \right) \quad (2.16)$$

$$= \frac{N_I}{N_{I_0}^2} + \frac{N_I^2}{N_{I_0}^3} = \frac{y}{N_{I_0}} + \frac{y^2}{N_{I_0}} \quad (2.17)$$

$$= \frac{y}{N_{I_0}} (1 + y) \quad (2.18)$$

De simulatie gaat als volgt:

$$\sigma = f \cdot \sqrt{\frac{y}{N_{I_0}} (1 + y)} \quad (2.19)$$

$$y_f = y_i + R_\sigma \quad (2.20)$$

Hierbij is f een factor die gekozen kan worden om de ruis sterker of zwakker te maken. Het aantal binnenkomende fotonen per pixel zonder gescand object in de weg, dus in de flat field (N_{I_0}) wordt geschat op 10^5 à 10^4 en wordt als gegeven in het programma gestoken (als $10^{4,8}$). Dit is een redelijk hoog aantal. Een scan met een lage tijd per projectie en/of een lage buisflux zou er minder hebben. Dit komt dus niet overeen met de lage SNR die voor dynamische processen onderzocht moet worden, maar σ kan ook beïnvloed worden door f , een parameter in het algoritme. Een lage ruissituatie komt dan overeen met $f = 1$, de lagere SNR die ook onderzocht dient te worden kan bereikt worden door f te verhogen. y_i is de waarde van een projectiepixel zonder ruis, y_f degene met ruis en R_σ is een pseudorandom getal uit een normaalverdeling met standaardafwijking σ .

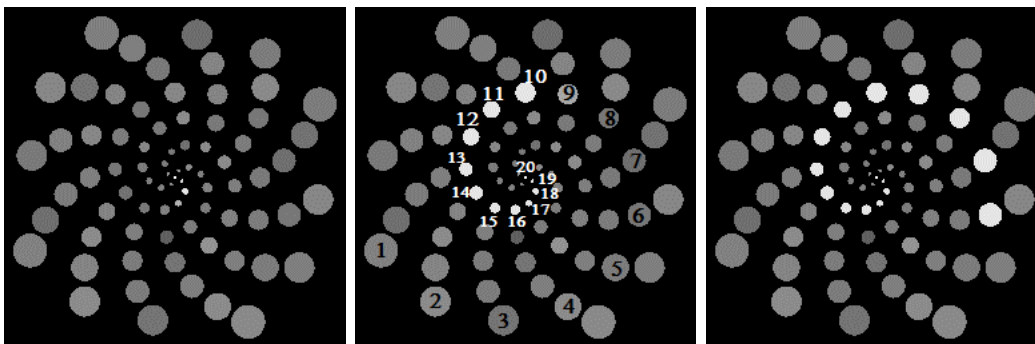
Wanneer de ruis gevarieerd wordt, verandert uiteraard ook de signaal-ruisverhouding of ‘signal to noise ratio’ SNR: $SNR = y_i/\sigma \sim 1/f$ (definitie volgens [26]). Een sterkere ruis betekent een kleinere signaal-ruisverhouding. Geen ruis zou een oneindige

signaal-ruisverhouding geven. Dit is mogelijk in fantoomtesten, niet in werkelijke experimenten.

Doordat er met gesimuleerde projecties wordt gewerkt, kunnen artefacten als beam hardening (gevolg van een polychromatische bundel) of ringartefacten (zie paragraaf 1.4.2) niet voorkomen. Deze twee effecten worden in deze thesis niet onderzocht, dus is het voordelig dat ze de resultaten niet beïnvloeden.

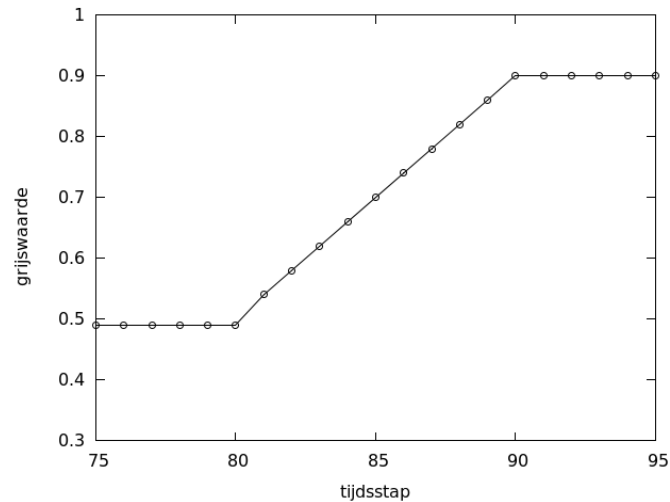
2.4.3 Constructie van een dynamisch fantoom

Het grootste gedeelte van de testen zullen uitgevoerd worden op gesimuleerde projecties van een statisch beeld, dat verschilt van de initiële oplossing. In een reële scan zal het staal echter veranderen tijdens het opnemen van de projecties. Dit wordt gesimuleerd door het volume van figuur 2.3 in 200 tijdstappen van de initiële oplossing naar het finale volume te laten evolueren. Dit levert in totaal 201 volumes op. Volume 0 is de initiële oplossing. Volume 1 is bijna hetzelfde, slechts het kleinste bolletje van de witte spiraal (nummer 20 in figuur 2.5) is iets witter geworden, naar $\mu = 0,54$. In de volgende volumes wordt dit lineair steeds witter, met telkens een sprong van $\Delta\mu = 0,04$, tot het de finale waarde van $\mu = 0,90$ heeft bereikt. Daarna begint, in volume 11, de tweedekleinste bol (nummer 19) aan zijn verandering. Deze verandering wordt voltooid in volume 19. In het volgende volume begint de derde kleinste bol, nummer 18, en zo verder. In figuur 2.5 worden enkele van deze tijdstappen getoond. In figuur 2.6 wordt het tijdsverloop van 1 bol weergegeven, namelijk nummer 12 (zoals genummerd in figuur 2.5).



Figuur 2.5: Doorsneden van de fantoomvolumes voor tijdstap 35, 114 en 150. In de figuur van tijdstap 114 zijn de bollen gelabeld met een eigen nummer.

De simulatie van een volledige acquisitie bestaat uit een aantal volledige rotaties, n . Elke volledige rotatie bevat een bepaald aantal projecties m . In totaal worden er dus $m \cdot n$ projecties gesimuleerd. Van elke tijdstap worden k projecties gesimuleerd, daarna worden de projecties genomen van het volume horend bij de volgende tijdstap. De eerste k projecties uit een totaal van $m \cdot n$ zullen dus afkomstig zijn van volume 0, de tweede k projecties van volume 1, enz. k is typisch een laag getal. Bij een continu veranderend staal is $k = 1$. Er wordt dus 1 projectie genomen van een bepaalde tijdstap, en bij de volgende projectie is het staal al geëvolueerd naar een volume verder. Bij het scannen van een dynamisch proces wordt in principe verondersteld dat het voorwerp niet verandert gedurende een volledige rotatie. In



Figuur 2.6: De waarde van μ in bol 12 voor de verschillende tijdstappen. $\mu = 0,49$ op de tijdstappen voor 75 en $\mu = 0,90$ na 95.

Tabel 2.2: De gebruikte parameterwaarden bij het onderzoeken van een dynamisch proces

aantal projecties per rotatie m	20
aantal projecties per tijdstap k	1
aantal projecties per reconstructie o	20
ruisfactor f	7

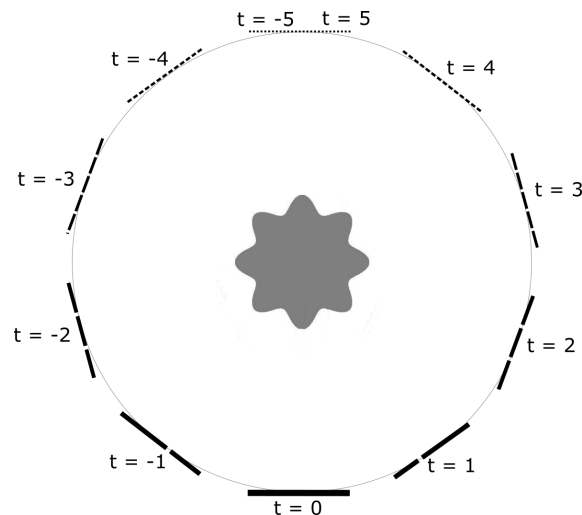
dit fantoom is deze veronderstelling niet langer geldig. Dit is een meer reële situatie. Een hogere k betekent dat er sneller gescand wordt of dat het voorwerp trager evolueert.

Voor de 201 tijdstappen in dit fantoom geldt: $201 \cdot k = m \cdot n$. In het geschreven algoritme kunnen k en m aangepast worden. Het programma bepaalt vervolgens automatisch n , dat niet per se een geheel getal hoeft te zijn.

Een reconstructie van een dynamisch staal neemt een aantal projecties o , gecentreerd rond de projectie (of een projectie) van de tijdstap die men wilt reconstrueren. Uit deze o projecties wordt een reconstructie gemaakt met een methode naar keuze. Dit kan bijvoorbeeld een analytische of een algebraïsche reconstructie zijn (paragraaf 1.3). Hier zal gewerkt worden met contrastgewogen terugprojectie. Als o groter is dan k , wat typisch het geval is, wordt er dus een tijdstap gereconstrueerd met behulp van projecties die afkomstig zijn van naburige tijdstappen. Dit wordt geïllustreerd in figuur 2.7. Het dynamische proces kan gereconstrueerd worden door verschillende tijdstappen te reconstrueren.

Een projectie kan op deze manier voor meerdere tijdstapsreconstructies gebruikt worden: een (of meerdere) keren voor de tijdstap van deze projectie zelf en enkele keren voor de tijdstappen er net voor en na.

De integratietijd van een enkele projectie kan bijvoorbeeld 30 ms bedragen. Dit is dan de tijdsduur van één tijdstap. In een rotatiegelimiteerd systeem, waarbij de scantijd vooral beperkt wordt door de snelheid waarmee de scanner een rotatie kan



Figuur 2.7: Illustratie van de reconstructie van een dynamisch proces. In dit geval zijn er 11 projecties genomen binnen 1 rotatie, waarvan de eerste en de laatste samenvallen. Deze volledige rotatie wordt gebruikt voor de reconstructie van $t = 0$, de tijdstap wanneer de onderste projectie werd genomen. Deze reconstructie gebruikt, naast data van $t = 0$ ook data van tijdstappen $t = -5$ tot en met $t = 5$. Tijdstappen die dicht bij $t = 0$ liggen, zullen er waarschijnlijk nog meer gelijkenis mee vertonen. Deze correlatie is weergegeven door de dikte van de projectielijnen.

uitvoeren, kan een volledige scan bijvoorbeeld 12 seconden bedragen (de tijd waarin de EMCT, een scanner aan het UGCT, kan roteren). Aangezien er voor een reconstructie projecties van een hele rotatie gebruikt worden om limited angle artefacten te vermijden, betekent dit dat er bij de reconstructie van een stap van 30 ms ook data van 6 s vroeger en later gebruikt wordt.

De waarden voor m , k , o en de ruisfactor f waarmee gewerkt werd zijn weergegeven in tabel 2.2.

2.4.4 Evalueren van reconstructiekwaliteit

Het voordeel van het werken met fantomen is dat het resultaat van de reconstructie met het oorspronkelijke fantoom vergeleken kan worden. Op die manier is op een kwantitatieve manier te bepalen hoe goed de uiteindelijke reconstructie is.

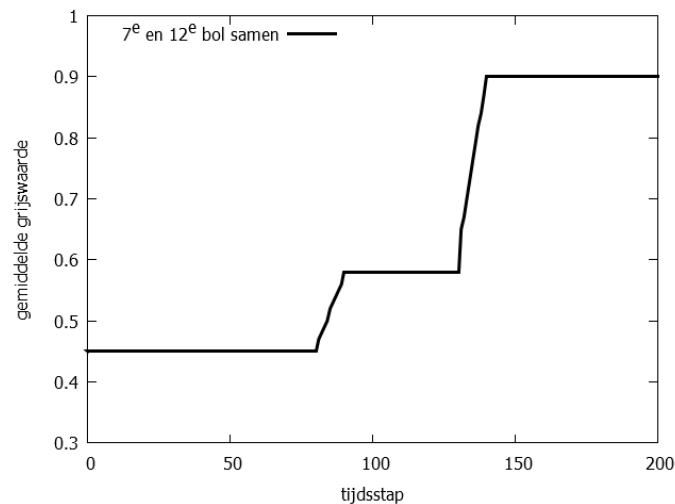
Om de uiteindelijke reconstructie te vergelijken met het fantoom dat ‘ingescand’ is, worden er drie methodes bekeken:

- **Het blote oog:** door slices naast elkaar te leggen, kan men kwalitatief zien of het een goede of een slechte reconstructie is en welke artefacten er aanwezig zijn. Deze methode is belangrijk omdat de andere methodes niet op artefacten letten.
- **Squared error:** men kan het gereconstrueerde beeld voxel per voxel vergelijken met het fantoom. Deze verschillen telt men kwadratisch op. Door uit deze som de vierkantswortel te trekken en te delen door het aantal voxels, bekomt men de uiteindelijke fout op de reconstructie.
$$\text{fout} = \sqrt{\sum_{\text{voxels}} (f_i - f'_i)^2 / N}$$

- **Fourier shell correlation:** dit is een methode om de frequentieverdelingen van de reconstructie en het fantoom met elkaar te vergelijken [27]. Men bekomt uiteindelijk een correlatie in functie van de frequentie. Om met een enkele waarde te kunnen vergelijken, zal de gemiddelde FSC over het hele frequentiebereik worden genomen. Een grotere correlatie betekent een betere reconstructie. De formule staat in vergelijking 2.21. Meer uitleg is te vinden in appendix A.

$$FSC(r) = \frac{\sum_{r_i \in r} \text{Re}(\mathcal{F}_1(r_i) \cdot \mathcal{F}_2^*(r_i))}{\sqrt{\sum_{r_i \in r} |\mathcal{F}_1(r_i)|^2 \cdot \sum_{r_i \in r} |\mathcal{F}_2(r_i)|^2}} \quad (2.21)$$

Hierbij is $\text{Re}(\dots)$ het nemen van het reële deel van het argument. r is een afstand tot de oorsprong in het frequentiedomein. Deze wordt uitgedrukt in linepairs/voxel. \mathcal{F}_1 is de fouriertransformatie van het eerste beeld, de reconstructie, terwijl \mathcal{F}_2 de fouriertransformatie van het tweede beeld is, het fantoom. De rol van 1 en 2 kan worden omgedraaid. r_i staat voor een voxel die binnen een schil met een bepaalde dikte ligt, op een afstand r van de oorsprong in het frequentiedomein.



Figuur 2.8: De tijdsevolutie van de gemiddelde grijswaarde in bol 7 en 12 voor de fantomen van het dynamische proces.

Voor het dynamische proces, beschreven in paragraaf 2.4.3, kan de tijdsevolutie van de grijswaarde op een specifiek punt bekeken worden. Er zijn twintig bollen die van grijswaarde veranderen tijdens het proces. Deze vormen samen de witte spiraal. Meer specifiek wordt er gekeken naar de tijdsevolutie van de zevende grootste en de twaalfde grootste bol samen (nummer 7 en 12 op figuur 2.5). Er wordt een gemiddelde genomen van de grijswaarden van de voxels die binnen een van deze twee bollen liggen. Elke tijdsstap heeft een volume en levert op die manier een waarde op de uiteindelijke grafiek. De tijdsevolutie van de fantomen wordt getoond in figuur 2.8. De eerste stijging is wanneer de kleinste bol, nummer 12, naar $\mu = 0,90$ evolueert. Deze stijging is kleiner dan de tweede (van bol 7) omdat deze bol kleiner is en er dus minder voxels in zitten om aan het gemiddelde bij te dragen. Hoe beter de reconstructie, hoe beter ze deze grafiek zal benaderen.

2.5 Echte scan

De techniek van een initiële oplossing zal ook toegepast worden op data van een echte scan. Hiervoor werd een poreus gesteente (geomateriaal) gebruikt, meer bepaald de Savonnières kalksteen (Frankrijk). Dit gesteente bestaat volledig uit calciumcarbonaat en heeft een complexe multimodale poriestructuur.

Er werden 6000 projecties gemaakt van een poreus geomateriaal. Vervolgens werd er een oplossing van 5% CSL (een contraststof) in water toegevoegd. De veronderstelling is dat dit alleen in de poriën doordringt, en dat het grootste gedeelte van het materiaal, alles wat geen porie is, dus onveranderd blijft. Van deze na-situatie werden opnieuw 6000 projecties gemaakt.

Er wordt eerst een goede reconstructie gemaakt van de voor-situatie. Dit werd gedaan door de projecties per drie samen te binnen (telkens het gemiddelde van 3 scans samen te voegen tot 1), zodat er nog 2000 projecties overbleven. Projecties samenbinnen is het virtueel verhogen van de tijd per projectie (de exposure time) tot een in dit geval 3 keer zo lange tijd. Op deze manier wordt de SNR verhoogd. Deze verlaagde ruis is belangrijker dan het feit dat er minder hoek informatie beschikbaar is, want voor zulke hoge aantallen projecties (hoog ten opzichte van het aantal pixels in de detector) maakt minder hoek informatie weinig verschil. Op de samengebinde projecties werd een gewone SART-reconstructie uitgevoerd.

Deze voor-reconstructie kan dan als initiële oplossing gebruikt worden om de na-situatie te reconstrueren. Door slechts een gedeelte van de na-scans te gebruiken, krijgen we dezelfde reconstructie die men zou verkrijgen met minder scantijd, wanneer er dus minder projecties gemaakt kunnen worden. Dit kan bijvoorbeeld het geval zijn wanneer men een tussen-situatie wil scannen. Op die manier kan het aantal projecties gevarieerd worden. Het ruisniveau kan verlaagd worden door projecties samen te binnen, zodat men hetzelfde krijgt als wanneer een individuele scan langer geduurd zou hebben. De ruis nog verhogen, om te onderzoeken in hoeverre de scantijd gereduceerd kan worden, is niet mogelijk zonder een nieuwe scan uit te voeren.

2.5.1 Tijdsschalen

De tijd die een scan nodig heeft, schaalt lineair met het aantal projecties N . Hierbij komt de tijd die men nodig heeft voor één projectie, Δt . Een scan neemt minimaal t tijd in beslag:

$$t = N \cdot \Delta t \quad (2.22)$$

Deze tijd kan dus verminderd worden door het aantal projecties te verminderen, waardoor er minder hoek informatie beschikbaar is voor het reconstructie algoritme, of door de tijd per projectie te verminderen. Beide worden gelimiteerd door de hardware: de maximale rotatiesnelheid, de uitleestijd van de detector en de maximale flux van de X-stralenbron, zoals uitgelegd in paragraaf 2.1.

Het verlagen van de projectietijd verhoogt de ruis. Dit is te zien in vergelijking 2.19: een verlaging van de tijd per projectie zal het aantal gemeten fotonen naar beneden halen, dus N_{I_0} wordt kleiner. De verhouding $y = I/I_0$ blijft echter hetzelfde. In totaal wordt σ en dus de ruis groter. Een halvering van de tijd per projectie betekent dat σ $\sqrt{2}$ keer groter wordt. Als 1 de index is voor de situatie met een lange projectietijd en 2 de index waarvoor $t_2 = 0,5 \cdot t_1$, dan $\sigma_2 = \sigma_1 \sqrt{2}$. De SNR zal dan

veranderen volgens $SNR_2 = SNR_1/\sqrt{2}$.

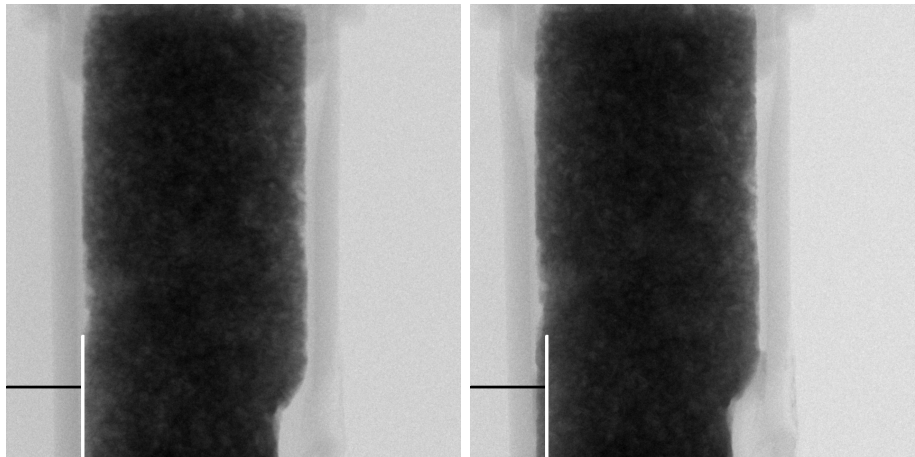
In dit geval duurde elke projectie 35 ms. Omdat het wattage gehalveerd werd ten opzichte van het ideale niveau, kwam dit overeen met een virtuele scan van 17 ms. Als het aantal fotonen verdubbeld wordt, verkrijgt men immers hetzelfde signaal op half zoveel tijd. Dit werd gedaan zodat de ruis hoger was, aangezien dit een van de aspecten is die onderzocht dient te worden. De totale scan, van 6000 projecties, duurde dus 210 seconden of 3,5 minuut.

Dit kan kort lijken, maar een verandering in een staal kan een veel kortere tijdschaal vertonen. De tijdschaal waarop processen in de poriën van geomaterialen zich afspelen is typisch 40 ms of korter [22]. Dit is ongeveer even lang als, in dit geval, 1 projectie. Met één projectie valt er geen reconstructie te maken, aangezien er dan geen enkele hoekinformatie aanwezig is.

Een perfecte reconstructie (zonder bewegingsartefacten) kan dus met deze data niet bereikt worden. Zelfs met een kortere scantijd zouden bewegingsartefacten niet helemaal vermeden kunnen worden, omdat de verandering in het staal een continu proces is. Desondanks is er een hele verbetering mogelijk is door het aantal projecties terug te brengen.

Er wordt gewerkt met twee ruisniveaus: het oorspronkelijke, met een Δt van 35 ms en een waarbij de projecties per 10 uitgemiddeld werden (zodat er 600 projecties overbleven), met een Δt van 350 ms.

2.5.2 Beweging tussen twee scans



Figuur 2.9: Een projectie uit dezelfde hoek van de voor-situatie en de na-situatie. De lijntjes linksonder (een zwart horizontaal en een wit verticaal) zijn bij beiden even lang, en tonen aan dat er beweging is.

Er werd eerst een scan genomen van de droge steen. Dan werd er water toegevoegd en een tweede scan genomen. Tussen beide scans was de steen iets bewogen (zie figuur 2.9). Hierdoor vormde de reconstructie van de droge steen niet langer een ideale initiële oplossing om in de reconstructie van de natte te steken. Dit werd gecompenseerd door de initiële oplossing te verplaatsen in het programma, volgens dezelfde beweging die de echte steen had ondergaan. Deze beweging werd bepaald

door een reconstructie van de voor-situatie en een van de na-situatie via een orthogonale transformatie zo goed mogelijk aan elkaar te fitten. Hiervoor werd het programma DataViewer van Bruker gebruikt [28].

De reconstructies, gebruikt om de beweging te bepalen, waren twee conventionele reconstructies. De eerste, van de droge steen, zou dienen als initiële oplossing. De tweede, van de natte steen, werd uitgevoerd met alle beschikbare projecties. Dit waren er evenveel als voor de droge steen en de kwaliteit van beide reconstructies was dus ongeveer gelijk. Na een fitting om de parameters van translatie te weten te komen, werden deze parameters in het programma gestoken voor het reconstrueren met een initiële oplossing.

Deze techniek om te compenseren voor de beweging was zo goed mogelijk omdat er genoeg projecties waren genomen van de na-situatie. In een echte situatie waarbij men een dynamisch proces reconstrueert, zouden er minder projecties beschikbaar zijn.

In elk geval is het verstandig om ervoor te zorgen dat er zo weinig mogelijk beweging in het sample zit tussen opeenvolgende scans. Indien dit niet helemaal vermeden kan worden, kan men in principe ook met weinig projecties de beweging te weten komen door twee reconstructies zonder initiële oplossing aan elkaar te fitten. De fit zal dan minder goed zijn, omdat de kwaliteit van de reconstructie minder goed is. Een ander nadeel is dat de natte steen op deze manier twee keer gereconstrueerd zal moeten worden: een keer om de beweging te achterhalen en een tweede voor de finale reconstructie. Aangezien het doel vooral is om de scantijd te verminderen en met slechte scans om te gaan en minder om de reconstructietijd te verkleinen, is dit niet zo'n groot probleem. In de uiteindelijke workflow zal geen reconstructie voor de beweging geïnccludeerd zijn, er wordt verondersteld dat er bij het uitvoeren van de scan genoeg maatregelen zijn genomen om het object stationair te houden.

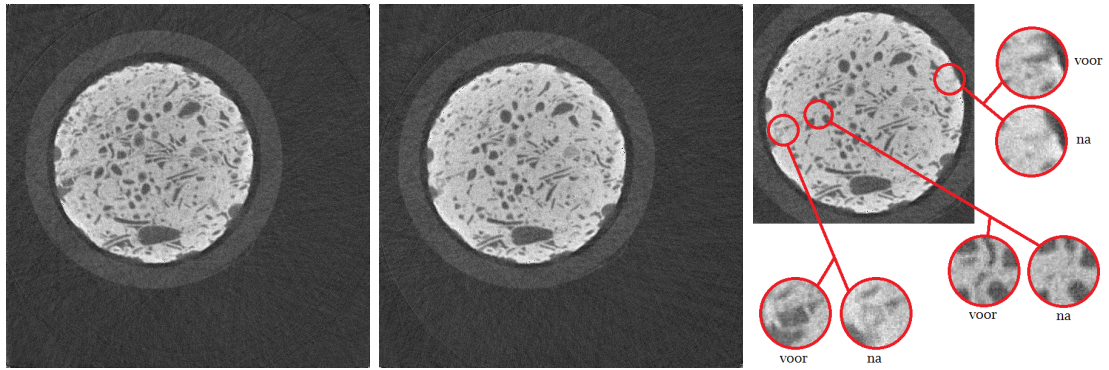
Dit is geprobeerd met een reconstructie uit 100 projecties. De bekomen bewegingsparameters konden vergeleken worden met de (bijna) juiste die bekomen waren uit het fitten van een betere reconstructie.

Het gescande object kan ruw gezien benaderd worden door een cilinder, omringd door lucht en met binnenin poriën van onregelmatige vorm. Boven- en onderaan viel hij niet helemaal binnen beeld. Wanneer men de z-as de richting loodrecht op het grondvlak noemt, bleek dat de translatie in de x- en de y-richting redelijk goed gevonden kon worden uit een reconstructie van 100 projecties. De beweging in de z-richting niet.

Een beweging kan dus door een fitting gecompenseerd worden, ook wanneer er weinig projecties ter beschikking staan, als de grens tussen lucht en object, of een ander duidelijk kenmerk (duidelijk voor de fitprocedure), als bepalende factor kan dienen. De z-richting werd hier niet gevonden omdat het object in deze richting buiten beeld verdween en er dus geen grens tussen lucht en object wás.

2.5.3 De reconstructie

Om de reconstructies te kunnen beoordelen, zal telkens dezelfde doorsnede getoond worden, namelijk de middelste. Deze ondervindt het minst last van cone beam artefacten (paragraaf 1.4.7) en zou dus het best gereconstrueerd moeten zijn. Deze kan vergeleken worden met dezelfde doorsnede van het initiële volume, om te zien hoezeer de oplossing daar blijven steken is. Ze kan ook vergeleken worden met een



Figuur 2.10: Een doorsnede van de droge situatie en de na-situatie. Daarnaast opnieuw de na-situatie, met de grootste verschillen tussen voor en na omcirkeld en uitvergroot.

goede reconstructie van de na-situatie, gemaakt zonder initiële oplossing. Deze is dan een goede maat voor hoe het volume zou moeten zijn.

Beide doorsnedes zijn weergegeven in figuur 2.10. Er is te zien dat een heleboel poriën, de meesten nogal klein, van de lucht-attenuatiecoëfficiënt (donkergrijs) naar een lichtere coëfficiënt zijn gegaan, die dichterbij de steen zelf ligt en de coëfficiënt van de oplossing contraststof-water is. Deze poriën waren dus aanvankelijk leeg (gevuld met lucht) en bevatten nadien water.

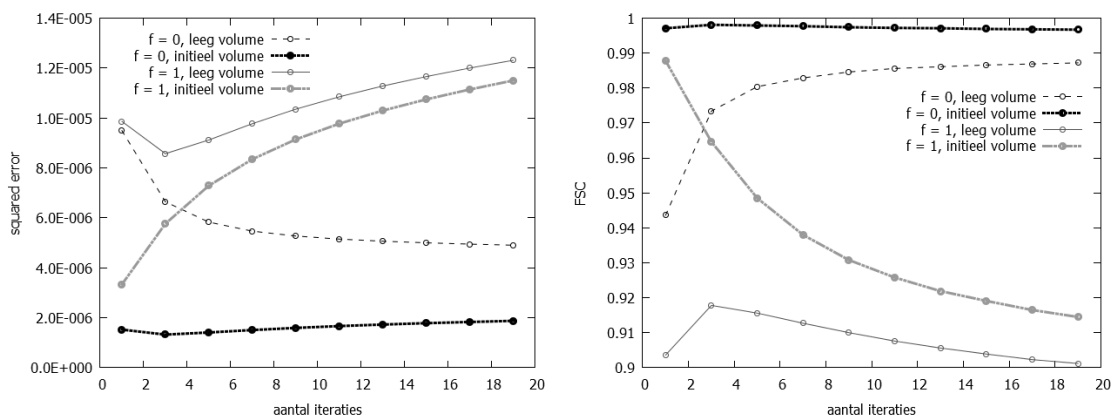
Het geomateriaal zal gebruikt worden om zowel de gewone initiële oplossing als de contrastgewogen terugprojectie te onderzoeken. Voor de contrastgewogen terugprojectie zullen de poriën met lucht een hoger gewicht meekrijgen dan de lichte grijswaarden van de steen zelf.

Hoofdstuk 3

Reconstructie met een initiële oplossing

In dit hoofdstuk wordt de invloed van de verschillende reconstructieparameters en van een initiële oplossing op de uiteindelijke reconstructie via SART onderzocht. De onderzochte parameters zijn het aantal iteraties, het aantal projecties, het hoekbereik van de scanner, de relaxatiefactor en de SNR. Deze laatste wordt bekeken door de ruisfactor f te variëren (paragraaf 2.4.2). Ook wordt de reconstructie met een initiële oplossing kort vergeleken met de differentiële reconstructie.

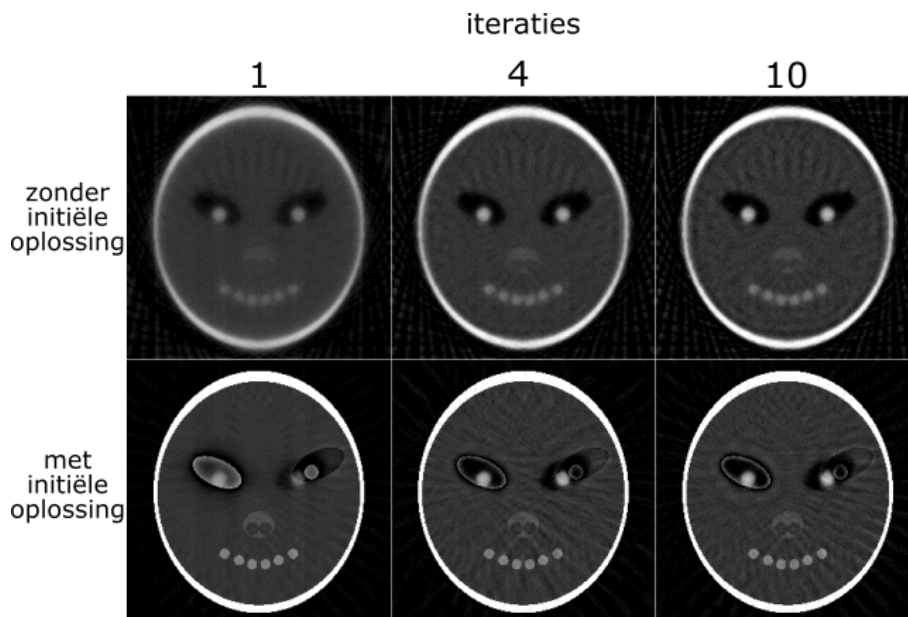
3.1 Aantal iteraties



Figuur 3.1: De squared error en de gemiddelde FSC in functie van het aantal iteraties.

De iteratieve reconstructiemethode wordt hier gebruikt zonder een specifiek convergentie criterium. De reconstructie stopt wanneer een vast aantal iteraties, dat vooraf gekozen kan worden, doorlopen is. Indien er 1 iteratie gekozen is, zal het algoritme dus lopen tot de variabele k uit formule 1.36 de waarde M (het aantal pixels in de detector maal het aantal projectiebeelden) bereikt heeft, zodat elke projectie 1 keer een correctieberekening heeft ondergaan. Als er twee iteraties doorlopen worden, loopt k op tot $2M$, etc.

In figuur 3.1 zijn de squared errors en de gemiddelde fourier shell correlatiefunctie



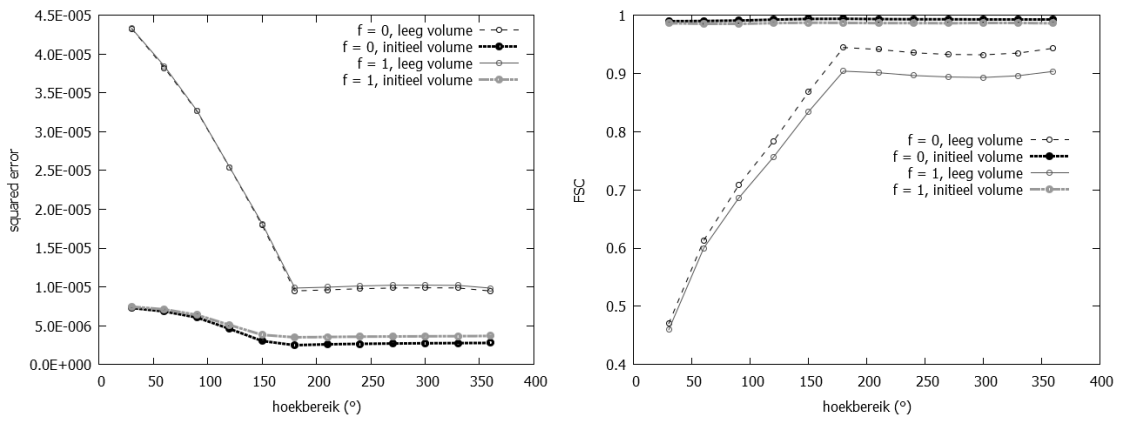
Figuur 3.2: De slices van 1, 4 en 10 iteraties van het smileyfantoom. Er zijn slechts 32 projecties gebruikt. Bij een reconstructie zonder ruis of met een laag ruisniveau verbeteren meer iteraties de reconstructiekwaliteit.

(beschreven in paragraaf 2.4.4 en appendix A) over het hele onderzochte domein weergegeven in grafieken. $f = 0$ verwijst naar de situatie zonder gesimuleerde ruis. Zonder ruis zorgen meer iteraties voor een betere oplossing. Met ruis gebeurt het tegenovergestelde. In eerste instantie zorgen meer iteraties voor een betere reconstructie, maar al snel maken ze de fout die door ruis geïntroduceerd is steeds erger. Dit effect is bekend en wordt besproken in bijvoorbeeld [29]. Het komt er dus op aan om het beste aantal iteraties te vinden, daar waar in de squared-errorgrafiek het minimum ligt en bij de fourier shell correlation het maximum. Bij het werken met een initiële oplossing, en als er ruis is, lijken meer iteraties alleen nadeel te geven. Wanneer men echter naar de doorsneden kijkt, in figuur 3.2, ziet men dat meer iteraties wel het effect van ruis vergroten, maar dat tevens de initiële oplossing minder overheersend wordt. Ook met een initiële oplossing zal er dus gezocht moeten worden naar het beste aantal iteraties.

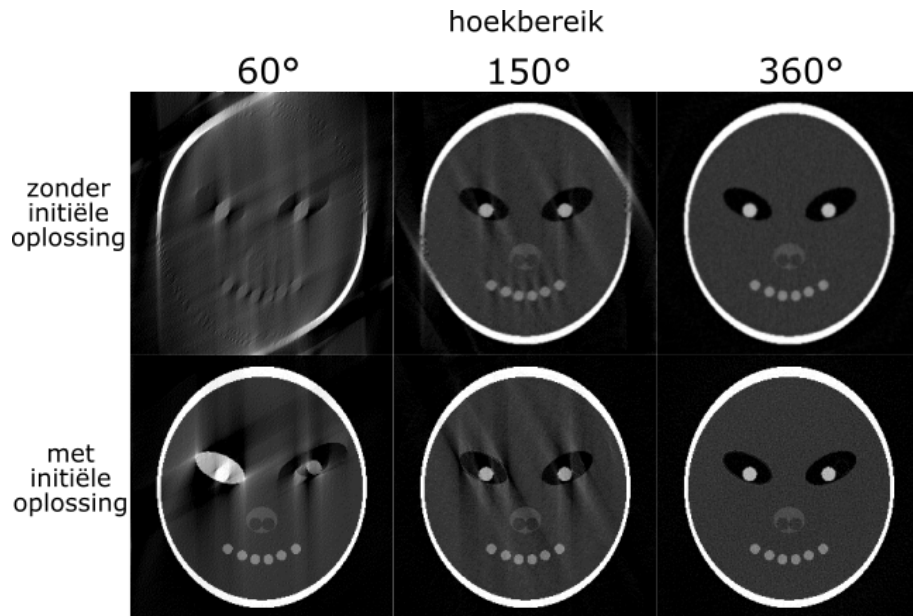
De slices in figuur 3.2 zijn met slechts 32 projecties gereconstrueerd, tegenover de 512 waaruit de grafieken in figuur 3.1 afgeleid zijn, om de effecten duidelijker te maken. Meer iteraties geven een betere reconstructie wanneer vanaf een leeg beeld vertrokken wordt, en zorgen dat de reconstructie minder onderhevig is aan de nadelen van een persistent aanwezig initieel volume.

3.2 Hoekbereik

De hoek waarover het staal gedraaid werd in de gesimuleerde projecties kan ook gevarieerd worden. Het kan voorkomen dat niet het hele hoekbereik beschikbaar is voor de scanner [2], vandaar dat het nuttig is het effect van een onvolledig hoekbereik te onderzoeken. In de praktijk komt dit echter bijna niet voor in een labo-opstelling zoals aan het UGCT.



Figuur 3.3: De squared error en gemiddelde FSC in functie van het hoekbereik.



Figuur 3.4: De slices van 60°, 150° en 360° van het smileyfantoom. Limited angle artefacten treden op bij een beperkt hoekbereik.

In de figuren 3.3 wordt duidelijk dat een groter of kleiner hoekbereik nauwelijks effect heeft voorbij 180° . Dit is logisch, bij een halve rotatie heeft men, voor een parallelle bundel, in principe al alle informatie die men kan krijgen, en een grotere hoek zal bijna enkel sommige lijnintegralen doorheen het object dubbel verschaffen, zonder nieuwe informatie te leveren. Bij een cone- of een fanbeam geldt dit vanaf een hoek van $180^\circ + 2\alpha$, met α de halve openingshoek van de bundel (zoals uitgelegd in paragraaf 1.4.6). [13]

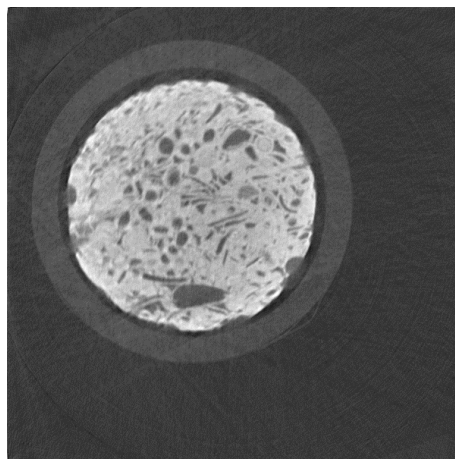
Verder kan men in figuur 3.3 een te verwachten effect zien: een grotere hoek geeft een betere reconstructie, aangezien de informatie over het object die in de projecties verscholen zit dan vollediger is.

Uit de grafieken kan afgeleid worden dat de initiële oplossing bij lage hoeken voor een beter resultaat zorgt. Wanneer er ook naar de slices gekeken wordt, wordt duidelijk dat er nog limited angle artefacten zijn.

In de slices van figuur 3.4 zijn deze te zien. Voor de reconstructies met initiële oplossing treden de artefacten enkel op bij de gebieden waar de initiële oplossing verschilt van het fantoom. Dit komt omdat deze stukken consistent zijn met de projectiedata. Ze zullen dus een correctiefactor van 0 of dicht bij 0 als terugprojectie krijgen.

Een klein hoekbereik vergroot het effect van bewegingsartefacten. Omdat er minder informatie is over het te reconstrueren fantoom, steunt het reconstructiealgoritme meer op de initiële oplossing - of misschien is het beter te zeggen dat ze deze minder aanpast. Dit is een risico: men merkt het minder snel wanneer er een initiële oplossing gebruikt wordt die helemaal geen goede benadering is. Aan de andere kant is de reconstructie zonder initiële oplossing in hetzelfde geval van een hele slechte kwaliteit.

De reconstructie is van redelijke kwaliteit vanaf een hoekbereik van ongeveer 150° . Dit geldt zowel voor de initiële oplossing als voor de conventionele reconstructie. Doorsnedes voor deze hoek zijn getoond in figuur 3.4. Afhankelijk van de toepassing en hoezeer de limited angle artefacten daarvoor problematisch zijn, kan men naar een lager of een hoger hoekbereik gaan.

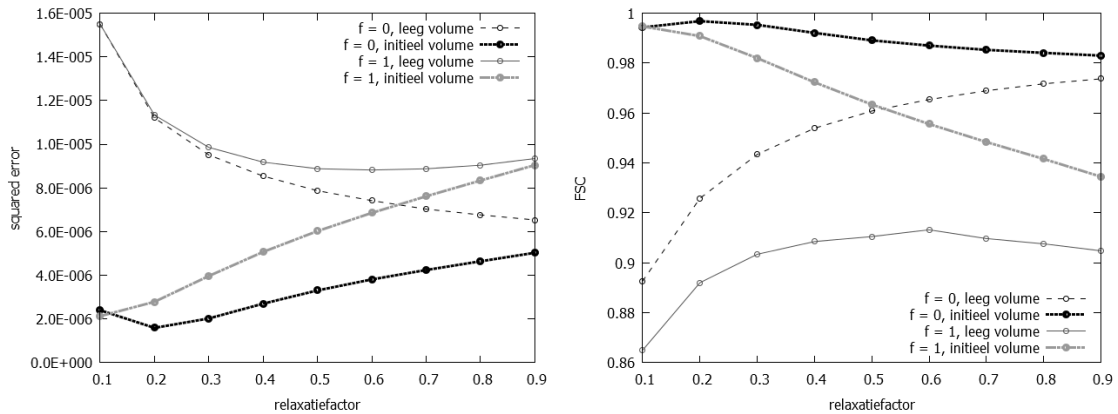


Figuur 3.5: Doorsnede van de reconstructie met initiële oplossing, bij 100 projecties en een hoekbereik van 60° .

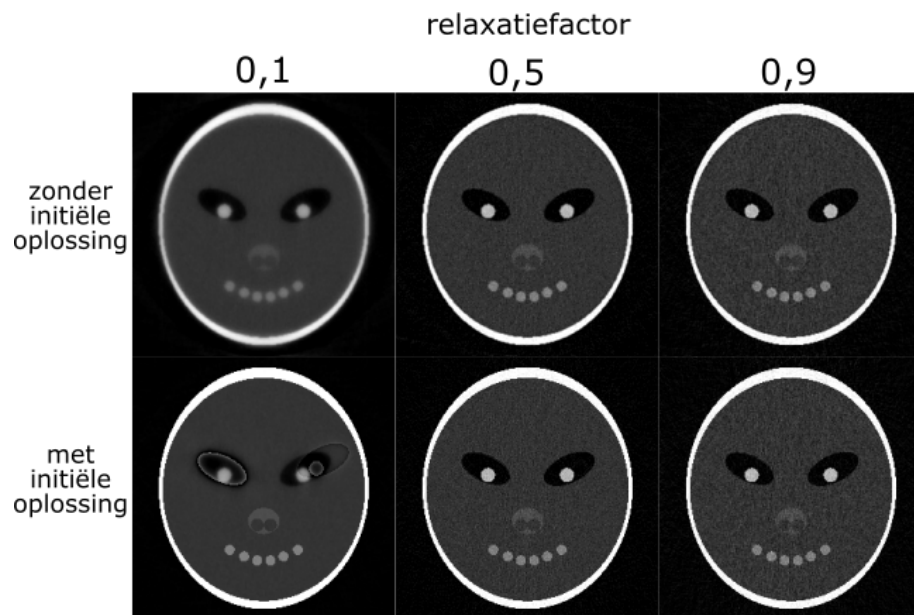
Een reconstructie met een beperkt hoekbereik is eveneens uitgevoerd op de scandata

van het geomateriaal. Hier werden 100 projecties gebruikt en een hoekbereik van 60° . De resulterende doorsnede is te zien in figuur 3.5. Er verschijnen limited angle artefacten als streaks.

3.3 Relaxatiefactor



Figuur 3.6: De squared error en de gemiddelde FSC in functie van de relaxatiefactor.



Figuur 3.7: De slices van de reconstructies met relaxatiefactoren van 0,1; 0,5 en 0,9 van het smileyfantoom.

Een relaxatiefactor kan men beschouwen als een factor die bepaalt hoe belangrijk de correctiestap is voor het reconstructiealgoritme, zoals in vergelijking 1.36. Uit de berekende fouten, weergegeven in figuur 3.6, kan men al wat opmaken. Een hogere relaxatiefactor maakt de reconstructies met ruis beter, of er nu een initiële oplossing gebruikt wordt of niet. Bij de grafiek met ruis en zonder initiële oplossing

gaat de fout na een initiële daling terug een beetje omhoog. Er is dus een ‘ideale’ relaxatiefactor die niet te hoog en niet te laag is.

De invloed die de relaxatiefactor op de reconstructie heeft is dus analoog aan de invloed van het aantal iteraties (paragraaf 3.1). Dit kon verwacht worden: meerdere iteraties betekent eigenlijk meerdere keren de updatestep uit dezelfde richting uitvoeren. Dit is gelijkaardig aan de correctiefactor vanaf de eerste keer al een hoger gewicht mee te geven, dus een hogere relaxatiefactor.

In de slices, figuur 3.7 kan men zien dat een kleinere relaxatiefactor vooral een wazig effect geeft en bewegingsartefacten versterkt. Dit komt omdat een relaxatiefactor een smoothing effect geeft (paragraaf 3 uit [30]). Visueel komt dit overeen met een waziger beeld.

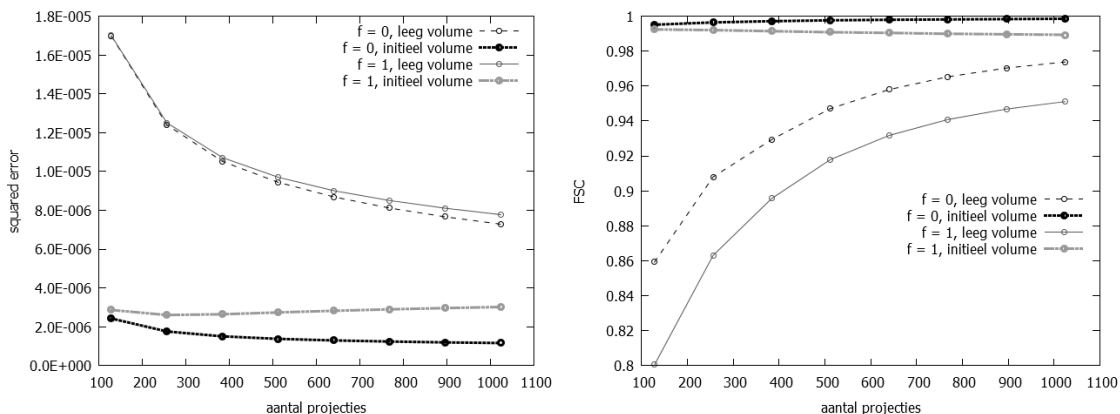
Bij een kleinere relaxatiefactor lijkt figuur 3.6 te suggereren dat een initiële oplossing voordeel biedt, maar in figuur 3.7 zullen sommigen misschien eerder de reconstructie zonder initiële oplossing prefereren, ook al is deze waziger.

Een verschil in relaxatiefactor geeft geen noemenswaardig verschil in reconstructietijd en zeker geen enkel verschil in scantijd, aangezien het op de scan zelf geen effect heeft, dus de enige reden om een bepaalde relaxatiefactor te kiezen is omwille van het effect op de reconstructiekwaliteit. Dit is een kwestie van proberen en de ‘ideale’ relaxatiefactor kan zelfs verschillen per fantoom. Uit de fantoomtesten die hier zijn uitgevoerd, is in ieder geval duidelijk dat een te lage relaxatiefactor geen goed idee is, omwille van de wazigheid bij een lege beginoplossing en de artefacten bij een initiële oplossing. Een grote relaxatiefactor kan dan weer de ruis een te grote rol geven.

Doorgaans wordt als relaxatiefactor 0,5 genomen. Dit wordt ook in hoofdstuk 4 zo gedaan. In dit hoofdstuk worden de testen uitgevoerd met $\alpha = 0,3$.

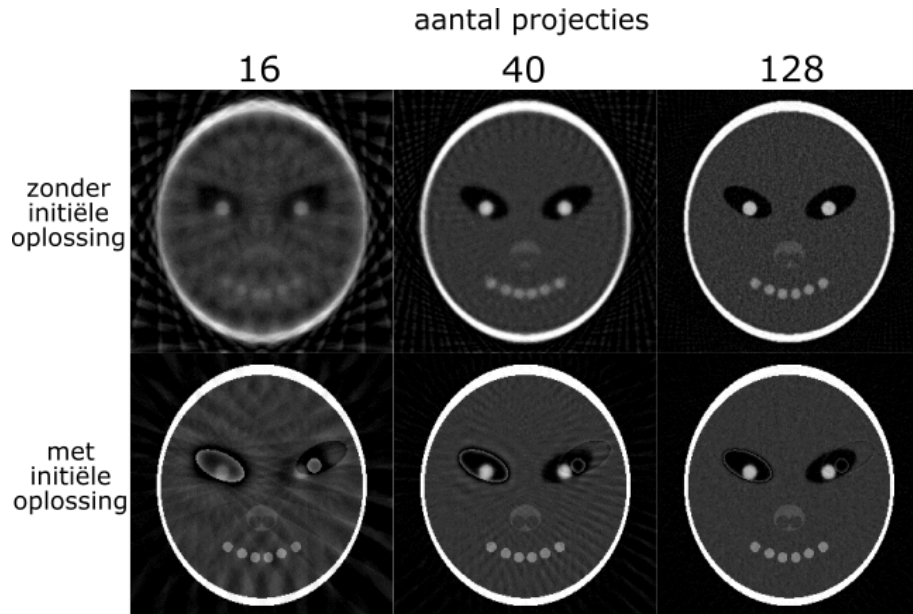
3.4 Aantal Projecties

3.4.1 Fantoom



Figuur 3.8: De squared error en de gemiddelde FSC in functie van het aantal projecties.

De reconstructiekwaliteit gelijk houden en ondertussen het aantal projecties verminderen, is een verbetering vanwege de verminderde dosis in het gescande object en



Figuur 3.9: De slices van 16, 40 en 128 projecties van het smileyfantoom. Meer projecties verhogen de reconstructiekwaliteit, maar een initiële oplossing kan ook al voor en lager aantal projecties goede resultaten geven.

de verminderde benodigde scantijd. Een initiële oplossing toont in eerder onderzoek veelbelovende resultaten om dit te verwezelijken. [2]

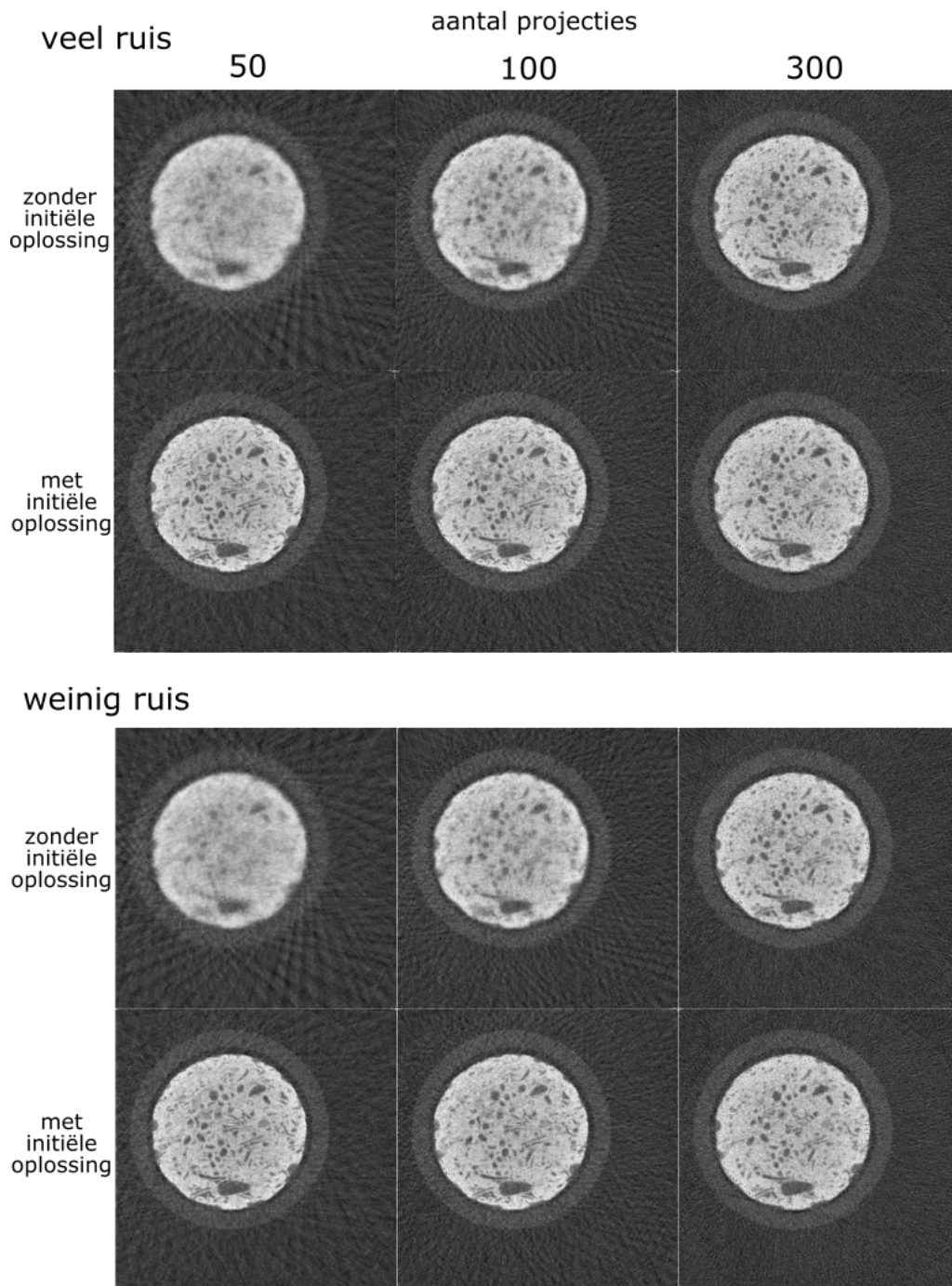
Bij het variëren van het aantal projecties (en dus de tijd nodig voor de volledige scan) is te zien dat hoe meer projecties men in rekening brengt, hoe minder het aanbrengen van een initiële oplossing een verschil geeft. Dit is te zien in figuur 3.8. Dit is logisch, want als er meer projecties zijn, is er ook meer informatie beschikbaar. Er ook nog a priori informatie in stoppen maakt dan minder verschil. Een initiële oplossing is dus nuttiger bij een kleiner aantal projecties.

Bij de slices van het fantoom (figuur 3.9) is duidelijk dat de initiële oplossing nog een resterend effect geeft, voor zowel de verandering van attenuatiecoëfficiënt (linkeroog) als het bewegingsartefact (rechteroog). Deze artefacten zijn sterker bij weinig projecties.

Hetzelfde effect verschijnt bij reconstructies van het geomateriaal (paragraaf 2.5). Doorsnedes voor verschillende aantallen projecties zijn getoond in figuur 3.10. Voor een klein aantal projecties (in dit geval 50) geeft de reconstructie bijna precies het initiële volume terug. Voor meer projecties verbetert de reconstructie. Al bij 100 projecties krijgt men een goede reconstructie, die er minder wazig uitziet dan de conventionele reconstructie.

Ook de conventionele reconstructie verbetert met een hoger aantal projecties, alleen is bij deze op het zicht te zien dat het niet om een goede reconstructie gaat. Bij een initieel volume zou men dit over het hoofd kunnen zien, want het resultaat ziet er scherp uit, al is het fout.

Een verlaging van het aantal projecties brengt dus met zich mee dat een initiële oplossing een betere reconstructie biedt, maar tegelijkertijd zijn de artefacten, volgend uit de te sterke aanwezigheid van de initiële oplossing, dan meer aanwezig. Bij het verhogen van het aantal projecties verdwijnen deze artefacten sneller dan de



Figuur 3.10: Doorsnedes van het gereconstrueerde geomateriaal voor 50, 100 en 300 projecties. De reconstructies uit de ongebinde projecties (“veel ruis”) bevinden zich bovenaan, deze van de per 10 gebinde projecties (“weinig ruis”) onderaan.

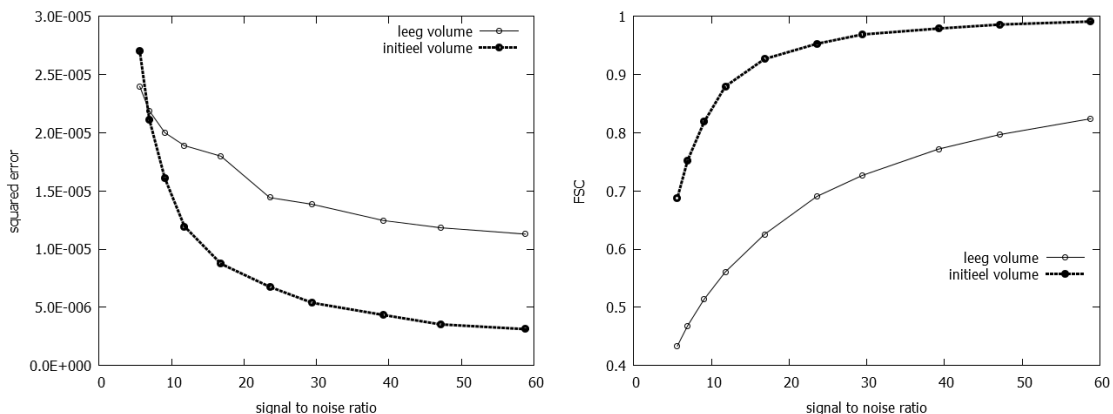
kwaliteit van de conventionele (lege) reconstructie omhooggaat (bij het geomateriaal zijn er bijvoorbeeld 100 projecties nodig, tegenover de 300 voor een conventionele SART-reconstructie). Bij de 40-projectie-slices in figuur 3.9 zijn de neus, de mond en de schedel beter gereconstrueerd met initiële oplossing en zijn de artefacten al sterk verminderd. Dat deze gebieden goed gereconstrueerd zijn, komt omdat ze in de initiële oplossing al juist zijn: ze komen dus overeen met de projectiedata en krijgen bijna geen terugprojectie.

Men zou dus kunnen stellen dat voor heel weinig projecties (tot ongeveer 25 voor dit fantoom) een goede reconstructie niet mogelijk is met de methoden die hier besproken worden. Voor een klein aantal projecties, maar niet te klein, (30 à 60) kan men een initiële oplossing gebruiken in SART om een goede reconstructie te verkrijgen. Voor een normaal of groot aantal projecties (128 à 200) kan men kiezen of men vanaf een leeg beeld of vanaf een initiële oplossing vertrekt. Beide methodes leveren dan hetzelfde.

Met een initieel volume moet men oppassen, want een reconstructie die bij te weinig projecties gemaakt is kan fout zijn, maar er wel goed uitzien. In dit geval krijgt men bijna letterlijk de initiële oplossing terug. Waar ligt de grens van het aantal projecties dat men nodig heeft om met een initiële oplossing tot een goed resultaat te komen? Dit hangt af van geval tot geval:

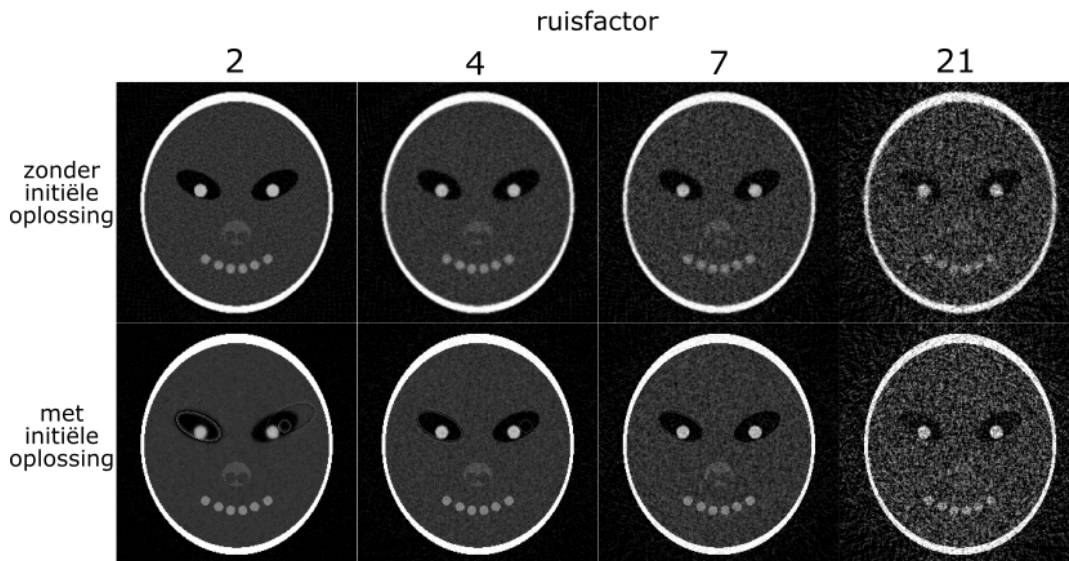
- Hoe goed lijkt de initiële oplossing op het te reconstrueren object?
- Hoe gemakkelijk zijn de verschillen te bepalen in het reconstructiealgoritme?
- Hoe zwak moeten de artefacten zijn om acceptabel gevonden te worden? (Dit hangt allicht af van de toepassing.)

3.5 Ruis



Figuur 3.11: De squared error en de gemiddelde FSC in functie van de signaal-ruisverhouding.

Als men de scantijd wil doen dalen, bijvoorbeeld om een dynamisch proces beter te kunnen reconstrueren, kan men dit doen door de tijd voor een individuele projectie te verminderen of door het aantal projecties te verminderen (paragraaf 2.5.1). Het verminderen van het aantal projecties verlaagt het aantal iteratiestappen in de



Figuur 3.12: De slices van de reconstructies met een signaal-ruisverhouding van 58,8; 29,4; 16,8 en 5,6 (SNR is berekend als de gemiddelde waarde van y/σ over het hele volume met $y = I/I_0$ uit het fantoom en σ de factor waarmee de ruis gesimuleerd is, zoals in paragraaf 2.4.2). Een hogere ruis vermindert de reconstructiekwaliteit en verbergt deels de nadelen van de persistente aanwezigheid van het initiële volume.

reconstructie en zo ook het effect van ruis. De tijd voor een individuele projectie verlagen, verhoogt daarentegen de ruis. Om te onderzoeken wat dit met de reconstructie doet, werd de gesimuleerde ruis op de projecties van het smileyfantoom gevarieerd. Er werden 128 projecties gebruikt. Dit leverde de grafieken in figuur 3.11 en de doorsnedes in figuur 3.12 op.

De grafieken in figuur 3.11 tonen niets verrassends: een lagere signaal-ruisverhouding betekent een slechtere reconstructie. Zoals gewoonlijk doet de reconstructie met initiële oplossing zich in de grafiek beter voor dan deze zonder. Dat dit volgens de squared-errorgrafiek voor hele kleine signaal-ruisverhouding niet zo is, is een vreemd effect. Volgens de fourier shell correlation is de reconstructie met initiële oplossing wel nog beter. Op dat punt is er zo veel ruis dat de reconstructie gewoon heel slecht is. Dit is te zien in figuur 3.12. De kenmerken in de hele ruizige situatie zijn toch nog iets scherper afgelijnd in de slice met initiële oplossing, al is het verschil miniem. Een belangrijk effect is dat de artefacten verdwijnen wanneer ruis van dezelfde grootte wordt. Beter gezegd: ze zijn er nog wel, maar niet meer te onderscheiden van de ruis zelf. Dit effect is duidelijk bij de twee linkse slices van figuur 3.12. Hoewel, in de tweede situatie, de ruis nog niet sterk genoeg is om de kwaliteit van het beeld al erg te doen dalen, zijn de artefacten wel al bijna helemaal onzichtbaar.

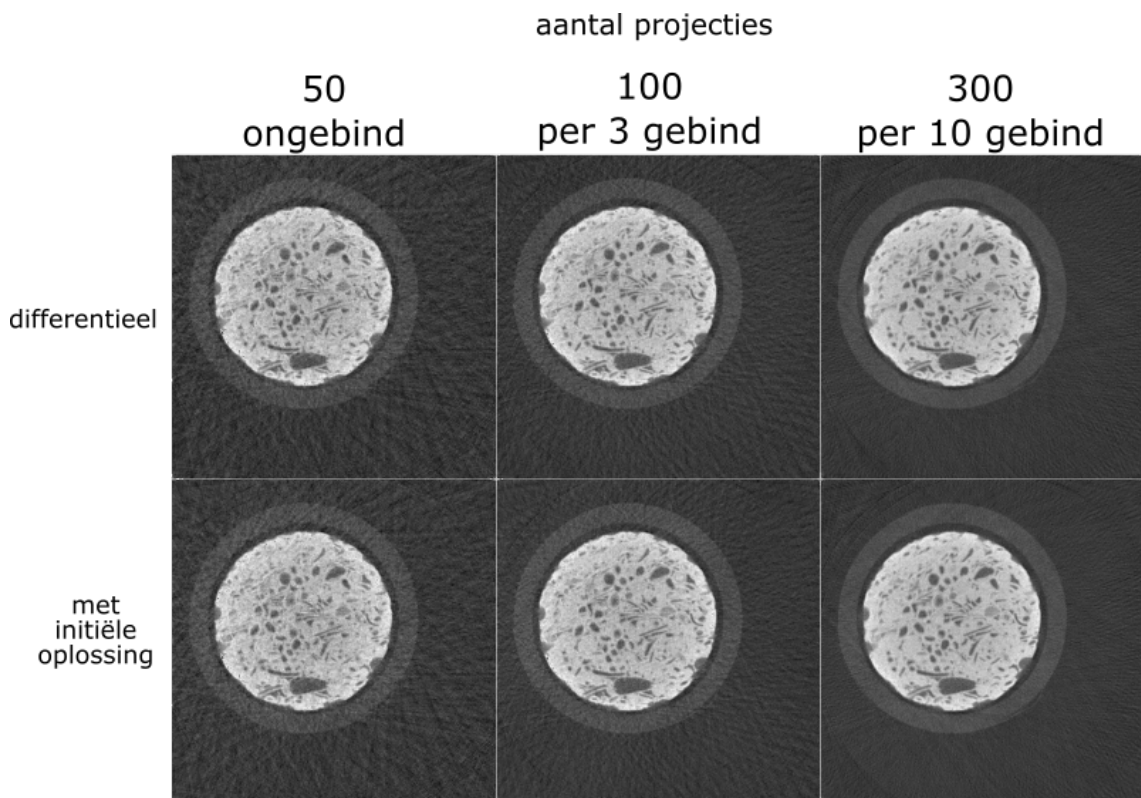
Met een initiële oplossing kan de reconstructie beter met ruis omgaan dan zonder. In de derde kolom van 3.12 zijn de details van de initiële reconstructie, zoals de neus en de mond, duidelijker dan in de conventionele reconstructie. Dit is geen sterk effect. Te veel ruis, of dus een te korte tijd per projectie, vermindert de kwaliteit van de reconstructie, zowel bij een conventionele als een initiële reconstructie.

Bij het geomateriaal werd een lager ruisniveau gegenereerd door projecties per tien en pixels per vier (per twee in elke richting) samen te binnen. Een aantal doorsnedes

van reconstructies voor de beide ruisniveaus staan in figuur 3.10. De reconstructies met minder ruis zijn beter. De initiële oplossing levert voor 100 projecties een verbetering ongeacht het ruisniveau. De oplossing met een initieel volume en met veel ruis is beter dan de conventionele reconstructie met minder ruis. Als er dus een scan beschikbaar is om een goed initieel volume uit te halen, kan men de scantijd verminderen door de tijd per scan te verminderen.

3.6 Differentiële reconstructie

De differentiële reconstructie, zoals beschreven in paragraaf 2.2 is uitgetoetst op de data van het geomateriaal. Doorsnedes van enkele differentiële reconstructies, voor verschillend aantal projecties en verschillende ruisniveaus, staan in figuur 3.13 onder hun tegenhangers met gewone initiële oplossing. Er is nergens echt verschil op te merken. Het maakt dus niet uit op welk van beide manieren er gereconstrueerd wordt. Dit is logisch, want beide methodes zijn conceptueel gezien hetzelfde.



Figuur 3.13: Bovenaan doorsnedes uit de differentiële reconstructies, onderaan gewone met initiële oplossing. Helemaal links staat een reconstructie met 50 projecties, ongebind (meest ruis). In het midden: 100 projecties, 3-gebund en rechts: 300 projecties, 10-gebund (minst ruis).

3.7 Conclusie

Een initieel volume in iteratieve reconstructie is een methode waarmee de scantijd kan worden verminderd. Er zijn minder projecties nodig om tot dezelfde reconstructie

tiekwaliteit te komen en de gunstige ruiseigenschappen van het initiële volume zetten zich door in de reconstructie. Men moet echter opletten met het te laag kiezen van het aantal projecties: de reconstructie kan er goed uitzien, maar dit niet zijn.

Zowel het aantal iteraties als de relaxatiefactor moeten zorgvuldig gekozen worden, niet te hoog of niet te laag. De ideale waarde hangt af van het volume in kwestie. Het hoekbereik houdt men best zo volledig mogelijk, net als bij de conventionele SART-reconstructie. De volledige reconstructie is dan wel beter bij een klein hoekbereik dan voor de conventionele, dit is enkel zo voor het gedeelte waar het initieel volume al juist was. De stukken waar het initieel volume van het echte volume verschilt ondervinden nog steeds veel last van limited angle artefacten.

Het initiële volume kan zich ook te sterk opdringen in de reconstructie, zodat de verschillen met het werkelijke volume minder goed worden gereconstrueerd. Dit gebeurt vooral wanneer het aantal projecties of het aantal iteraties te laag is.

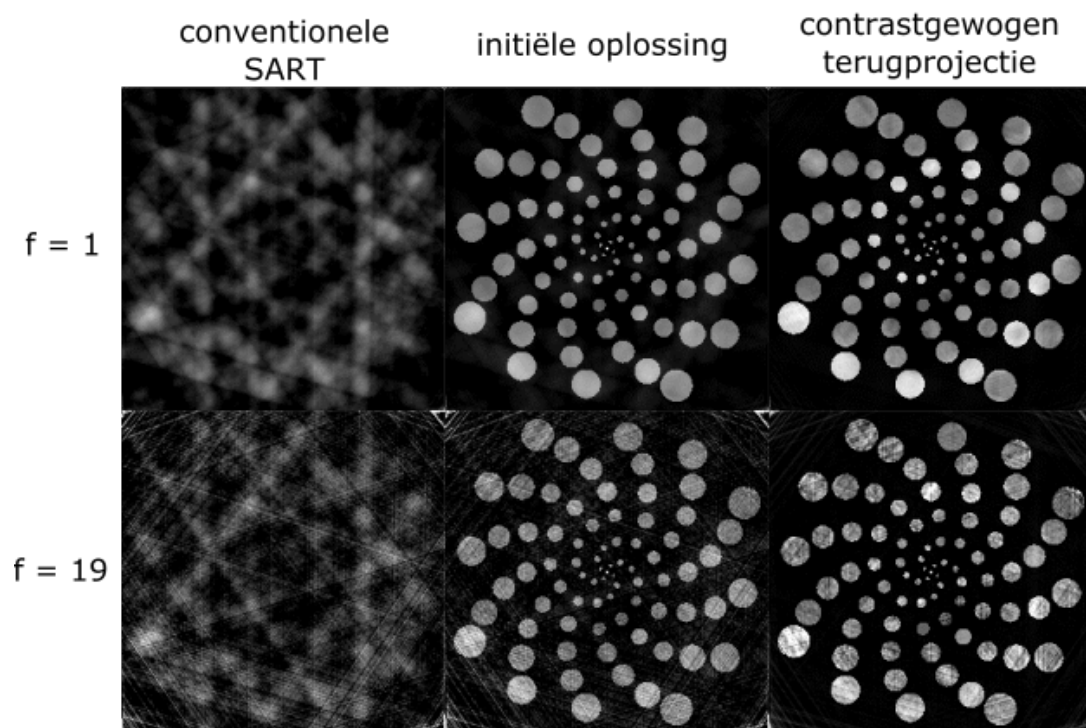
Aangezien men met het reconstrueren via een initieel volume de scantijd kan verminderen, kan men dit gebruiken als een methode om uiteindelijk dynamische processen mee te kunnen reconstrueren. Een volume als initiële oplossing gebruiken is de simpelste manier om a priori kennis in het algoritme in te voeren. Uitgebreidere methodes kunnen een verdere verbetering van de reconstructiekwaliteit opleveren. Deze kunnen dan de overheersing van het initiële volume doorbreken, zodat de verschillen beter worden gereconstrueerd. Bij contrastgewogen terugprojectie gebeurt dit door het algoritme rekening te laten houden met waar er het meeste verschillen worden verwacht.

Hoofdstuk 4

Contrastgewogen terugprojectie

De contrastgewogen terugprojectie, zoals beschreven in paragraaf 2.3, wordt in dit hoofdstuk onderzocht met behulp van de spiraalfantomen en de scandata van het geomateriaal. Er wordt vergeleken met de gewone initiële oplossing. Ook zal de invloed van de gewichtsfunctie, het aantal projecties en het ruisgehalte op de uiteindelijke reconstructie bekeken worden.

4.1 Vergelijking tussen reconstructiemethoden



Figuur 4.1: Doorsnedes van het gereconstrueerde fantoom voor de conventionele reconstructie (links), de reconstructie met initiële oplossing (midden) en de contrastgewogen terugprojectie met de gewichtsfunctie uit figuur 2.1 (rechts). Bovenaan 6 projecties bij lage ruis ($f = 1$; $\text{SNR} = 168,47$), onderaan bij hoge ruis ($f = 19$; $\text{SNR} = 8,87$).

Voor de eerste vergelijking van de contrastgewogen terugprojectie met een gewone initiële oplossing en met de conventionele reconstructie vanaf een leeg beeld, is gewerkt met de gewichtsfunctie die in figuur 2.1 is afgebeeld, dus een basislijn van 1 met daarop een gausspiek met hoogte 20, $\mu = 0,5$ en $\sigma = 0,04$. Dit zou een goede gewichtsfunctie moeten zijn, aangezien de μ 's van de veranderlijke regio's precies volgens een gauss rond 0,5 met $\sigma = 0,04$ verdeeld zijn. Het valt op dat al voor heel weinig projecties (6) de contrastgewogen terugprojectie een nagenoeg perfecte reconstructie geeft (bovenste lijn in figuur 4.1). Veel ruis (onderste lijn) haalt de kwaliteit van het beeld naar omlaag. Toch is ook hier de contrastgewogen terugprojectie een verbetering ten opzichte van de andere methodes. Het loont dus de moeite om contrastgewogen terugprojectie nader te bekijken.

Aangezien bij de scan van een dynamisch proces de ruis hoog kan zijn, indien er voor een lage integratietijd is gekozen, zal het effect van ruis op contrastgewogen terugprojectie worden onderzocht.

De contrastgewogen terugprojectie is gebaseerd op een gewichtsfunctie. Dit is precies de factor die verschilt van de eerder onderzochte reconstructie met initiële oplossing. Het effect van de parameters van de gewichtsfunctie zal daarom nader worden bekeken. Hierbij wordt ook gekeken naar een binaire gewichtsfunctie, die slechts twee waarden kan aannemen: 0 of 1.

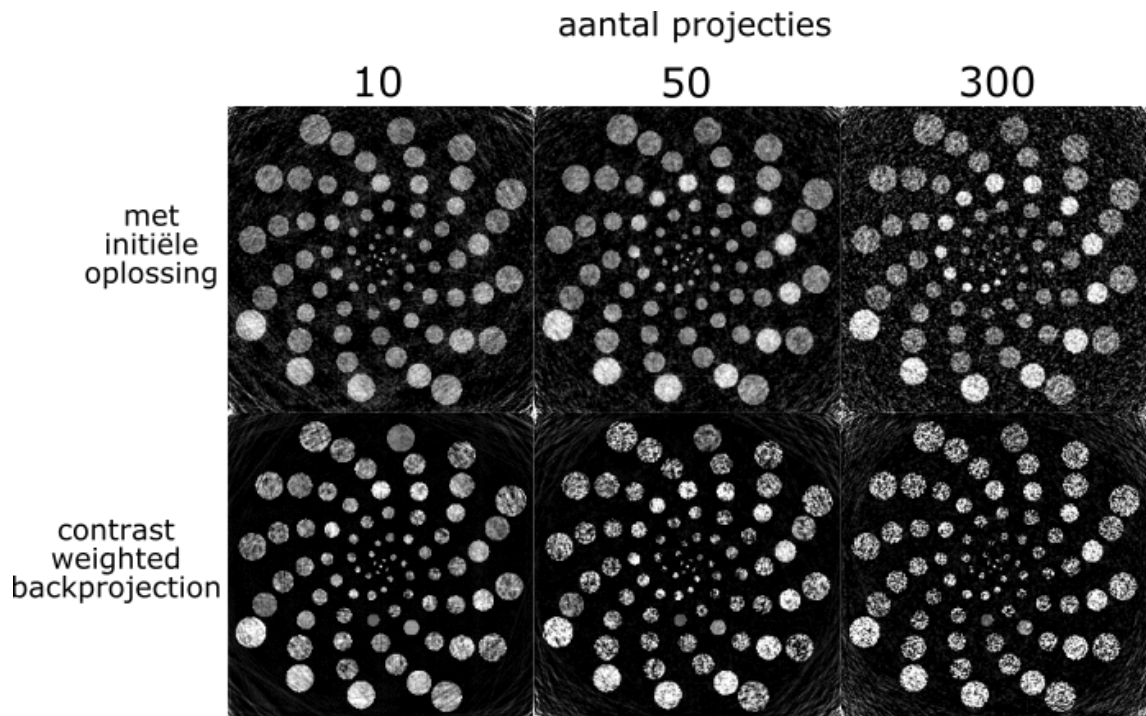
Tenslotte wordt de contrastgewogen terugprojectie toegepast op het gesimuleerde dynamische fantoom (paragraaf 2.4.3).

4.2 Ruis

Reconstructies bij hoge ruis ($f = 19$ en $SNR = 8,87$) zijn weergegeven in figuur 4.2 voor zowel de initiële als de contrastgewogen terugprojectie. De ruis gedraagt zich verschillend, afhankelijk van om welke reconstructiemethode het gaat. Bij de initiële reconstructie wordt de ruis overal in het beeld teruggeprojecteerd. Bij de contrastgewogen terugprojectie concentreert ze zich vooral in de bollen, dus in de gebieden met een hoog gewicht. Hierdoor vermindert de kwaliteit van de reconstructie sterk, aangezien dit precies de interessante gebieden zijn: de stukken waar het volume verschilt van de initiële oplossing. Dit zijn de gebieden waar bij een dynamisch proces het dynamische zich afspeelt.

Dit is een nadeel aan het terugprojecteren met gewichten: het zijn niet alleen de verschillen met de initiële oplossing (witte bollen, binnensijpelend water,...) die teruggeprojecteerd worden in het relatief kleine volume met een groot gewicht, ook de ruis kan zich nu in een veel kleinere ruimte uitstrekken. Het gevolg is dat de gedeelten met een klein gewicht minder last zullen hebben van ruis dan in voorgaande methodes, maar dat de gedeelten met een groot gewicht er juist extra onder gebukt gaan. Dit komt omdat de relaxatiefactor hier artificieel hoog wordt. Men zou de relaxatiefactor immers kunnen zien als een combinatie van α en g_i (symbolen uit paragraaf 2.3). Als deze hoge gewichtsruimtes heel klein zijn (dat is best mogelijk) ondervinden ze dus heel veel teruggeprojecteerde ruis. Dit kan de echte teruggeprojecteerde informatie volledig verdoezelen. Reconstructies die met gewichten zijn gemaakt, hebben dus relatief veel last van ruis.

Zoals beschreven in paragraaf 3.1 duwt ruis het ideale aantal iteraties naar beneden. In een systeem met veel ruis, reconstrueert men best met weinig iteraties. Dit is extra belangrijk voor contrastgewogen terugprojectie, waar ruis zo'n sterke rol speelt.



Figuur 4.2: Onderaan de contrastgewogen terugprojectie, bovenaan de initiële. Er zijn, van links naar rechts, 10, 50 en 300 projecties gebruikt met een ruisfactor van 19 ($\text{SNR} = 8,87$).

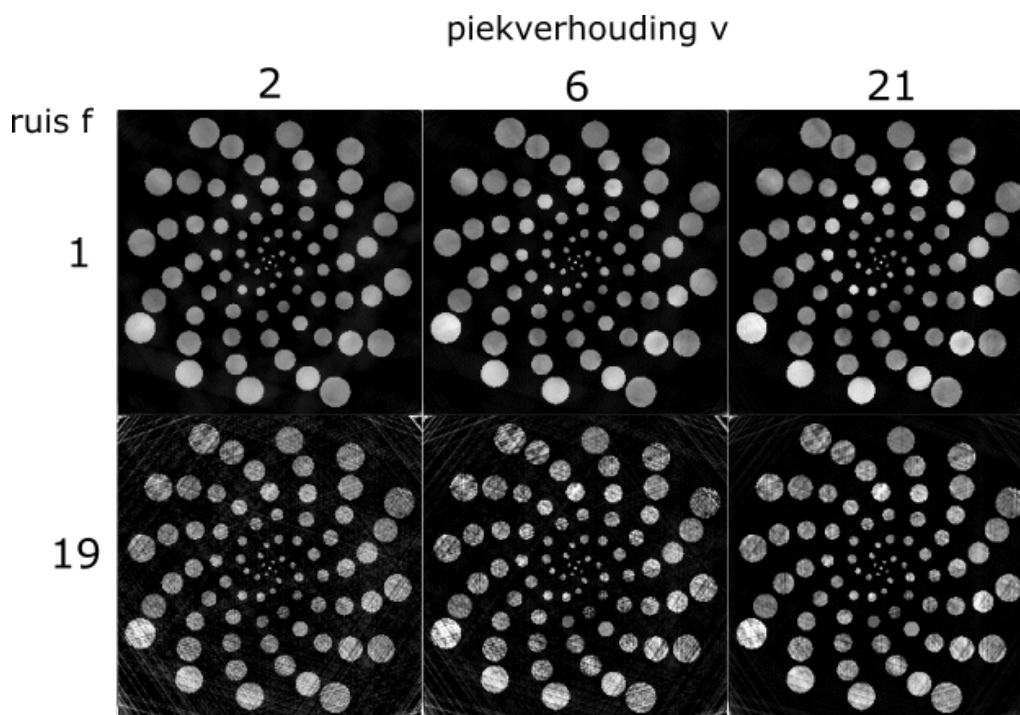
Omdat meer projecties ook meer updatestappen inhouden en dus ook meer iteraties, zal het effect van ruis sterker worden bij een groot aantal projecties. Als een set scans veel ruis heeft, kan er bij genoeg (hier 300) projecties daarom beter gebruik gemaakt worden van een gewone initiële oplossing, zonder gewichten te implementeren (de meest rechtse kolom in figuur 4.2, let vooral op de kleine witte bollen in het midden). Bij weinig projecties lijkt de contrastgewogen terugprojectie wel nog steeds betere resultaten te leveren (bijvoorbeeld voor 10 projecties in figuur 4.2 of 6 projecties in figuur 4.1).

4.3 Invloed van de gewichtsfunctie

De gewichtsfunctie bepaalt welke μ 's er belangrijk zijn en bij de terugprojectie een groot gedeelte van de correctiefactor krijgen, zoals uitgelegd in paragraaf 2.3. Er wordt een functie gebruikt die bestaat uit een basislijn van 1 hoog met daarop een gausspiek gecentreerd rond de μ -waarde waar de meeste veranderingen worden verwacht. In het geval van het spiraalfantoom is dat $\mu = 0,5$, terwijl bij $\mu = 0$ geen veranderingen zullen voorkomen.

4.3.1 Gaussische gewichtsfunctie

De drie parameters van de gausspiek hebben duidelijke interpretaties: μ_{centr} bepaalt welke grijswaarde in de initiële oplossing een gebied aanduidt dat veranderd mag worden, σ bepaalt hoe ver een grijswaarde van μ mag afwijken om nog veranderd



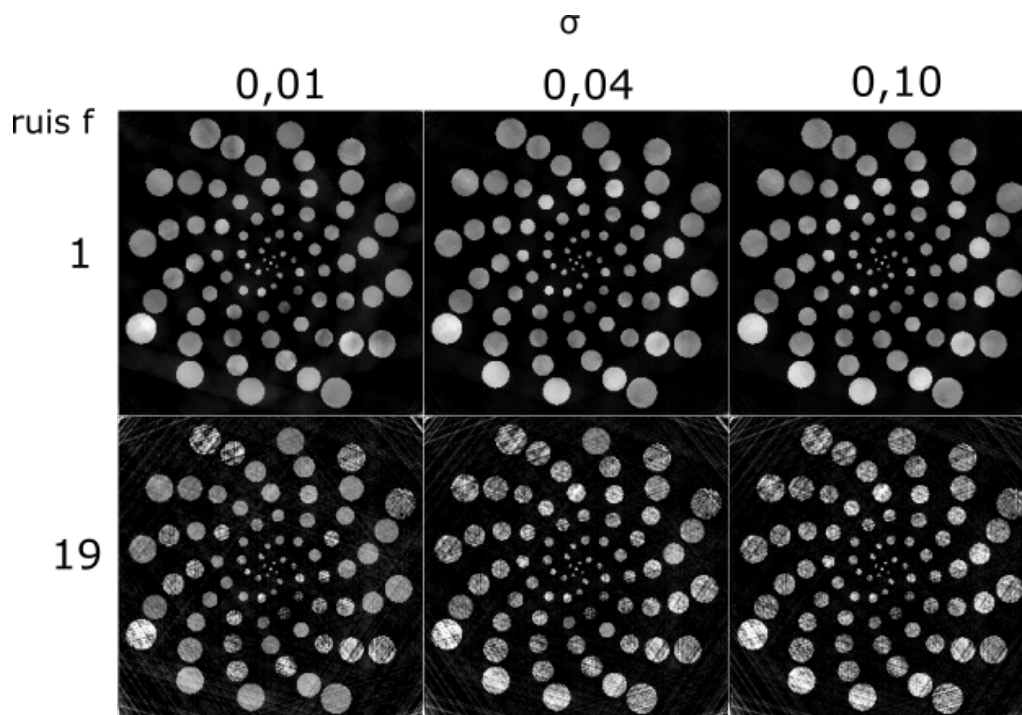
Figuur 4.3: Contrastgewogen terugprojecties voor 6 projecties ($\mu = 0, 5$ en $\sigma = 0, 04$)

te mogen worden en $v = \frac{\text{piek} + \text{basis}}{\text{basis}}$ bepaalt hoeveel sterker deze gekozen voxels de terugprojectie krijgen in vergelijking met de ‘onveranderlijke’ grijswaarden.

Naarmate er meer projecties in rekening worden gebracht, gaat de reconstructie van een systeem met weinig ruis steeds meer naar de reconstructie zonder gewichten toe (net zoals die dan weer dichter naar de conventionele reconstructie toe ging). Aangezien er dan meer informatie beschikbaar is, maakt de extra informatie (een initiële volume, welke μ 's er meer zullen veranderen) die in het algoritme wordt gestoken minder verschil. Verschillen in de methode geven dus meer effect bij weinig projecties, vandaar dat het deze doorsnedes zijn die getoond worden in de tabellen. Ook voor een systeem met veel ruis worden de reconstructies van een klein aantal projecties getoond. Zoals uitgelegd in paragraaf 4.2 is de contrastgewogen terugprojectie dan nog steeds voordelig, al kan dat voor veel projecties misschien niet meer zo zijn.

Figuur 4.3 toont het effect van de piekgrootte v . Een grotere v zorgt voor een betere reconstructie. Dit komt vooral omdat μ precies goed is: er treden geen veranderingen ten opzichte van het initiële volume op bij de voxels die hier ver buiten liggen, namelijk met $\mu = 0$. Het is ook duidelijk dat $v = 1$ de gewone reconstructie met initiële oplossing teruggeeft, hetzelfde wat men zou krijgen zonder gewichten in te voeren. Het is dus verstandig een v te kiezen die groot genoeg is, zodat men nog voordeel heeft van de gewichten, maar toch niet te groot, zodat er nog ruimte is voor fouten, voor ruis of voor veranderingen in voxels met een laag gewicht. Als v eenmaal heel groot is, maakt het niet meer zoveel uit of ze nóg groter gemaakt wordt.

Het effect van een andere σ toont zich in figuur 4.4. Wanneer σ te klein is (0,01), zijn er grijze bollen die niet meer voldoende aangepast worden. Degenen die toevallig dichterbij 0,5 liggen, krijgen meer terugprojectie. Zoals in de figuren te zien, is dit

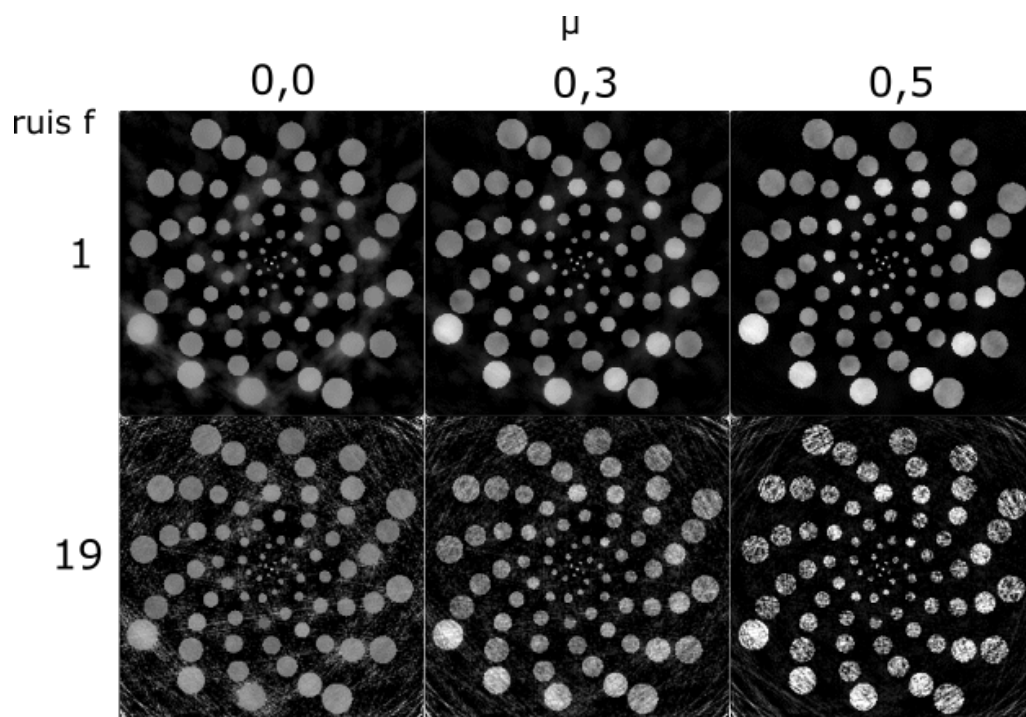


Figuur 4.4: Contrastgewogen terugprojecties voor 6 projecties ($\mu = 0,5$ en $v = 5$)

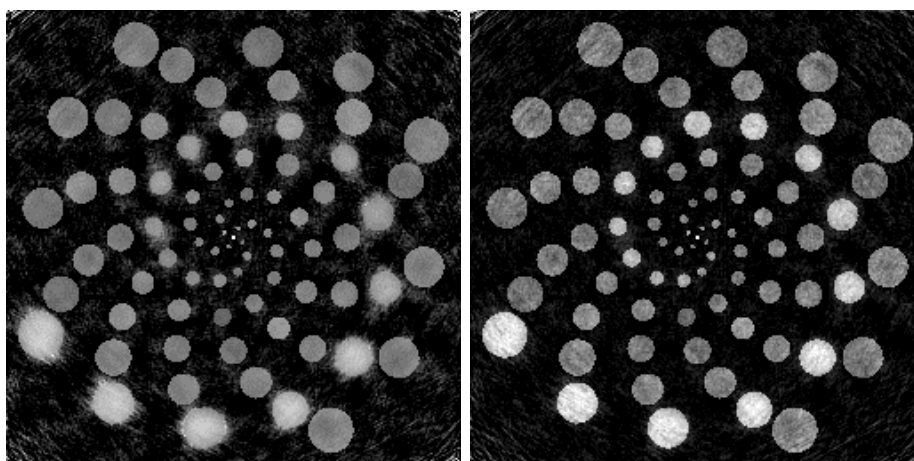
bijvoorbeeld de grootste witte bol en de vijfde grootste. De ruis wordt ook sterker teruggeprojecteerd in deze specifieke bollen, bijvoorbeeld in de meest linkse van de twee bovenste grijze bollen. Het is dus een kwestie σ groot genoeg te kiezen, zodat alle te veranderen voxels een voldoende hoog gewicht meekrijgen, maar klein genoeg zodat het gewicht van alle ‘statische’ voxels klein genoeg blijft. In dit geval liggen al die statische voxels op 0, en zou σ dus al heel groot moeten gekozen worden om deze te bereiken. Zolang deze 0-voxels niet bereikt worden, verandert het vergroten van σ niet zoveel, aangezien er geen nieuwe voxels ‘binnen’ de piek komen te liggen. De laatste parameter μ , kan logischerwijs voor andere waarden dan 0,5 geen betere reconstructie opleveren. Bij scandata die niet van een fantoom afkomstig zijn, is zulk een precieze waarde echter misschien niet bekend. Het is dus wel handig om te weten wat er gebeurt bij het gebruiken van een gauss met een foute μ . Doorsnedes van reconstructies bij verschillende μ zijn weergegeven in figuur 4.5.

Wanneer μ licht afwijkt van zijn ideale waarde (0,3 in plaats van 0,5), met misschien een voldoende grote σ om te compenseren, is de reconstructie nog steeds heel goed, al zijn er iets meer projecties nodig om op dezelfde reconstructiekwaliteit te komen dan bij de ‘perfecte’ μ .

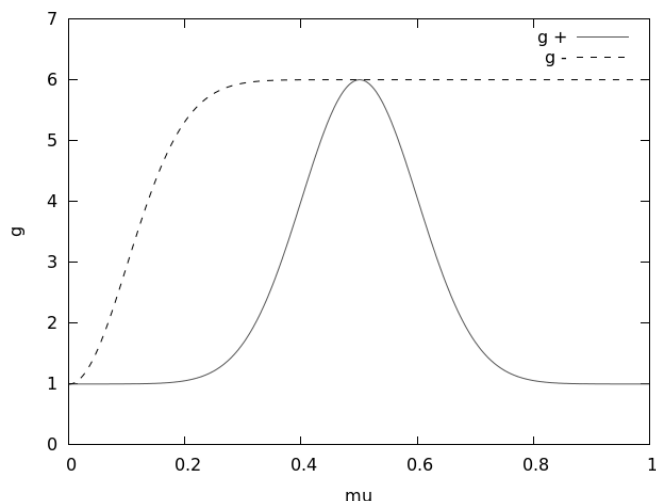
Is μ daarentegen helemaal fout (0, de grijswaarde van de voxels die juist níét horen te veranderen), dan wordt de reconstructie verschrikkelijk. Stel dat een bepaalde reconstructiekwaliteit gewenst is. Met een gewone initiële oplossing kan deze kwaliteit verkregen worden met ongeveer 50 projecties. Met een goede gewichtsfunctie ($\mu = 0,5$) waren er 10 projecties nodig en met een bijna juiste gewichtsfunctie ($\mu = 0,3$) 15. Een reconstructie met een helemaal foute μ daarentegen (0), bereikt de gewenste reconstructiekwaliteit maar op 100 projecties. Als er dus geen informatie beschikbaar is over welke gewichten een goede keus zouden zijn, is het beter om een gewone initiële oplossing te gebruiken, zoals te zien in figuur 4.6.



Figuur 4.5: Contrastgewogen terugprojecties voor 10 projecties ($\sigma = 0,1$ en $v = 5$)



Figuur 4.6: Links de contrastgewogen terugprojectie met $\mu = 0$, rechts de initiële. Er zijn 20 projecties gebruikt en een ruisfactor van 7 (SNR = 24,10).



Figuur 4.7: De gewichtsfuncties uit vergelijking 4.1 en 4.2.

Samenvattend kan gesteld worden dat contrastgewogen terugprojectie heel goed werkt als de juiste informatie beschikbaar is om de gewichtsfunctie mee op te stellen. Hoe zekerder deze informatie is, hoe hoger en smaller de piek kan gemaakt worden. Dit levert betere reconstructies op voor een héél laag aantal projecties en zelfs nog voor hoge ruis. Als de informatie echter fout is, zorgt een hogere en smallere piek er alleen maar voor dat er nóg meer projecties en iteraties nodig zijn om tot een redelijke kwaliteit te komen, en hiermee wordt ruis in de kaart gespeeld. Hoe minder ruis er in de oorspronkelijke beelden zit, hoe meer ruimte er is om al eens een foutje in de a priori informatie te steken.

4.3.2 Andere gaussfuncties

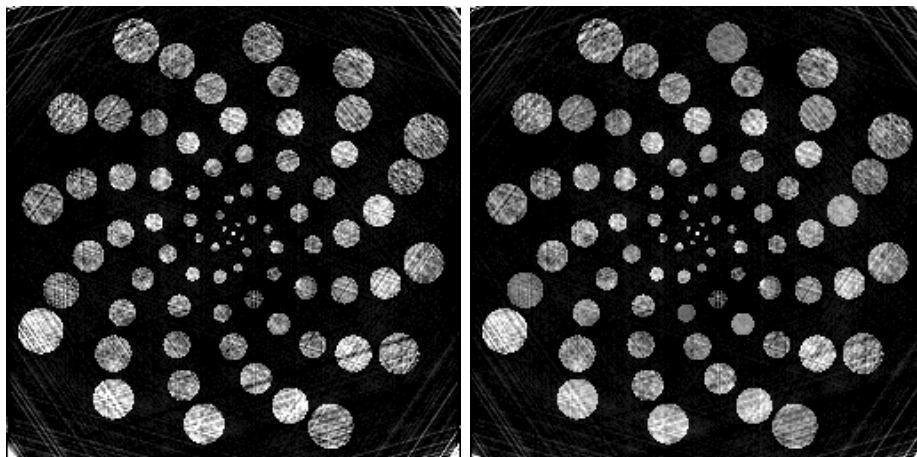
Er kan ook omgekeerd gedacht worden: in plaats van de grijze bollen een hoger gewicht mee te geven, de zwarte lucht een lager gewicht toewijzen. Dit kan gebeuren door een hoge basislijn met een gauss ervan afgetrokken. In figuur 4.8 wordt een reconstructie met een negatieve gauss (vergelijking 4.1) met piekgrootte 5 en $\sigma = 0,1$, gecentreerd rond $\mu_{centr} = 0$ en met een basislijn van 6 vergeleken met een positieve gauss (vergelijking 4.2) met dezelfde piekgrootte en σ , gecentreerd rond $\mu = 0,5$, opgeteld bij een basislijn van 1. De formules voor de gewichtsfuncties zijn:

$$g_-(\mu) = 6 - 5 \exp\left(-0.5 \frac{(\mu - 0)^2}{0,1^2}\right) \quad (4.1)$$

$$g_+(\mu) = 1 + 5 \exp\left(-0.5 \frac{(\mu - 0,5)^2}{0,1^2}\right) \quad (4.2)$$

Deze gewichtsfuncties staan afgebeeld in figuur 4.7.

Er is bijna nooit verschil tussen beide methodes te vinden. Bij de getoonde doorsnedes in figuur 4.8 is er een sterke lijn redelijk rechtsonder, die bij de positieve gauss minder uitkomt, al is ze daar ook aanwezig. Op basis hiervan zou de methode met de positieve gauss verkozen kunnen worden, maar wanneer er meerdere ruisniveaus en aantal iteraties bekeken worden, wordt duidelijk dat de verschillen tussen beide methodes echt heel klein zijn. Nu eens pakt het goed uit voor de positieve gauss, dan



Figuur 4.8: Links de contrastgewogen terugprojectie met negatieve gauss, rechts positieve. Er zijn 6 projecties gebruikt en een ruisfactor van 13 (SNR = 12,99).

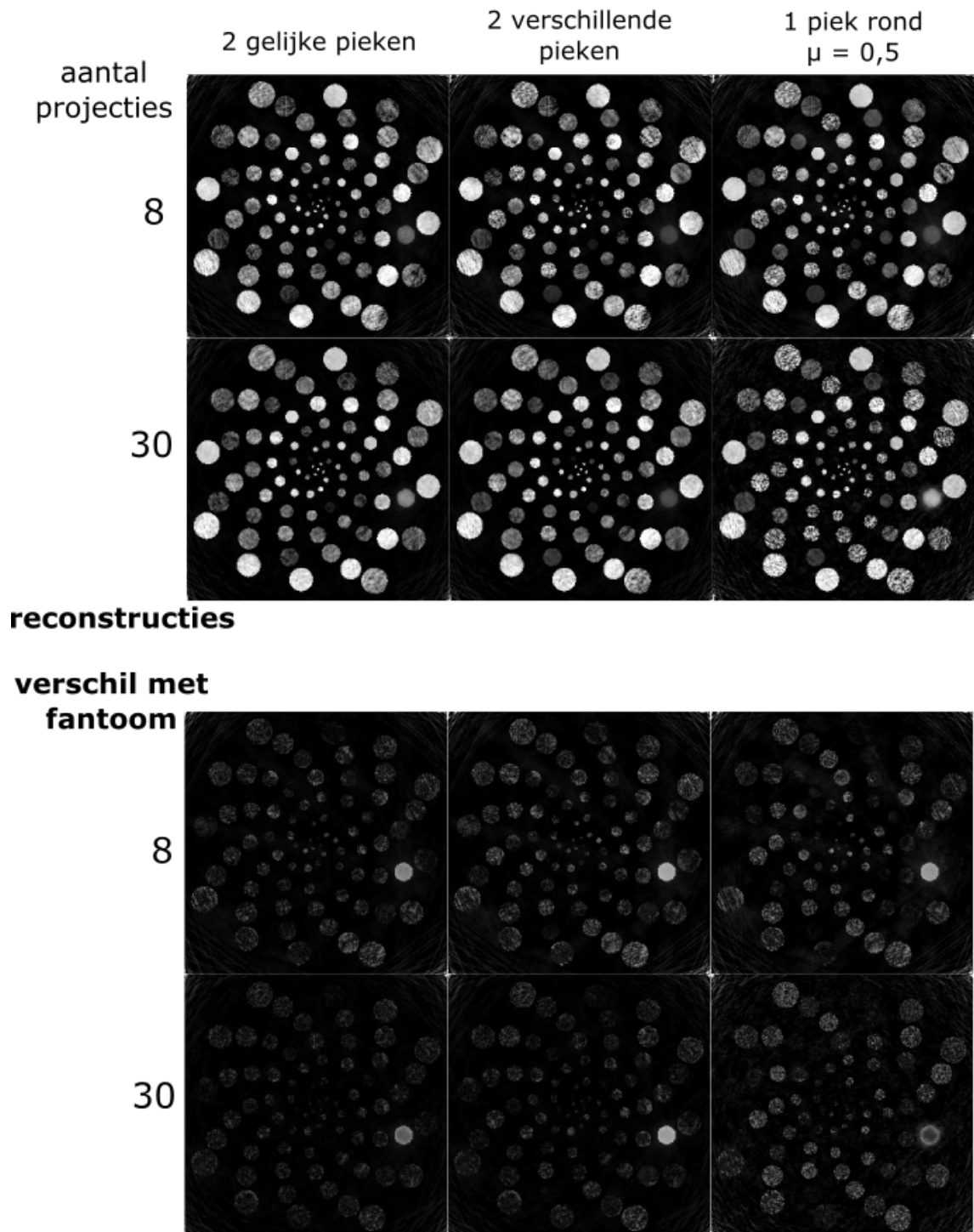
Tabel 4.1: De parameters gebruikt voor verschillende gewichtsfuncties

2 gelijke pieken			
gauss ₁	$\mu = 0,3$	$\sigma = 0,1$	$v = 21$
+ gauss ₂	$\mu = 0,6$	$\sigma = 0,1$	$v = 21$
2 verschillende pieken			
gauss ₁	$\mu = 0,3$	$\sigma = 0,05$	$v = 15$
+ gauss ₂	$\mu = 0,6$	$\sigma = 0,1$	$v = 31$
1 piek			
gauss	$\mu = 0,5$	$\sigma = 0,1$	$v = 21$

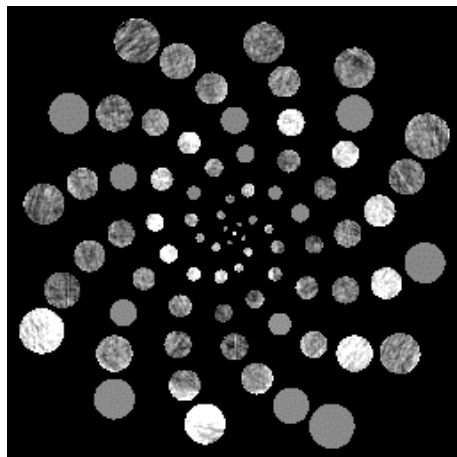
weer voor de negatieve. Beide methodes kunnen dus als gelijkwaardig beschouwd worden.

Het is ook mogelijk om twee gausspieken bovenop de basislijn te plaatsen. Dit kan nuttig zijn als er twee materialen zijn waarin er veranderingen verwacht worden. Er kan dan een piek geplaatst worden op de attenuatiecoëfficiënt van beide. Deze methode is getest met een tweede spiraalfantoom, te zien in figuur 2.4. In dit geval hebben de bollen niet langer allemaal een grijswaarde rond 0,5, maar afwisselend een rond 0,3 en 0,6.

De reconstructies zullen getest worden met drie gewichtsfuncties. De parameters hiervan staan opgelijst in 4.1. De eerste plaatst twee even grote gausspieken op 0,3 en 0,6. De tweede gebruikt ongelijke pieken, waarbij de piek die dichter bij de onveranderlijke 0-grijswaarde ligt een kleiner gewicht toegekend krijgt. Tenslotte wordt ook de ‘oude’ gewichtsfunctie hergebruikt, gecentreerd op 0,5 - dus tussen beide veranderlijke regio’s in. Een aantal van de reconstructiedoorsnedes, voor een ruisfactor van 7, staan in figuur 4.9. Dezelfde doorsnedes ook onderaan in dezelfde figuur alleen is hier het fantoom weergegeven, dus specifiek op welke punten de reconstructie fout is. De meeste fouten, evenals de ruis, bevinden zich duidelijk in de bollen zelf. Dit is logisch, aangezien de omringende lucht al juist was en bovendien weinig gewicht meekreeg. Daarom wordt ze weinig veranderd in het reconstructieproces.



Figuur 4.9: Contrastgewogen terugprojecties bij twee veranderlijke grijswaardenregio's, voor de verschillende gewichtsfuncties en een verschillend aantal projecties. Onderaan wordt het verschil tussen de reconstructies en het fantoom getoond.



Figuur 4.10: Een reconstructie via binaire gewichtstoekenning waarin sommige veranderlijke regio's toch gewicht 0 kregen. De ruisfactor bedraagt 7 (SNR = 24,10) en er werden 20 projecties gebruikt.

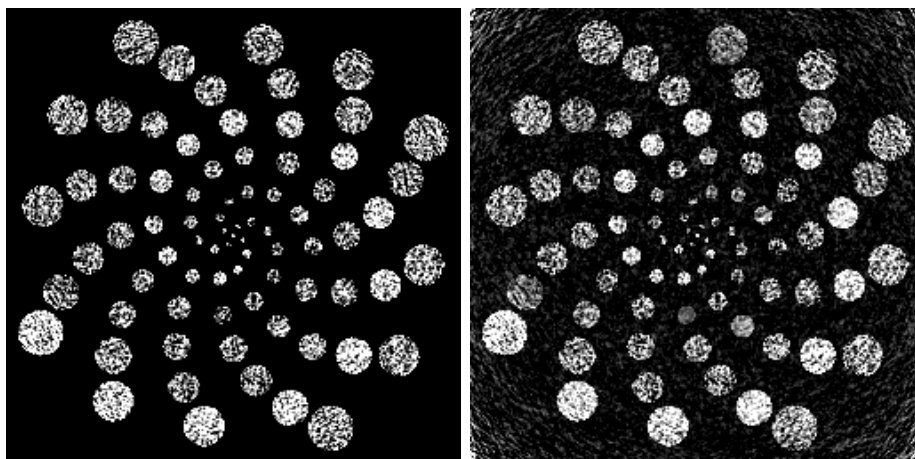
De drie soorten gewichtsfuncties geven niet zo heel veel verschil. De ene witte bol die door toeval in de initiële oplossing dicht bij de lucht-grijswaarde lag (in het midden rechts), is beter gereconstrueerd wanneer 0,3 een piek meekrijgt die even groot is als die rond 0,6. Voor de andere bollen, met een minder grote afwijking, lijkt het niet zoveel uit te maken. Een enkele piek in het midden is minder goed voor de ruis, deze is sterker te zien in de rechtse kolom. De gewichtsfunctie kan dus best de veranderlijke regio's zo goed mogelijk benaderen, in dit geval 2 gausspieken in plaats van 1, met een lager gewicht naarmate een gebied minder kans heeft om te veranderen.

4.4 Binair

Een contrastgewogen terugprojectie kan toegepast worden met slechts 2 waarden als gewichten: 0 of 1. Het is een limietgeval van contrastgewogen terugprojectie waarbij de gewichtsfunctie een stapfunctie is. In dat geval neemt het gewichtsvolume minder geheugen in beslag (1 bit per voxel). Een voxel kan ofwel helemaal niet veranderd worden, ofwel evenveel als de anderen die gewicht 1 kregen.

Bij het toepassen van een binaire gewichtsreconstructie is er geen ruimte meer voor fouten: als een deel van het aangeduide stationaire regime toch verandert, zal dit in de reconstructie nooit opduiken. Dit is bijvoorbeeld te zien in figuur 4.10, waar de regio's met $\mu > 0,525$ een gewicht 0 meekregen. Een aantal van de bollen die wit worden hebben initieel $\mu = 0,53$ of hoger en behouden in deze reconstructie hun oorspronkelijke μ , in plaats van de 0,90 te krijgen die ze eigenlijk zouden moeten hebben.

Het effect van ruis, dat in een acht-bit contrastgewogen terugprojectie al sterk was, zal hier nog erger naar voren komen. De stationaire regimes blijven echter de SNR behouden van het initiële volume. Dit is te zien in figuur 4.11, waar een binaire reconstructie naast een contrastgewogen terugprojectie staat (gereconstrueerd via een gauss met de volgende parameters: $v = 6$, $\mu_{centr} = 0,5$ en $\sigma = 0,04$). Beide reconstructies hebben hier één iteratie ondergaan.



Figuur 4.11: Een binaire (links) en een ‘gewone’ (rechts) contrastgewogen terugprojectie voor een ruisfactor van 19 ($\text{SNR} = 8,87$) en 200 projecties.

Een binaire reconstructie heeft als voordeel dat ze minder geheugen vraagt aan de computer. Er kan echter niet meer gevarieerd worden in de kansen. Indien een bepaald gebied meer kans heeft om te veranderen dan een ander, maar dit ander ook nog meer dan een derde gebied, kan dit in een binaire reconstructie niet geïmplementeerd worden. Bovendien moet de a priori kennis waarmee het veranderlijke gebied wordt bepaald zeker juist zijn, of eventueel te groot.

4.5 Geomateriaal

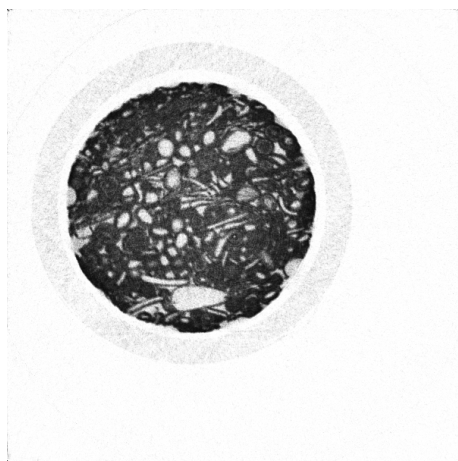
De scans die werden genomen van het geomateriaal kunnen ook gebruikt worden om contrastgewogen terugprojecties op te testen. Aangezien uit het voorgaande bleek dat de gewichtsfunctie zelf belangrijk is, zal deze eerst zo goed mogelijk gekozen proberen worden, door visueel te evalueren bij welke gausspiek de poriën een hoog gewicht hebben en de rest een laag.

De veranderlijke regio’s zijn de met lucht gevulde poriën, met een grijswaarde nabij 0. Daar rond wordt de gauss gecentreerd. Uiteindelijk werd er gekozen voor een gaussische gewichtsfunctie met $\sigma = 0,15$ en $v = 31$. Dit gaf een gewichtsvolume zoals weergegeven in figuur 4.12. Zwarte en donkere voxels hebben een laag gewicht, witte een hoog. De figuur ziet er een redelijke gewichtsverdeling uit: de poriën hebben een hoog gewicht en het materiaal ertussen een laag.

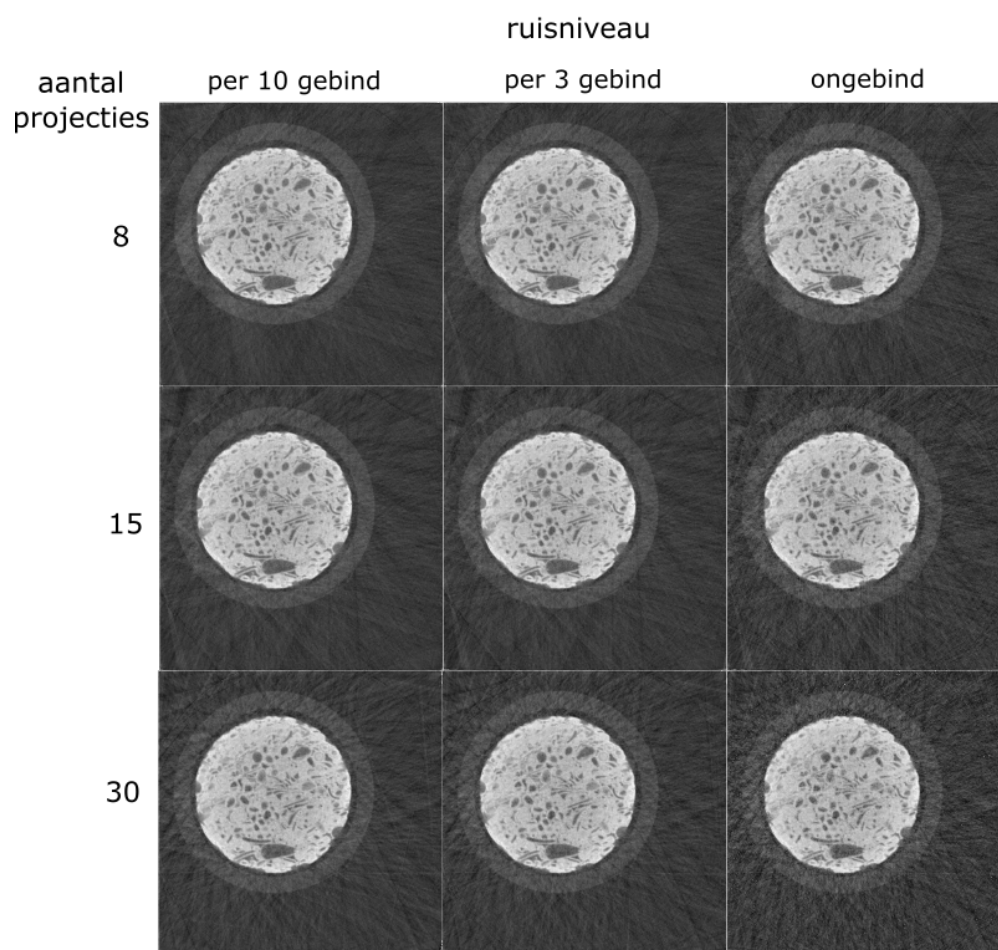
De slices van de initiële oplossing van de steen en de uiteindelijke juiste oplossing staan in figuur 2.10.

De contrastgewogen terugprojectie is met de gewichten in figuur 4.12 uitgevoerd voor verschillende ruisniveaus (samengebund per 10 projecties en 4 pixels = ‘lage ruis’, per 3 projecties en 4 pixels = ‘middel’ruis en ongebind = ‘veel ruis’) en een verschillend aantal projecties. Een aantal doorsnedes van de resultaten zijn te zien in figuur 4.13.

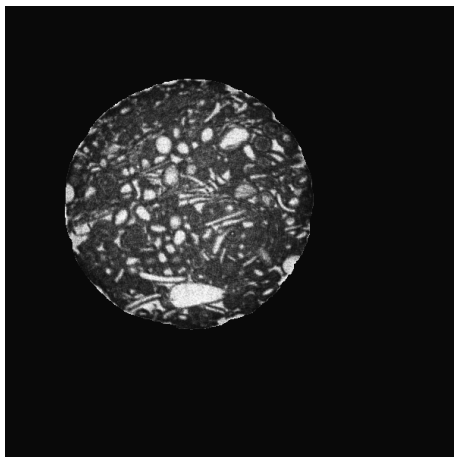
De reconstructie is niet zo geweldig als bij het fantoom. Pas bij 15 projecties begint de reconstructie een beetje af te wijken van het initiële volume, bij 30 kan er al gesproken worden van een goede reconstructie. Dit is wel al een verbetering ten opzichte van de gewone initiële oplossing, waar 50 projecties nog een foute recon-



Figuur 4.12: Een doorsnede van het gewichtsvolume



Figuur 4.13: Reconstructies van het geomateriaal met de gewichten uit figuur 4.12, voor verschillend aantal projecties

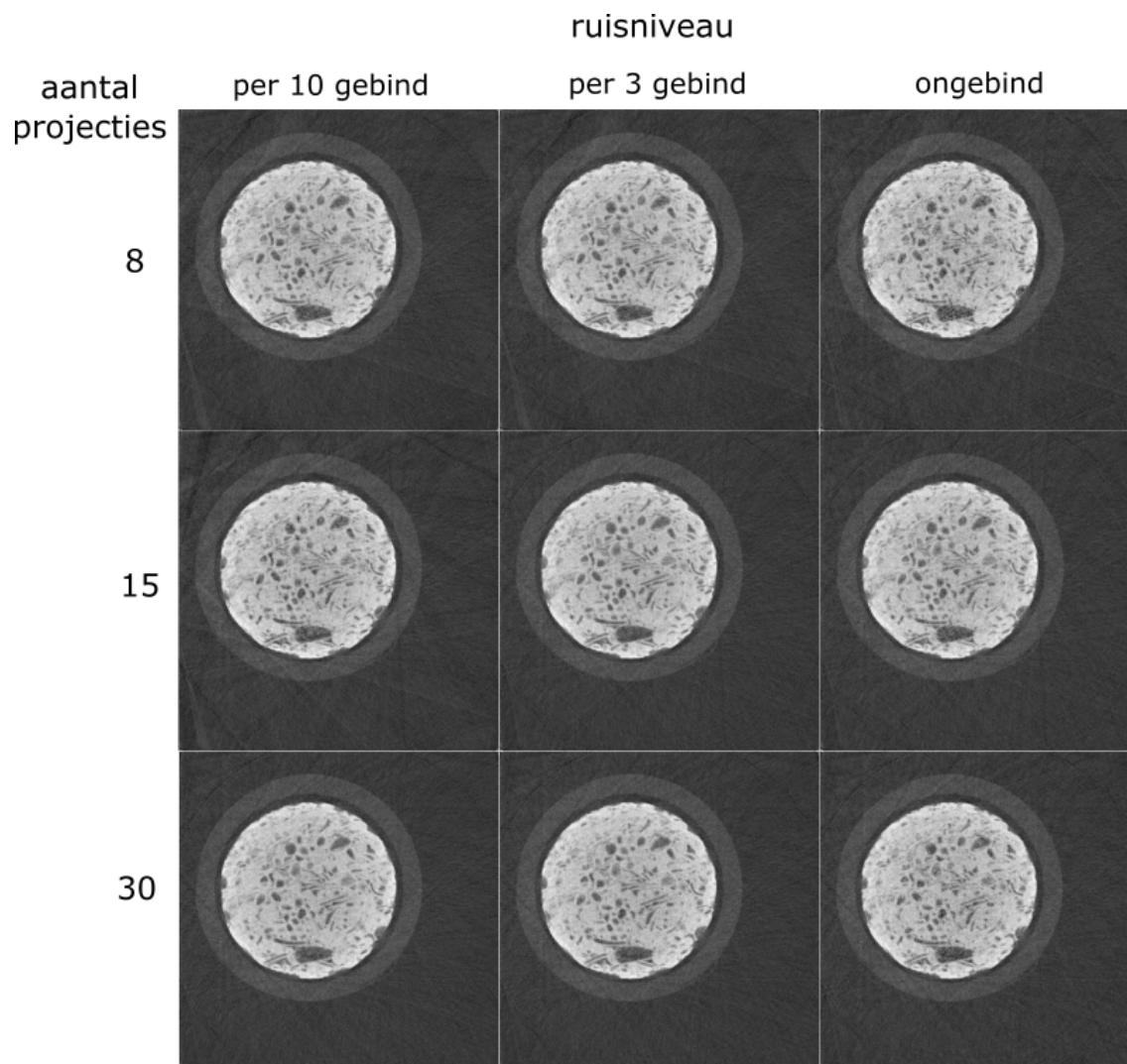


Figuur 4.14: Een doorsnede van het gesegmenteerde gewichtsvolume

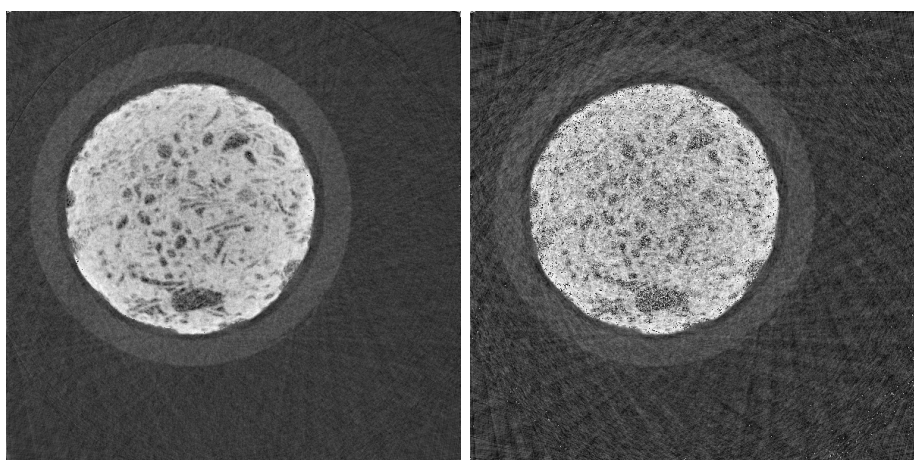
structie gaven en er pas vanaf ongeveer 100 kon gesproken worden van goed. Dat de magische 6 projecties van het fantoom niet bereikt worden, is niet verwonderlijk. Het fantoom is nu eenmaal een ander volume en bovendien is de gewichtstoe wijzing hier nog niet helemaal zo goed als ze zou kunnen zijn. Hoe meer projecties - dus hoe meer iteraties - en hoe meer ruis in figuur 4.13, hoe duidelijker het wordt dat een heleboel van de ruis in de omringende lucht terecht komt. Wat de ruis betreft is dat een goede ontwikkeling, maar het betekent dat ook de terugprojectie van de echte veranderingen voor een groot deel in de lucht terecht komt, terwijl ze zich in de poriën zou moeten ophouden. In figuur 4.12 is ook te zien dat de omringende lucht een onrealistisch hoog gewicht heeft meegekregen, evenveel als de poriën. In zeker opzicht meer, omdat er geen partial volume effect (paragraaf 1.4.1) meespeelt, waarbij de μ_{steen} in sommige voxels wordt opgemengd met μ_{porie} . Dit kan verholpen worden door het gewichtsvolume niet langer louter een functie van de grijswaarden van het initiële volume te maken. In plaats daarvan wordt er voor het gewichtsvolume een lichtjes aangepaste versie van het initiële volume gebruikt. Het hele volume wordt gesegmenteerd met Octopus Analysis [31] tot een binnen-de-steen-zone en een buitenzone. De voxels die binnen vallen behouden hun grijswaarde. De voxels erbuiten krijgen de hoogste grijswaarde uit het bereik. Daarna wordt op het volume, zoals gewoonlijk, de gewichtsfunctie toegepast: een basislijn plus gaussfunctie. Omdat de gauss gecentreerd is rond 0, krijgt de buitenregio met zijn hoge grijswaarde nu een heel laag gewicht. Figuur 4.14 toont een doorsnede van het resulterende gewichtsvolume.

Reconstructies met dit nieuwe gewichtsvolume zijn weergegeven in figuur 4.15. Het eerste dat opvalt is de ruisvermindering buiten de steen. Ten tweede dat de reconstructie nu ook goed is bij het lage aantal van 8 projecties.

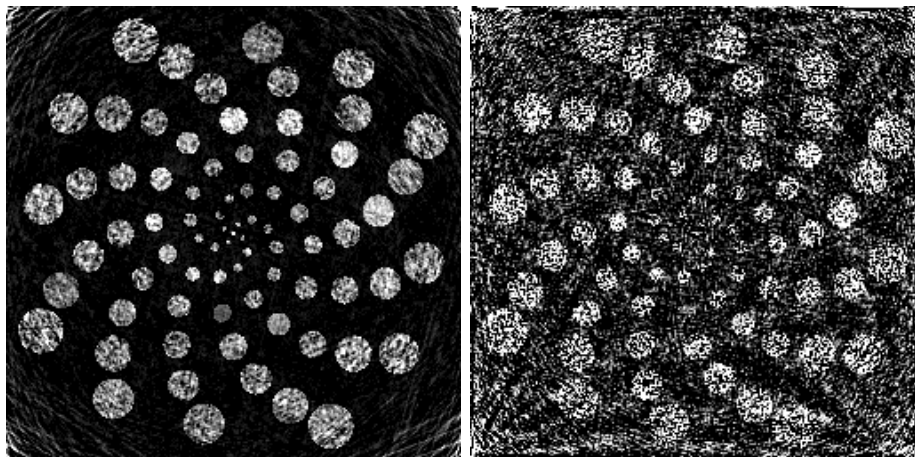
Om met dit gewicht te reconstrueren moet er heel erg opgepast worden met het aantal iteraties. Meer iteraties doen de ruis snel stijgen. Dit komt door het kleine volume waarin wordt teruggeprojecteerd, zoals uitgelegd in paragraaf 4.2. Figuur 4.16 toont eenzelfde reconstructie, van 50 projecties, bij 1 en bij 9 iteraties. Hoe groter het aantal projecties, hoe minder iteraties er nodig zijn om ruis in de hand te spelen, tot uiteindelijk 1 iteratie al heel ruizige beelden oplevert. Als er dus genoeg projecties voorhanden zijn, zeker wanneer er veel ruis is, is het beter op een recon-



Figuur 4.15: Reconstructies van het geomateriaal met de gewichten uit figuur 4.14, voor verschillend aantal projecties



Figuur 4.16: Een reconstructie van het geomateriaal met de gewichten uit figuur 4.14. De eerste is gereconstrueerd met 1 iteratie, de tweede met 9.



Figuur 4.17: Een reconstructie van tijdsstap 150 met links het beginvolume als initiële oplossing en rechts de reconstructie van tijdsstap 149 als initiële oplossing. Tijdsstap 149 gebruikte de reconstructie van stap 148, etc.

structie met een gewone initiële oplossing over te stappen. Bij weinig beschikbare projecties levert de reconstructie met gewichten wel duidelijk betere kwaliteit.

4.6 Reconstructie van een dynamisch proces

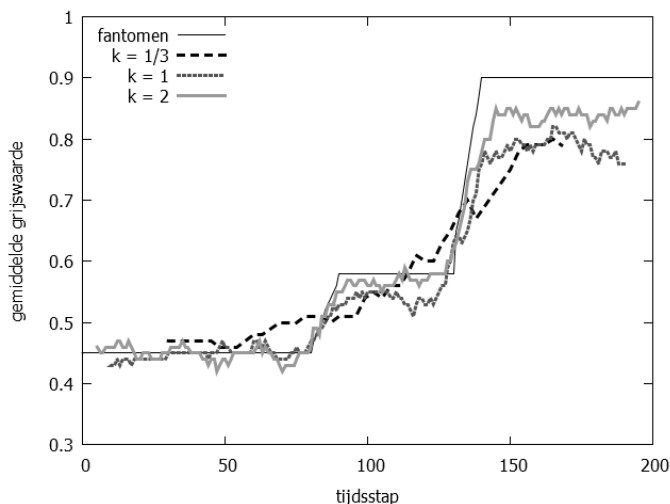
Een continu veranderend staal wordt met fantomen gesimuleerd zoals beschreven in paragraaf 2.4.3. De ruisfactor, het aantal projecties per tijdsstap en het aantal projecties per rotatie zijn de drie parameters die de snelheid bepalen waarmee het staal gescand wordt. Ze hangen samen, maar in de volgende paragrafen zal hun effect onafhankelijk van elkaar onderzocht worden.

Ook het aantal projecties per reconstructie kan gevarieerd worden. Meer projecties betekent meer informatie voor het algoritme, maar tegelijkertijd komen er dan meer naburige, ongewenste tijdstappen in het reconstructieproces.

Er wordt gewerkt met een gewichtsfunctie die in paragraaf 4.3.1 goed bleek te werken voor dit fantoom: $\mu_{centr} = 0,5$; $\sigma = 0,05$ en $v = 6$.

4.6.1 Ruis

Na het reconstrueren van een tijdsstap met contrastgewogen terugprojectie zijn er twee mogelijkheden onderzocht voor de volgende stap: dit net gereconstrueerde volume wordt gebruikt als initiële oplossing of het initiële volume dat als eerste in het algoritme werd gestoken, wordt behouden. Door telkens het vorige gereconstrueerde volume te gebruiken als initiële oplossing voor de volgende tijdsstap zou er minder verschil mogen zijn dat nog gereconstrueerd moet worden, aangezien de vorige tijdsstap dichter bij het huidige volume staat dan het beginvolume. De goede SNR van de eerste initiële oplossing zal echter langzaam vervagen. Zeker in een snelle scan, waar de ruis significant is, kan de zich opstapelende ruis een probleem vormen. Dit probleem is duidelijk te zien in figuur 4.17. Hier is gewerkt met $f = 19$. Om dit sterke effect van ruis te vermijden, zal er met het beginvolume als initiële oplossing voor alle tijdstappen worden gewerkt.



Figuur 4.18: Het tijdsverloop van de gemiddelde grijswaarde in bol 7 en 12 voor een verschillend aantal projecties per tijdsstap k .

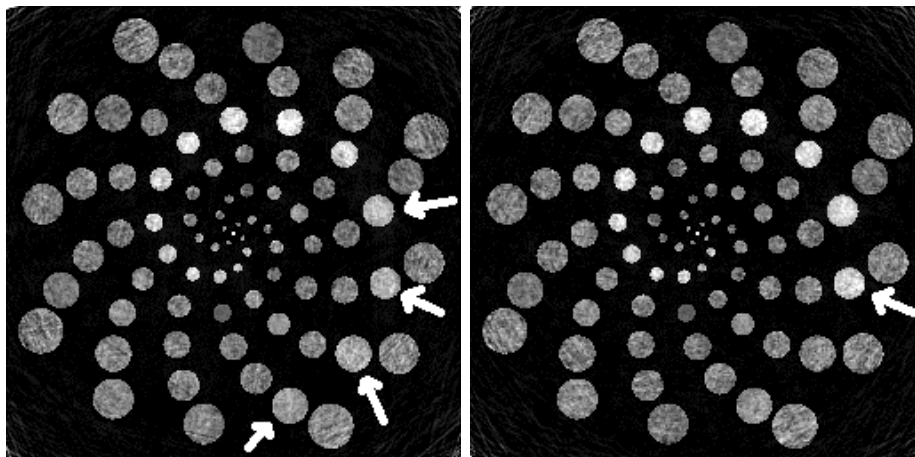
De ruis wordt voornamelijk in de bollen teruggeprojecteerd, die een hoger gewicht g hebben meegekregen. Dit kan deels gecompenseerd worden door het aantal iteraties laag te houden en ervoor te zorgen dat de initiële oplossing een goede SNR heeft. Er kan ook naar andere methoden gezocht worden. Zo kan men bijvoorbeeld de relaxatiefactor α aanpassen per X-straal i naargelang de gewichten langs deze straal. Wanneer het totale gewicht G_i laag is, zijn er waarschijnlijk weinig (of geen) van de veranderlijke voxels aanwezig. Deze weinige zullen dan vrijwel alle ruis van deze X-straal krijgen. In dat geval kan de relaxatiefactor verlaagd worden om dit effect te verminderen. Bij hoge G_i kan α dan weer een hogere waarde aannemen. Deze methode met een veranderlijke relaxatiefactor is nog niet getest.

4.6.2 Aantal projecties per tijdsstap

Hoeveel projecties elk volume levert, hangt samen met hoe snel de CT-scanner een projectiebeeld kan opnemen en hoe snel veranderingen in het voorwerp optreden. Als er meer projecties per tijdsstap k genomen worden, betekent dit dat er sneller gescand wordt. Logischerwijs is er dan minder tijd besteed per projectie en zal de ruis stijgen. Bij dit fantoomproces zal het aantal projecties per tijdsstap onafhankelijk van de ruis bekeken worden, alsof het de snelheid van verandering in het voorwerp is die varieert in plaats van een scannerinstelling. De ruisfactor f wordt constant gehouden op 7.

Het principe van de tijdsevolutie van de gemiddelde μ in twee van de spiraalbollen is uitgelegd in paragraaf 2.4.4. Ze staat weergegeven voor drie verschillende aantallen projecties per tijdsstap in figuur 4.18. Een k van $1/3$ betekent dat slechts 1 om de 3 volumes een projectie heeft gekregen. De andere volumes waren niet vertegenwoordigd in de projecties en werden dus ook niet gereconstrueerd. Daarom ziet deze grafiek er iets vloeiender uit dan de andere twee, die meer meetpunten hebben.

Een hogere k verbetert de reconstructie. Dit kan verwacht worden, aangezien het voorwerp in dat geval minder verandert tijdens de scan. Hoe kleiner k , hoe meer de naburige tijdsstappen invloed uitoefenen op de gereconstrueerde: de witte bollen



Figuur 4.19: Een doorsnede van tijdstap 150 voor $k = 1/3$ (links) en $k = 2$ (rechts). Met pijlen is aangegeven welke bollen veranderingen hebben ondergaan ten opzichte van de vorige tijdstapreconstructie ($t = 147$ voor $k = 1/3$ en $t = 149$ voor $k = 2$).

veranderen in de reconstructie niet meer één voor één hun μ , zoals ze zouden moeten. In plaats daarvan veranderen ze bij $k = 1/3$ met vier à vijf tegelijk, waarbij het groepje veranderende bollen zich langzaam naar de grotere bollen toe verplaatst. Dit zijn bewegingsartefacten. Een doorsnede voor $k = 1/3$ is te vinden in figuur 4.19. Deze reconstructies zijn meer een vermenging van verschillende tijdstappen dan de reconstructies bij hogere k , die wel de bollen één voor één of soms met twee tegelijk veranderen. Bij $k = 2$ veranderen ze één per één. Een doorsnede voor tijdstap 150 is te vinden in figuur 4.19.

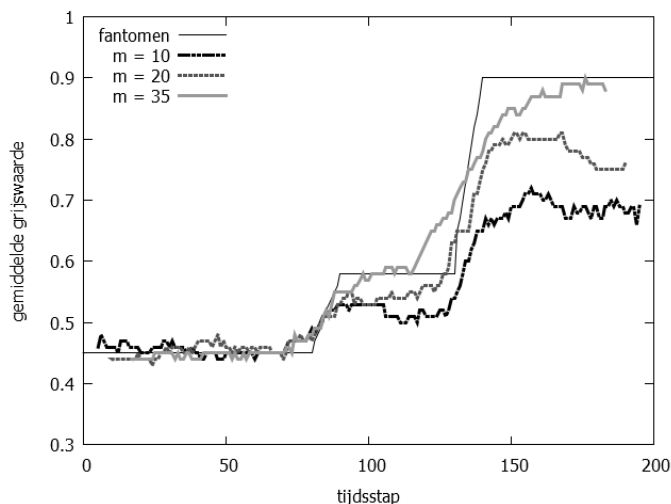
Hoewel de reconstructie bij lage k minder goed is, zorgt de contrastgewogen terugprojectie nog steeds voor een reconstructie van goede kwaliteit. Het dynamische proces kan wel degelijk bekeken worden, zelfs al is het iets meer uitgesmeerd.

4.6.3 Rotatiesnelheid

Het aantal projecties per rotatie m is een maat voor hoe snel de CT-scanner kan roteren en dus hoe snel de scan uitgevoerd kan worden. Bij het veranderen van het aantal projecties per rotatie zijn er twee mogelijkheden: ofwel blijft de totale tijd voor een rotatie gelijk, ofwel verandert deze. Dat ze gelijk blijft kan, omdat een CT-opstelling voor een rotatie een minimale tijd nodig heeft. Hierdoor hangt het aantal projecties per rotatie ook samen met de tijd per projectie en dus de ruis. Een kleiner aantal projecties per rotatie betekent dat er langer gescand wordt per beeld en dat er dus minder ruis aanwezig is. Opnieuw zal deze correlatie niet geïmplementeerd worden. Het effect van het aantal projecties per rotatie wordt bekeken zonder de ruis te variëren.

Aan de andere kant, wanneer niet de minimale tijd voor een rotatie gebruikt wordt, kan men het aantal projecties verminderen zonder de tijd per projectie aan te passen. Een voorwerp dat in 30 seconden in 1000 projecties werd gescand en daarbij 1000 tijdstappen evolueerde, zal dan met 500 projecties in 15 seconden worden gescand. In die tijd is het dynamische proces nog maar half zo ver geëvolueerd, tot tijdstap 500. k , het aantal projecties per tijdstap, blijft in dit geval hetzelfde.

Wat wel mee verandert met het aantal projecties per rotatie is het aantal projecties



Figuur 4.20: Het tijdsverloop van de gemiddelde grijswaarde in bol 7 en 12 voor een verschillend aantal projecties per rotatie m .

per reconstructie. Elke reconstructie zal gebruik maken van genoeg projecties om één volledige rotatie uit te voeren. Op deze manier verschijnen er geen limited angle artefacten (paragraaf 1.4.6).

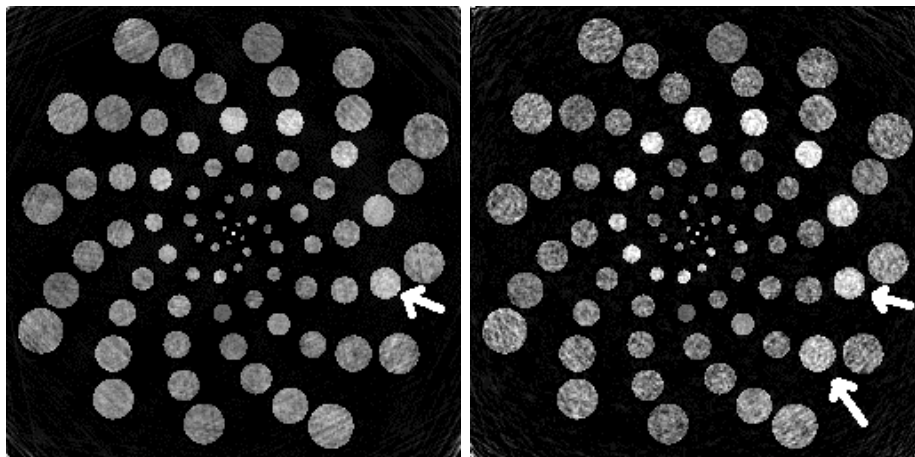
In figuur 4.20 staat de tijdsevolutie voor verschillende m weergegeven. Hoe meer projecties er zijn per rotatie, en dus hoe meer projecties er worden gebruikt voor één reconstructie, hoe beter het juiste grijswaardeniveau benaderd wordt. Dit is te zien in figuur 4.21: bij $m = 35$ zit de spiraal dicht bij $\mu = 0,90$. Als er minder projecties gebruikt worden ($m = 10$), blijft het volume dicht bij het initiële volume aanleunen, waar $\mu_{gem} = 0,45$.

Aan de andere kant betekent het gebruik van meer projecties ook dat er meer naburige tijdstappen gebruikt worden. Hierdoor begint de stijging van μ uit stap 131 al rond stap 115 bij $m = 35$, zoals te zien in figuur 4.20. Dit is omdat de reconstructie van stap 115 35 projecties gebruikt, dus projecties van stap 98 tot en met 132. De stijging van μ uit stappen 131 en 132 dragen dus al bij tot de gereconstrueerde μ op stap 115. Dit zorgt voor een sterkere opmenging van de verschillende tijdstappen. Bij $m = 35$ betekent dit dat er 2 à 3 bollen tegelijk veranderen, zoals te zien in figuur 4.21. Aangezien elke bol 10 tijdstappen neemt voor zijn verandering, passen in 35 tijdstappen de veranderingen van ongeveer 3 bollen.

De contrastgewogen terugprojectie is in staat om het dynamische fantoomproces dat hier werd gesimuleerd goed te reconstrueren. Hoe sneller de scan genomen wordt, hoe beter de tijdsresolutie.

4.7 Conclusie

Met de contrastgewogen terugprojectie kan het aantal projecties en dus de benodigde scantijd drastisch verminderd worden. Dit geldt echter enkel wanneer een goede gewichtsfunctie gekend is. Een slechte gewichtsfunctie vermindert daarentegen de reconstructiekwaliteit. Het is dus belangrijk dat er een goede gewichtsfunctie gekozen wordt.



Figuur 4.21: Een doorsnede van tijdsstap 150 voor $m = 10$ (links) en $m = 35$ (rechts). Met pijlen is aangegeven welke bollen veranderingen hebben ondergaan ten opzichte van de reconstructie van tijdsstap 149.

De scantijd verminderen door de tijd per projectie te doen dalen en dus de ruis te doen stijgen, zal de kwaliteit van de contrastgewogen terugprojectie sterk doen dalen. Ruis is bij contrastgewogen terugprojectie een veel sterker negatief effect van bij een gewone initiële oplossing of bij de conventionele SART. Om de ruis niet te sterk te maken, mogen er slechts weinig iteraties gebruikt worden en liefst ook weinig projecties. Dit is niet de beste manier om ruis te vermijden, want de rest van het volume wordt zo ook niet goed gereconstrueerd. Er kan beter naar alternatieven gezocht worden. Zo kan men de relaxatiefactor aanpassen per X-straal i naargelang het totale gewicht langsheen die straal G_i . Als dit gewicht hoger is, kan α op zijn normale waarde worden gehouden. Als G_i klein is en alle terugprojectie dus in een klein volume zal gebeuren, kan α verkleind worden om het effect van ruis te verminderen. Deze methode om α niet constant te houden dient nog getest te worden. Contrastgewogen terugprojectie kan dus gebruikt worden om de scantijd voor dynamische processen sterk te verminderen, zolang deze vermindering te wijten is aan een kleiner aantal projecties en niet aan een lagere tijd per projectie. Wanneer er veel ruis en projecties aanwezig zijn, levert de gewone initiële oplossing een reconstructie van betere kwaliteit.

Hoofdstuk 5

Besluit

Er zijn in voorgaande hoofdstukken 3 methodes getest: de conventionele iteratieve reconstructie, de reconstructie met initiële oplossing en de contrastgewogen terugprojectie. De belangrijkste voor- en nadelen van de laatste twee ten opzichte van de conventionele reconstructie staan hieronder opgelijst.

- Initiële oplossing

Voordelen:

- Er zijn minder projecties nodig dan voor conventioneel
- Neemt gedeeltelijk de SNR van de initiële oplossing over

Nadelen:

- Er moet een eerdere scan van het object of een gelijkaardig volume als initiële oplossing beschikbaar zijn
- Een slechte reconstructie kan eruit zien als een reconstructie met een goede resolutie.

- Contrastgewogen terugprojectie

Voordelen:

- Er zijn heel weinig projecties nodig voor een goede reconstructie

Nadelen:

- Er moet een eerdere scan van het object of een gelijkaardig volume als initiële oplossing beschikbaar zijn, alsook informatie voor een goede gewichtstoekenning
- Een slechte reconstructie kan eruit zien als als een reconstructie met een goede resolutie.
- Er is een grotere geheugenvereiste voor het reconstructieprogramma: ook het gewichtsvolume (bijvoorbeeld in 8-bit) moet onthouden worden
- Ruis heeft een grotere invloed dan bij de andere methodes
- Bij een foute gewichtstoekenning zijn er meer projecties nodig voor een goede reconstructie dan bij de initiële oplossing

Voor de reconstructie van dynamische processen levert het gebruik van een initiële oplossing en bij uitbreiding van contrastgewogen terugprojectie een sterke verbetering in kwaliteit ten opzichte van conventionele SART-reconstructie. Het aantal projecties en dus de scantijd kan sterk verminderd worden.

Men moet opletten dat de initiële oplossing niet te dominant wordt in het reconstructiealgoritme. De contrastgewogen terugprojectie kan hier een verbetering bieden, aangezien de verschillen dan sterker worden teruggeprojecteerd in de gebieden waar er veranderingen kunnen optreden, op voorwaarde dat het gewichtsvolume juist wordt gekozen. Hierdoor verandert de initiële oplossing sneller naar het ingescande volume.

De sterke ruis bij de contrastgewogen terugprojectie kan misschien verminderd worden door het algoritme aan te passen. Men kan bijvoorbeeld de relaxatiefactor α aanpassen per X-straal, met als parameter om de grootte van α te bepalen het totale gewicht G_i of het maximale gewicht $g_{j,max}$ langsheen die X-straal. Deze of andere methodes om de ruis te beperken zijn nog niet onderzocht.

Appendices

Bijlage A

Fourier shell correlatie

Fourier shell correlatie [27], of FSC, is een grootheid die vooral gebruikt wordt in de cryo elektronenmicroscopie om de resolutie van een beeld te bepalen. Het is het 3D-equivalent van de fourier ring correlatie (2D). Twee beelden (bijvoorbeeld twee reconstructies uit twee helften van een set projectiebeelden) worden fouriergetransformeerd en vervolgens wordt hun correlatie berekend. Als met \mathcal{F}_1 de fouriergetransformeerde van het eerste beeld wordt uitgebeeld, met \mathcal{F}_2 de fouriergetransformeerde van het tweede beeld, en met een sterretje de complex toegevoegde, luidt de formule:

$$FSC(r) = \frac{\sum_{r_i \in r} \text{Re}(\mathcal{F}_1(r_i) \cdot \mathcal{F}_2^*(r_i))}{\sqrt{\sum_{r_i \in r} |\mathcal{F}_1(r_i)|^2 \cdot \sum_{r_i \in r} |\mathcal{F}_2(r_i)|^2}} \quad (\text{A.1})$$

waarbij de som gaat over alle voxels die binnen een bepaalde ‘schil’ liggen, dus op een bepaalde afstand van de oorsprong in frequentieruimte. De dikte van de schil kan eventueel variëren. Omdat de beelden bestaan uit reële waarden, zal voor de fouriergetransformeerden gelden:

$$\mathcal{F}(w) = R - iI \quad (\text{A.2})$$

$$\mathcal{F}(-w) = R + iI \quad (\text{A.3})$$

Hierbij is w een coördinaat in een rechthoekig coördinatensysteem en zijn zowel R als I reëel. Een som over alle voxels in een schil zal zowel w als $-w$ bevatten, aangezien deze op dezelfde afstand van de oorsprong liggen. Elk element in de som heeft zo’n tegenhanger. Één paar levert:

$$\mathcal{F}_1(w) \cdot \mathcal{F}_2^*(w) + \mathcal{F}_1(-w) \cdot \mathcal{F}_2^*(-w) \quad (\text{A.4})$$

$$= (R_1 R_2 - i(I_1 R_2 - R_1 I_2) + I_1 I_2) + (R_1 R_2 + i(I_1 R_2 - R_1 I_2) + I_1 I_2) \quad (\text{A.5})$$

$$= (R_1 R_2 + I_1 I_2) + (R_1 R_2 + I_1 I_2) \quad (\text{A.6})$$

$$= \text{Re}(\mathcal{F}_1(w) \cdot \mathcal{F}_2^*(w)) + \text{Re}(\mathcal{F}_1(-w) \cdot \mathcal{F}_2^*(-w)) \quad (\text{A.7})$$

De som in de teller $\sum_{r_i \in r}$ zal dus een imaginair gedeelte van 0 hebben, ook al hebben de individuele elementen van de som dit niet. Het nemen van het reële gedeelte binnen de som levert hetzelfde resultaat, maar spaart een paar berekeningen uit.

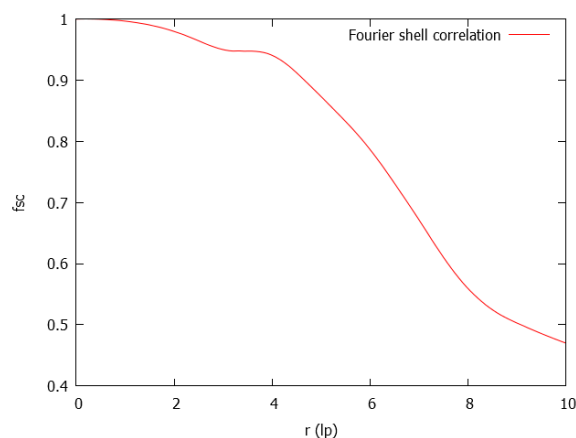
De FSC ligt tussen 0 (lage correlatie) en 1 (hoge correlatie). Normaal gezien zal FSC dicht bij 1 liggen voor kleine r , dit zijn lage frequenties en dus - in het niet fouriergetransformeerde beeld - lange afstanden. Dit komt omdat kenmerken met een lange afstandsschaal gemakkelijker gereconstrueerd worden. Voor hogere r zal

FSC naar 0 zakken. [32]

Een voorbeeld van een FSC is te vinden in figuur A.1.

Om twee FSC's met elkaar te vergelijken, kan het zijn dat men 1 getal wil, in plaats van een reeks waarden voor verschillende r . In het algemeen neemt men hiervoor de waarde van r waar de FSC onder een bepaalde grens ('threshold') zakt. Een hogere r betekent dan een betere correlatie. Men kan als grens een constante nemen, bijvoorbeeld 0,5. Dit wordt vaak gedaan. Volgens [33] is dit geen verstandig criterium, omdat de uiteindelijke waarde (de resolutie in de microscopie) dan beïnvloedt wordt door bijvoorbeeld de symmetrie of hoeveel plaats in het volume wordt ingenomen door het object. Hierdoor is het moeilijker om verschillende stalen met elkaar te vergelijken. In plaats daarvan kan men een dalende grensfunctie nemen die met deze factoren rekening houdt.

In deze thesis wordt over het algemeen niet een r -waarde, maar een FSC-waarde als vergelijkingswaarde gebruikt. Meer bepaald wordt de gemiddelde waarde van de FSC over het gehele r -bereik genomen. Een hogere waarde betekent een hogere correlatie. Aangezien er telkens enkel FSC-waarden van hetzelfde fantoom of object met elkaar vergeleken worden, zijn de beïnvloedende factoren zoals de symmetrie toch voor alle hetzelfde.



Figuur A.1: Voorbeeld van een fourier shell correlation functie

Bijlage B

Fantomen

Met de extensie `phantom3d.m` [25] van matlab is het mogelijk om fantomen te maken: 3D-roosters van getallen. De eigenschappen van de ellipsoïden waaruit het fantoom wordt opgebouwd dienen te worden gegeven als invoer. Als eerste parameter voor de ellipsoïden is er μ , de grijswaarde. μ is additief, dat wil zeggen dat een gebied waar twee ellipsoïden elkaar overlappen als grijswaarde de som van deze twee zal hebben. Uiteindelijk worden alle waarden kleiner dan 0 op 0 gezet en alle groter dan 1 op 1. Voor het uitschrijven, kan een μ daar echter wel nog buiten liggen. Sommige μ 's zijn negatief om gebruik te maken van de additiviteit.

a_x is de halve lengte van de ellipsoïde in de x-richting (voor de rotatie waarvan de parameters hierna komen). a_y en a_z zijn analoog gedefinieerd in de y- en z-richting. \vec{c} is de positie van het middelpunt van de ellipsoïde. Tenslotte zijn er nog de hoeken waarover de ellipsoïde geroteerd wordt. Dit zijn z-x-z Eulerhoeken in graden. ϕ is de rotatie rond de z-as. θ is de rotatie rond de x-as en ψ is de laatste rotatie, opnieuw rond de z-as.

De ellipsoïdenparameters die gebruikt zijn voor het smilefantoom staan in tabel B.1, voor zijn initiële oplossing in tabel B.2.

Het pythonalgoritme waarmee de ellipsoïdeparameters van het spiraalfantoom en de bijhorende initiële oplossing gegenereerd werden, gaat als volgt:

```
import numpy as np

theta = 0
mingrootte = 0.01
maxgrootte = 0.1
zoveelspiralen = 4

for i in range(zoveelspiralen): #i varieert van 0 tot en met
    (zoveelspiralen - 1)
        theta = (i)*np.pi*(2./((zoveelspiralen)))
    maxr = 20
    for r in range(maxr):
        helderheid2 = helderh(r) #de grijswaarde van de
            initiële oplossing
        if i == 0: #alleen spiraal 0 wordt wit
            helderheid1 = 0.9
    else :
```

```

        helderheid1 = helderheid2
grootte = mingrootte + (maxgrootte-mingrootte)*(
    float(r)/maxr)
echter = float(r)/maxr #echte r is een getal tussen
    0 en 1, de afstand van de ellipsoïde tot het
    middelpunt van de doorsnede
x = echter*np.cos(theta)
y = echter*np.sin(theta)
for z in range(-2,3,1): #vijf vlakken van bollen met
    z-waarden van -2 tot 2
        dez = z/3. #schaal z naar een waarde tussen
            0 en 1
        schrijfnaarinitfile(helderheid2 , grootte , grootte ,
            grootte , x , y , dez)
        schrijfnaarvolumefile(helderheid1 , grootte ,
            grootte , grootte , x , y , dez)
theta += np.pi*3./maxr

```

Hierbij zijn schrijfnaarinitfile en schrijfnaarvolumefile twee functies die de waarden naar een bestand wegschrijven. Als parameters gebruiken ze op volgorde: μ , a_x , a_y , a_z , c_x , c_y , c_z en als hoeken schrijven uit: $\phi = \theta = \psi = 0$.

De functie helderh(r) werd verschillend gedefinieerd voor het eerste spiraalfantoom (figuur 2.3) en het tweede spiraalfantoom waarbij de μ 's rond twee waarden gecentreerd waren (figuur 2.4). Voor het eerste fantoom ging dit als volgt:

```
import random
```

```
def helderh(r):
    #mu = 0.5 en sigma = 0.04
    return random.gauss(0.5,0.04)
```

Voor het tweede fantoom was de functie de volgende:

```
import random
```

```
def helderh(r):
    if r%2 == 0:
        #mu = 0.3 en sigma = 0.1
        return random.gauss(0.3,0.1)
    else:
        #mu = 0.6 en sigma = 0.1
        return random.gauss(0.6,0.1)
```

Tabel B.1: De parameters van de ellipsoïden die gebruikt zijn bij het maken van het smileyfantoom

μ	a_x	a_y	a_z	c_x	c_y	c_z	ϕ	θ	ψ
1	0,8	0,92	0,810	0	0	0	0	0	0
-0,8	0,77	0,85	0,77	0	0,01	0	0	0	0
-0,2	0,21	0,11	0,09	0,35	0,00	0	-25	25	0
-0,2	0,20	0,10	0,10	-0,35	0,00	0	25	155	0
0,7	0,055	0,055	0,055	0,3	-0,1	0	0	0	0
0,7	0,055	0,055	0,055	-0,3	-0,1	0	0	0	0
-0,1	0,05	0,05	0,05	-0,05	0,28	0	0	0	0
-0,1	0,05	0,05	0,05	0,05	0,28	0	0	0	0
0,1	0,12	0,10	0,10	0,00	0,25	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,05	0,55	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,05	0,55	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,15	0,52	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,15	0,52	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,26	0,47	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,26	0,47	0	0	0	0

Tabel B.2: De parameters van de ellipsoïden die gebruikt zijn bij het maken van de initiële oplossing voor het smileyfantoom

μ	a_x	a_y	a_z	c_x	c_y	c_z	ϕ	θ	ψ
1	0,8	0,92	0,810	0	0	0	0	0	0
-0,8	0,77	0,85	0,77	0	0,01	0	0	0	0
-0,2	0,21	0,11	0,09	0,50	0,00	0	-25	25	0
0,8	0,20	0,10	0,10	-0,35	0,00	0	25	155	0
0,7	0,055	0,055	0,055	0,40	-0,15	0	0	0	0
0,7	0,055	0,055	0,055	-0,3	-0,1	0	0	0	0
-0,1	0,05	0,05	0,05	-0,05	0,28	0	0	0	0
-0,1	0,05	0,05	0,05	0,05	0,28	0	0	0	0
0,1	0,12	0,10	0,10	0,00	0,25	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,05	0,55	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,05	0,55	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,15	0,52	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,15	0,52	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	-0,26	0,47	0	0	0	0
0,3	0,04	0,04	0,04	0,26	0,47	0	0	0	0

Bibliografie

- [1] Marcel Beister; Daniel Kolditz; Willi A. Kalender. “Iterative reconstruction methods in X-ray CT”. In: *Physica Medica* (2012), p. 94–108.
- [2] Loes Brabant. *Latest developments in the improvement and quantification of high resolution X-ray tomography data*. 2013.
- [3] M. Dierick; D. Van Loo; B. Masschaele; M. Boone; E. Pauwels; L. Brabant; V. Cnudde en L. Van Hoorebeke. “HECTOR, a new multifunctional micro-CT scanner at UGCT”. In: *IEEE 10th International symposium on biomedical imaging: From nano to macro, Proceedings* (2013).
- [4] Jelle Vlassenbroeck. *Advances in laboratory-based X-ray microtomography*. 2010.
- [5] Yoni De Witte. *Improved and practically feasible reconstruction methods for high resolution X-ray tomography*. 2010.
- [6] R.A. Ketcham en W.D. Carlson. *About High-resolution X-ray CT*. 2014. URL: <http://www.ctlab.geo.utexas.edu/overview/>.
- [7] J. H. Hubbell en S. M. Seltzer. *X-Ray Mass Attenuation Coefficients*. 2014. URL: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/chap2.html>.
- [8] Feyzi Inanc. “Scattering and its role in radiography simulations”. In: *NDT&E International* 35 (2002), 581–593.
- [9] M.J. Berger; J.H. Hubbell; S.M. Seltzer; J. Chang; J.S. Coursey; R. Sukumar; D.S. Zucker en K. Olsen. *XCOM: Photon Cross Sections Database*. 2010. URL: <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/>.
- [10] Matthieu N.Boone; JanGarrevoet; PieterTack; OliverScharf; David P.Cormode; Denis Van Loo; Elin Pauwels; Manuel Dierick; Laszlo Vincze; Luc Van Hoorbeke. “High spectral and spatial resolution X-ray transmission radiography and tomography using a Color X-ray Camera”. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* 735 (2014), p. 644–648.
- [11] Julia F. Barrett en Nicholas Keat. “Artefacts in CT: recognition and avoidance”. In: *RadioGraphics* (2004), p. 1679–1691.
- [12] Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer’s Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, 1997.
- [13] Avinash C. Kak en Malcolm Slaney. *Principles of computerized tomographic imaging*. IEEE Press., 1988.
- [14] L.A. Feldkamp; L.C. Davis en J.W. Kress. “Practical cone-beam algorithm”. In: *Optical Society of America* 1 (1984).
- [15] Henrik Turbell. *Cone beam reconstruction using filtered backprojection*. Linköpings Universitet, 2001.

- [16] S. Kaczmarz. “Angenaherte auflosung von systemen linearer gleichungen”. In: *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett A* 6-8A (1937), p. 355–357.
- [17] Marine Soret; Stephen L. Bacharach; Irène Buvat. “Partial-Volume Effect in PET Tumor Imaging”. In: *The journal of Nuclear Medicine* (2007), p. 932–945.
- [18] R Schulze et al. “Artefacts in CBCT: a review”. In: *Dentomaxillofacial Radiology* (2011), p. 265–273.
- [19] Jürgen Friel en Eric Todd Quinto. “Characterization and reduction of artifacts in limited angle tomography”. In: *Inverse Problems* 29 (2014).
- [20] G. Lawrence Zeng. *A Skew-Slit Collimator for Small Animal SPECT*. 2007. URL: http://www.ucair.med.utah.edu/FacultyZeng/Zeng_saSPECT.html.
- [21] Glenn R. Myers et al. “Dynamic tomography with a priori information”. In: *Applied optics* 50 (2011), 3685–3690.
- [22] R. T. Armstrong et al. “Subsecond pore-scale displacement processes and relaxation dynamics in multiphase flow”. In: *Water Resour. Res.* 50 (2014), 9162–9176.
- [23] Geert Van Eyndhoven; Kees Joost Batenburg; Jan Sijbers. “Region-Based Iterative Reconstruction of Structurally Changing Objects in CT”. In: *IEEE Transactions on image processing* 23 (2014), 909–919.
- [24] Guang-Hong Chen; Jie Tang; Shuai Leng. “Prior image constrained compressed sensing (PICCS): A method to accurately reconstruct dynamic CT images rom highly undersampled data sets”. In: *Medical Physics* 35 (2008), 660–663.
- [25] Matthias Schabel. *3D Shepp-Logan phantom*. 2006. URL: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9416-3d-shepp-logan-phantom/content//phantom3d.m>.
- [26] Henry Knipe; J. Yeung et al. *Signal to noise ratio*. 2015. URL: <http://radiopaedia.org/articles/signal-to-noise-ratio>.
- [27] G. Harauz en M. van Heel. “Exact filters for general geometry three dimensional reconstruction”. In: *Optik* 73 (1986), 146–156.
- [28] Bruker. *Skyscan software*. 2014. URL: <http://www.skyscan.be/products/downloads.htm>.
- [29] Gengsheng L. Zeng; Grant T. Gullberg. “Unmatched Projector/Backprojector Pairs in an Iterative Reconstruction Algorithm”. In: *IEEE transactions on medical imaging* 19 (2000), p. 548–555.
- [30] Achi Brandt. “Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems”. In: *mathematics of computation* 31 (1977), p. 333–390.
- [31] Inside Matters. *Octopus software*. 2015. URL: http://www.octopusimaging.eu/en/software/octopus_analysis.
- [32] Peter Moore. *Visualizing the invisible: imaging techniques for the structural biologist*. Oxford University Press, 2012.
- [33] Marin van Heel; Michael Schatz. “Fourier shell correlation threshold criteria”. In: *Journal of Structural Biology* 151 (2005), 250–262.