
Faculteit Wetenschappen
Departement Fysica

Academiejaar 2015-2016

Eindige elementen model van de cochleaire mechanica: actief vs passief, tijdsdomein en niet-lineaire effecten

Kilian Gladiné

Promotor: Prof. Dr. J. Dirckx
Co-promotor: Dr. Joris Soons



PROEFSCHRIFT TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN
MASTER IN DE FYSICA

Dankwoord

Het feit dat ik deze thesis heb mogen uitvoeren, heb ik te danken aan mijn promotor, Professor Joris Dirckx. Niet alleen omdat hij dit interessante onderwerp heeft aangeboden, maar omdat hij mij intellectueel heeft geprikkeld en zin gegeven heeft in het biomedische onderzoek. Dit gebeurde reeds twee jaar geleden, toen hij me introduceerde tot de holografie en haar toepassingen. Het inspireerde me toen om mijn bachelorproef te verwezenlijken op het departement BIMEF. Daarna was er geen twijfel mogelijk dat het onderwerp van mijn masterthesis tot de biomedische fysica zou behoren. Het geven van waardevolle suggesties, het organiseren van de *lab meetings* en nog veel meer, is waarom ik hem graag zou bedanken.

Wie zeker niet mag vergeten worden is mijn copromotor, Dr. Joris Soons. Met zijn grote ervaring in eindige elementen modellering en zijn rijke kennis, is hij een ongelooflijke hulp geweest en het was mij een genoegen om van kortbij door hem begeleid te worden. Doorheen de laatste twee jaren konden we elkaar soms goed verwarren, maar wanneer alles weer was opgehelderd, werd mijn inzicht enorm verrijkt. Ook het kunnen lachen wanneer voor sommigen misschien eerder het wenen nabij had geweest, vormde het zware traject om tot een aangename reis.

Het laatste jaar was bijzonder eenzaam, alle studenten divergeerden naar alle uithoeken van de fysica. Het werd bijna een zeldzaam moment als je iemand tegenkwam die samen met jou vijf jaar dezelfde richting gevolgd heeft. Er is altijd iemand die een uitzondering is op de regel. In dit geval is dat William Keustermans. Al sinds het eerste jaar aan de universiteit bewandelen we hetzelfde pad zij aan zij. We nemen dezelfde trein, we nemen de fiets in Mortsel of Hove, we weten zelfs soms op voorhand wat de andere gaat zeggen. Ook in het laatste jaar hebben we elkaar nog frequent gezien. Als er iemand is die eenzaamheid verdrijft, dan is het een vriend.

Maar een mens leert uiteraard ook nieuwe mensen kennen. Geclusterd aan de computer op BIMEF, kon een sporadisch praatje wel geapprecieerd worden. Achter mij zat Pieter Muyshondt, de kersverse doctorandus die dat praatje wel op gang kon brengen. Tijdens de middag was er de bijeenkomst van de lokale sport- en kaartclub. Fanatiek waren ze over beiden en de hilarische uitbarstingen tijdens het kleurenwiezen die op sommige momenten plaatsvonden, waren leuk om te aanschouwen.

Verdorie, die computer is weer uitgevallen! Graag wil ik William Deblauwe bedanken voor de keren die hij mij geholpen heeft met alles in verband met computers. Als iedereen zo vriendelijk ingesteld was, dan was de wereld utopisch.

Sommige zijn er al veel langer om me te steunen. Ongeveer zo'n 22 jaar lang. Het zijn mijn ouders, zonder hen had ik niet gestaan waar ik nu ben en daar ben ik hun enorm dankbaar voor. Ook van de talloze conversaties met mijn vader over het thesisonderwerp, heb ik genoten. Ik dank hen voor alles dat ze al gedaan hebben en nog gebeuren zal.

Daar is ze, wanneer je ze het hardst nodig hebt. Diegene die je troost en kalmeert wanneer het even niet meer lukt. Graag bedank ik mijn liefste vriendin Liesl nog, mogen deze laatste twee jaar het begin van velen zijn.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	8
2	Van buitenoor tot binnenoor	9
2.1	Geluid	9
2.2	Buitenoor	9
2.3	Middenoor	9
3	Cochlea	10
3.1	Structuur van de cochlea	10
3.2	Basilaire membraan	11
3.2.1	Anatomie, materiaaleigenschappen en functie van het basilaire membraan .	11
3.2.2	Bandbreedte en locatieafhankelijke resonantie van het basilaire membraan ¹	14
3.3	Tonotopische kaart (place to frequency map)	16
3.4	Orgaan van Corti	18
3.4.1	Anatomie en functie van het orgaan van Corti	18
3.4.2	Analytische vergelijkingen voor de krachtwerking ²	22
4	Niet-lineaire cochleaire mechanica en Otoakoestische emissies	23
5	Passieve doosmodel	27
5.1	Geometrie	27
5.2	Randvoorwaarden	28
5.3	Basilaire membraan en de lopende golf	28
5.3.1	Isotroop balkvormig membraan	28
5.3.2	Isotroop membraan met breedte gradiënt	30
5.3.3	Isotroop membraan met breedte en dikte gradiënt	32
5.3.4	Isotroop membraan met breedte, dikte en stijfheid gradiënt	34
5.3.5	Toevoeging van damping	36

<i>INHOUDSOPGAVE</i>	4
5.3.6 Orthotroop membraan	38
5.3.7 Plaats versus frequentie plot (place to frequency map)	38
5.3.8 Variabel mesh	39
5.3.9 Viskeuze damping	40
6 Actieve doosmodel	42
7 Intermezzo: Modelling van buitenste haarcellen	45
7.1 Ledge haarcel	45
7.1.1 Cilinder met boven en ondervlak	48
7.2 Beam voor ledige haarcel	51
7.3 Water gevulde haarcel	52
7.4 Beam voor watergevulde haarcel	53
7.4.1 Toevoegen van damping in beam model	55
7.5 Buigen van de haarcel met damping bepaald voor trekken	56
7.6 Deitercel	58
7.7 Korte samenvatting en opmerkingen	59
8 Parameters en methodes in tijdsdomeinmodellering	62
8.1 Algemene studiemethode	62
8.2 Parameters	62
8.2.1 Relatieve tolerantie en absolute tolerantie	62
8.2.2 Tijdstappen	63
8.2.3 Meshgrootte	64
8.3 Eigenfrequenties	64
8.4 Initiële voorwaarden	65
8.4.1 Discontinuïteiten en het frequentiedomein	65
8.4.2 Discontinuïteit als beginvoorwaarde voor een tijdsimulatie	67
8.4.3 Mogelijke remedies	68

9	Clamped beam model	70
9.1	Eigenfrequenties	71
9.2	Geen damping	72
9.2.1	Oplossing frequentiedomein als initiële voorwaarden	72
9.2.2	Gebruik van rampfunctie	74
9.3	Met damping	76
9.3.1	Oplossing frequentiedomein als initiële voorwaarden	78
9.3.2	Gebruik van rampfunctie	79
10	Passief doosmodel in het tijdsdomein	79
10.1	Eén frequentie	80
10.2	Twee frequenties en Otoakoestische emissies	81
10.3	Tone burst	84
11	Actief doosmodel in het tijdsdomein (?)	86
12	Conclusie	88
A	Bekijken van animaties	90
B	Geometrische waarden	91

Abstract

De studie van het gehoor is een interessant vakgebied en de cochleaire mechanica is er een belangrijk onderdeel van. De cochlea, ookwel het slakkenhuis genoemd is een complex mechanisme. Het is gelegen in het binnenoor en heeft de kenmerkende spirale vorm. Het vervult allerlei functies. Het is bijvoorbeeld de laatste schakel uit een gehele keten van transformaties van de akoestische energie van het geluid tot elektrische pulsen die naar de hersenen gestuurd worden. Er worden ook lage amplitude signalen versterkt, waardoor de geluidsdrempel verhoogd wordt. De bandbreedte aan frequenties die gehoord kan worden, is ook het gevolg van de eigenschappen van de cochlea. De eigenschappen en werking van de cochlea worden behandeld in een literatuur studie dat deel uitmaakt van dit werk.

Daarna wordt deze informatie gebruikt om een eindige elementen model van het slakkenhuis te creëren. Zulk model kan gebruikt worden om de mechanica beter te begrijpen, experimentele metingen zijn immers moeilijk te verkrijgen. Dit is zo omdat er allereerst op een kleine schaal gewerkt wordt en anderzijds er levende organismen aan te pas komen. De biomaterialen zijn heel kwetsbaar en enige alteratie van de oorspronkelijke toestand kan invloed hebben op het systeem. Een computermodel heeft uiteraard deze problemen niet. Een computermodel geeft ook meteen informatie over meerdere variabelen en dit in slechts éénzelfde simulatie. In een experimentele situatie zou dan telkens een andere opstelling gebouwd moeten worden.

Op het gebied van modelleren zijn er twee vormen te onderscheiden. Het frequentie- en het tijdsdomein. Het eerste omvat stationaire oplossingen voor simulaties bij één enkele frequentie. Het laatste heeft geen beperking op de vorm van de stimulatie, maar er moet voor elk gewenst tijdstip een oplossing berekend worden. Werken in het frequentiedomein is daarom computationeel minder zwaar, er is slechts één enkele oplossing, maar de onderzoeksmogelijkheden zijn beperkt. In dit werk wordt er in het frequentiedomein gewerkt, waarna de uitbreiding naar het tijdsdomein gevormd wordt.

Bij de uitbreiding naar het tijdsdomein wordt eerst een stap teruggezet. Er wordt een eenvoudig model, losstaand van de cochleaire mechanica, bestudeerd om kennis te maken met modelleren in het tijdsdomein. De conclusies die hieruit gevormd werden, werden vervolgens toegepast op het cochlea model. In het tijdsdomein werd dan gekeken naar een simultane stimulatie van twee frequenties, wat uniek is ten opzichte van analyse in het frequentiedomein. Ook werd er gekeken naar een *tone burst* dat ook wel in klinische toepassingen gebruikt wordt. De stap naar het tijdsdomein is gezet en het aantal onderzoeksmogelijkheden is enorm. Deze moeten in de toekomst zeker verkend worden.

Summary

In this thesis a study of literature of the cochlea has been performed. This resulted in describing the geometric and material properties and their relation with the function of the cochlea. This was also done analytically to gain a different view on the matter. The organ of Corti was also described and its amplification function was approximated analytically. The final part of the study of literature included Otoacoustic emissions and its clinical applications.

Using finite elements software COMSOL, different models were made. The influence of the properties of the basilar membrane were studied. Once the passive model was created, the analytical approximation for the active force was added to gain an active model. An adaptive mesh was created which is useful solely for the frequency domain.

The extension to the time domain has been made by a try-out on a beam model. The knowledge collected with this try-out was used to perform time domain simulations with the cochlea model. Different situations were tested e.g. tone burst stimulation, multiple frequency stimulation.

The step to time domain modelling has been set and the possible paths to wander are available in big numbers. In the future, this should be exploited.

1 Inleiding

De cochlea of in de volksmond ook wel slakkenhuis genoemd, is het laatste element uit een hele keten gehoormechanismen. Het is hier waar de drukgolven van het geluid uiteindelijk omgezet worden in elektrische pulsen die naar de hersenen gestuurd worden. Bovenop deze essentiële functie bevat het enkele opmerkelijke eigenschappen, waaronder het functioneren als een frequentieanalysator en het versterken van signalen. Dit laatste is een complex fenomeen geïnduceerd door het orgaan van Corti dat bestaat uit duizenden haarcellen.

Dit doet al meteen vermoeden dat het modelleren van het slakkenhuis in zijn geheel een complex gebeuren is. Allereerst is er de structuur van het slakkenhuis, eenvoudig voorgesteld is dit een opgerolde tube. Deze is vervolgens nog opgedeeld in verschillende compartimenten, bevat membranen en het orgaan van Corti met die vele haarcellen.

Er zullen enkele belangrijke benaderingen ingevoerd worden. Deze reduceren eveneens de nodig computationele rekentijd van het model. De aard van de benaderingen zal ook een onderscheid introduceren tussen passieve en actieve modellen. De eerste zijn het eenvoudigst en bevatten geen versterking.

De analyse van het model is mogelijk in twee verschillende domeinen. Het frequentiedomein en het tijdsdomein. In het frequentiedomein wordt er naar een stationaire oplossing gezocht. Het berekenen van deze oplossing gebeurt zeer efficiënt. Het is echter beperkt tot het onderzoeken van de respons met slechts één enkele frequentie als stimulatie.

Deze beperking is niet van toepassing op het tijdsdomein en opent vele deuren voor verder onderzoek. Het tijdsdomein geeft een oplossing op een bepaald tijdstip. Om dit te bereiken wordt het verloop van de tijd opgedeeld in kleine stukjes. Voor elk nieuw tijdsincrement moet de oplossing op het vorige tijdstip gekend zijn. Dit is een volledige andere aanpak ten opzichte van het frequentie domein en er zijn veel meer aspecten om in rekening te brengen.

Eén van de supplementaire onderzoeken die gedaan kunnen worden, is deze naar de niet-lineariteiten, meer specifiek Otoakoestische emissies. Dit zijn frequenties die gegenereerd zouden worden in de cochlea als gevolg van de werking van het orgaan van Corti. Ze worden gebruikt in klinische kringen als controle op beschadiging van het binnenoor. Hierbij worden twee stimulatiefrequenties gebruikt. Het is duidelijk dat tijdsdomeinmodellering hiervoor essentieel is.

In sectie 2, 3 en 4 wordt de cochleaire mechanica besproken aan de hand van experimentele resultaten uit de voorbije decennia. Sectie 5 start met het modelleren van een passieve cochlea. De uitbreiding hierop wordt gevormd in sectie 6. Vervolgens is er een intermezzo (sectie 7) die bespreekt hoe het mogelijk zou zijn het model uit te breiden en realistischer te maken. Sectie 8 bespreekt de aspecten van tijdsdomeinmodellering die verschillen van het frequentiedomein. Dit wordt gevolgd door een directe toepassing op een eenvoudig model in sectie 9. Daarna wordt er gekeken wat dit kan betekenen voor de cochlea modellen en enkele situaties worden onderzocht. Deze laatste onderdelen van dit werk zijn gespreid over sectie 10 en 11. Hier is opnieuw een onderscheid gemaakt tussen actieve en passieve modellen. De conclusie en de samenvatting van het geheel worden beschreven in sectie 12.

2 Van buitenoor tot binnenoor

Deze sectie schetst de positie van het slakkenhuis in het gehele gehoormechanisme en alle fases die het geluid ondergaat tot deze het binnenoor bereikt.

2.1 Geluid

Kleine veranderingen van de luchtdruk worden door het gehoorstelsel waargenomen als geluid. Zulke variabele luchtdruk wordt veroorzaakt door trillende objecten. Deze trillende objecten alternen de luchtdruk lokaal door compressie van de lucht rondom hen. De temporale verandering van de luchtdruk propageert verder door de ruimte als een longitudinale golf.

2.2 Buitenoor

Het is het buitenoor of ook wel de pinna genoemd, die deze longitudinale golven opvangt. Door het geluid met beide oren te collecteren kan de richting van het inkomende geluid bepaald worden. Dit gebeurt aan de hand van het meten van tijdsverschillen of anderzijds intensiteitsverschillen.

De voornaamste functie van het buitenoor is eenvoudigweg het geluid opvangen en via de gehoorbuis begeleiden naar het trommelvlies. Hier wordt de eerste conversie van het geluid bereikt. De drukveranderingen worden omgezet in overeenkomstige verplaatsingen van het trommelvlies. De longitudinale golf induceert dus een vibratie.

2.3 Middenoor

De oorspronkelijk longitudinale golf van drukveranderingen is nu geconverteerd tot mechanische trillingen van het tympanisch membraan (trommelvlies). In de cochlea worden deze opnieuw omgezet in golven, maar het slakkenhuis is gevuld met een vloeistof. Deze heeft een veel hogere impedantie dan lucht. Dit impedantieverschil heeft als gevolg dat een directe akoestische overdracht van het gehoorkanaal naar de cochlea niet efficiënt zou zijn. Dit is eenvoudig aan te tonen met de formule van de reflectie coëfficiënt.

$$r = \frac{(z_1 - z_2)^2}{(z_1 + z_2)^2} \quad (1)$$

Een groot impedantieverschil zorgt dus voor een hoge reflectiecoëfficiënt met als gevolg dat het geluid onvoldoende getransfereerd wordt naar de cochlea.

De omzetting van de akoestische energie naar mechanische energie aan het trommelvlies is dus zeker geen verloren moeite. Het idee is om een piston met twee verschillende oppervlaktes te construeren. Deze twee oppervlaktes zijn het tympanisch membraan en het ovale venster behorend tot de cochlea. Het trommelvlies heeft een grotere oppervlakte dan het ovale venster. Het is dit oppervlakteverschil dat een tegengewicht vormt voor het oorspronkelijke impedantieverschil.

In de praktijk bevindt zich in het middenoor geen piston. Echter zijn er wel drie gehoorbeentjes aanwezig. Deze brengen de mechanische energie van het grote oppervlak, het trommelvlies, over naar het kleine oppervlak, het ovale venster van het slakkenhuis. Deze gehoorbeentjes zijn de malleus, incus en stapes.

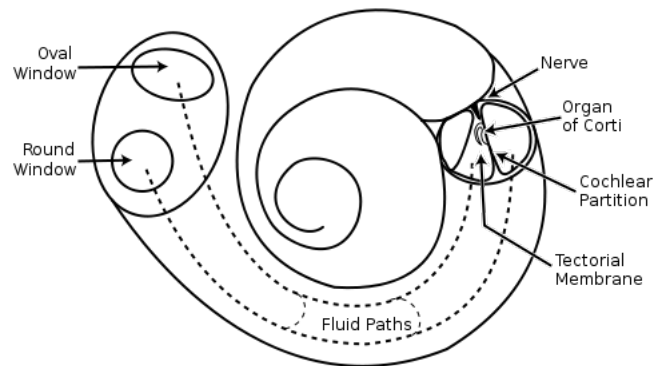
3 Cochlea

Het geluid heeft nu reeds een hele weg afgelegd. Het werd opgevangen door het buitenoor, veroorzaakte trillingen in het trommelvlies. De energie van de akoestische-mechanische conversie die daar plaatsvond, werd via de gehoorbeentjes getransfereerd naar het ovale venster. De toegangsweg tot het slakkenhuis.

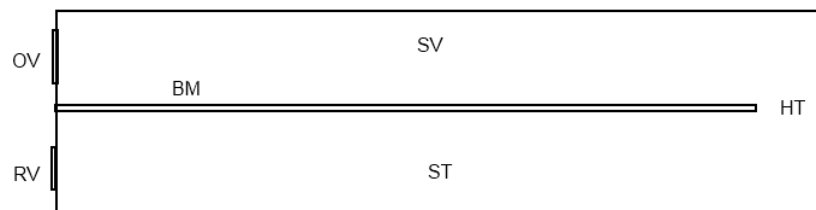
3.1 Structuur van de cochlea

Figuur 1 toont de structuur van de cochlea. De vorm doet meteen denken aan een slakkenhuis, waar het ook zijn naam aan ontleent. De wanden zijn opgebouwd uit bot en de gehele constructie is bij een muis nog geen 10 *mm* lang en is in partities opgedeeld. Deze worden ook wel *scalae* genoemd, wat Grieks is voor kamers. Deze zijn de scala vestibuli, scala tympani en scala media. Alle kamers zijn met vloeistof gevuld, de eerste twee met perilymfe en de laatste met endolymfe. De scala vestibuli bevindt zich bij de ingang van de cochlea, namelijk aan het ovale venster. Deze kamer is gedeeltelijk gescheiden van de scala tympani door de scala media. Deze laatste reikt van het basale gedeelte, aan de vensters, tot ver in het apicale, het andere uiteinde van de cochlea. In dit apicale gedeelte is er ruimte waar de scala vestibuli overgaat in de scala tympani. De locatie waar de scheiding tussen beiden stopt, wordt de helicotrema genoemd.

Zowel de scala vestibuli als scala tympani zijn eenvoudig te omschrijven als een met vloeistof gevulde caviteit. De scala media is op zich complexer dan dit. Hoewel het ook een kamer is die vloeistof bevat, is de scheiding tussen de twee andere scala omringt met andere belangrijke onderdelen van het slakkenhuis. Zo bevat het bijvoorbeeld meerdere membranen waarvan het Reissner en basilaire membraan. Beide vormen een afscheiding van de endolymfe vloeistof van de scala media met de perilymfe vloeistof van de overige partities. Het Reissner membraan bevindt zich aan de bovenzijde van de scala media en het basilair membraan aan de onderzijde. Het basilair membraan heeft een enorm belangrijke betekenis in de cochleaire mechanica. Kort door de bocht, kan het een frequentie resonator genoemd worden, elke trilling veroorzaakt een uitwijking van het membraan op een bepaalde positie afhankelijk van de frequentie. Dit zal verderop uitvoerig besproken worden. Tussen het Reissner en het basilair membraan bevindt er zich nog een derde, het tectoriaal membraan. Hiertussen bevindt zich het orgaan van Corti. Deze speelt weerom een belangrijke rol. Het zal instaan voor de versterking van lage amplitude signalen en het verbeteren van de frequentie selectiviteit. Een elaboratie hierop bevindt zich in een latere sectie. Het is ook hier dat de conversie naar elektrische signalen gebeurt via de haarcellen. Deze signalen worden via het zenuwstelsel naar de hersenen verstuurd. Op die manier is het traject van extern geluid tot de waarneming ervan compleet.



Figuur 1: Afbeelding van de cochlea. Deze toont de spirale structuur waarop duidelijk het ovale en ronde venster zichtbaar zijn. De toegang tot de verschillende scalae. Ook wordt de partitie van de cochlea aangeduid, deze scheiding omvat het basilaire membraan. De opgerolde structuur zorgt voor een moeilijk overzicht. Het doosmodel (figuur 2) geeft een eenvoudige kijk op het slakkenhuis.³



Figuur 2: Eenvoudigere kijk op de cochlea. Deze is uitgerold en enkele onderdelen zijn weggelaten. OV = ovaal venster, OR = rond venster, SV en ST zijn scalae vestibuli en tympani respectievelijk, BM = basilaire membraan, HT = helicotrema.

3.2 Basilaire membraan

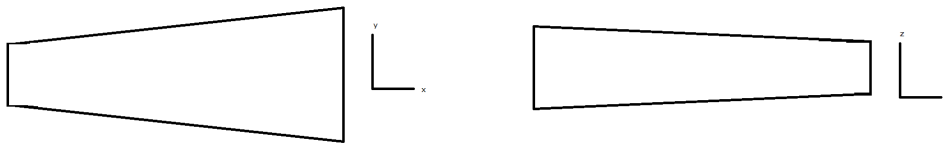
Het basilaire membraan is essentieel voor de werking van het gehoor en vormt dus een kernpunt in de cochleaire mechanica. De eigenschappen ervan, zowel geometrische als materiaaleigenschappen, zorgen voor het belangrijke kenmerk van het membraan: De respons op inkomend geluid met een lopende golf. De beweging die het membraan hierdoor maakt, zal afhankelijk van de frequentie, pieken op een positie gerelateerd met die frequentie. De eigenschappen van het membraan zorgen dus voor een dispersie van de respons op verschillende frequenties.

3.2.1 Anatomie, materiaaleigenschappen en functie van het basilaire membraan

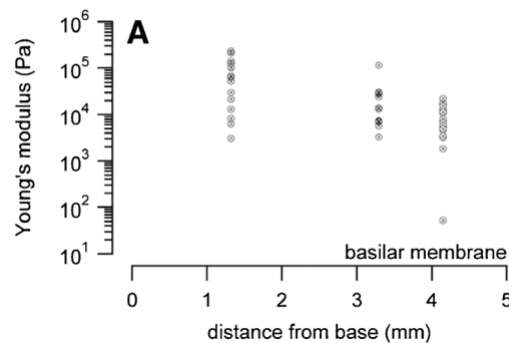
Het basilaire membraan vormt samen met het Reissner membraan de scheiding tussen de scala tympani en vestibuli en de scala media. Het membraan reikt van de basis, waar ook het ronde en

³<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a6/Cochlea.svg/490px-Cochlea.svg.png>

ovale venster zich bevinden, tot het helicotrema. Het membraan is slechts enkele millimeters lang. Op deze millimeterschaal bevat de geometrie van het basilaire membraan toch enkele gradiënten. Figuur 3 toont een schets van het boven- en zijaanzicht van het membraan. Enerzijds is er een positieve breedtegradiënt aanwezig, van basis tot apex neemt de breedte van het membraan toe. Anderzijds bezit het membraan een negatieve diktegradiënt, van basis tot apex neemt de dikte af. Het membraan bevat fibers die voor de stevigheid ervan zorgen. Deze fibers zijn langs de breedte van het membraan georiënteerd. Ook in de dichtheid van deze fibers is een spatiale gradiënt. Figuur 4 toont dat de Young's modulus van het membraan voor een muis. Deze is groter aan de basis dan aan de apex. Dit impliceert dat er meer fibers aanwezig zijn aan de basis dan aan de apex.



Figuur 3: Boven- en zijaanzicht van het basilaire membraan. De x-as is evenwijdig met de lengte van het membraan geplaatst. Deze aanzichten tonen dat het membraan aan de basale zijde dik en smal is, terwijl dat ze aan de apicale zijde breed en dun is.



Figuur 4: De Young's modulus van het basilaire membraan is het hoogste aan de basis en het laagste aan de apex.⁴

Veronderstel de reactie van de cochlea op een pure toon. De stapes doet het ovale venster oscilleren met de frequentie van deze toon. Deze trillingen veroorzaken een drukgolf in de vloeistof van de cochlea. Deze plant zich voort in de scala vestibuli en verder in de scala tympani. Langsheen het basilaire membraan zal de druk bovenaan en onderaan niet dezelfde zijn. Bijgevolg werkt er een netto druk in op het membraan en begint deze verticaal te bewegen. Deze beweging is een lopende golf en zal een maximale uitwijking hebben op een specifieke positie op het membraan.

⁴TEUDT, I.U. en RICHTER, C.P., 'Basilar Membrane and Tectorial Membrane Stiffness in the CBA/CaJ Mouse', *JARO*, Volume 15 (2014), mei, p.675-694.

Figuur 5 toont voor verschillende stimulatiefrequenties de lopende golf op het tijdstip waarop de golf een maximale amplitude heeft. Voor hoge frequenties piekt de uitwijking aan de kant van de basis, daarentegen is de uitwijking maximaal aan de apicale zijde voor lagere frequenties. Voor elke frequentie is er een locatie op het membraan waarbij deze als het ware resoneert. Anders gezien, kan er gezegd worden dat het basilaire membraan een gespiegeld frequentiespectrum weergeeft. Waarom is dit zo?

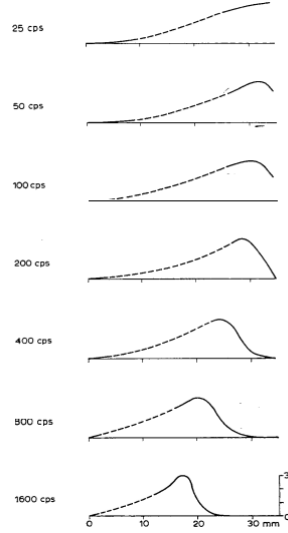
Dit heeft alles te maken met de aanwezige gradiënten. De vergelijking wordt gemaakt met een massa-veer systeem en de resonantie ervan. Een massa-veer systeem heeft een maximale respons wanneer het aangedreven wordt met de eigenfrequentie. Deze eigenfrequentie ω is afhankelijk van de massa m en de veerconstante k . Deze verhouden zich tot elkaar als $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Dus een massa-veer systeem met een grote veerconstante en kleine massa heeft een hoge eigenfrequentie. Voor een kleine veerconstante en grote massa is de eigenfrequentie laag. Dezelfde redenering kan toegepast worden in het kader van het basilaire membraan.

Aan de basis is omwille van de breedte gradiënt het membraan het smalst, omwille van de dikte gradiënt het dikst en omwille van de gradiënt van de Young's modulus, het meest resistent tegen vervorming. Dat het membraan smaller is aan de basis, zorgt voor een relatief kleinere doorsnede dan aan de apex. Er is dus minder massa aanwezig aan de basale zijde. De verhoogde Young's modulus maakt het membraan stijver, maar de stijfheid is ook afhankelijk van de vorm. Een dik membraan is moeilijker te vervormen dan een dun membraan. Dus ook het feit dat aan de basis het membraan dikker is, dan aan de apex, zorgt voor een hoger stijfheid. Samengevat is aan de basis k groot en m klein. Dit wil zeggen dat de resonantiefrequentie hoog is, dit komt overeen met figuur 5, waar de piek voor hoge frequenties meer basaal gelegen is.

Hetzelfde gedachtepatroon kan doorlopen worden voor de apex. Het membraan is er:

- breder dus de doorsnede is groter en er is dus meer massa aanwezig,
- dunner en dus minder stijf voor verticale vervorming,
- minder stijf door de kleinere Young's modulus als gevolg van een kleinere dichtheid fibers.

Dit levert samen een hoge waarde voor m en een lage voor k en dus de lage frequenties resoneren aan de apicale zijde.



Figuur 5: Een beeld van de lopende golf op het basilaire membraan voor verschillende frequenties van de stimulatie. Hoe hoger de frequentie hoe meer de golf piekt bij de basis van het membraan.⁵

3.2.2 Bandbreedte en locatieafhankelijke resonantie van het basilaire membraan⁶

Veronderstel dat het basilaire membraan een plaat is. Deze heeft een breedte b , gelegen in de y -richting. Op de plaat wordt een druk p_F uitgeoefend, zowel langs de boven als de onderkant. De bewegingsvergelijking voor de verplaatsing w is

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \rho_P t_P \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -2p_F \quad (2)$$

waarbij D de buigingsstijfheid, T de spanning, ρ_P de dichtheid van de plaat, t_P de dikte van de plaat. De stijfheid $D = f E \frac{t_P^3}{12}$ is afhankelijk van f de fractie aan de voorheen vermeldde fibers en E de Young's modulus van deze fibers. Indien de plaat aan weerszijden $y = 0$ en $y = b$ vast hangt, is een geschikte oplossing:

$$w(y, t) = W e^{j\omega t} \sin \frac{\pi}{b} y \quad (3)$$

De snelheidscomponent v van deze oplossing wordt eenvoudig bekomen door af te leiden naar de tijd.

$$v = \frac{dw(y, t)}{dt} = W(j\omega) e^{j\omega t} \sin \frac{\pi}{b} y = (j\omega) w(y, t) \quad (4)$$

⁵Figuur ontleend aan de presentatie van Von Békésy op de Nobel prijsuitreiking op 11 december 1961.

⁶BASBAUM, A.I., KANEKO, A., SHEPHERD, G.M. en WESTHEIMER, G., *The Senses: A comprehensive reference, Vol 3, Audition*, Academic Press, San Diego, 2008, p. 165-202.

Substitutie van de oplossing in de vergelijking en beide leden delen door de snelheid v geeft:

$$-\frac{2p_F}{v} = \frac{D(\frac{\pi}{b})^4 w(y, t) - T(\frac{\pi}{b})^2 w(y, t) + \rho_P t_P (j\omega)^2 w(y, t)}{(j\omega) w(y, t)} \quad (5)$$

$$\frac{2p_F}{v} = -\frac{D(\frac{\pi}{b})^4 - T(\frac{\pi}{b})^2 - \rho_P t_P \omega^2}{j\omega} \quad (6)$$

$$\frac{2p_F}{v} = -\frac{Dn^4 + Tn^2 - \rho_P t_P \omega^2}{j\omega} \quad (7)$$

met $n = \frac{p_i}{b}$.

Het basilaire membraan vormde de scheiding tussen verschillende compartimenten in de cochlea en staat dus in contact met vloeistof. Bovenop het membraan is er ook een laagje zachte cellen. Deze kunnen behandeld worden als vloeistof om het effect van de massa op de drukverdeling te beschrijven. Voor niet-viskeuze, onsamendrukbare vloeistoffen geldt de Laplace vergelijking. Een geschikte vorm voor ϕ is:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (9)$$

$$p_F = -\rho_F \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (10)$$

De oplossing voor de bewegingsvergelijking van de zachte cellen moet eveneens voldoen aan die van de plaat. De cellen en membraan grenzen immers aan elkaar en continuïteit moet gegarandeerd zijn.

$$\phi = -\frac{W}{n} e^{j\omega t - nz} \sin ny \quad (11)$$

De verhouding van de druk en snelheid is ditmaal

$$\frac{p_F}{v} = \frac{-\rho_F (j\omega)^2 \phi(y, z, t)}{j\omega w(y, t)} \quad (12)$$

$$= \frac{-\rho_F (j\omega)^2 \phi(y, z, t)}{j\omega \frac{\partial \phi(y, z, t)}{\partial z}} \quad (13)$$

$$= \frac{-\rho_F (j\omega)^2 \phi(y, z, t)}{j\omega - n\phi(y, z, t)} \quad (14)$$

$$= \frac{\rho_F j\omega}{n} \quad (15)$$

$$= \rho_F j\omega t_{effective} \quad (16)$$

De laag zachte cellen geeft dus geen spanning noch een buigingscomponent, enkel een massa component voor een laag met een dikte $\frac{1}{n}$.

De resonantiefrequentie wordt bekomen door beide impedanties aan elkaar gelijk te stellen.

$$\rho_F j\omega \frac{1}{n} = -\frac{Dn^4 + Tn^2 - \rho_P t_P \omega^2}{j\omega} \quad (17)$$

$$\frac{\rho_F}{n} \omega^2 = Dn^4 + Tn^2 - \rho_P t_P \omega^2 \quad (18)$$

$$\left(\frac{\rho_F}{n} + \rho_P t_P \right) \omega^2 = Dn^4 + Tn^2 \quad (19)$$

$$\omega^2 = \frac{Dn^4 + Tn^2}{\frac{\rho_F}{n} + \rho_P t_P} \quad (20)$$

Deze uitdrukking kan vereenvoudigd worden, de spanning T in de cochlea is niet groot en deze wordt verwaarloosd. De dichtheid van de vloeistof ρ_F is quasi gelijk aan die van de plaat ρ_P . De dikte t_P is echter veel kleiner dan de breedte vervat in $n = \frac{\pi}{b}$. Bijgevolg kan ook deze term verwaarloosd worden. Uiteindelijk wordt de resonantiefrequentie voor de plaat geschreven als:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{Dn^5}{2\rho_F} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{E\pi^5}{24\rho_F} \right)^{1/2} \left(\frac{ft_p^3}{b^5} \right)^{1/2} \quad (21)$$

De laatste term in deze vergelijking toont wat reeds voorheen werd geïntroduceerd. Daar zowel f als t en ook b positieafhankelijk zijn voor het membraan, verandert de resonantiefrequentie afhankelijk van de positie op de plaat. Met deze formule kan een afschatting van de waarneembare bandbreedte gemaakt worden (zie tabel 1). De verhouding keratine fibers f wordt vaak niet gemeten en ook niet de Young's modulus E van de individuele fibers. In experimenten wordt de lokale Young's modulus bepaald, E_{lokaal} . De afschatting komt redelijk goed overeen met het bereik dat Ehret in 1974 publiceerde⁷. Ehret spreekt over een bereik van 0,8 tot 115 kHz.

	Basis	Apex
$E_{lokaal} [Pa]$	$10 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$
$b [m]$	$63,3 \cdot 10^{-3}$	$114,7 \cdot 10^{-3}$
$t_p [m]$	$15 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$
$\rho [kg/m^3]$	1000	1000
$f_{res} [kHz]$	102,35	1,43

Tabel 1: Afgeschatte bandbreedte van het gehoor van een muis.

3.3 Tonotopische kaart (place to frequency map)

De frequentie afhankelijke positie waar het membraan piekt, wordt ook wel de tonotopie van de cochlea genoemd. Het was Greenwood die de tonotopie mathematisch in kaart bracht. Dit deed hij in 1970 met zijn paper⁸ waarin hij aan de hand van experimentele metingen een generaliserende

⁷EHRET, G., 'Age dependent hearing loss in normal hearing mice', Naturwissenschaften, volume 61 (1974), p. 506-507.

⁸GREENWOOD, D.D., 'A cochlear frequency-position function for several species 29 years later', J. Acoust. Soc. Am., Volume 87 (1990), juni, Nr. 6, p. 2595-2605.

functie opstelde. Deze experimentele metingen waren stimulaties van de cochlea van verschillende diersoorten, voor elke stimulatiefrequentie werd de locatie met maximale snelheid geëxtraheerd. Aan de hand van deze data werd een functie geproponeerd. Deze is een exponentiële functie,

$$CB = 10^{ax+b} \quad (22)$$

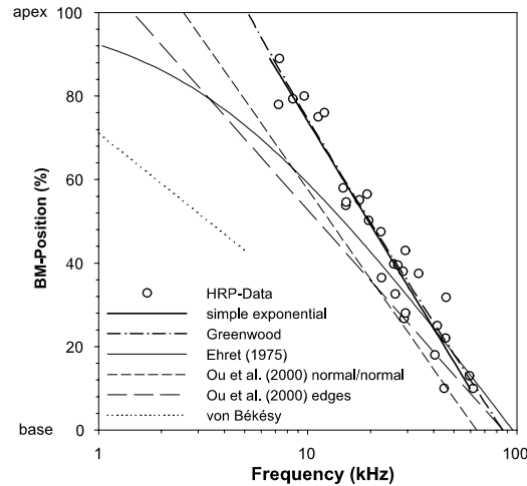
waarbij x de relatieve positie ten opzichte van de apex ($x = 0$) tot de basis ($x = 1$) van het basilaire membraan is, a en b zijn constanten die aan de hand van een fitprocedure bepaald worden. De afkorting CB staat voor *critical bandwidth*. Dit is de bandbreedte waarin de respons op een pure toon, niet of zeer weinig beïnvloed wordt door een tweede toon met een frequentie buiten het interval ten grote van die bandbreedte rond de frequentie van die eerste pure toon. In die tijd werd het basilaire membraan opgedeeld in 35 partities, of ook wel 35 verschillende kritieke bandbreedtes. Echter doorheen de jaren werd een functie ontwikkeld specifiek voor de positie en de frequentie:

$$F = A(10^{ax} - k) \quad (23)$$

De waarde voor a zegt ook iets over de verhouding van de stijfheid van het membraan aan de basis ten opzichte van de apex. Voor vele soorten is deze ongeveer 2,1. Dit geeft $10^{2,1} \approx 126$ wat in overeenstemming is met de factor 100 die Von Békésy in ex-vivo experimenten bij de mens verrichtte. Voor de mens zijn de waarden $A = 165,4$, $a = 2,1$ en $k = 0,88$.

Figuur 6 toont enkele curves uit een experiment waar de *place to frequency map* (PtF) bepaald werd voor een muis. Deze muis werd akoestisch gestimuleerd met frequenties van 7,2 tot 61,8 kHz. Vervolgens werd de verkregen data gefit en werden de parameters van de Greenwoodmap verkregen. Voor a was dit 1,279 terwijl $A = 4232$ en $k = -0,22$. De auteurs benadrukken dat de metingen bijzonder zijn omdat ze onder fysiologische omstandigheden zijn uitgevoerd en dus niet in een ex-vivo cochlea zoals vaak gebeurt. Opvallend is het grote verschil de waarden voor de mens.

Op de figuur is ook experimentele data van een ex-vivo experiment van Von Békésy te zien, de curve is sterk opgeschoven. Dit duidt erop dat de toestand waarin de cochlea zich bevindt, levend of dood, een invloed heeft op de *PtF*. Een verklaring wordt gegeven in de volgende sectie.



Figuur 6: Voor elke frequentie wordt de relatieve positie op het membraan weergegeven waar de lopende golf piekt. Dit voor zowel passieve (ex vivo) cochlea met de curve van Von Békésy als voor actieve (in vivo) cochlea. Dit toont weer dat de lage frequenties aan de apex pieken en vice versa. Het verband is logaritmisch.⁹

3.4 Orgaan van Corti

Zoals reeds kort werd aangehaald, functioneert het orgaan van Corti als een versterker voor signalen met lage amplitudes, maar eveneens verhoogt het de Q-factor van de lopende golf en dus de frequentie selectiviteit. Deze verbeteringen van het gehoor zijn niet aanwezig in een ex vivo cochlea. Daarom wordt het een actief proces genoemd, er is een toevoer van energie. Vanzelfsprekend wordt de respons van de cochlea van een dood organisme passief genoemd. Het is ook hier dat de akoestisch-mechanische energie wordt omgezet in neurale pulsen.

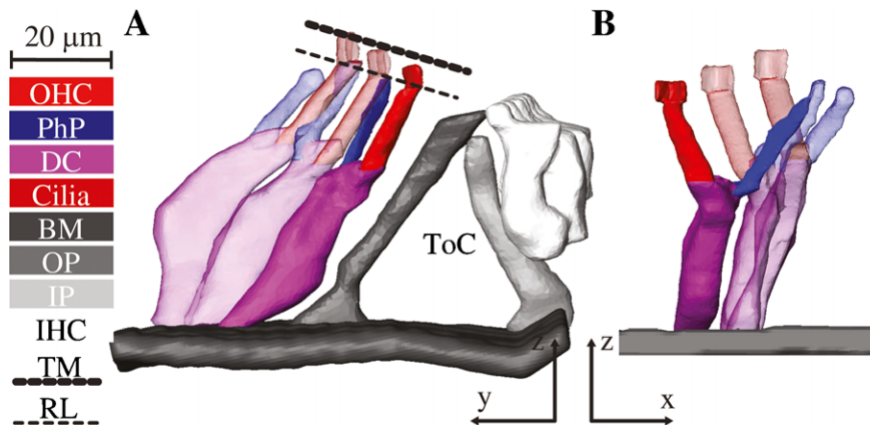
3.4.1 Anatomie en functie van het orgaan van Corti

Figuur 7 toont een radiale (**A**) en longitudinale (**B**) reconstructie van een sectie van het orgaan van Corti. Op figuur 7 **A** is duidelijk weergegeven dat het orgaan zich tussen het tectoriaal en basilaire membraan bevindt. Op het basilaire membraan zijn er drie rijen Deitercellen zichtbaar. Dit zijn pilaarcellen waaraan de buitenste haarcellen (OHC) bevestigd zijn (figuur 7 **B**). Deze OHC's raken allen het reticular lamina, een dun stijf membraan. Bovenop elke buitenste haarcel bevinden zich de stereocilia. Dit zijn kleine celcompartimenten van de haarcel en deze raken het tectoriaal membraan dat zich helemaal bovenaan van het orgaan van Corti bevindt (figuur 7 **A**). Aan dezelfde Deitercellen bevindt zich voor elke OHC ook een phalangeaal proces (PhP). Zowel de

⁹MÜLLER, M., Von HÜNERBEIN, K., HOIDIS, S. en SMOLDER, J.W.T., 'A physiological place-frequency map of the cochlea in the CBA/J mouse', *Hearing Research*, Volume 202 (2005), p.63-73.

OHC als de PhP maken een hoek ten opzichte van het basilaire membraan. De buitenste haarcellen kantelen richting de basis, terwijl de PhP een hoek maken zodat ze naar de apex toe leunen (figuur 7 B). Naast de Deitercellen zijn er nog de buiten- en binnenpilaarcellen. Aan deze laatste grenzen de binnenste haarcellen (IHC).

De geïllustreerde sectie van het orgaan van Corti is slechts één van de vele kopieën ervan. Deze zijn allemaal naast elkaar geplaatst op het basilaire membraan in de longitudinale richting. Afhankelijk van de positie op het membraan, basaal of apicaal, zijn er kleine verschillen waar te nemen. Zoals de hoeken van de OHC en PhP en ook hun lengtes. Zo hebben de buitenste haarcellen bij een muis aan de apex een lengte variërend van 25 tot 30 μm . Die aan de basis daarentegen zijn korter met een lengte van 10 tot 15 μm .



Figuur 7: 3D reconstructie van een doorsnede van het orgaan van Corti.¹⁰

Samengevat bestaat het orgaan van Corti uit twee belangrijke onderdelen. Enerzijds de Y-vormige structuren opgebouwd uit de Deitercel, buitenste haarcel en phalangeaal proces en anderzijds de binnenste haarcellen. Beide vervullen een verschillende maar belangrijke rol.

De binnenste haarcellen zijn de producenten van elektrische pulsen, de actiepotentialen die via het zenuwstelsel de communicatie vormen met de hersenen. In de sectie over het basilaire membraan, werd uitgelegd dat afhankelijk van de frequentie van het waargenomen geluid, er een lopende golf ontstaat op dit membraan en dat deze lopende golf piekt op een locatie geassocieerd met de genoemde frequentie. Het is de beweging van het membraan als gevolg van de lopende golf, dat gedetecteerd wordt door de binnenste haarcel. Het orgaan van Corti bevindt zich immers op het basilaire membraan. De beweging van het basilaire membraan veroorzaakt een beweging in de vloeistof van het orgaan van Corti. Deze beweging veroorzaakt op zijn beurt een deflectie van de cilia van de IHC. De IHC bevat ionenkanalen en deze worden bij vervorming van de cilia

¹⁰SOONS, J.A.M., RICCI, A.J., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Cytoarchitecture of the Mouse Organ of Corti from Base to Apex, Determined Using In Situ Two-Photon Imaging', *JARO*, volume 16 (2015), Oktober, p.47-66.

geopend. Zulke ionen kanalen laten in geopende toestand een flux van ionen toe. Ionen zijn geladen deeltjes en bij toevoer wordt een potentiaalverschil opgebouwd tussen de cel en haar omgeving. In rusttoestand is zo'n potentiaalverschil reeds aanwezig, maar wanneer de cilia deflecteren wordt deze gealterneerd. Wanneer het potentiaalverschil een bepaalde drempel bereikt, wordt er een puls afgevuurd. Deze puls heet de actiepotentiaal. Deze wordt via het zenuwstelsel naar de hersenen getransporteerd. Dit is bijgevolg ook de laatste stap in het hele proces van het gehoormechanisme. Er werd gestart met trillingen die lokale compressie van de lucht induceerde. Deze geluidsgolven werden vervolgens opgevangen door het buitenoor, waarna ze getransporteerd werden naar het middenoor. Daar werd de akoestische energie opnieuw omgezet in vibrationele energie door dat de drukgolven het tympanisch membraan tot trillen aanzetten. Met behulp van het malleus-incus-stapes complex in het middenoor werd deze mechanische energie zo efficiënt mogelijk overgebracht naar het ovale venster van de cochlea. Daar werd een lopende golf gegenereerd op het basilaire membraan, die dus gedetecteerd wordt door de binnenste haarcel en hierbij een elektrisch puls genereert.

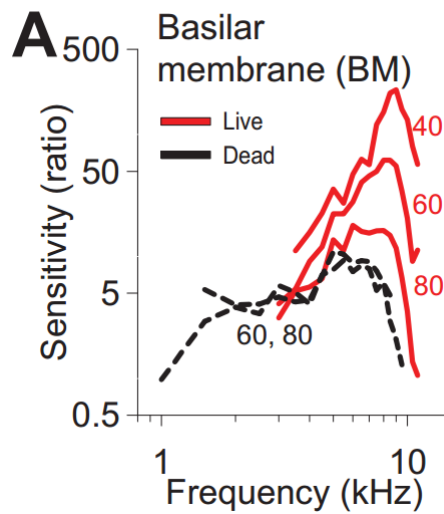
De buitenste haarcellen vervullen een hele andere functie. Enkele principes zijn nochtans hetzelfde als de binnenste haarcellen. Opnieuw start alles bij de beweging van het basilaire membraan. Door deze beweging worden krachten uitgeoefend op de Deitercel en bijgevolg ook de buitenste haarcel. Deze laatste vervormt als gevolg hiervan, waardoor haar relatieve positie ten opzichte van het tectoriale membraan verandert. Het is deze verandering dat weerom de deflectie van de stereocilia veroorzaakt. Als gevolg hiervan, openen de ionenkanalen van de OHC en ontstaat er opnieuw een flux van ionen. Ditmaal zorgt de opgebouwde spanning niet voor de generatie van een actiepotentiaal, maar voor een verandering van de eigenschappen van de OHC. Het is te vergelijken met een piëzo-elektrisch materiaal. Afhankelijk van het spanningsverschil over beide vlakken van zo'n materiaal, treedt er een vormverandering op. Dit gebeurt ook met een OHC, zowel een verlenging als een verkorting kan plaatsvinden. Deze vervorming van de OHC levert een extra kracht op het membraan, die de beweging die het maakt versterkt. In de Y-vormige structuur is ook het phalangeaal proces (PhP) aanwezig. Deze cel bevat niet dezelfde eigenschappen als de OHC's, maar zal de beweging van het basilair membraan enigszins tegenwerken. Als de OHC duwt, dan trekt het PhP. De grootte van deze duw- en trekkrachten zijn afhankelijk van de relatieve positie van de OHC en PhP met het tectoriale membraan. Voor een OHC en PhP zijn deze niet dezelfde, dus ook de krachten zijn niet dezelfde. Bijgevolg is er een netto kracht op het membraan. Deze netto kracht heeft drie belangrijke gevolgen:

- I De beweging van het basilaire membraan is versterkt,
- II De plaats waar de lopende golf piekt, schuift op richting de apex,
- III De Q factor van de piek vergroot en bijgevolg is de frequentieselectiviteit hoger.

Figuur 8 toont een vergelijking van een levend en post-mortem studie. De gevoeligheid wordt op een bepaalde locatie op het basilaire membraan gemeten voor frequenties tussen 1 en 10 kHz . De gevoeligheid neemt sterk toe voor een in vivo cochlea. Met andere woorden, het basilaire membraan reageert sterker op het inkomende geluid (I). Afhankelijk van de sterkte van het inkomende signaal is deze sensibilisering krachtiger. De grafiek toont ook een verschuiving van de maximale

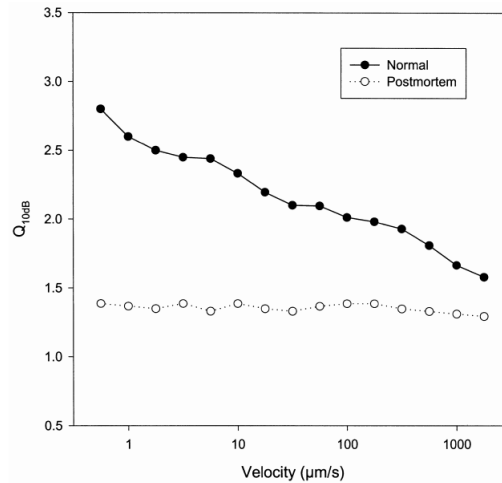
sensitiviteit. Deze wordt groter voor hogere frequenties. Dit wil zeggen dat op eenzelfde locatie voor actieve cochlea deze met een hogere frequentie gerelateerd dan bij een passieve cochlea. Dus de maximale amplitude van de lopende golf schuift voor elke frequentie inderdaad op richting de apex (II). Op deze figuur is reeds de verfijning van de bandbreedte van de sensitiviteit zichtbaar (III).

Figuur 9 toont meer expliciet de verhoging van de Q-factor bij actief model ten opzichte van een passief model.



Figuur 8: Het actieve gedeelte zorgt ervoor dat de gevoeligheid opgedreven wordt voor signalen met lage amplitude. De sensitiviteitscurve voor een enkele positie op het membraan wordt zowel smaller en deze schuift op naar hogere frequenties. Dit wil zeggen dat de enerzijds de frequentieselectiviteit verhoogt en anderzijds er een kleine verschuiving is van de positie waarop het membraan piekt voor een bepaalde frequentie.¹¹

¹¹GAO, S.S., ET AL, 'Vibration of the organ of Corti within the cochlear apex in mice', *Journal of Neurophysiology*, Volume 112 (2014), september, nr. 5, p. 1192-1204.



Figuur 9: De Q_{10dB} waarden tonen een duidelijk verschil voor een passieve en een actieve cochlea. De waarden liggen hoger wanneer de cochlea actief is. Dit wil zeggen dat de piek van de lopende golf fijner is en er bijgevolg een hogere frequentie selectiviteit is.¹²

3.4.2 Analytische vergelijkingen voor de krachtwerking¹³

De krachtwerking van het cochleaire versterkingsmechanisme is reeds vastgelegd in analytische vergelijkingen. Hieronder wordt een gedetailleerde beschrijving gegeven van de krachtwerking en de bekomen vergelijkingen.

Figuur 7 toonde een gedetailleerde radiale en longitudinale weergave van de buitenste haarcellen. Hierop was een duidelijke Y-vormige structuur op te herkennen. Onderaan bevond zich de reeds vermeldde Deiter cel. Die maakt contact met het basilaire membraan. Bovenaan deze Deiter cel was een uiterste haarcel bevestigd, onder een hoek met het tectoriaal membraan. In de andere richting was het zogenaamde *phalangeal process* aanwezig. Bovenop de buitenste haarcellen waren de stereocilia zichtbaar.

Het openen van de de ionen kanalen door deflectie van de stereocilia, brengt een verandering van de lengte van de haarcel met zich mee. Deze verlenging levert een kracht op het basilaire membraan. De hoek die de haarcel maakt met het basilaire membraan zorgt ervoor dat deze kracht zich manifesteert op een positie verder dan de stereocilia zelf. Dit is in de apicale richting en het wordt daarom een *push-forward* genoemd. De neer- of opwaartse kracht (push) wordt dus op een positie verder (forward) geleverd. De vervorming van de buitenste haarcel geeft zowel een krachtwerking op het basilaire membraan als op het tectoriaal membraan in de tegengestelde richting. Dit tectoriaal membraan toont weinig weerstand aan zulke kracht. Echter, aan elke buitenste haarcel grenst een phalangeaal proces. De opwaartse kracht door de haarcel wordt hierdoor opgevangen en de

¹²TEUDT, I.U. en RICHTER, C.P., 'Basilar Membrane and Tectorial Membrane Stiffness in the CBA/CaJ Mouse', *JARO*, Volume 15 (2014), mei, p.675-694.

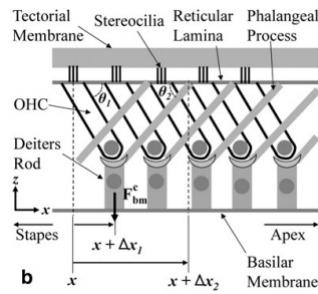
¹³YOON, Y., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Feed-Forward and Feed-Backward Amplification Model from Cochlear Cytoarchitecture: An Interspecies Comparison', *Biophysical Journal*, Volume 100 (2011), januari, p. 1-10.

phalangeaal proces wordt uitgerekt en deze trekt aan het basilaire membraan. Ditmaal is de hoek in de tegengestelde zin en wordt een *pull-backward* effect gekregen.

Schematisch (figuur 10) kan dit als volgt samengevat worden: Een buitenste haarcel en phalangeaal proces gevestigd op een deiter cel op locatie $x + \Delta x_1$ met locaties x en $x + \Delta x_2$ respectievelijk. Voor een neerwaartse beweging van het basilaire membraan, levert de haarcel op locatie x een neerwaartse kracht op $x + \Delta x_1$ als gevolg van expansie. Het phalangeaal proces levert een opwaartse kracht op locatie $x + \Delta x_1$ als gevolg van een expanderende haarcel met apicale locatie $x + \Delta x_2$. Beide krachten kunnen lineair met de drukkracht (F_{BM}) van de vloeistof op het basilaire membraan beschouwd worden voor kleine amplitudes. De totale versterkende kracht kan dan beschreven worden als:

$$F_{BM}^C(x + \Delta x_1) = \alpha_1 [F_{BM}(x)] - \alpha_2 [F_{BM}(x + \Delta x_2)] \quad (24)$$

met het superscript C voor cel en het subscript BM voor basilaire membraan. De coëfficiënten α_1 en α_2 geven de evenredigheid met de lokale kracht op het basilaire membraan weer. Aangezien het phalangeaal proces de opwaartse kracht door de haarcel op het tectoriaal membraan moet tegenwerken, geldt $\alpha_1 = \alpha_2$.



Figuur 10: Schematische weergave van de doorsnede van het orgaan van Corti. Het toont de invloed van de buitenste haarcel en een phalangeaal proces op een positie $x + \Delta x_1$ op het basilaire membraan. De haarcel die invloed heeft op locatie $x + \Delta x_1$ raakt het reticular lamina op positie x . Het phalangeaal proces met invloed op dezelfde locatie raakt daarentegen het reticular lamina op positie $x + \Delta x_2$.¹⁴

4 Niet-lineaire cochleaire mechanica en Otoakoestische emissies

Het slakkenhuis reageert niet altijd lineair op inkomende energie. Een eerste voorbeeld was reeds de versterking veroorzaakt door de buitenste haarcellen in het orgaan van Corti. Ondanks dat een invoer met lagere amplitude de cochlea stimuleerde, zou de amplitude van de respons niet lineair geschaald zijn met deze van een input met hoge amplitude. Dit is een niet-lineariteit die van toepassing is op de amplitudes. Zo bestaan er ook niet-lineariteiten omtrent de frequentie van de respons van het membraan.

¹⁴ YOON, Y., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Feed-Forward and Feed-Backward Amplification Model from Cochlear Cytoarchitecture: An Interspecies Comparison', *Biophysical Journal*, Volume 100 (2011), januari, p. 1-10.

Wanneer de cochlea door twee of meer tonen simultaan gestimuleerd wordt, zal het basilaire membraan niet enkel trillen met de frequenties van de stimulus, maar extra frequenties manifesteren zich. De som van de respons op de inputfrequenties is dus niet gelijk aan de respons op de som van de inputfrequenties. Het systeem is met andere woorden niet-lineair. De supplementaire frequenties aanwezig in de respons worden distortieproducten genoemd. Bij stimulatie met gebruik van twee pure tonen bestaat een eenvoudige formule om te voorspellen welke distortieproducten aanwezig zullen zijn:

$$f_{DP} = f_2 + n(f_2 - f_1) \quad (25)$$

met f_{DP} , f_2 en f_1 de frequentie van het distortieproduct (DP) en de twee stimulatiefrequenties respectievelijk. Er geldt ook dat $f_2 > f_1$ en n is een geheel getal.

Formule 25 toont aan dat er een groot aantal distortieproducten gevormd kunnen worden. Deze zijn daarom niet noodzakelijk waar te nemen. De amplitude is in elk geval veel lager dan die van de stimulatietonen. Sommige DP's zijn prominenter aanwezig dan anderen. Een voorbeeld hiervan is het distortieproduct waarbij geldt dat $n = -2$. Dit geeft volgens formule 25 de gelijkheid $f_{DP} = 2f_1 - f_2$.

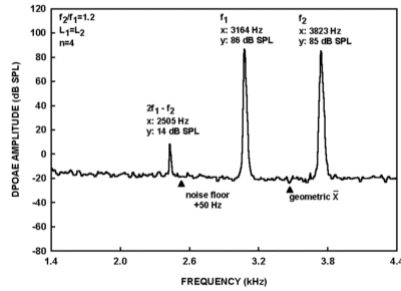
Deze distortieproducten worden benut in een klinische toepassing. Het blijkt immers zo te zijn dat deze altijd gevormd worden in een gezond oor. Een pathologisch oor zal niet dezelfde respons geven. Omdat deze bij een normaal oor automatisch gegenereerd worden, kan het gehoor getest worden zonder dat er medewerking van de patiënt nodig is. Het is dus een belangrijke toepassing bij pasgeborenen, die uiteraard zelf nog niet kunnen communiceren dat er iets mis is met hun gehoor. Het is dus van belang om deze DP's waar te kunnen nemen en liefst zonder chirurgische ingreep.

Het blijkt zo te zijn dat het oor niet enkel signalen opvangt, maar dat deze ook signalen naar buiten stuurt. Er is meetbare akoestische energie in het buitenoor dat afkomstig is van het binnenoor. Dit wordt een Otoakoestische emissie genoemd. De Otoakoestische emissies kunnen in verschillende categorieën geplaatst worden. Enerzijds is er de onderverdeling tussen spontaan en gestimuleerd. De spontane zijn zoals het woord zelf impliceert, emissies die geen stimulatie vereisen. De gestimuleerde Otoakoestische emissies kunnen nog verder verdeeld worden op basis van de stimulatie. Zo kan er bijvoorbeeld een klik gebruikt worden. Dit is een hele korte stimulatie en deze bevat een grote bandbreedte aan frequenties. Daarnaast is er de pure toon stimulatie die in de paragrafen hierboven besproken werd. De distortieproducten die gemeten worden in het buitenoor worden dan distortieproduct Otoakoestische emissies (DPOAE) genoemd. De DPOAE $2f_1 - f_2$ is op grootste schaal onderzocht geweest, om de reden dat deze het eenvoudigst waarneembaar is.

Door dat extensieve onderzoek naar de DPOAE voor $n = -2$ zijn er enkele regels opgesteld om zo eenvoudig mogelijk de DPOAE in kwestie te kunnen meten bij personen. Zo is de amplitude van de niet-lineariteit kennelijk het grootst wanneer de verhouding tussen de twee stimulatiefrequenties voldoet aan $\frac{f_2}{f_1} = 1,22$. De amplitude van de stimuli zou geen invloed hebben, maar toch wordt er geopteerd om de hogere frequentie f_2 een amplitude te geven die 5 dB lager is dan die van f_1 .

Klinische metingen van deze Otoakoestische emissies gebeuren met behulp van een kleine microfoon en luidsprekertje. Deze worden vlak bij de gehoorgang geplaatst. De luidspreker stuurt een combinatie van twee pure tonen in, de microfoon moet de luchtdrukvariaties van de respons opmeten. Vervolgens wordt een frequentiespectrum berekend van dit signaal. Figuur 11 toont zulk spectrum. Op de eerste plaats zijn de stimulatiefrequenties duidelijk waar te nemen, maar er is

ook een derde piek zichtbaar. Dit is het distortieproduct van de twee stimulatiefrequenties. De aanwezigheid van deze piek wijst op een gezond oor.



Figuur 11: Figuur ontleent aan PROBST, R., LONSBURY-MARTIN, B.L., MARTIN, G.K., ‘A review of otoacoustic emissions’ *J Acoust Soc Am*, Volume 88 (1991), p.2027-2067.

Het ontstaan van deze distortieproducten zou net zoals bij de niet-lineariteit van de amplitude te wijten zijn aan de versterkingsfunctie van het orgaan van Corti en dus uiteindelijk inherent zijn aan de beweeglijkheid van de buitenste haarcellen. Het afwezig zijn van distortieproducten bij een pathologisch oor zou dan wijzen op het beschadigd zijn van haarcellen. Otoakoestische emissies worden dan wel klinisch gebruikt, het is nog geen volledig uitgekiemd onderwerp. Zo is er bijvoorbeeld twijfel over de locatie op het basilaire membraan waar het distortieproduct ontstaat. Propageert het distortieproduct ook naar zijn specifieke locatie op het membraan als het daar niet ontstaan is?

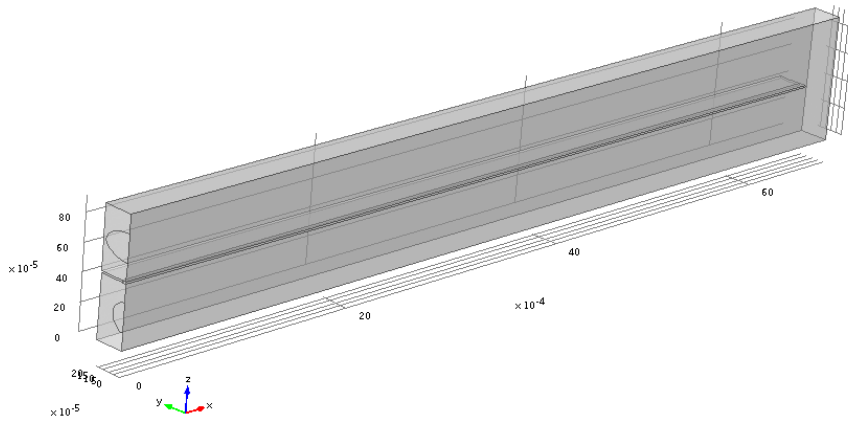
Frequentiedomein

Een inleiding in de cochleaire mechanica is nu gegeven. In volgende secties wordt deze kennis toegepast om een eindige elementen model te construeren. De werking van eindige elementen modellering zelf ligt buiten het bestek van dit document. Samengevat kan het beschreven worden als het opdelen van de realiteit in discrete stukjes, eindige elementen. Ook de differentiaal vergelijkingen van de fysica die toegepast wordt, zullen eveneens gediscrètiseerd worden. Het gebruikte eindige elementen pakket in dit werk is COMSOL Multiphysics. Er zullen verscheidene termen opduiken zoals mesh en toleranties. Deze worden verklaard of zijn reeds duidelijk in de context.

5 Passieve doosmodel

5.1 Geometrie

De spiraalvormige structuur van de cochlea is niet eenvoudig te modelleren. De functionaliteit van de vorm is eveneens niet geheel duidelijk. Mogelijk is het voordeel voornamelijk de plaats besparing in het gehoorstelsel. De effecten op het gehoor of de werking van de cochlea zijn niet geweten of onvoldoende gestaafd. Om die reden is het gerechtvaardigd om de ingewikkelde geometrie achterwege te laten. Het doosmodel neemt het opgerolde slakkenhuis en rolt deze uit zodat een langwerpige vorm verkregen wordt. Indien aan de geometrie nog een supplementaire benadering wordt opgelegd waarbij de hoogte van deze uitgerolde cochlea van het basale eind tot de apex gelijk blijft, wordt het slakkenhuis voorgesteld als een balkvormige doos (figuur 12).



Figuur 12: Doorsnede van het doosmodel, bovenaan het ovale venster, onderaan het ronde venster en centraal het basilaire membraan. Slechts de helft van de gehele cochlea is gemodelleerd wegens de aanwezige symmetrie (zie subsectie 5.2).

Dit doosmodel bevat het ovale venster, scala vestibuli, scala tympani, het ronde venster en het basilaire membraan. Zoals vermeld, vormt het basilaire membraan deel uit van de scala media die de scala vestibuli en scala tympani van elkaar scheidt. De scala media wordt in het model enkel gevormd door het basilaire membraan. Het model omvat niet het orgaan van Corti en de bijhorende haarcellen, noch het tectoriale membraan. Het orgaan van Corti fungeerde als versterker van de inkomende signalen en het genereren van actiepotentialen. Het passief model incorporeert geen versterking en de elektrische pulsen die verzonden worden naar de hersenen liggen buiten het interessegebied. Het basilaire membraan reikt niet over de hele breedte van de cochlea, een gedeelte van het slakkenhuis aangrenzend aan het membraan is bijgevolg ledig. De scala vestibuli en tympani raken gaan enkel over in elkaar in het helicotrema voorbij het einde van het basilaire membraan.

5.2 Randvoorwaarden

Het ovale venster vibreert ten gevolge van de stapes, de laatste uit het driedelige gehoorbeentjes complex. De stapes zelf wordt niet gemodelleerd, net zoals het geheel buiten- en middenoor. De input aan het ovale venster wordt gemodelleerd als een oscillerende druk. Dit is de eerste randvoorwaarde en enige externe kracht die in het passieve model geïmplementeerd is.

Het omhulsel van de cochlea heeft als materiaal compositie bot en fungeert als een harde muur. Deze eigenschap wordt daarom als randvoorwaarde meegegeven aan elke buitenzijde van het doosmodel. Dit impliceert dat de normaal van de acceleratie en eveneens de normale afgeleide van de druk nul zijn op deze wanden.

In tegenstelling tot het ovale venster, wordt het ronde venster gemodelleerd met shell-elementen¹⁵ aangezien dit venster niet als een input dient. De beweging ervan wordt berekend en bijgevolg moet het contour ervan vastgemaakt worden aan de omringende wandstructuur. Dit wordt bereikt aan de hand van een *fixed constraint* waarbij alle vrijheidsgraden voor de uitwijking op nul gehouden worden. Hetzelfde gebeurt voor de contour van het basilaire membraan dat grenst aan het ledige gedeelte van de cochlea.

Een belangrijke vereenvoudiging kan ingevoerd worden. De cochlea kan symmetrisch beschouwd worden, hierbij is het yz-vlak het spiegelvlak. Elke vorm van symmetrie moet benut worden aangezien deze een drastische vermindering van computationele rekenkracht en -tijd impliceert. Het gebruikte model bevat bijgevolg de cochlea tot in de helft van de breedte.

5.3 Basilaire membraan en de lopende golf

Het basilaire membraan is het meest complexe onderdeel van dit simpele passieve model. Zoals voorheen beschreven, bevat het membraan van basis tot apex verschillende gradiënten in zowel de geometrie als materiaaleigenschappen. Er werd ook aangetoond dat deze gradiënten de essentiële ingrediënten waren om de dispersie van de frequenties te bekomen en een lopende golf in de cochlea te creëren. Het model laat toe deze eigenschappen gradueel in te voeren en de bijhorende effecten op de respons ervan te controleren.

5.3.1 Isotroop balkvormig membraan

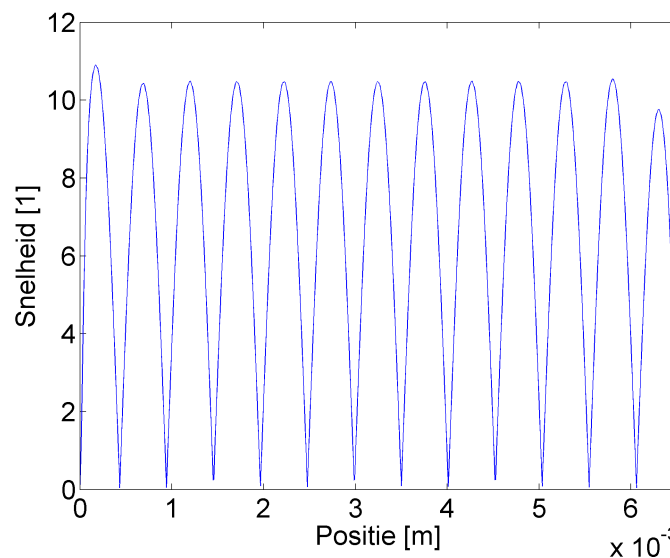
Het eenvoudigste membraan dat te creëren is, is balkvormig en bevat geen gradiënten in materiaaleigenschappen. Het is met andere woorden isotroop. Dit membraan voldoet aan de beschreven randvoorwaarden. Het gebrek aan enige gradiënten zorgt ervoor dat het membraan een eenvoudige plaat is met enkele randvoorwaarden. Wanneer deze continu gestimuleerd wordt door een externe kracht, zal de stabiele toestand een staande golf zijn. Deze staande golf spreidt zich over de gehele lengte van het membraan. In het speciale geval van de resonanties zal deze staande golf met een geheel aantal golflengtes passen in die beschikbare lengte. Figuur 13 toont de absolute waarde van de verticale snelheid van het membraan genormeerd met de snelheid van de stapes of het ovale

¹⁵Shell-elementen zijn uiterst geschikt voor het modelleren van dunne membranen. De dikte zelf zit niet vervat in de geometrie van het model, maar er wordt wel rekening mee gehouden. Dezelfde shell-elementen worden gebruikt om het basilaire membraan te modelleren

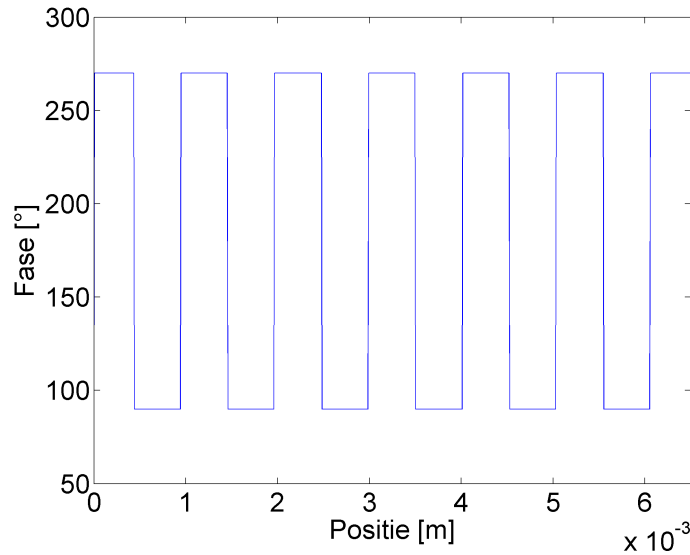
venster. Dit is een veelgebruikte variabele in de literatuur omtrent cochleaire dynamica. De figuur toont niet aan dat de golf een staande golf is. Dit is wel zichtbaar in figuur 14 waar de fase van de verticale verplaatsing langs het membraan weergegeven wordt. Deze is blokvormig en oscilleert tussen 0° en 180° . Dit is typisch voor een staande golf. Ofwel beweegt de golf in fase $\phi = 0^\circ$ met de kracht, oftewel in tegenfase $\phi = 180^\circ$. De snelheid heeft telkens een fase die 90° verschilt van die van de verplaatsing. Bij de knooppunten wisselt de fase om, dit is een discrete overgang. De eenvoudigste interpretatie is mogelijk door de beweging te zien gebeuren. Onderstaande link verwijst naar een animatie van de beweging van het membraan. Hier is duidelijk op te zien dat er knopen en buiken zijn net zoals bij een staande golf. De animatie toont een volledig cyclus voor elke frequentie en houdt geen rekening met de tijd! De oscillaties voor 20 kHz als ook voor 10 kHz lijken even snel te gebeuren, maar in werkelijkheid is dit niet zo. De animatie is een faseverloop, geen tijdsverloop.

[ANIMATIE: 5-3-1-Uitwijking-10en20kHz](#)

Een handleiding om deze animatie te zien vindt u in de appendix A



Figuur 13: Verticale snelheid van het basilaire membraan genormeerd met die van het ovale venster voor een stimulatie van 20 kHz .

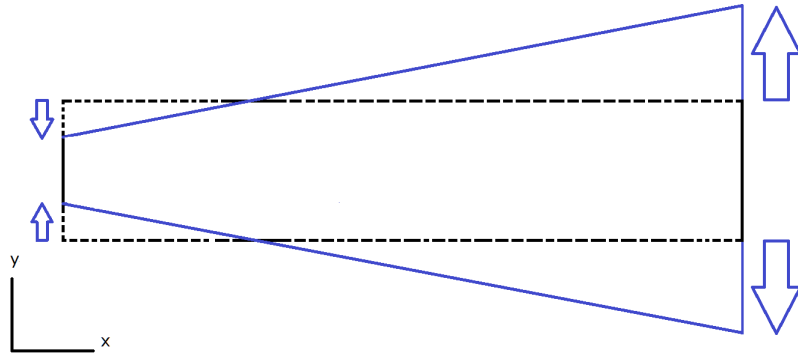


Figuur 14: Fase van de verticale snelheid van het basilaire membraan voor een stimulatie van 20 kHz. Dit is een blok golf, de fase sprongen zijn 180° . Dit karakteriseert een staande golf.

5.3.2 Isotroop membraan met breedte gradiënt

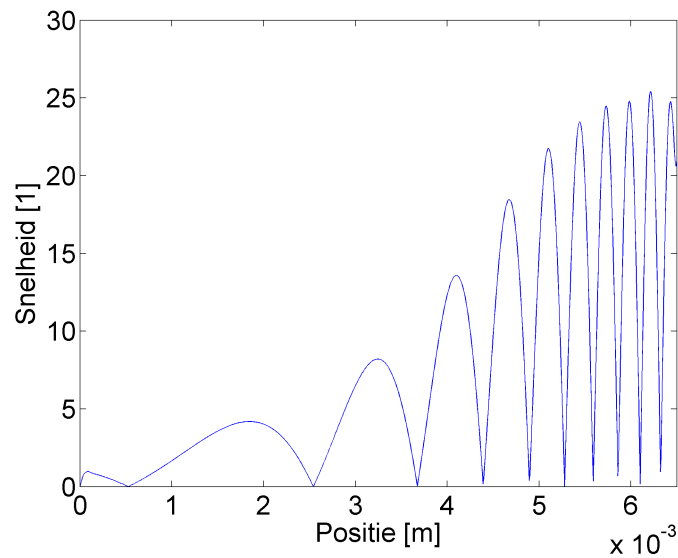
Nu een eerste beeld gecreëerd is van de respons op een inkomend signaal, is het een aangewezen moment om de gradiënten in te voeren. De eerste is deze van de breedte van het membraan, zie figuur 15. Van de basis tot de apex wordt het membraan 180% breder. Zoals gezien is dit één van de eigenschappen die voor partitieresonantie zorgt. Afhankelijk van de frequentie van de stimulatie moet er een andere respons komen. Figuur 16 toont dat de buiken en knopen van de staande golf niet meer equidistant zijn. Ook de amplitudes zijn verschillend langsheen het membraan. De faseplot (figuur 17) volgt dezelfde trend als het gaat over de afstanden tussen fasesprongen. De faseplot is wel nog steeds een blok golf, dus de golf op het membraan is nog steeds een staande golf.

[ANIMATIE: 5-3-2-Uitwijking-10en20kHz](#)

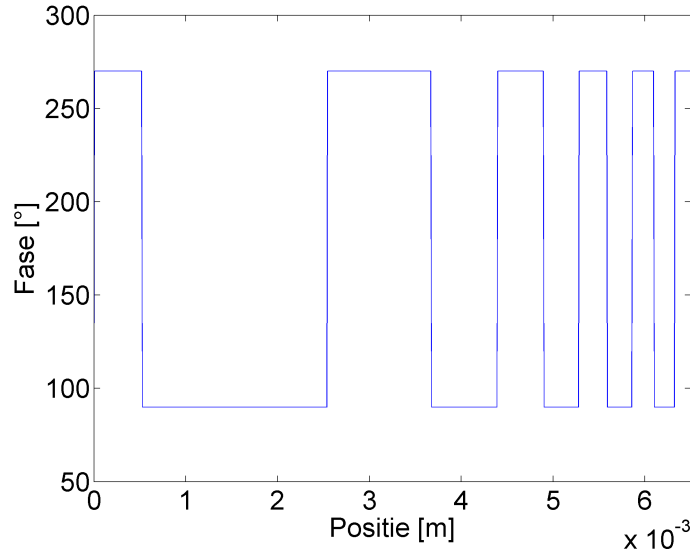


Figuur 15: Schets van het bovenaanzicht van het basilaire membraan. In zwart, de originele balkvormige structuur. In blauw, de toegevoegde breedte gradiënt.

De gradiënt die hier geïmplementeerd is, geeft nog niet de indruk dat er een sterk verschillende respons is afhankelijk van de frequentie. De gradiënten die supplementair toegevoegd zullen worden, zullen hier verandering in brengen.



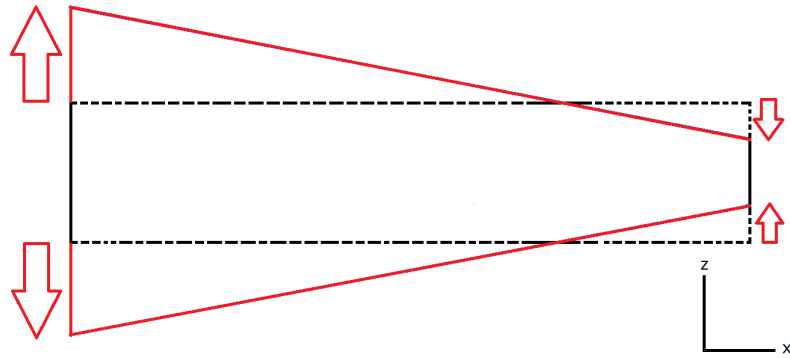
Figuur 16: Verticale snelheid van het basilaire membraan met breedte gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz genormeerd met de snelheid van de stapes. Het verschil met de respons zonder gradiënt is de niet equidistante locaties van buiken en knopen van de staande golf.



Figuur 17: Fase van de verticale snelheid van het basilaire membraan met een breedte gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz. Het is nog steeds een blokgolf, maar de fasesprongen zijn niet equidistant.

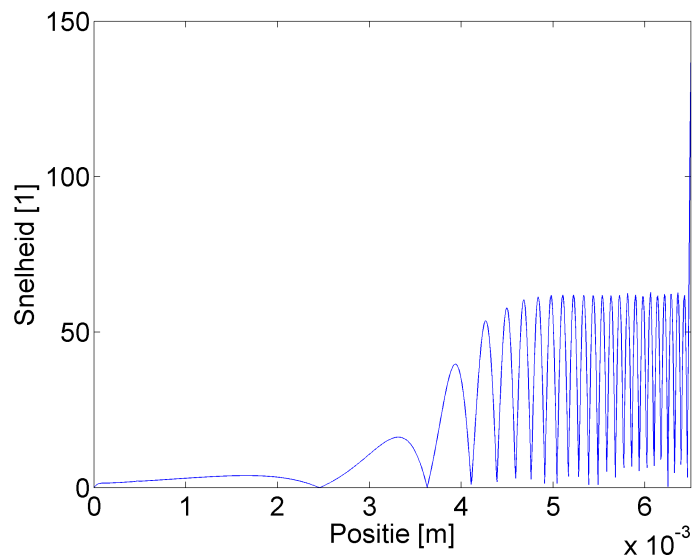
5.3.3 Isotroop membraan met breedte en dikte gradiënt

De dikte wordt afhankelijk van de afstand x tot de basis. Deze afhankelijkheid is net zoals die van de breedte gradiënt lineair. Figuur 18 toont een schets van de verandering. Aan de apex is het membraan dunner en bijgevolg is het soepeler of nog, minder stijf. Voor een massa-veer systeem betekent dit een verlaging van de eigenfrequenties aan de apex en een verhoging ervan aan de basis. De uitwijking van lage frequenties is minimaal aan de basis. Dit is duidelijk merkbaar bij de animaties en niet zozeer bij de snelheidsplots op figuur 19, de grootste uitwijkingen richting het basale eind van het membraan worden bereikt bij een hoge frequentie. De lage frequenties zijn hier niet prominent. Opnieuw tonen de fases (figuur 20) hetzelfde verhaal als voorheen.

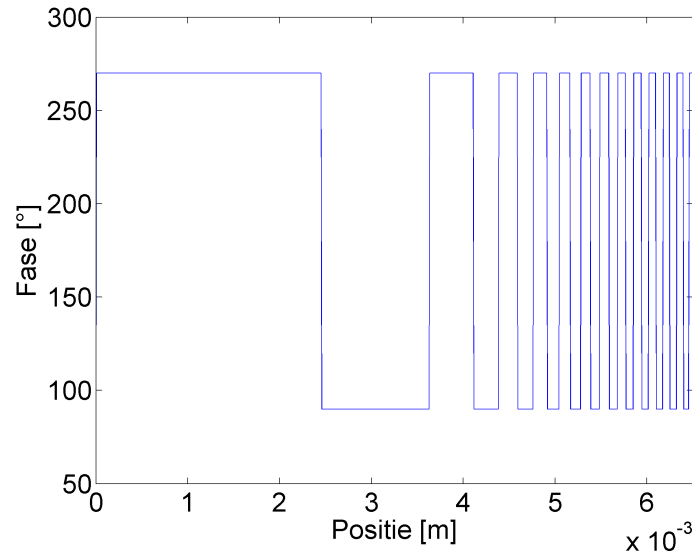


Figuur 18: Schets van het zijaanzicht van het basilaire membraan. In zwart, de originele balkvormige structuur. In blauw, de toegevoegde dikte gradiënt.

ANIMATIE: [5-3-3-Uitwijking-10en20kHz](#)



Figuur 19: Verticale snelheid van het basilaire membraan met breedte en dikte gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz genormeerd met de snelheid van de stapes. De verdunning aan de apex zorgt voor een gereduceerde stijfheid van het membraan op die locatie.



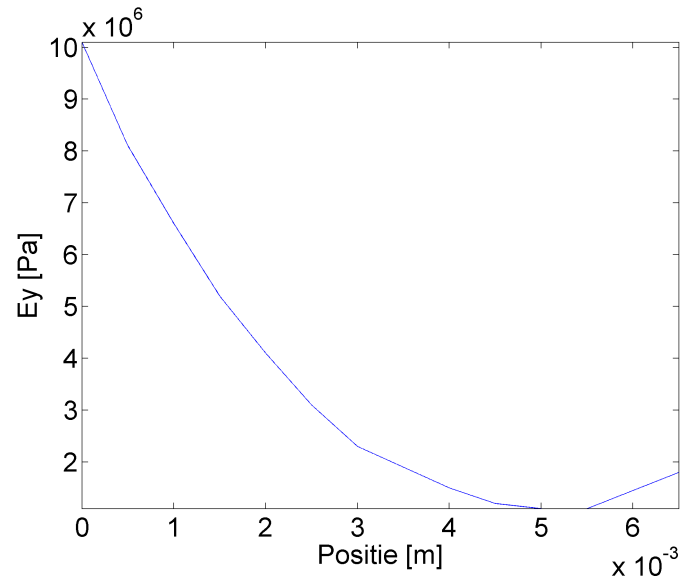
Figuur 20: Fase van de verticale snelheid van het basilaire membraan met een breedte gradiënt en dikte voor een stimulatie van 20 kHz.

5.3.4 Isotroop membraan met breedte, dikte en stijfheid gradiënt

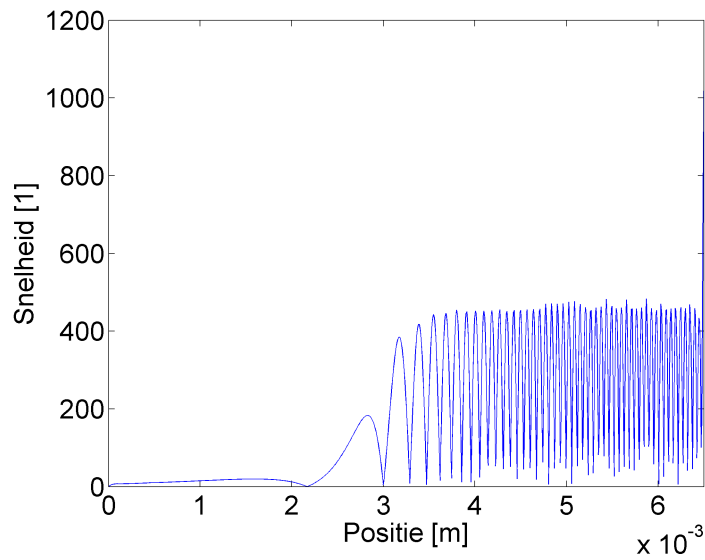
Het laatste ingrediënt is de toevoeging van het variabel aantal fibers in het membraan. De modellen uit vorige secties gebruikten een constante Young's modulus. Individuele fibers worden niet gemodelleerd en dus ook hun aantal zal niet op een fysieke manier kunnen vergroot of verkleind worden. De verandering in het aantal fibers zorgt voor een verandering in de stijfheid. De stijfheid of met andere woorden de Young's modulus, is wel een parameter die ter beschikking staat. De dichtheid van fibers daalt opmerkelijk van het basale tot het apicale eind. Om dit te simuleren wordt er een gradiënt gecreëerd voor de Young's modulus, deze gradiënt wordt getoond in figuur 21.

Deze stijfheidsgradiënt versterkt de eigenschappen die voordien bereikt werden.

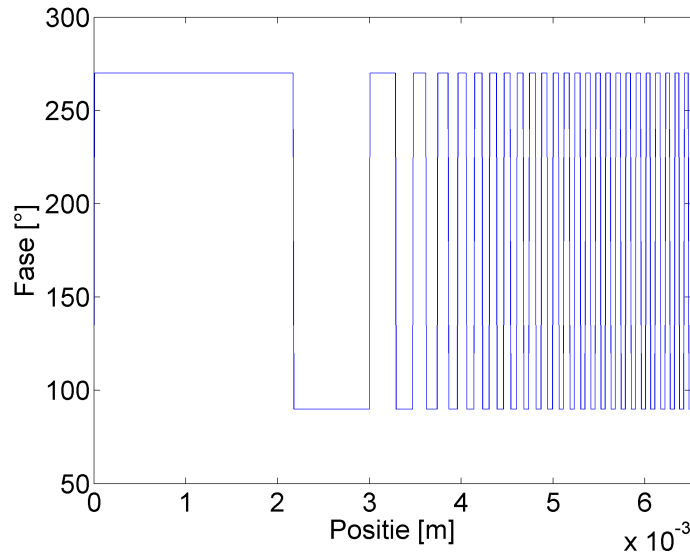
[ANIMATIE: 5-3-4-Uitwijking-10en20kHz](#)



Figuur 21: Deze grafiek toont de lokale Young's modulus. Aan de basis is het membraan relatief stijf. Richting de apex toe daalt de waarde voor de Young's modulus.



Figuur 22: Verticale snelheid van het basilaire membraan met breedte, dikte en stijfheid gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz genormeerd met de snelheid van de stapes.



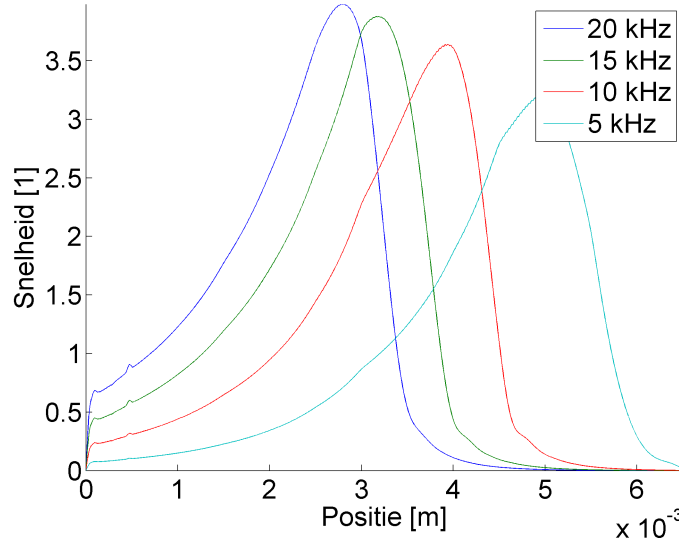
Figuur 23: Fase van de verticale snelheid van het basilaire membraan met een breedte, dikte en stijfheid gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz.

5.3.5 Toevoeging van damping

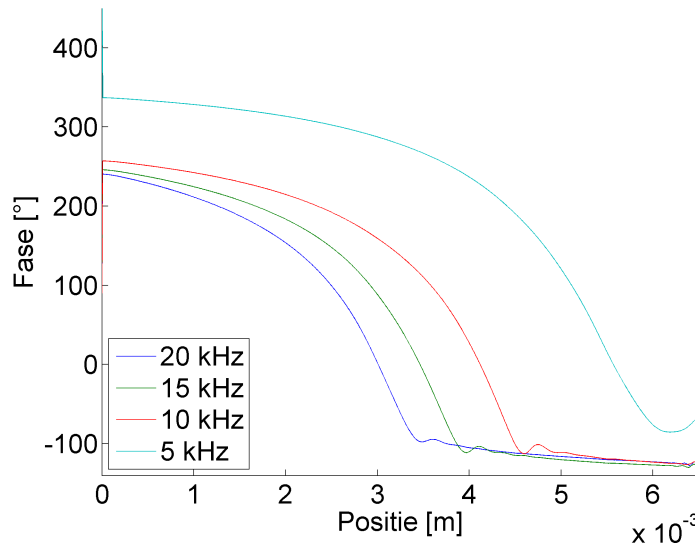
Tot nu toe was enige vorm van damping niet aan bod gekomen. Damping is echter het sleutel ingrediënt voor het bekomen van de lopende golf. Zoals gezien waren de faseplots telkens blokvormig, wat eigen was aan een staande golf. Na het invoeren van de gradiënten waren de discontinue fasesprongen niet meer equidistant. De dispersie van de frequenties was bereikt, maar alle reacties van het membraan waren nog steeds staande golven. De toevoeging van damping brengt hier verandering in. Damping zorgt immers voor een frequentieafhankelijke faseverschuiving. Door de positieafhankelijke eigenfrequenties van het membraan, zal elke positie op het membraan omwille van de damping, een andere faseverschuiving krijgen. De discontinue fasesprongen van 180° naar 0° graden worden nu continue overgangen, zie figuur 25.

De dispersie van de frequenties is nu duidelijk. Voor elke frequentie is er een andere locatie op het membraan waar de uitwijking en ook de snelheid maximaal is. Eens de golf dit punt gepasseerd is, wordt deze snel uitgedempt. Hoge frequenties bereiken hun maximum meer richting de basis, terwijl voor lage frequenties ligt het maximum meer naar de apex (zie figuur 24).

ANIMATIE: [5-3-5-Uitwijking-10en20kHz](#)



Figuur 24: Verticale snelheid van het basilaire membraan met breedte, dikte en stijfheid gradiënt en demping voor een stimulatie van 20, 15, 10 en 5 kHz genormeerd met de snelheid van de stapes. Het membraan piekt op één specifieke locatie voor elke frequentie. Die frequentie wordt de beste frequentie (BF) voor die positie x op het membraan genoemd.



Figuur 25: Fase van de verticale snelheid van het basilaire membraan met een breedte, dikte en stijfheid gradiënt voor een stimulatie van 20 kHz. De fase maakt geen discrete sprongen van 180° meer. Omwille van de demping is een lopende golf bereikt.

5.3.6 Orthotroop membraan

In sectie 5.3.4 werd de gradiënt voor de stijfheid ingevoerd. De achterliggende reden was dat de dichtheid van de keratine fibers varieerde over de lengte van het membraan. Omdat de fibers zelf niet in het model aanwezig zijn, werd er geöpteerd om een gradiënt in de stijfheid te voorzien. Ondanks dat er een gradiënt is, is de Young's modulus van het materiaal nog steeds isotroop op één specifieke locatie. Hiermee wordt bedoeld dat op een positie x , de kracht die nodig is om een rek Δ te krijgen, gelijk is voor zowel de x -, y - als z -richting. De fibers in het membraan hebben echter een specifieke oriëntatie. Ze liggen loodrecht op de x -richting en bijgevolg is de stijfheid in de y -richting groter dan in de overige twee richtingen. De invloed van deze orthotropie is gering, de krachtwerking is voornamelijk bepaald door de gradiënten van de eigenschappen langs de lengte van het membraan. Orthotropie heeft enkel invloed op de koppeling tussen verschillende richtingen.

5.3.7 Plaats versus frequentie plot (place to frequency map)

Op dit punt is een werkend passief model gerealiseerd waarin verscheidene gradiënten aan het basilaire membraan zijn toegevoegd en uit uiteindelijk een lopende golf verkregen is. Nu piekt elke frequentie op een specifieke afstand x van de basis. Op dit moment kan een vergelijking met experimentele data uitgevoerd worden. Dit kan met behulp van de Greenwood map. Deze is wel opgesteld voor een **actieve** cochlea en is dus niet meteen geschikt ter vergelijking met het passieve cochlea model, het kan daarentegen al een idee geven. De empirische formule¹⁶ voor de Greenwoodmap:

$$x_{Greenwood}(f) = -\frac{L_{BM}}{1.279} \frac{\log\left(\frac{f}{4232} - 0.22\right)}{\log(10)} + L_{BM} \quad (26)$$

waarbij L_{BM} , f de lengte van het basilaire membraan en de frequentie zijn respectievelijk. Het linkerlid $x_{Greenwood}(f)$ geeft de locatie op het membraan waar de snelheid maximaal zou moeten zijn.

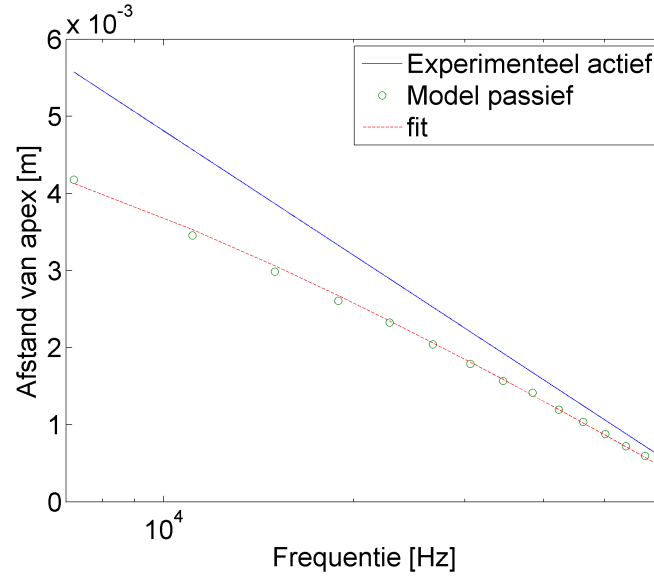
Het model geeft toegang tot de snelheden en het maximum kan geëxtraheerd worden. Vervolgens kunnen de Greenwoodmap en de verkregen waarden x tegenover elkaar uitgezet worden ten opzichte van de frequentie. Figuur 26 toont deze vergelijking. De locaties met maximale uitwijking voor het **passieve** model komen niet overeen met die van het experimentele **actieve** experimentele data. Systematisch zijn deze punten in het model dichter bij de basis gelegen. Toch toont dit dat het model de juiste richting uitgaat.

Sommige eigenschappen zijn moeilijk experimenteel te bepalen, zoals bijvoorbeeld de distributie van de fibers in het membraan. Op dit punt heeft het echter nog geen zin om deze proberen te optimaliseren aangezien er een vergelijking wordt gemaakt tussen actieve experimentele data en een passief model. Wel kan er geanticipeerd worden dat het invoegen van het actieve gedeelte een verschuiving in de locaties met maximale amplitude zal veroorzaken. Bijgevolg zullen de twee curves dan dichter bij elkaar liggen.

¹⁶MÜLLER, M., Von HÜNERBEIN, K., HOIDIS, S. en SMOLDER, J.W.T., 'A physiological place-frequency map of the cochlea in the CBA/J mouse', *Hearing Research*, Volume 202 (2005), p.63-73.

A	B	C	R^2
4124	1.299	-1.231	0.9987

Tabel 2: Fit parameters van de grafiek uit figuur 26 voor de formule $x_{Greenwood}(f) = -\frac{L_{BM}}{B} \frac{\log(\frac{f}{A}-C)}{\log(10)} + L_{BM}$.



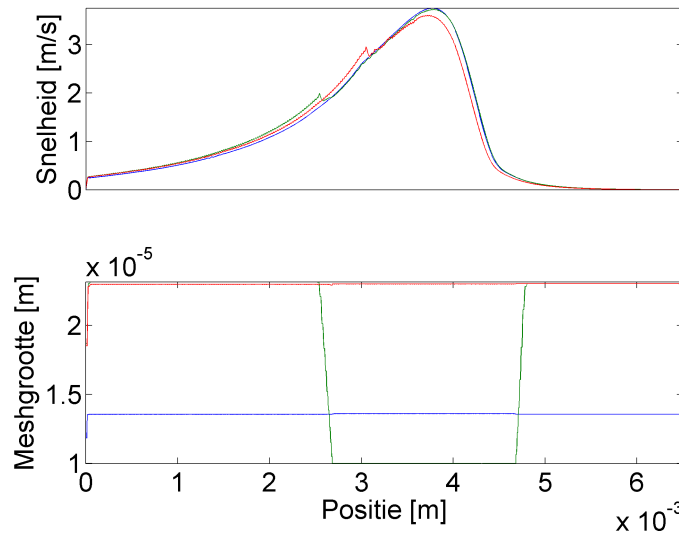
Figuur 26: De experimentele waarden de place to frequency map voor een fysiologische cochlea vergeleken met die van het passieve model. De locaties met maximale amplitude zijn systematisch meer richting de basis geplaatst in het model. Het probleem doet zich voornamelijk voor bij de lage frequenties.

5.3.8 Variabel mesh

Het gebruik van een fijn mesh levert de meest accurate resultaten, maar gaat wel gepaard met een verlengde rekentijd en het nodige geheugen verbruik. Het is daarom aangewezen om een mesh net voldoende fijn te maken voor de gewenste nauwkeurigheid. Een model bevat vaak meerdere domeinen, elementen die een verschillende graad van belangrijkheid hebben met betrekking tot de oplossing of het interessegebied van de studie. In het huidige model is er bijvoorbeeld geen fijn mesh nodig over de gehele scala vestibuli en tympani. Eveneens is er geweten dat voor elke frequentie een geheel deel van het basilaire membraan niet tot heel weinig vervormt als gevolg van de externe kracht. De uitwijking is maximaal op één specifieke positie afhankelijk van de frequentie. Hiervan is op voorhand geweten welke locatie dit is, door middel van de Greenwoodmap.

Voor elke simulatie kan bijgevolg een mesh gemaakt worden, dat afhankelijk van de frequentie, fijner is rond de locatie waar het membraan maximaal zal uitwijken. Door op de weinig tot

niet bewegende gebieden een groffer mesh te gebruiken wordt het totaal aantal eindige elementen behoorlijk verminderd. In figuur 27 wordt een geadapteerde alsook een onaangepast mesh gegeven en te vervollediging een minder fijn mesh. Het geadapteerde mesh is in het gebied waar het membraan piekt fijner dat het fijne mesh, maar buiten dit gebied is hebben de elementen de grootte zoals bij het grof mesh. In het totaal heeft het geadapteerde mesh minder nodes dan het fijne mesh, maar is het in het interessegebied toch even nauwkeurig.



Figuur 27: Boven: Verticale snelheid van het membraan genormeerd met de snelheid van de stapes. Dit voor zowel een fijn (blauw), het geadapteerde (groen) en een minder fijn mesh (rood). Onder: de grootte van het mesh langs de lengte van het membraan. Het adaptieve mesh geeft dus goede resultaten waar de snelheid maximaal is. Het is duidelijk waar de grootte van dit mesh toeneemt (rond $2,5 \cdot 10^{-3}$ m). Het geadapteerde mesh zorgt voor een enorme reductie van het aantal vrijheidsgraden en geeft toch een goed resultaat ten opzichte van het groffe mesh.

5.3.9 Viskeuze damping

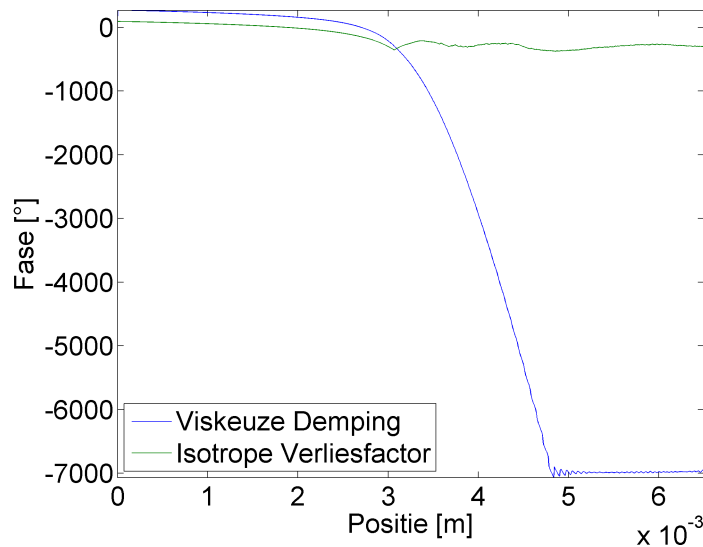
De damping die voorlopig aan het model was toegevoegd is een eenvoudige isotrope verliesfactor. Deze eigenschap werd toegevoegd aan het membraan. Computationeel is dit een zeer eenvoudige manier om damping toe te voegen en de rekentijd wordt niet bijzonder veel verlengd. In realiteit gebeurt de damping echter door de viscositeit van de vloeistof waarin het membraan zich bevindt. Ditmaal is de berekening veel minder efficiënt en wordt een veel fijner mesh vereist. Dit is omdat de viskeuze eigenschappen zich in een beperkt gebied profileren. Dit is de viskeuze randlaag, deze is frequentieafhankelijk en kan berekend worden. Tabel 3 toont de dikte van de viskeuze randlaag voor verschillende frequenties. De grootteorde van deze waarden is kleiner dan die van de dikte van het membraan. Dit geeft meteen weer hoe fijn het mesh moet zijn.

Het is overbodig en nefast om het mesh in het hele model zo fijn te maken. Dit zou in een tekort aan werkgeheugen resulteren voor vele computers. Aangezien de viscositeit enkel belangrijk in

de directe omgeving van het membraan, zal enkel in dit gebied het mesh verfijnd worden en de eigenschappen van viscositeit toegevoegd worden.

Figuur 28 toont de vergelijking van de fase van het model met de isotrope verliesfactor en het gebruik van viskeuze damping. Als naar de fase plots of de animaties gekeken wordt, is het duidelijk dat beide een lopende golf over het membraan introduceren. Er zijn toch opmerkelijke verschillen. De faseplots tonen bijvoorbeeld dat de fase bij viskeuze damping meerdere keren een interval van 360° overschrijdt. Dit wil zeggen dat het membraan meer keer van fase wisselt, dus er zijn meer variaties op en neer. Dit is duidelijk te zien in de [animatie](#). Deze is heel anders dan die bij gebruik van de [isotrope verliesfactor](#). De isotrope verliesfactor is moeilijk af te schatten, het is iets fenomenologisch. Het is wel duidelijk dat deze overschat is en dat daarom de fase niet verder daalt, de beweging is te snel gedempt. De viskeuze damping is daarentegen een fysisch fenomeen en is volledig afhankelijk van vooraf geweten materiaaleigenschappen. Het gebruik van de viskeuze damping garandeert bijgevolg een realistische sterkte van de damping die niet afhankelijk is van de keuze van de modelleur. In volgende secties is de isotrope verliesfactor beter afgesteld zodat het passief gedrag gelijkaardig is aan dat van simulaties met het gebruik van viskeuze damping.

ANIMATIE: 5-3-9-Uitwijking-18900Hz



Figuur 28: Vergelijking van de fase bij het gebruik van een isotrope verliesfactor of viskeuze damping. De isotrope verliesfactor is duidelijk overschat, de beweging wordt heel snel uitgedempt. Bij de viskeuze damping oscilleert het membraan nog op meerdere posities. Dit is zichtbaar door het aantal keren dat een interval van 360° overschreden wordt.

$F[Hz]$	5000	10000	20000	40000	60000
$D[m]$	$8,05 \cdot 10^{-6}$	$5,66 \cdot 10^{-6}$	$3,99 \cdot 10^{-6}$	$2,82 \cdot 10^{-6}$	$2,31 \cdot 10^{-6}$

Tabel 3: Dikte (D) van de viskeuze randlaag voor verschillende frequenties (F)

6 Actieve doosmodel

In vorige sectie werd een passief model gerealiseerd. Om even te recapituleren worden alle ingrediënten op een rijtje gezet:

- Balkvormige structuur
- Rond venster
 - Als shell gemodelleerd
- Ovaal venster
 - Geen materiaal eigenschappen
 - Oscillerende druk als input voor de cochlea
 - Bevat probe om snelheid stapes te meten
- Basilaire membraan
 - Als shell gemodelleerd
 - Breedte gradiënt
 - Dikte gradiënt
 - Gradiënt van Young's modulus

Het resultaat was een lopende golf die piekt op een locatie op het membraan afhankelijk van de frequentie. Het passief model bevat niet de versterkingsfunctie van het orgaan van Corti. Dit is de actieve component en wordt in deze sectie toegevoegd. In sectie 3.4.2 werden de analytische vergelijkingen opgesteld die de krachtwerking van het orgaan van Corti simuleren.

$$F_{BM}^C(x + \Delta x_1) = \alpha ([F_{BM}(x)] - [F_{BM}(x + \Delta x_2)]) \quad (27)$$

waarbij het linkerlid de uitgevoerde kracht op de locatie $x + \Delta x_1$ het membraan is, met x de locatie van de buiten haarcel, $x + \Delta x_2$ is de locatie van het phalangeal proces, α een evenredigheidsfactor en $F_{BM}(x)$ de lokale kracht op het membraan van de passieve cochlea.

In plaats van de nettokrachten F_{BM} , zal in het model de netto druk berekend worden. Deze is in het model eenvoudig te bereiken door de druk boven en onderaan de shell (het basilaire membraan) op te vragen en vervolgens het verschil te berekenen. Voor er verder gegaan wordt, wordt volgende naamswijziging ingevoerd: $F_{BM}(x) = FF$ en $F_{BM}(x + \Delta x_2) = FB$. Respectievelijk Feed Forward en Feed Backward. Omdat zowel de FF en FB nettodruk afkomstig zijn van andere locaties op het membraan dan waar de resulterende kracht op zal inwerken, moeten er een *lineaire extrusie* gemaakt worden. Deze lineaire extrusies projecteren de waarde voor een bepaalde variabele van één locatie naar een andere in het model. Zo'n lineaire extrusie vereist een bron (source) en bestemming (destination). In dit geval is het eenvoudig en is zowel de bron als de bestemming het basilaire membraan zelf. Daarbovenop kan een kleine verplaatsing op de source toegevoegd worden. Er wordt dan gebruik gemaakt van een source map. Voor de FF bestaat dit in een verplaatsing Δx_1 richting de basis toe te voegen. Anderzijds is dit voor de FB een verplaatsing $\Delta x_2 - \Delta x_1$ richting de apex. Tabel 4 geeft de waarden voor Δx_1 en Δx_2 weer.

$\Delta x_1 [\mu m]$	$\Delta x_2 [\mu m]$
1,3	61,4

Tabel 4: Waarden voor Δx_1 en Δx_2 .

Figuur 29 geeft het effect voor waarden $\alpha = \{0, -0.03, -0.06, -0.12\}$ voor zowel viskeuze damping alsook voor het gebruik van een isotrope verliesfactor. Het effect op de reactie van het membraan is gelijkaardig, maar toch verschillend. Bij de viskeuze damping heeft het actieve model drie belangrijke gevolgen op de respons van het basilaire membraan. Ten eerste is er zoals verwacht, een versterking aanwezig. Deze groeit sterk met de toename van de grootte van α .

Ten tweede is er de verschuiving van de locatie waarop de snelheid piekt. Deze verschuift richting de apex toe, dit is weergegeven in figuur 30. Het is opvallend dat bij een lage versterkingscoëfficiënt de verschuiving groter is voor hoge frequenties. Pas bij een prominenter actieve invloed, verschuiven ook de lage frequenties op. Een mogelijke verklaring is dat de waarden Δx_1 en Δx_2 variabel zijn ten opzichte van de positie op het membraan. De hoeken waaronder de OHC's en PhP's staan variëren immers ¹⁷. Een model dat de analytische benadering uit de weggaat en waarbij de haarcellen geïncorporeert zijn, geeft mogelijk een ander resultaat.

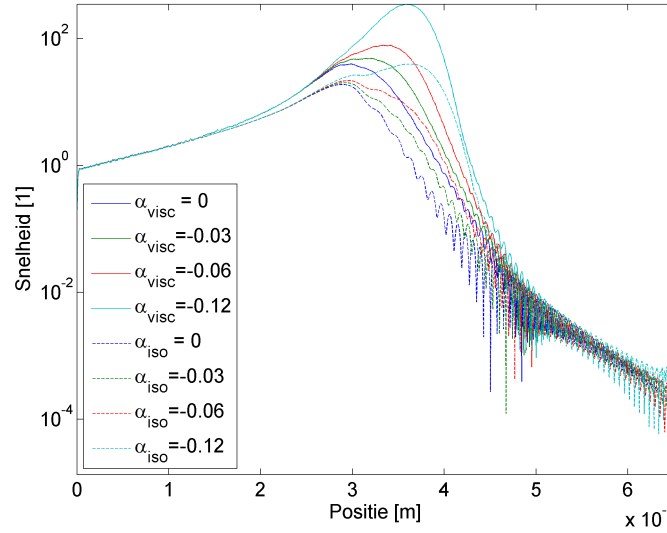
Tenslotte is er nog de verhoogde Q-factor. De versterking zorgt dus voor een nauwkeurigere frequentie selectiviteit van het gehoor. In Tabel 5 wordt de Q_5 voor 20 kHz weergegeven voor verschillende waarden voor α . Voor lage waarden van α neemt de Q_5 waarde toe, maar eens daar voorbij wordt deze kleiner dan wanneer er geen versterking is.

Bij het gebruik van een isotrope verliesfactor is de invloed van de externe kracht minder prominent. Vooral bij de lagere waarden voor α schuift de piek niet op. De versterking is ook zeer laag en bijgevolg neemt de Q factor niet toe, in tegendeel, de curve wordt immers breder op dezelfde relatieve hoogte.

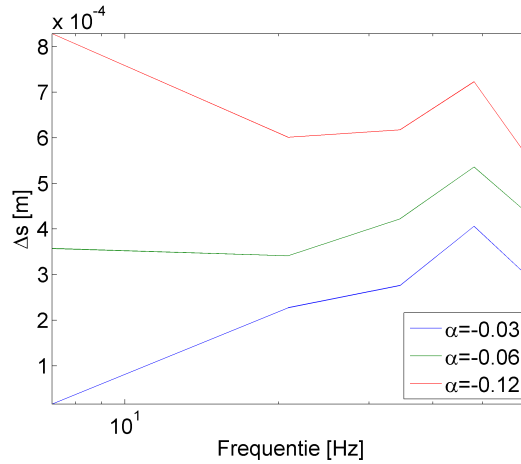
α	0	0,03	0,06	0,12
$Q_5 [m]$	$0,7125 \cdot 10^{-3}$	$0.8404 \cdot 10^{-3}$	$0,7891 \cdot 10^{-3}$	$0,52 \cdot 10^{-3}$

Tabel 5: De Q_5 waarden worden voor verschillende waarden voor α weergegeven. Q_5 kan men interpreteren als de breedte van de piek op 5 dB onder het maximum. Het is duidelijk dat deze eerst toeneemt, maar plots kleiner is dan de oorspronkelijke waarde. De piek is dus scherper geworden en de frequentieselectiviteit neemt hierdoor toe.

¹⁷SOONS, J.A.M., RICCI, A.J., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Cytoarchitecture of the Mouse Organ of Corti from Base to Apex, Determined Using In Situ Two-Photon Imaging', *JARO*, volume 16 (2015), Oktober, p.47-66.



Figuur 29: De verticale snelheid van het membraan genormeerd met de snelheid van de stapes wordt hier getoond voor verschillende waarden voor α , de versterkingsfactor. Voor het model met viskeuze demping is er een verschuiving van de piek te zien, een verandering in de Q factor en dus een verhoogde frequentie selectiviteit en de verwachte vergrootte amplitude.



Figuur 30: Voor enkele frequenties wordt de verschuiving van de *beste plaats* weergegeven voor verschillende waarden van α . De verschuiving is relatief groot voor hoge frequenties voor lage α . Pas bij een hoge α is de verschuiving voor lage frequenties ook aanwezig en bovendien is deze dan sterker dan voor de hoge.

7 Intermezzo: Modelling van buitenste haarcellen

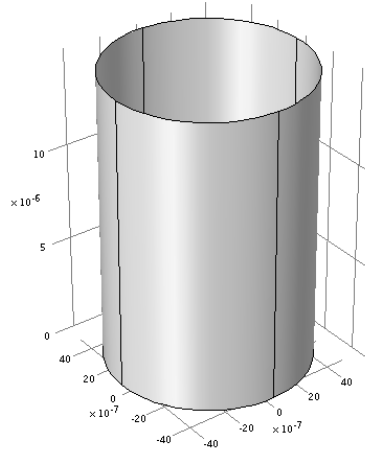
Alles behorend tot het intermezzo is uitgevoerd in het kader van een mobiliteitsproject (Master 1 Project) aan de Vrije Universiteit van Brussel (VUB). Het heeft een onrechtstreeks verband met de thesis. Het is een deur die geopend wordt voor mogelijke verbeteringen van het cochlea model in de toekomst.

In vorige sectie werd de analytische benadering van de versterkende functie van het Orgaan van Corti toegepast. Dit maakt het mogelijk om het orgaan van Corti achterwege te laten in het cochlea model. Computatieel is dit veel voordeliger, maar om een beter begrip over de werking van het orgaan van Corti te verkrijgen, zou het ideaal zijn om over een volledig cochlea model te beschikken. In functie van de versterking zou dit model wel alle buitenste haarcellen, Deiter cellen en PhP's moeten bevatten (zie sectie 3.4). Dit eist een enorm werkgeheugen, vandaar de ontwikkeling van de analytische vergelijkingen. Er kan getracht worden om de gulden middenweg te vinden. Dit door de haarcellen sterk te gaan benaderen met ééndimensionale beam elementen. De haarcellen zijn geometrisch benaderend een cilinder. Volgende subsecties tonen een vergelijkende studie van het dynamisch gedrag van 3D cilindrische modellen en overeenkomstige 1D beam modellen.

7.1 Ledige haarcel

Een eenvoudige start kan gemaakt worden door te beginnen met een ledige haarcel. Eenvoudig omschreven is dit een cilindrische mantel met als materiaaleigenschappen de dichtheid (ρ), poissonfactor (ν) en Young's modulus (E). Deze worden weergegeven in tabel 6, vergezeld met de geometrische eigenschappen van de haarcel. De mantel is relatief dun, de dikte is namelijk bijzonder klein ten opzichte van de breedte en hoogte van de mantel. Daarom zal deze beschreven worden met behulp van *shell* elementen.

Merk op dat ten eerste het model in deze sectie fysisch irrelevant is, maar het eenvoudig is om reeds een vergelijking te maken tussen een 3D cilinder model en een 1D beam model. Ten tweede, zoals reeds vermeld zijn metingen omtrent haarcellen schaars. Bijvoorbeeld, de Young's modulus (E) van de laterale wand van de haarcel zelf is niet gekend. In sectie 7.3 zal blijken dat de stijfheid van de volledige haarcel relatief goed overeenkomt met een experimentele meting. Wat aantoont dat de gegeven Young's modulus van de wand een goede schatting is. Ook de geometrische eigenschappen zoals de lengte, straal van de haarcel en de dikte van de wand zijn heel variërend afhankelijk van soort tot soort en zelf langsheen het basilaire membraan in één enkel individu.



Figuur 31: Holle cilinder model. Eenvoudige cilindrische mantel.

$L_{cell}[m]$	$R_{cell}[m]$	$T_{cell}[m]$	$E[Pa]$	$\rho[kg/m^3]$	ν
$15 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$0,05 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^5$	1000	0,499

Tabel 6: Eigenschappen van de ledige haarcel. Schattingen van de geometrie zijn gebaseerd op experimentele metingen.¹⁸ De Young's modulus is een schatting die in sectie 7.3 gerechtvaardigd zal worden. De waarden voor de dichtheid en het poisson ratio zijn typisch voor biomaterialen.

Er worden enkele beperkingen opgelegd aan de mantel. Deze randvoorwaarden zijn enerzijds een complete restrictie van beweging aan het onderste contour van de cilinder. Anderzijds een restrictie van vervormingen in het xy -vlak van de bovenste contour. De eerste randvoorwaarde is nodig omdat de trekproef slechts een kracht langs het bovenste contour zal inhouden. De tweede is belangrijk omdat de afwezigheid ervan vervormingen zou introduceren die niet in overeenstemming zijn met het gedrag van de haarcel, daar deze nog vast hangt aan een ander element, het reticular lamina. Zoals reeds vermeld zal er een kracht op het bovenste contour inwerken. Deze is nodig voor de trekproef. De zogenaamde *edge load* wordt uitgedrukt in $\frac{N}{m}$, maar zal meteen genormaliseerd worden door deze te definiëren als $F_{edge}^{norm} = \frac{F_{tot}}{2\pi R_{cell}} \frac{N}{m}$. Op deze manier zal onafhankelijk van de straal van het cilinderelement, de kracht telkens een zelfde totale grootte hebben, namelijk $F_{tot} [N]$.

Met deze configuratie wordt het systeem opgelost voor een sinusoidale kracht voor een hele band van frequenties. Deze band reikt van een zeer lage frequentie $10^{-4} Hz$ tot een ultrasone frequentie, $100 kHz$. De reden voor de bijzonder lage frequentie is de eenvoudige controle van de resultaten. Het is de statische toestand van de vervorming. Deze is onafhankelijk van de massa, noch van een mogelijke damping van het systeem (zie later). Dit is te beredeneren door de vergelijking te maken met een massa-veer-demper systeem te maken. De vergelijking hiervoor is:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (28)$$

¹⁸MURAKOSHI, M. et al., 'Local mechanical properties of mouse outer hair cells: Atomic force microscopic study', *Auris Nasus Larynx*, jaargang 33 (2006), januari, p.149-157.

In het Fourier-domein ziet de vergelijking er als volgt uit

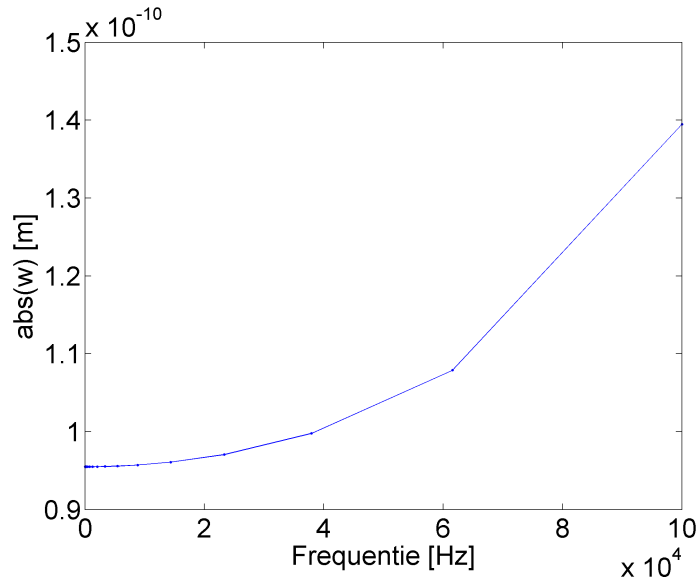
$$-m\omega^2 X(\omega) + c(i\omega)X(\omega) + kX(\omega) = F(\omega) \quad (29)$$

De frequentie respons functie (FRF) kan als volgt gedefinieerd worden

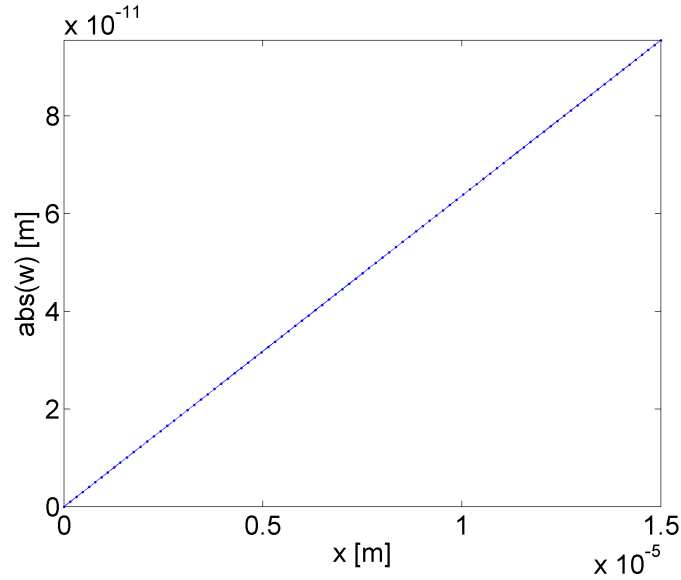
$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{-m\omega^2 + ci\omega + k} \quad (30)$$

Deze FRF geeft de respons van het systeem weer voor een harmonische kracht met frequentie ω . Voor $\omega \rightarrow 0$ is duidelijk dat de bijdrage van m en ook c nihil worden. De statische vervorming is bijgevolg enkel afhankelijk van k . Bij het cilinder element is deze gerelateerd aan de Young's modulus E .

Wanneer een beam element wordt opgesteld, zou de statische vervorming gelijk moeten zijn als dezelfde Young's modulus en doorsnede gekozen wordt. Dit is dus een eenvoudige eerste controle van de kwaliteit van het beam element. Figuur 32 en 33 tonen de FRF en de uitwijking voor statische vervorming respectievelijk.



Figuur 32: Frequentie respons functie van een punt op de bovenste contour van de cilinder. Er is geen enkele piek te zien, wat wil zeggen dat de eerste eigenfrequentie zich boven de $100kHz$ bevindt. Statische vervorming is de respons bij de laagste frequentie op de grafiek.

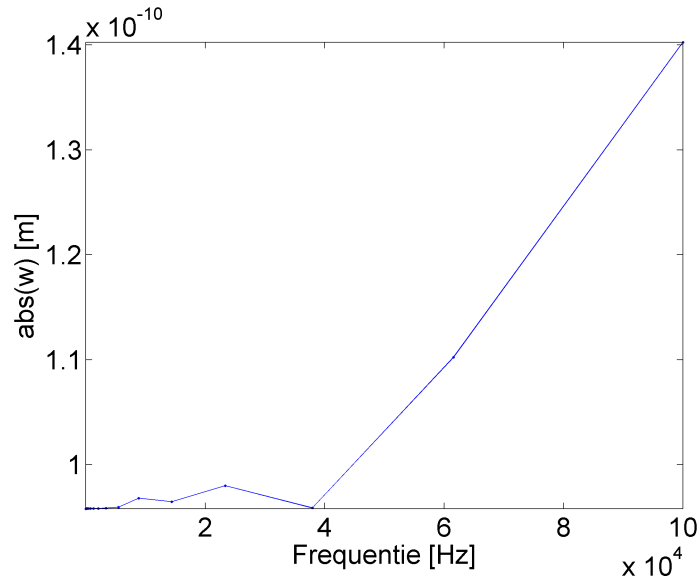


Figuur 33: Lijngrafiek van de verticale uitwijking/rek langs een lijn evenwijdig met de zijde van de mantel voor $f = 10^{-4}$. Het punt met hoogste uitwijking komt overeen met dat van de FRF functie.

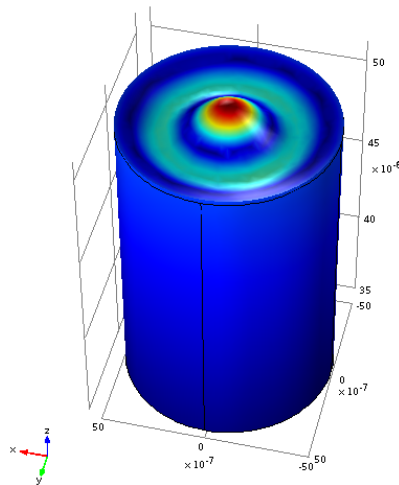
7.1.1 Cilinder met boven en ondervlak

Het bovenstaande handelde over een cilindrische mantel. Met andere woorden, er was geen boven, noch een ondervlak. Echter het eindige elementenpakket COMSOL, zal bij uitbreiding naar een met water gevulde cilinder, een *solid* object vereisen in tegenstelling tot het besproken *surface* object.

In deze sectie zal er gebruik gemaakt worden van zo'n solid object, doch zonder inwendig materiaal. Het is dus een volledige cilinder inclusief boven en ondervlak, maar deze is nog steeds ledig. Zowel het bovenste als onderste vlak krijgen dezelfde materiaal eigenschappen. Ditmaal worden alle vrijheidsgraden van het hele onderste vlak vastgezet en niet enkel de contour. Opnieuw wordt de trektest uitgevoerd. Het resultaat wordt getoond op figuur 34.



Figuur 34: Frequentie respons functie voor trektest met solid. Deze is duidelijk niet gelijk aan die van met de *surface* versie. Dit komt door dat de eigenschappen van het bovenste vlak een te grote rol spelen.

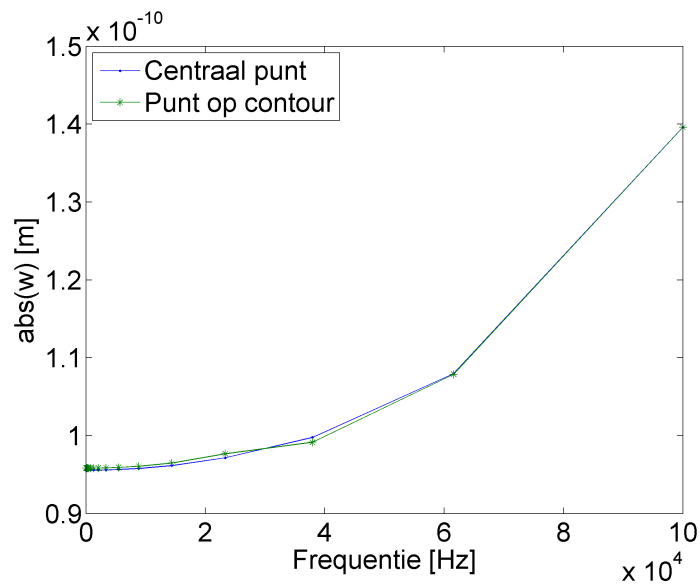


Figuur 35: 3D plot van de uitwijking. Dit toont duidelijk dat in plaats van een trektest op de hele haarcel uitgevoerd wordt, er eigenlijk meer naar het bovenste membraan gekeken wordt. Het zijn de eigenfrequenties van dit top membraan dat in de FRF zichtbaar worden. Dit probleem moet omzeild worden.

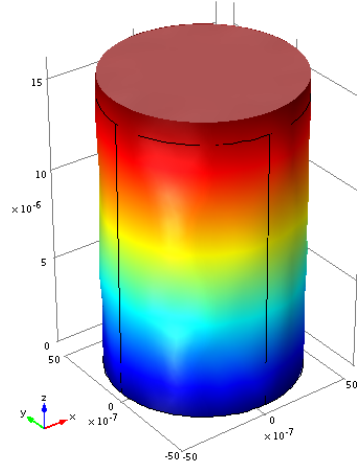
Het is duidelijk dat dit niet dezelfde resultaten oplevert en figuur 35 geeft hiervoor de verklaring. De trektest wordt meer uitgeoefend op het bovenste membraan dan op de hele cilinder. De FRF

die bestudeerd wordt is dus eigenlijk grotendeels die van dat membraan. Dit is niet de bedoeling en moet vermeden worden.

Dit kan gedaan worden door de materiaaleigenschappen van het bovenste vlak aan te passen. Deze kan massaloos gemaakt worden en eventueel een hogere stijfheid gegeven worden. Op deze manier rekt het als een star lichaam mee met de rest van de cilinder. Deze aanpassing geeft volgende resultaten, getoond in figuur 36 en 37



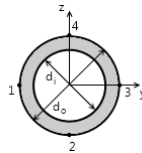
Figuur 36: 3D plot van de uitwijking voor zowel het centrum van het bovenste vlak alsook de rand. De overeenkomst is vrij goed en de resultaten stemmen dus opnieuw overeen met die van de holle cilinder.



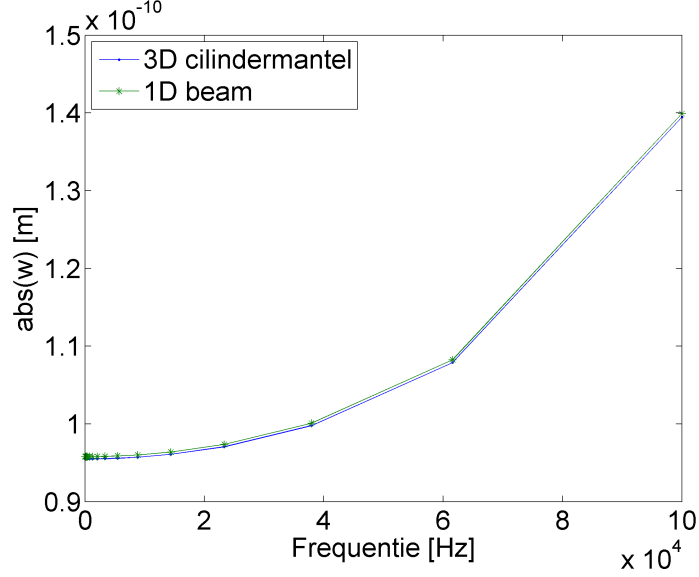
Figuur 37: 3D plot van de uitwijking. Ditmaal is het niet enkel het bovenste membraan dat vervormt. Heel de cilinder wordt uitgerokken net zoals het geval waarbij er een *surface* object gebruikt werd.

7.2 Beam voor ledige haarcel

Om de nodige rekentijd te verminderen wordt voor de ledige haarcel in 3D een vereenvoudigd model opgesteld. Dit is een één dimensionale beam. De eigenschappen van de beam moeten zo afgesteld zijn dat deze resultaten produceert gelijkaardig aan die van het 3D-model. Figuur 38 geeft een geschikte keuze voor de doorsnede van de beam in het eindige elementen programma COMSOL. Op deze manier kan een goede replica gebouwd worden van het eerste 3D-model, de cilindrische mantel. De materiaal eigenschappen (ρ, E, ν) kunnen bijgevolg eenvoudig overgenomen worden. Figuur 39 toont een vergelijking tussen beam en cilindermodel. De overeenkomst is zeer goed.



Figuur 38: Doorsnede van de gebruikte beam. Deze is net als het de ledige haarcel een holle cilinder



Figuur 39: Vergelijking van FRF tussen 1D beam en 3D cilindermantel. Er is een zeer goede overeenkomst tussen beiden. Dit is ook te verwachten, door de keuze van de doorsnede van de beam.

7.3 Water gevulde haarcel

Wanneer er water wordt toegevoegd aan het *solid* cilindrisch model, treden er twee effecten op. Enerzijds is er de verhoging van de massa m . Bijgevolg verlagen de waarden van de eigenfrequenties. Dit is opnieuw te beredeneren door te vergelijken met een mass-spring systeem. De eigenfrequentie relateert zich met de massa m en de veerconstante k als $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Een verhoging van de massa m impliceert dus een kleinere eigenfrequentie ω . In het model zonder water werd vermeld dat in de frequentie respons functie (FRF) nog geen piek of met andere woorden een resonantie gezien werd. Dit omdat de eerste resonantie frequentie nog boven de waarde van de berekende bandbreedte lag. Met de verhoogde massa is het wel mogelijk dat er resonanties in het berekende frequentiegebied optreden.

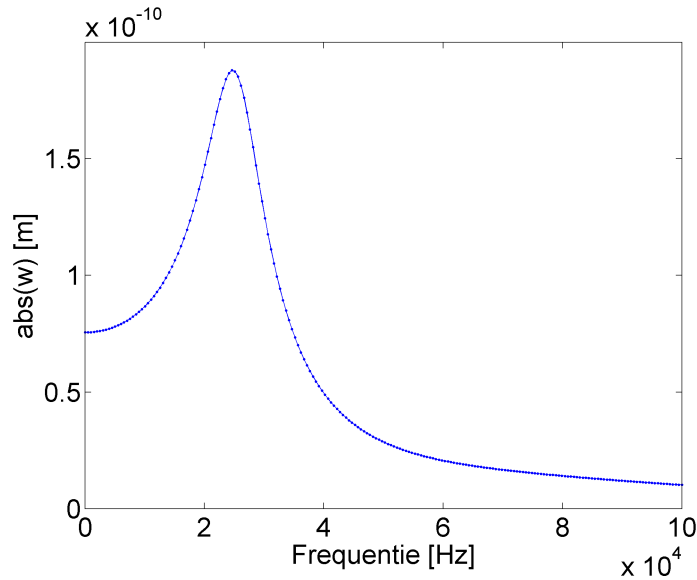
Het tweede effect is damping. De toegevoegde vloeistof zal voor viskeuze damping zorgen. In het algemeen zorgt damping voor een verlaagde respons en verbrede resonantiepieken. Herinner dat zowel de massa alsook de damping geen invloed hadden voor zeer lage frequenties. De statische respons moet dus nog steeds dezelfde zijn. Figuur 40 toont de FRF van het cilindermodel met damping. Ditmaal is er een duidelijke resonantie te zien, rond de 24 kHz. Voor bij deze resonantiefrequentie verlaagt de respons als gevolg van de viskeuze damping.

Nu een volledig model van de haarcel geconstrueerd is, kan de geldigheid van de schatting van de Young's modulus (E) van de laterale wand geëvalueerd worden. De experimentele metingen voor de stijfheid van de gehele haarcel, gebeuren immers bij statische vervorming. Deze statische vervorming werd ook gesimuleerd en zowel de kracht F_{tot} als de vervorming ΔL is gekend. Met deze waarden kan de stijfheid $k_{simulatie} = \frac{F_{tot}}{\Delta L}$ berekend worden. De verkregen waarde voor de

stijfheid heeft dezelfde grootteorde als die van de experimenten. Dit rechtvaardigt de gekozen Young's modulus uit tabel 6.

$F_{tot}[N]$	$\Delta L[m]$	$k_{simulatie}[mN/m]$	$k_{muis}^{19}[mN/m]$	$k_{Guineapig}^{20}[mN/m]$
$1 \cdot 10^{-12}$	$61.34 \cdot 10^{-11}$	1,6	$4,4 \pm 1,2$	$2,0 \pm 0,8$

Tabel 7: De kracht F en de verandering van de lengte ΔL uit de simulatie leveren de stijfheid $k_{simulatie}$. Deze heeft dezelfde grootteorde als die van de experimentele metingen op een muis k_{muis} en guinea pig $k_{guineapig}$. Dit rechtvaardigt de geschatte waarde voor de Young's modulus van de laterale wand $E = 10^5 Pa$.



Figuur 40: Frequentie respons functie van een punt op de bovenste contour van de met water gevulde cilinder. Ditmaal is er wel een eigenfrequentie te bespeuren. Ook de werking van de demping is zichtbaar, deze verlaagt de respons naarmate de frequentie stijgt.

7.4 Beam voor watergevulde haarcel

Bij de ledige haarcel waren de eigenschappen ervan meteen overdraagbaar op het vergelijkende beam element. Zowel de Young's modulus (E) als de massadichtheid (ρ) en de poissonfactor (ν) konden behouden worden. Dit is niet meer het geval voor de water gevulde cel. De doorsnede van het beam element wordt behouden, bijgevolg zal de statische uitwijking ($f = 10^{-4}$) nog steeds

¹⁹MURAKOSHI, M. et al., 'Local mechanical properties of mouse outer hair cells: Atomic force microscopic study', *Auris Nasus Larynx*, 33 (2006), januari, p.149-157.

²⁰SUGAWARA, M., ISHIDA, Y., WADA, H., 'Local mechanical properties of guinea pig outer hair cells measured by atomic force microscopy', *Hear Research*, (2002), 174, p. 222-229.

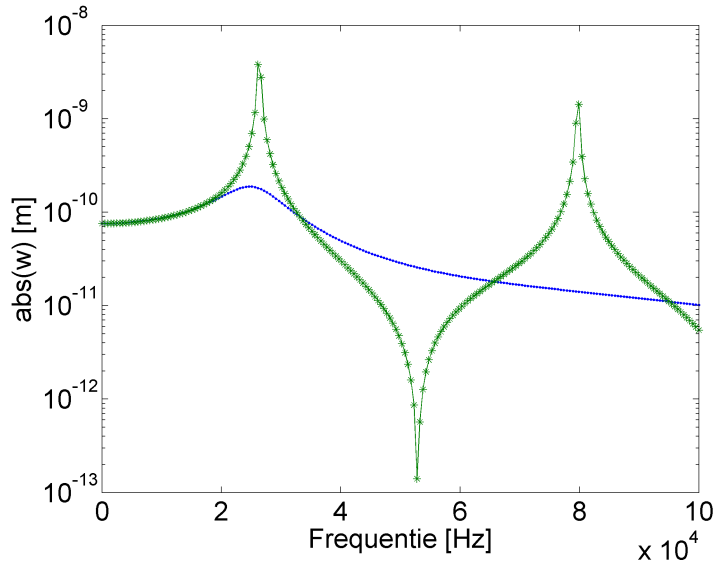
dezelfde blijven. Als gevolg moet er wel gecompenseerd worden voor de toegevoegde massa van het water. In het cilindervormig model van de haarcel zijn er nu volgende bijdragen:

$$M = \begin{cases} \rho_{schil} \pi L_{cell} \left[\left(R_{cell} + \frac{T_{cell}}{2} \right)^2 - \left(R_{cell} - \frac{T_{cell}}{2} \right)^2 \right] & \text{als } r > R_{cell} - \frac{T_{cell}}{2} \\ \rho_{water} \pi L_{cell} \left(R_{cell} - \frac{T_{cell}}{2} \right)^2 & \text{als } r < R_{cell} - \frac{T_{cell}}{2} \end{cases} \quad (31)$$

waarbij L_{cell} , R_{cell} , T_{cell} respectievelijk de lengte, straal en dikte van de haarcel zijn. Voor $r > R - \frac{T_{cell}}{2}$ is alle massa reeds in rekening gebracht. De massabijdrage van het water echter niet. Omdat de doorsnede van de beam hetzelfde blijft en alsook de lengte, moet de massadichtheid ρ_{beam} verhoogd worden.

$$\begin{aligned} M_{tot} &= \rho_{schil} V_{schil} + \rho_{water} V_{water} \\ &= \rho_{schil} V_{schil} + \rho_{water} \frac{V_{water}}{V_{schil}} V_{schil} \\ &= \left(\rho_{schil} + \rho_{water} \frac{V_{water}}{V_{schil}} \right) V_{schil} \\ &= \rho_{tot} V_{schil} \end{aligned}$$

Figuur 41 toont opnieuw een vergelijking van de FRF-functies van zowel het 3D model met demping en het beamelement zonder demping.



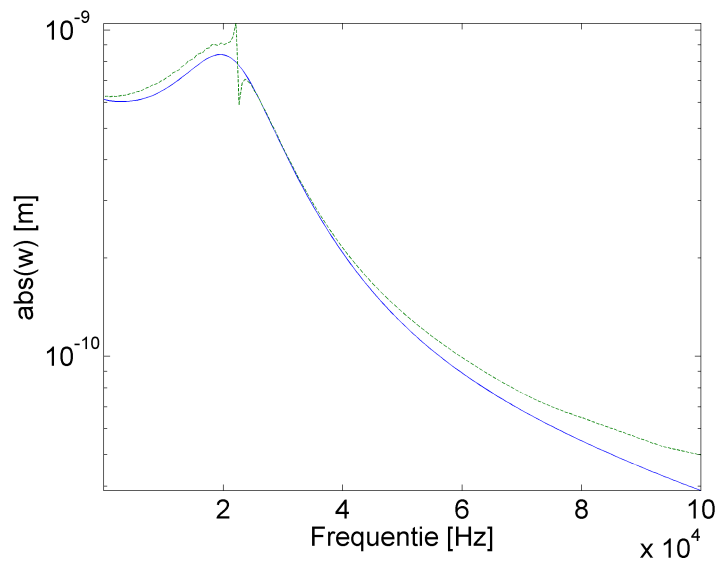
Figuur 41: Frequentie respons functie vergelijking van 3D model met viskeuze demping met verzwaaard 1D beam element zonder demping. De vergroting van de massadichtheid zorgt dus voor een correcte eigenfrequentie.

De viskeuze demping zit niet vervat in het beam model. Om de demping in rekening moet er een relatie te vinden zijn tussen de kerneigenschappen van het bestudeerde systeem of stimulatie.

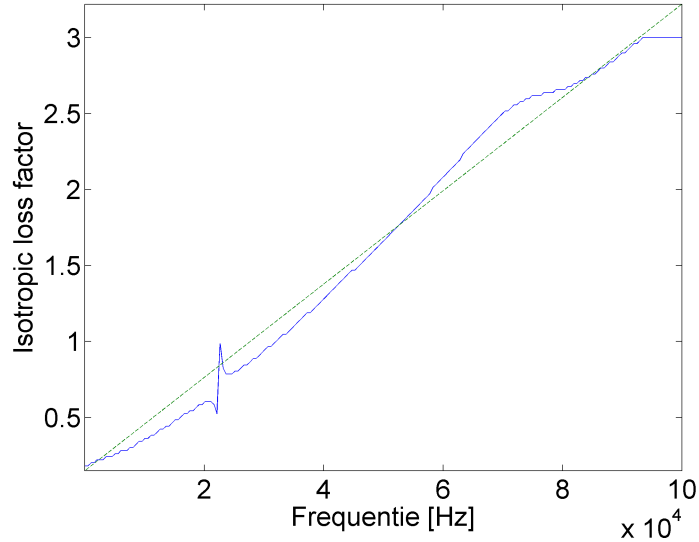
Graag zouden we de eigenschappen van de beam behouden voor elke verschillende stimulatie. Dus er wordt een verband gezocht tussen de vereiste damping voor elke frequentie f waarop het element harmonisch gestimuleerd wordt. Dit kan enerzijds via een optimalisatie of anderzijds via *brute force* methode. Bij deze laatste wordt voor een hele reeks van frequenties de oplossing berekend, maar voor elke frequentie wordt bovendien nog eens een parameter *sweep* uitgevoerd. Hierbij wordt een isotropische loss factor, een vorm van damping, in een interval van 0 tot een bepaald maximum toegevoegd. Uiteindelijk beschikt men over een hele waaier van oplossingen en moet er voor *elke* frequentie afzonderlijk naar de beste oplossing gezocht worden. Uiteindelijk wordt een reeks *frequentie-damping* koppels verkregen. Deze kan dan gefit worden om een vaste relatie te bekomen.

7.4.1 Toevoegen van damping in beam model

Voor 201 frequenties en 150 verschillende dampingsfactoren tussen 0 en 3, werden de resultaten voor het beam element berekend. Vervolgens werd per frequentie de oplossing van de beam voor alle dampingsfactoren vergeleken met die van het 3D-model. De oplossing met de beste overeenkomst wordt gekozen en de bijhorende isotropische loss factor wordt genoteerd. Indien dit gebeurd is voor elke frequentie dan wordt figuur 43 verkregen. Er is een duidelijke piek te zien, deze is afkomstig van de resonantie frequentie van de beam, bij deze frequentie is de overeenkomst van de uitwijking tussen beam en cilinder zeer slecht. Zie ook figuur 42.



Figuur 42: Frequentie respons functie vergelijking van 3D model met viskeuze damping (blauw) met verzwaard 1D beam element met *optimale* damping (groen). Rond de eigenfrequentie zijn er problemen. De curves lijken ook van elkaar te divergeren voor hoge frequenties, maar deze afwijkingen zijn relatief klein aangezien er met een log-schaal gewerkt wordt.



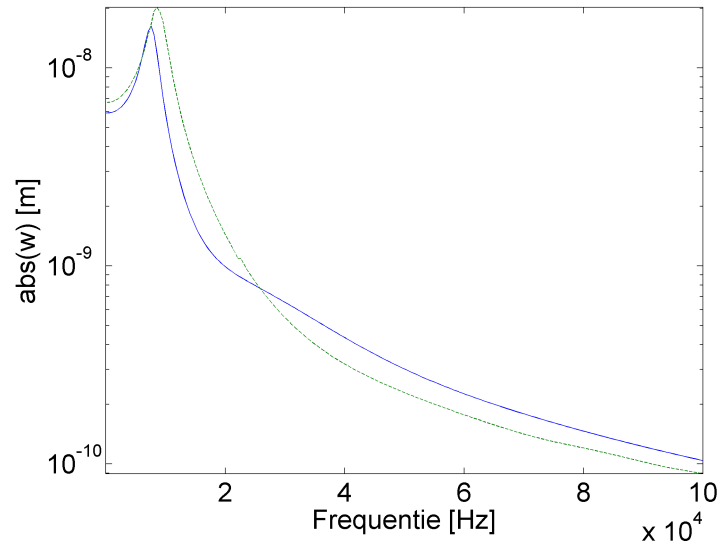
Figuur 43: De dempingscurve toont voor elke frequentie welke isotropische loss factor aan de beam wordt toegekend (blauw). Bij de eigenfrequentie van de cel is er een storing te zien. Het gebied hier rond levert een minder goed resultaat. Opmerkelijk is ook dat de demping bij de laagste frequentie niet nul is, ondanks dat de statische vervorming onafhankelijk van demping, noch de massa zou moeten zijn. Voor de curve is een lineaire fit ($a \cdot freq + b$) opgesteld groen met $a = 3.07e - 5$ en $c = 0.15$ met $R^2 = 0.9859$.

7.5 Buigen van de haarcel met demping bepaald voor trekken

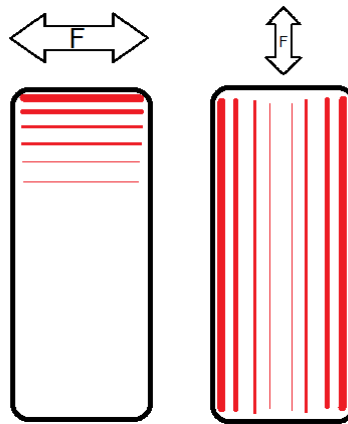
Omdat de hoek tussen de Deitercel en de buitenste haarcel klein is, is de hypothese dat buiging van de haarcel relatief onbelangrijk is ten opzichte van de axiale component. Dit zou inderdaad het geval zijn voor korte haarcellen, die gelegen zijn aan de basale kant van de cochlea, in tegenstelling tot die aan de apicale zijde²¹. Omdat voor lange cellen buiging wel van belang is, is het goed om dit ook te bekijken. De kracht wordt ditmaal in de y-richting opgelegd, nog steeds aan het bovenvlak. Figuur 44 toont de frequentie respons functie. De eigenfrequentie die aangeslagen is ligt lager dan bij de axiale stimulatie. Dit is normaal aangezien de eerste eigenmodes vooral niet in de axiale richting liggen. Echter, de curves komen niet goed overeen. Het is alsof de demping die geschikt is voor axiale stimulatie te klein is voor de zijwaartse stimulatie. Extra demping zou de eigenfrequentie van de beam wat verlagen en ook de hoogte van de piek ervan. Dit duidt op het nodig zijn van een orthotrope demping, die groter moet zijn voor zijdelingse belasting. Bovendien moet de demping voor zijwaartse belasting misschien ook veranderlijk zijn langs de lengte van de haarcel. Figuur 45 toont waarom. Afhankelijk van de stimulatie, zullen de viskeuze effecten voornamelijk manifesteren op bepaalde vlakken. Voor zijdelingse stimulatie zal dit vooral langs het bovenvlak zijn, de viskeuze randlaag is echter niet zo groot ($4\mu m$ voor 20kHz) als de lengte van de haarcel ($15\mu m$). Voor axiale belasting gebeurt de vloeistof-wand interactie voornamelijk

²¹LI, H., LIM, K., 'Contribution of outer hair cell bending to stereocilium deflection in the cochlea', *Hearing Research*, (2007), Juni, 232, p.20-28.

langsheen de mantel. De viskeuze effecten zijn bij axiale stimulatie benaderend hetzelfde voor de hele wand.



Figuur 44: Frequentie respons functie vergelijking van 3D model met viskeuze damping (blauw) met verzwaard 1D beam element met *optimale* damping (groen), ditmaal met zijdelingse stimulatie.



Figuur 45: De viskeuze effecten zijn niet hetzelfde over heel de haarcel voor zijdelingse belasting (links) terwijl dit wel het geval is voor axiale belasting (rechts)

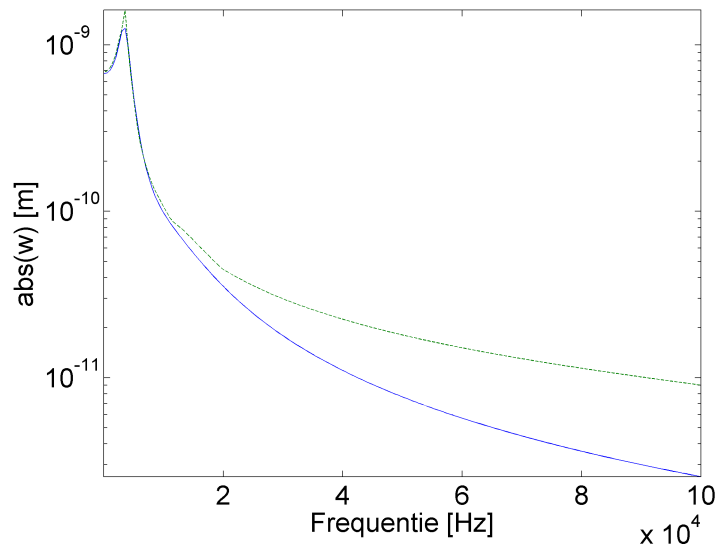
7.6 Deitercel

Over de Deitercel is ook relatief weinig geweten. Het is wel duidelijk dat ze breder maar gemiddeld ook langer zijn dan de haarcellen.

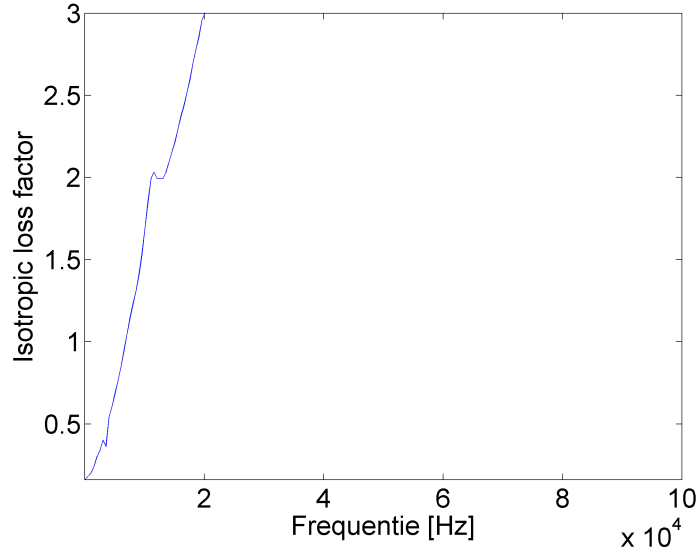
$L_{cell}[m]$	$R_{cell}[m]$	$T_{cell}[m]$	$E[Pa]$	$\rho[kg/m^3]$	ν
$30 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$0.05 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^5$	1000	0,499

Tabel 8: Eigenschappen van de Deitercel.

Figuur 46 en 47 tonen opnieuw de FRF en frequentie-damping relatie, maar ditmaal voor de Deitercel. De gekozen bovenlimiet voor de isotropische losfactor is ditmaal snel bereikt en een uitbreiding naar een groter interval van dempingsfactoren is nodig. De *brute force* methode die hier gehanteerd werd, zorgt echter voor een groot gebruik van het werkgeheugen. Wanneer de bovengrens voor de loss factor verlegd wordt naar een veel hogere waarde, maar het totaal aantal (150) mogelijke waarden behouden wordt, krijgt men afhankelijk van de frequentie onder- of overdamping. Een optimalisatie systeem is bijgevolg nodig of meer werkgeheugen ($> 8 GB$).



Figuur 46: Frequentie respons functie vergelijking van 3D Deitercel model met viskeuze demping (blauw) met verzwaaard 1D beam element met optimale demping (groen). Opnieuw is er rond de eigenfrequentie een probleem op te merken.



Figuur 47: De dempingscurve toont voor elke frequentie welke isotropische loss factor aan de beam wordt toegekend. Bij de eigenfrequentie van de cel is er opnieuw een storing te zien. Het gebied hierrond levert een minder goed resultaat. Opmerkelijk is ook dat de demping bij de laagste frequentie niet nul is, ondanks dat de statische vervorming onafhankelijk van demping, noch de massa zou moeten zijn. Voor de hogere frequenties is de bovenlimiet van 3 snel bereikt. Een uitbreiding is nodig.

7.7 Korte samenvatting en opmerkingen

In dit project werd de mogelijkheid onderzocht om de passieve dynamica van de buitenste haarcellen en Deitercellen van het orgaan van Corti in de cochlea, eenvoudig te modelleren aan de hand van beam elementen. Dit met voornaamste doel de vereiste reken capaciteit te verminderen voor een grootschalig cochlea model. Voor axiale stimulaties is de benadering relatief goed, maar bij de eigenfrequentie van de cel treedt er een kleine afwijking op. De frequentie-dempingsrelatie is benaderend lineair, opmerkelijk was de aanwezige dempingsfactor voor extreem lage frequenties. Daarentegen bleek dat voor niet-axiale stimulaties er mogelijk een andere dempings-curve nodig is. De demping is bijgevolg niet isotroop voor het beam element. Voor de Deitercel bleek de respons op axiale stimulatie een goede overeenkomst te geven, maar er is een groter interval nodig voor de mogelijke dempingswaarden en deze is moeilijk te berekenen met de *brute force* methode op een beperkt computer systeem.

Werkpunten voor in de toekomst zijn:

- het uitwerken van een optimalisatie systeem om tekort aan werkgeheugen te vermijden,
- het zoeken van een orthotrope dempingsfactor die ook variabel is langsheen de lengte van de cel,
- het zoeken een algemene parametrische functie voor de frequentie-demping relatie.

Met betrekking tot het modelleren van een uitgebreid cochlea model in het tijdsdomein rijzen ook enkele vragen op. In deze vergelijkende studie tussen 3D cilinder modellen en 1D beam elementen is de dempingsfactor voor de laatste frequentie afhankelijk gemaakt. Deze manier is uiteraard geschikt voor het frequentiedomein, maar is niet vanzelfsprekend in het tijdsdomein. Immers, als er bijvoorbeeld twee frequenties tegelijkertijd zouden ingevoerd worden dan kan er geen dempingsfactor gekozen worden.

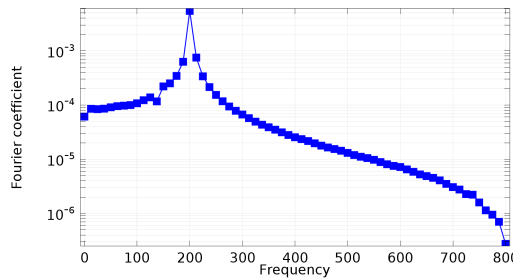
Tijdsdomein

Het tijdsdomein introduceert allerlei nieuwe parameters: toleranties, tijdstappen, beginvoorwaarden, ... De verhoogde complexiteit ten opzichte van het frequentiedomein zorgt ook voor een langere berekeningstijd. Daarom is het een goed idee om even een stap terug te zetten en te experimenteren met behulp van een simpeler model. Hierop kunnen de basisconcepten getest worden en vervolgens toegepast worden op het cochlea model.

8 Parameters en methodes in tijdsdomeinmodellering

8.1 Algemene studiemethode

Om de controle van het model in het tijdsdomein uit te voeren, zal telkens dezelfde studiemethode gebruikt worden. Er wordt gekeken naar het frequentiespectrum van de verkregen oplossing in het tijdsdomein. Indien het model slechts één waarde voor de frequentie van de oscillerende kracht bevat, is dit ook de enige piek in het frequentiespectrum dat verwacht wordt. Als het model geen niet-lineariteiten bevat dan zou om die reden er geen andere frequentiepieken in het spectrum te vinden mogen zijn. Figuur 48 toont zulk spectrum voor een stimulatie bij 200 Hz.



Figuur 48: Spectrum van een tijdsimulatie bij stimulatie van 200 Hz.

Om een correcte oplossing en bijgevolg ook het bijhorende spectrum te verkrijgen, zijn er enkele parameters waar aan gesleuteld moet worden. Deze verbeteren enerzijds de oplossing, maar anderzijds verlengen ze de computationele tijd. Efficiënt werken vereist een goede balans tussen deze twee, daarom is het interessant om de invloed van deze parameters eerst te onderzoeken op een simpel model zoals de beam. Complexere modellen zullen enkel de rekentijd vergroten en een zo efficiënt mogelijke manier om te rekenen met gewenste resultaten, is dan van groot belang.

8.2 Parameters

8.2.1 Relatieve tolerantie en absolute tolerantie

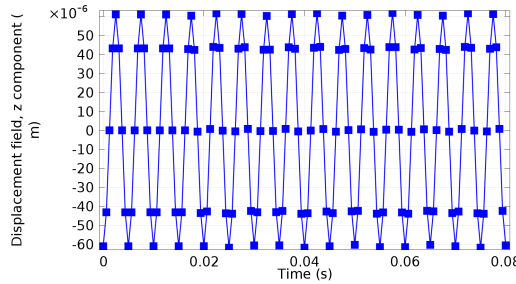
De tolerantie is een getal dat de convergentie dwingt om de geschatte fout (e) op de oplossing te reduceren tot een waarde die voldoet aan $e(i) \leq rtol \cdot abs(y(i)) + atol \cdot abs(y(i))$. Waarbij $atol$ de absolute tolerantie is en $rtol$ de relatieve tolerantie is en y de vector van de te beoordelen variabele. De oplossingsprocedure gaat bijgevolg naar de volgende tijdstap na het vervullen van deze ongelijkheid. De absolute tolerantie houdt rekening met de grootte van de variabele, terwijl de relatieve tolerantie dit niet doet. De eenvoudigste manier om goede toleranties te vinden is eenvoudigweg de simulatie meerdere keren uitvoeren met verschillende toleranties. Dit gebeurt verderop.

8.2.2 Tijdstappen

Zoals vermeld zal een frequentiespectrum van de oplossing opgevraagd worden om de nauwkeurigheid van de oplossing te bestuderen. Ook om dit frequentiespectrum weer te geven zijn er enkele parameters die een invloed hebben. Als eerste is er de totale simulatietijd. Dit is het totale tijdsinterval waarvoor oplossingen berekend worden. Figuur 49 toont het interval $T = 0,08$. Hoe langer dit interval is, hoe fijner de resolutie van het frequentiespectrum (Δf) is.

Dit is eenvoudig in te zien door te bedenken dat voor twee signalen met een klein frequentieverschil, er een lange tijd nodig is om het verschil te zien tussen beiden. Hetzelfde geldt voor het verschil tussen twee nabijgelegen frequenties te zien.

Een andere parameter is de resolutie in het tijdsbeeld (Δt). Hoe kleiner (Δt), hoe groter de bandbreedte in het frequentiespectrum. Opnieuw is dit intuïtief makkelijk te begrijpen, hoge frequenties komen overeen met snelle variaties in het tijdsignaal. Als er niet genoeg sample punten zijn om deze snelle variaties te registreren, kunnen deze hoge frequentie signalen niet correct geregistreerd worden.



Figuur 49: Tijdsverloop van een simulatie bij stimulatie van 200 Hz . De tijdstippen waarop de data is weergegeven heeft een relatie met de periode van de stimulatie. Afwijkingen op de periodische beweging zijn zo in het tijdsverloop al snel waarneembaar. Dit is te zien vanaf ongeveer $0,02 \text{ s}$ in dit voorbeeld.

Wanneer er gewerkt wordt met periodische signalen is het voordelig om T en Δt af te stellen aan de hand van de frequentie (F) van de opgelegde sinusoidale kracht. Dit kan eenvoudig door de periode te definiëren $T_F = 1/F$. De waarden voor T en Δt zijn dan voor te stellen als bijvoorbeeld $[0; \frac{T_F}{8}; 8T_F]$. Dit wil zeggen: “de oplossing wordt berekend voor alle tijdstappen tussen 0 en $T = 8 T_F$ met als tijdsinterval $\Delta t = \frac{T_F}{8}$.”

Om de oplossing op deze tijden te bereiken, wordt er (waarschijnlijk) een fijnere tijdstap gebruikt dan die hier gegeven is afhankelijk van de toleranties. De oplossing wordt slechts opgeslagen op de gevraagde tijdstippen.

Wat is nu het voordeel om T en Δt af te stellen op basis van T_F voor periodische signalen, is dat reeds in het tijdsdomein een idee kan gevormd worden van de kwaliteit van de oplossing. Bijvoorbeeld, in figuur 49, $T_F = 200 \text{ Hz}$ en $T = 16 T_F = 0.08 \text{ s}$ en $\Delta t = \frac{T_F}{8} = 6,25 \cdot 10^{-3}$.

Omdat de samples gepositioneerd zijn in de tijd op periodisch gerelateerde momenten, moeten deze punten zelf ook periodisch zijn. Op figuur 49 is dit het geval voor de eerste periodes. Tijdsymmetrische punten (bv. $t = \frac{3}{8}T$ en $t = \frac{5}{8}T$) hebben hier een gelijke amplitude. Na enkele periodes is er reeds een kleine afwijking waar te nemen. Dit impliceert een kleine fout in de oplossing die

verder propageert in de tijd. Zulke waarnemingen zijn dus reeds op te merken in het tijdsdomein voor eenvoudige simulaties. Dit enkel omwille van de specifiek gekozen relatie met de periode van de uitgevoerde kracht. Dit is een handige tool.

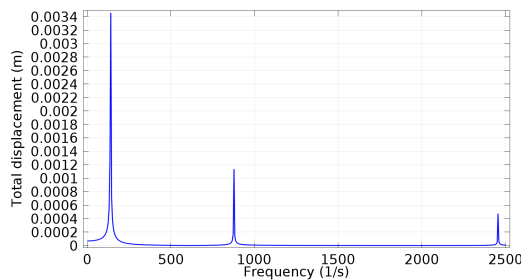
Eerder werd uitgelegd dat er meer tijdstappen berekend worden dan enkel diegene die gevraagd zijn. Deze extra tijdstappen zijn essentieel om de kwaliteit van de oplossing te garanderen. De tijdstappen staan dan ook rechtstreeks in verband met de toleranties. Het is aangewezen om de automatische berekening ervan te behouden en enkel de toleranties aan te passen.

8.2.3 Meshgrootte

Een andere mogelijkheid om de nauwkeurigheid te vergroten is het mesh van het model. Dit mesh verdeelt het volledige object in kleine deeltjes (finite elements). In het geval van de eendimensionale beam, zijn dit kleine lijnstukken. Deze zijn opgedeeld aan de hand van nodes, punten op het lijnelement. Het is op deze nodes dat de waarden exact worden uitgerekend, alle posities tussenin zijn een interpolatie tussen de nodes van elk eindig element. Hoe meer nodes, hoe nauwkeuriger, maar opnieuw een langere rekentijd.

8.3 Eigenfrequenties

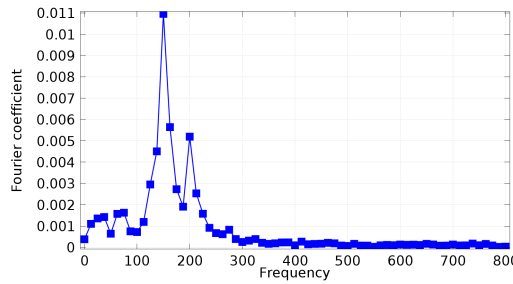
De eigenfrequenties en eigenmodes kunnen gebruikt worden om een systeem volledig te beschrijven. Indien een systeem wordt aangedreven met één van haar eigenfrequenties, dan gaat dit gepaard met een zeer sterke respons ten opzichte van andere frequenties. Een frequentie respons functie (FRF) geeft weer hoe het systeem reageert op een aandrijving van allerlei frequenties met zelfde amplitude. In zulke functie doet een eigenfrequentie zich voor als een scherpe piek met hoge amplitude. Op zo'n FRF zijn de eigenfrequenties bijgevolg duidelijk te herkennen (figuur 50).



Figuur 50: Frequency response function (FRF) voor eendimensionale clamped beam. Dit zijn de frequenties waarvoor in een tijdssimulatie moet uitgekeken worden. Een onnauwkeurige oplossing bevat hoogst waarschijnlijk één van deze frequenties.

Dit zijn slechts drie van de oneindig vele eigenfrequenties van het systeem. Tot elke eigenfrequentie behoort een eigenmode. De eigenfrequenties hebben enig belang in het onderzoeken van de stabiliteit van de oplossing in het tijdsdomein. Onnauwkeurige berekeningen zullen ervoor zorgen dat

het systeem in een eigenmode belandt en dus gaat resoneren met de eigenfrequentie in plaats van de frequentie waarmee ze aangedreven wordt. Een voorbeeld wordt gegeven in figuur 51. Ondanks dat de aandrijvingsfrequentie 200 Hz is, resoneert het systeem op $139,90 \text{ Hz}$, de eerste eigenfrequentie. De piek bij 200 Hz is nog steeds zichtbaar, maar is klein ten gevolge van de uitbundige respons van de eigenmode. Aangezien de eerste eigenfrequentie de sterkste respons geeft, zie figuur 50, is dit effect hierbij het makkelijkst te bereiken. De kwaliteit van de oplossing zal bijgevolg vooral gecontroleerd worden voor stimulaties dicht bij eigenfrequenties.



Figuur 51: Slechte nauwkeurigheid zorgt voor een overschakeling naar de eigenmode. De aandrijving van 200 Hz gaat verloren door resonantie op de eerste eigenfrequentie $139,90 \text{ Hz}$.

8.4 Initiële voorwaarden

8.4.1 Discontinuïteiten en het frequentiedomein

Eén van de complicaties dat het tijdsdomein met zich meebrengt, zijn de effecten van drastische ogenblikkelijke veranderingen, met andere woorden: discontinuïteiten. Een extreem geval van zo'n abrupte alteratie is een Dirac-deltafunctie. In het tijdsdomein kan deze voorgesteld worden als $\delta(t)$. De definitie is als volgt:

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} +\infty & \text{if } t = t_0 \\ 0 & \text{if } t \neq t_0 \end{cases} \quad (32)$$

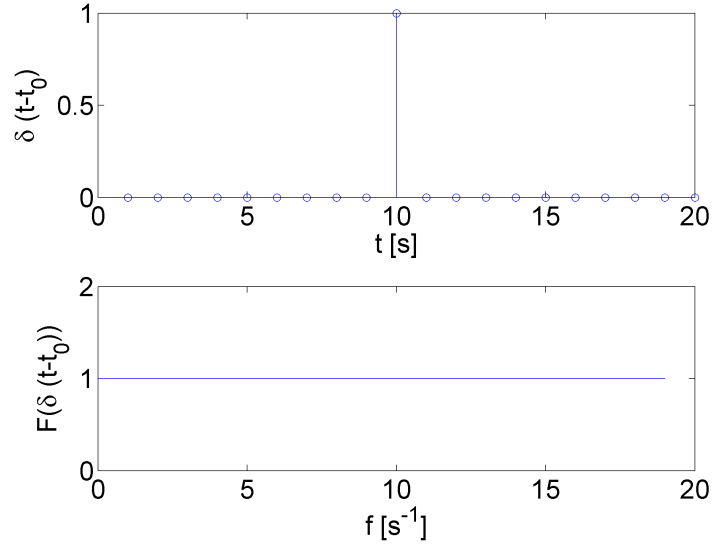
Eenvoudig verwoord is dit een functie die enkel niet nul is in één enkel punt, namelijk $t = t_0$. Een alternatieve en meer toepasbare versie kan geconstrueerd worden door ∞ te vervangen met een eindige waarde A .

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 1 & \text{if } t = t_0 \\ 0 & \text{if } t \neq t_0 \end{cases} \quad (33)$$

Numeriek is dit een vector met de waarde voor elk element gelijk aan nul op één element na. De bovenste grafiek in figuur 52 geeft een deltafunctie $\delta(t - 10)$ weer. De onderste grafiek toont het frequentiespectrum hier van. Het frequentiespectrum is te berekenen als

$$\mathcal{F}\{\delta(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) \cdot e^{-i\omega t} dt = 1 \quad (34)$$

De harmonische decompositie van een deltafunctie bevat dus elke mogelijke frequentie en deze hebben elk dezelfde amplitude 1.

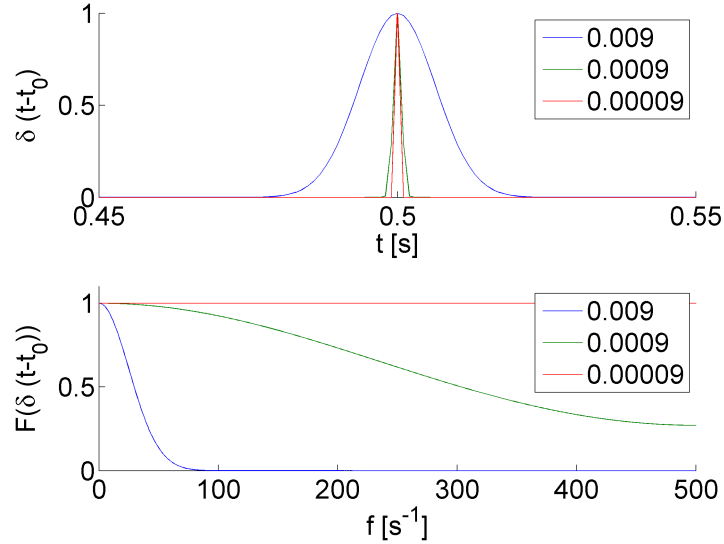


Figuur 52: Boven: Plot van een deltafunctie. Onder: Frequentie spectrum van deltafunctie, dit toont aan dat een discontinuïteit een grote bandbreedte aan frequenties bevat.

Hoe gladder de transitie, hoe beperkter de frequentie inhoud van het signaal is. De deltafunctie $\delta(t)$ kan gedefinieerd worden als de limiet van

$$\delta(t - t_0) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{a^2}} \quad (35)$$

Deze heeft dus een gaussische vorm, dit is iets meer continu dan de exacte deltapiek. De bandbreedte van dit signaal zal drastisch verminderen als de breedte a toeneemt. Dit is waar te nemen in figuur 53. De hoge frequenties nemen af naarmate de piek gladder wordt.



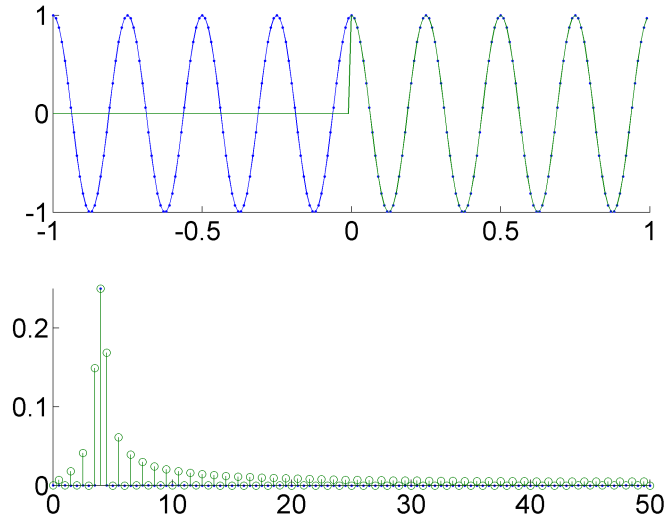
Figuur 53: Boven: Plot van de limiet definitie van een deltafunctie met variabele breedte Onder: Frequentie spectrum van bovenste plot. Beide grafieken zijn genormeerd voor een goed overzicht. Hoe meer continu de puls is, hoe minder frequenties het spectrum bevat.

Deze verbanden tussen het tijdsdomein en het frequentiedomein zijn toepasbaar op alle soorten tijdssignalen. Discontinuïteiten vertonen een grote bandbreedte in het frequentiedomein.

8.4.2 Discontinuïteit als beginvoorwaarde voor een tijdsimulatie

Veronderstel dat een simulatie uitgevoerd wordt met als doel het object met één enkele frequentie harmonisch te stimuleren. Dit kan zowel met een sinus- als een cosinusfunctie als kracht. Neem nu dat er geöpteerd wordt voor de cosinus $A \cos(2\pi ft)$ met A de amplitude en f de gekozen frequentie. Op $t = 0$ is de kracht gelijk aan A . Bedenk dat het systeem oorspronkelijk ($t < 0$) in rust is, op $t = 0$ treedt er discontinu een harmonische kracht in op het object. Figuur 54 toont de situatie voor zo'n abrupte verandering alsook een doorlopende cosinus en bijhorende genormaliseerde spectra. De doorlopende cosinus bevat een enkele piek in het spectrum, daarentegen is het spectrum van de discontinuë cosinus gecontamineerd met andere frequenties. Dit heeft een invloed op de resultaten van de simulatie, de harmonische stimulatie is immers niet meer perfect harmonisch.

Het zijn deze discontinuïteiten in de beginvoorwaarden ($t = 0$) die ervoor zorgen dat er een fout geïntroduceerd wordt in de oplossing. Deze fout propageert verder doorheen de tijd, een correcte input is dus van groot belang.



Figuur 54: Continue cosinus **blauw** vergeleken met een cosinus startend op $t = 0$ **groen** en bijhorende genormaliseerde spectra. De abrupte start van de cosinus introduceert nieuwe frequenties die niet behoren tot de aandrijvingsfrequentie.

Logischerwijze is het aangeraden om voor een sinus te kiezen boven een cosinus. De sinus start immers met amplitude 0 op $t = 0$ en de discontinuïteit zal bijgevolg veel kleiner zijn. Een sinusoidale input met een heel hoge frequentie zal toch nog supplementaire frequenties introduceren.

8.4.3 Mogelijke remedies

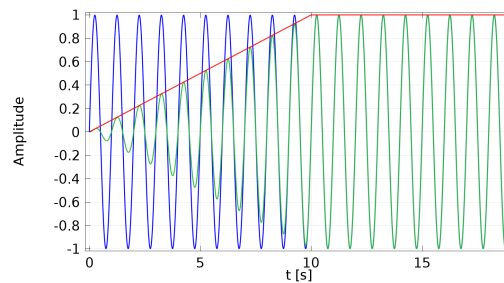
Er zijn verscheidene manieren om zich te ontdoen van de discontinuïteiten als input voor het tijdsdomein. Enkelen worden omschreven in volgende paragrafen.

rampfunctie Een rampfunctie is een functie die monotoon stijgend is en puntsgewijs vermenigvuldigd wordt met een andere functie. Deze functie is in dit geval afhankelijk van de tijdsparameter t . Het gevolg van de vermenigvuldiging met een andere functie, is dat deze andere functie een gradueel stijgende amplitude krijgt naarmate de tijd vordert. Figuur 55 toont het gebruik van zo een rampfunctie op een sinus. Ook de scherpe hoeken bij $t = 0$ en $t = 10$ van de ramp kunnen nog gladder gemaakt worden indien nodig.

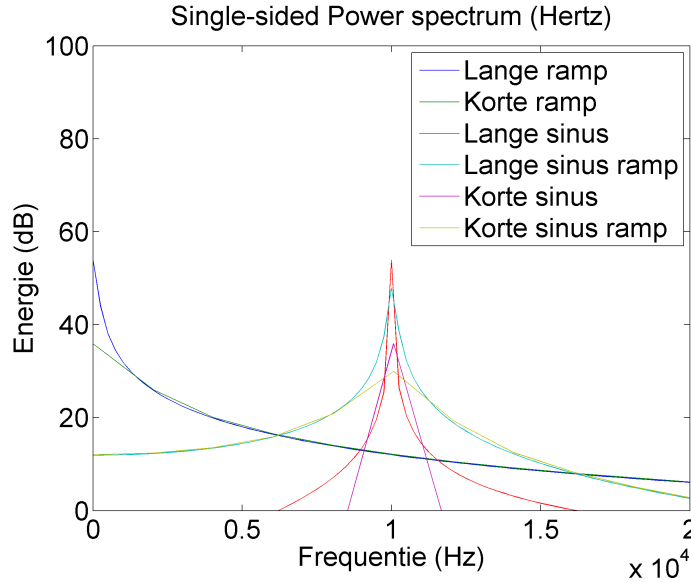
Het gebruik van een rampfunctie is vanzelfsprekend bevorderlijk voor het elimineren van discontinuïteiten. Op tijdstip $t = 0$, is er geen grote continue sprong meer in de kracht. De amplitude begint met een lage waarde en langzaam wordt de gewenste grootte bereikt. Het gebruik van de ramp elimineert supplementaire frequentie inhoud echter niet volledig. Immers, een bijzonder korte rampfunctie is sterk gelijkend aan een discontinuïteit. De duur van de rampfunctie is dus de

essentiële parameter. Figuur 56 illustreert dit aan de hand van een spectrumplot. De spectra van zowel een korte als lange ramp zijn getoond, samen met die van een kortstondige en langdurige sinus. Ook de spectra van hun puntsgewijze vermenigvuldiging wordt weergegeven.

De spectra van de rampfuncties zijn gekarakteriseerd door een piek bij 0 Hz en een snelle afvaling naarmate de frequentie stijgt. Deze afvaling is sterker aanwezig naarmate de duur van de ramp toeneemt. Dit stemt overeen met de vergelijking van een discontinuïteit en een infinitesimale kleine ramp, waarbij geen afvaling aanwezig is (figuur 52). De vermenigvuldiging van de rampfunctie met de sinus resulteert in het frequentiedomein in een convolutie van de spectra. Elke functie van eindige breedte smeert een andere functie uit. Dit wil zeggen dat een langdurige rampfunctie voor een kleine uitspreiding zorgt, terwijl de kortstondige een grotere effect heeft. Dit is eveneens te zien op figuur 56. De rampfunctie introduceert dus supplementaire frequentie inhoud in een klein gebied rondom de frequentie waarop gestimuleerd wordt. De duurtijd van de ramp moet zo gekozen worden dat het effect hiervan verwaarloosbaar is.



Figuur 55: Originele sinus **blauw**, rampfunctie **rood**, puntsgewijze vermenigvuldiging van beide **groen**.



Figuur 56: De spectra van verschillende rampfuncties, sinusfuncties en de puntsgewijze vermenigvuldiging van buiten. De spectra zijn niet genormeerd. Hoe langer de ramp, hoe sneller de afvaling in het spectrum. Bijgevolg wordt de invloed op het spectrum van de sinus ook kleiner.

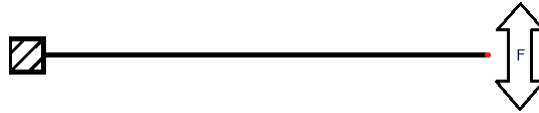
Wanneer een rampfunctie gebruikt wordt, zal bij de controle van het spectrum de data tijdens de opbouwende stimulatie buiten beschouwing gelaten worden. Deze bevat in elk geval de supplementaire frequentie inhoud, de vraag is enkel of deze extra frequenties invloed gehad hebben op de uiteindelijke oplossing.

Output als input Een andere methode vermijdt de nood aan toegevoegde tijdstappen. Wanneer een oplossing in het frequentiedomein berekend wordt, kan deze oplossing bewaard worden. Vervolgens kan deze als input dienen voor de berekeningen in het tijdsdomein. Er is dus een initiële voorwaarde berekend voor het probleem in het tijdsdomein. Op $t = 0$ zal de beam bijgevolg starten met de maximale uitwijking van de cyclus en vanuit deze configuratie wordt verder gerekend. Dit is echter geen discontinuïteit. De hele vervorming van de beam inclusief de externe kracht zijn zodanig dat deze als een *foto* uit een gehele cyclus komen. Het is alsof de simulatie al de hele tijd aan de gang is en er op $t = 0$ verder gerekend wordt. Omdat op $t = 0$ de maximale uitwijking gebruikt wordt als initiële voorwaarde, moet de harmonische kracht ook maximaal zijn op dit moment. Er wordt dus gebruik gemaakt van een cosinus functie, maximaal op $t = 0$.

9 Clamped beam model

Zoals reeds vermeld is de gebruikte beam eendimensionaal. Het is een lijnelement, het is weergegeven in figuur 57. Dit lijnelement bevat enkele nodes. De uiterste linkse node heeft als randvoorwaarde

een fixed constraint. Het kan geen beweging nog rotatie ondergaan, het is als het ware vastgezet op de coördinaat waar het zich in de initiële toestand bij bevindt. De uiterste rechtse node ondergaat een externe oscillerende kracht. Het model bevat geen damping, noch de vergelijkingen voor niet-lineariteiten.

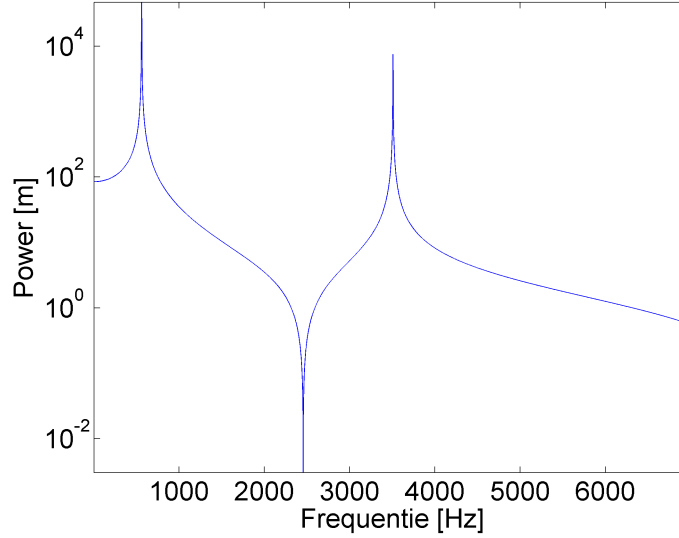


Figuur 57: Schets van het *clamped beam* model. Uiterst links zijn alle vrijheidsgraden vastgezet. Uiterst rechts een verticaal oscillerende kracht.

9.1 Eigenfrequenties

Eerder werd aangetoond dat de eigenfrequenties een belangrijke rol spelen bij het controleren van de stabiliteit van de oplossing. Indien de aandrijvingsfrequentie dicht bij de resonantiefrequentie van het systeem ligt, kan het systeem door onnauwkeurigheden in deze resonantie glippen. De eigenfrequenties kunnen op voorhand bepaald worden en bijgevolg kan bewust gekozen worden om met een frequentie te stimuleren in de nabijheid van zo'n resonantie. Als de oplossing dan correct is, zal deze ook wel bij andere frequenties correct zijn.

Figuur 58 toont enkele eigenfrequenties van het gebruikte beamelement. De eerste eigenfrequentie is steeds de belangrijkste en deze bevindt zich bij 559 Hz . Een simulatie met een aandrijvingsfrequentie van 530 Hz is dan een goede controle.



Figuur 58: De eigenfrequenties van de gebruikte beam zijn duidelijk zichtbaar op deze frequentierespons curve.. Om het model goed te testen, wordt de aandrijffrequentie best dicht bij de eerste eigenfrequentie gekozen.

9.2 Geen damping

9.2.1 Oplossing frequentiedomein als initiële voorwaarden

De respons van de beam op een harmonische kracht met de randvoorwaarden hierboven beschreven, wordt eerst in het frequentiedomein uitgerekend. Vervolgens wordt de uitkomst voor de verplaatsing, de snelheid, de rotatie en rotatiesnelheid als initiële voorwaarden ingevoerd voor de berekening in het tijdsdomein. De oplossing kan eveneens gebruikt worden om de tijdsoplossing mee te vergelijken. Wanneer de verkregen uitwijking in het frequentiedomein vermenigvuldigd wordt met $e^{i2\pi f_{stim}t}$, dan kan de verwachte oplossing op elk tijdstip uitgerekend worden. Het verkiezen van de complexe exponentiële boven een cosinus is te verantwoorden door het benutten van de beschikbare fase informatie in de oplossing van het frequentiedomein. Deze gaat verloren indien met een puur reële functie vermenigvuldigd wordt. De bekomen spectra van beide oplossingen wordt wel bepaald door eerst het reële deel te nemen.

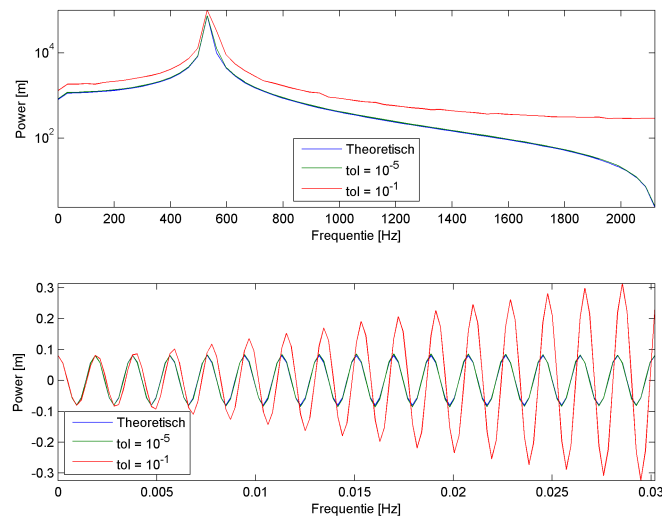
Voor elke simulatie wordt een totale simulatietijd van $16T$ met T de periode van de aandrijving. Deze tijd is opgedeeld in stukjes $dt = \frac{T}{8}$.

Toleranties Zoals vermeld zijn er twee toleranties, de absolute en de relatieve. Deze parameters dwingen de oplossing te convergeren tot onder een bepaalde waarde voor de geschatte fout. Om de invloed van beide op de oplossing te bestuderen wordt er een *parameter sweep* uitgevoerd. De toleranties worden de waarden 10^{tol} met $tol \in [-2, -3, -4, -5]$. Voor elke mogelijke combinatie van deze waarden wordt een simulatie uitgevoerd, dit zijn er dus 16 in totaal.

abs / rel	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
10^{-2}	1,1958	0,0534	0,0817	0,0314
10^{-3}	0,4594	0,0676	0,0817	0,0312
10^{-4}	0,3421	0,0676	0,0817	0,0312
10^{-5}	0,3421	0,0676	0,0817	0,0313

Tabel 9: Afwijking op de theoretische oplossing voor verschillende waarden voor absolute en relatieve toleranties. Een lage relatieve tolerantie zorgt telkens voor een goed resultaat, maar andersom is dit niet noodzakelijk zo. De beste methode is beide toleranties op een gelijk niveau te stellen.

Figuur 59 toont de spectra en het tijdsverloop van enkele simulaties en de theoretische oplossing. Het is duidelijk dat voor de simulaties met relatief hoge toleranties het systeem op haar eigenfrequentie is gaan resoneren. Hoe lager de toleranties hoe beter de overeenkomst. Tabel 9 geeft een overzicht van het absolute verschil met de theoretische oplossing voor alle 16 simulaties. Een belangrijke trend die hierin te bespeuren is, is dat een lage relatieve tolerantie en een hoge absolute tolerantie vrij goede resultaten levert, maar dat dit andersom niet het geval is. De invloed van de relatieve tolerantie is dus kennelijk groter.

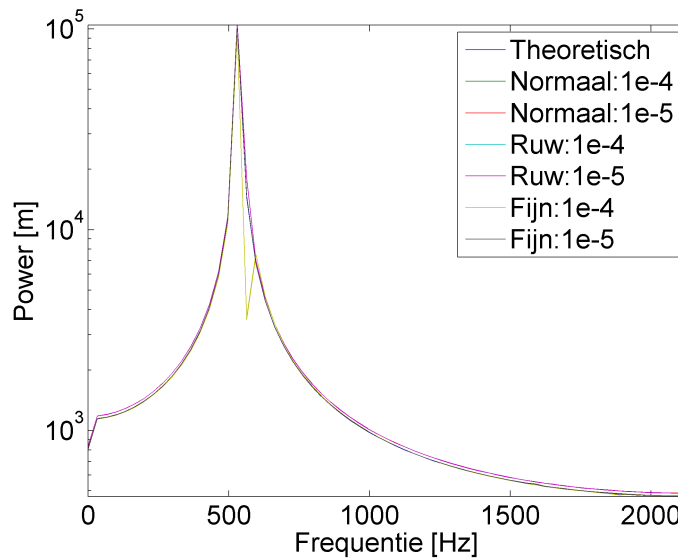


Figuur 59: De spectra (Boven) worden getoond voor de theoretische oplossing en de relatieve en absolute toleranties voor waarden 10^{-5} en 10^{-1} . Bij deze laatste is de energie in het algemeen hoger. Dit komt door input van de eigenfrequentie. Omwille van resonantie gaat de uitwijking groter zijn en dit is waar te nemen in het spectrum. De nauwkeurigere oplossing bij lagere tolerantie heeft dit probleem niet. Ditzelfde is waar te nemen in het tijdsverloop (Onder).

Meshgrootte Het mesh kan verfijnd worden om een nauwkeurigere oplossing te bekomen. Misschien is het dan mogelijk om gebruik te maken van hogere toleranties en kan de totale rekentijd toch

verlaagd worden. Anderzijds is de oplossing misschien fijn genoeg en kan het mesh ruwer gemaakt worden, op die manier wordt ook de nodige rekencapaciteit en tijd verkleind. Dit is vooral belangrijk bij grote complexe modellen. Voor deze simulaties worden de relatieve en absolute toleranties aan elkaar gelijkgesteld en kunnen ze de waarden in het interval $[10^{-4}, 10^{-5}]$ aannemen. Voor de meshgroottes worden vooraf bepaalde standaarden gebruikt. Een *normaal* mesh levert 10 lijnelementen op, een ruwer 6 en een fijner 18. Met het doorgeven van de oplossing moet rekening gehouden worden dat de data enkel exact gekend is in de nodes. Wanneer bijvoorbeeld de frequentie domein oplossing van een *normaal* mesh gebruikt wordt als initiële voorwaarden voor een *ruwer* mesh, dan is het eindresultaat van de tijdsoplossing slechter dan wanneer ook een grof mesh werd gebruikt in het frequentiedomein. De nodes van een grof mesh liggen op andere posities dan die van het normale mesh. Bijgevolg zijn de doorgegeven waarden interpolaties van de oplossing van het frequentiedomein, hierdoor wordt reeds een fout in de beginvoorwaarden meegegeven.

Figuur 60 toont de spectra voor de simulaties. De spectra worden getoond voor verschillende keuzes voor de mesh. Zo lang de tolerantie laag genoeg ingesteld is, is het resultaat goed en heeft het mesh weinig invloed. De grootte van het mesh kan uiteraard meer invloed hebben bij complexere modellen.



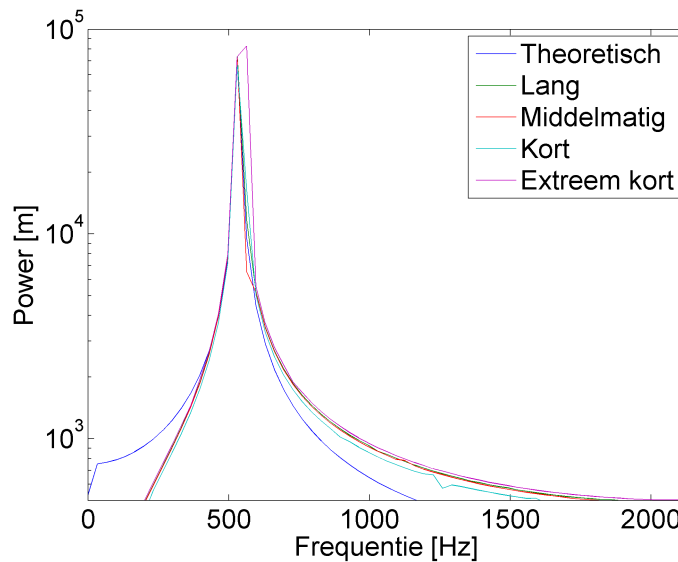
Figuur 60: De spectra worden getoond voor verschillende keuzes voor de mesh. Zo lang de tolerantie laag genoeg ingesteld is, is het resultaat goed en heeft het mesh weinig invloed.

9.2.2 Gebruik van rampfunctie

Het gebruik van een rampfunctie impliceerde dat er geen beginvoorwaarden meegegeven werden. De stimulatie wordt met $\frac{\pi}{2}$ verschoven, zodat het reële deel op tijdstip $t = 0$ gelijk is aan nul. Dit draagt bij tot het vermijden van discontinuïteiten.

Duurtijd van de rampfunctie In vorige sectie werd toegelicht hoe een ramp nog steeds supplementaire frequentie inhoud toevoegt en dat de belangrijkste parameter om dit te vermijden de duurtijd van de rampfunctie is. De lengte van het tijdsinterval waarover de monotoon stijgende functie zich strekt, bepaalt immers de bandbreedte van haar spectrum. Deze bandbreedte moet zo klein mogelijk zijn om frequentie contaminatie te vermijden. Voor elke simulatie, ongeacht de frequentie moet dezelfde rampfunctie gebruikt worden. Indien de duur ervan afhankelijk zou zijn van de frequentie, is deze voor hoge frequenties kort en neemt de breedte van haar spectrum toe. De contaminatie is strikt afhankelijk van de duur, niet van de stimulatie frequentie.

Figuur 61 toont de spectra voor de oplossingen voor verschillende lengtes van de rampfunctie. Duidelijk is dat voor een zeer korte rampfunctie, de eigenfrequentie een belangrijke factor begint te spelen. Voor langere rampen komen de spectra goed overeen. De simulaties zijn uitgevoerd met de relatieve en absolute tolerantie ingesteld op 10^{-3} . Bij het gebruik van de *output als input* methode was deze tolerantie eigenlijk te hoog. Slechts de waarden van 10^{-5} werd een vergelijkbaar resultaat behaald. Het gebruik van een rampfunctie blijkt nauwkeuriger te zijn.

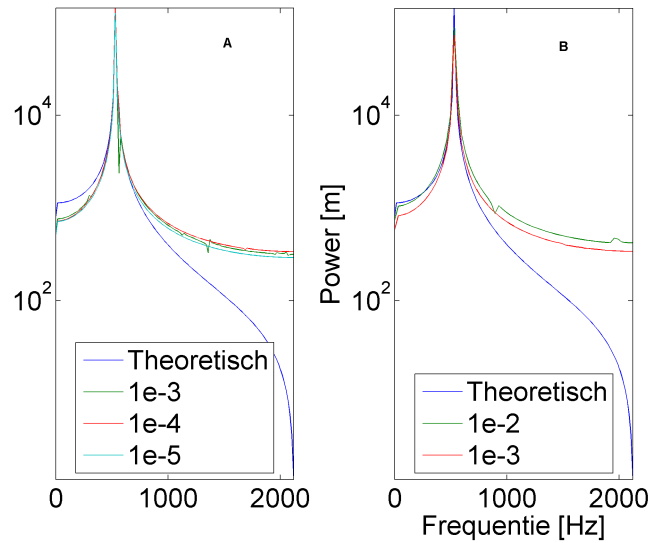


Figuur 61: Het gebruik van een rampfunctie introduceert enige fase verschuiving ten opzichte van de gekozen tijdstippen waarop het signaal weergegeven wordt. Dit introduceert kleine mankementen in de berekening van het spectrum. De piek is duidelijk wel aanwezig, maar de uiterst hoge en lage frequenties wijken af van de theoretische oplossing. Toch is duidelijk dat een zeer korte ramp ervoor zorgt dat de eigenfrequentie gestimuleerd wordt en dit resulteert in een slechte uitkomst. Hoe langer de ramp hoe beter.

Toleranties Zoals gezien, blijkt dat een rampfunctie hogere toleranties kan gebruiken dan wanneer een oplossing als initiële voorwaarden wordt gebruikt. Het is interessant om te bestuderen waar de grens ligt. Kan een lange ramp nog hogere toleranties gebruiken dan 10^{-3} en kan een kortere rampfunctie met lagere toleranties betere resultaten opleveren?

Voor de langere ramp (0,18 s) wordt een vergelijking tussen 10^{-3} en 10^{-2} gemaakt. Voor de kortere 0,09 s wordt een tolerantie *sweep* van $[10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}]$ gedaan.

Figuur 62 **A** en **B** tonen de resultaten voor de lange en de korte rampfunctie respectievelijk. Het verhogen van de tolerantie voor de lange rampfunctie levert beduidend slechtere resultaten op. De waarde van 10^{-2} overschrijdt ook de standaardwaarde, die door het programma COMSOL gehanteerd wordt. De resultaten voor de kortere ramp bevorderen wel naarmate de toleranties naar beneden geschroefd worden.



Figuur 62: Figuur **A** toont de spectra voor de korte ramp voor verschillende waarden voor de toleranties. De tolerantie kan verhoogt worden tot 10^{-4} , hogere toleranties veroorzaken defecten in de oplossing. Bij een lange ramp blijft 10^{-3} toch de bovengrens om een goed resultaat te behouden.

Meshgrootte De meshgrootte heeft dezelfde invloed op de resultaten als bij de *output als input* methode en wordt niet besproken.

9.3 Met damping

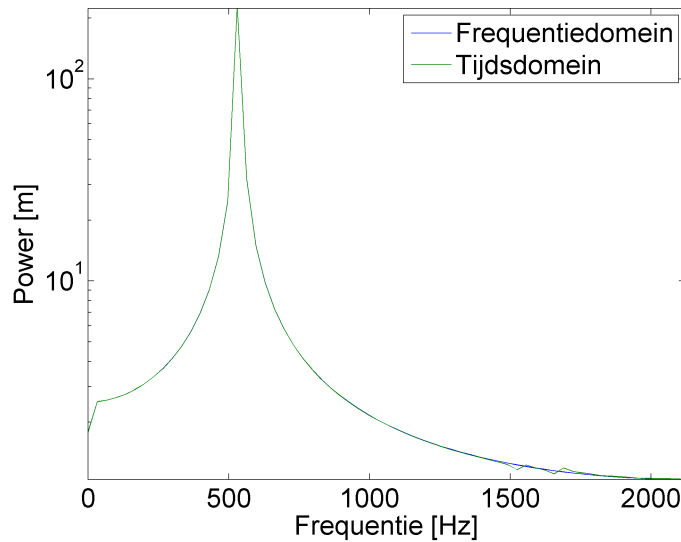
In het passieve cochlea model werd vóór het gebruik van viskeuze damping, een isotrope verliesfactor gebruikt. In tegenstelling tot de viskeuze damping, was de berekening eenvoudiger en was er geen extra fijn mesh nodig voor de viskeuze randlaag. Het einde elementen pakket COMSOL laat niet toe deze isotrope verliesfactor ook te gebruiken in het tijdsdomein. Een andere oplossing is nodig. Verscheidene mogelijkheden worden onderzocht waaronder het gebruik van Rayleigh damping en het toevoegen van virtuele dempers.

Rayleigh damping Rayleigh damping is bestaat uit twee termen, de massa- en de stijfheidsterm. Voor elke term is er een coëfficiënt, μ en λ respectievelijk. Het dampingsratio wordt bepaald aan de hand van volgende formule:

$$\xi = 2\pi \left(\frac{\mu}{f} + \lambda f \right) \quad (36)$$

waarbij f de responsfrequentie is, de frequentie waarmee het model trilt. De stijfheid zorgt voor een lineaire afhankelijkheid met de frequentie, terwijl de massaterm een $\frac{1}{f}$ verband met zich meebrengt. Deze massaterm wordt vaak achterwege gelaten, het dampingsratio zal bijgevolg lineair afhankelijk van de frequentie zijn. Figuur 63 toont het resultaat van een simulatie die gebruik maakte van Rayleigh damping.

Voor alle frequenties zou een overeenkomst met de resultaten van het frequentiedomein met isotrope verliesfactor te bereiken zijn. Een isotrope verliesfactor van 0,5 wordt verwezenlijkt met Rayleigh damping via $\lambda = \frac{0,5}{2\pi f}$. Figuur 63 toont een simulatie waarbij voor het frequentiedomein een isotrope verliesfactor gebruikt werd en voor het tijdsdomein de formule voor λ . De overeenkomst is goed. Net zoals opgemerkt in het intermezzo (sectie 7), is een damping waarvoor de frequentie op voorhand gekend moet zijn enkel in het frequentiedomein toepasselijk. Het zou het gebruik van twee frequenties tegelijk in het tijdsdomein onmogelijk maken. Want er kunnen geen twee dampingsfactoren tegelijk gekozen worden.



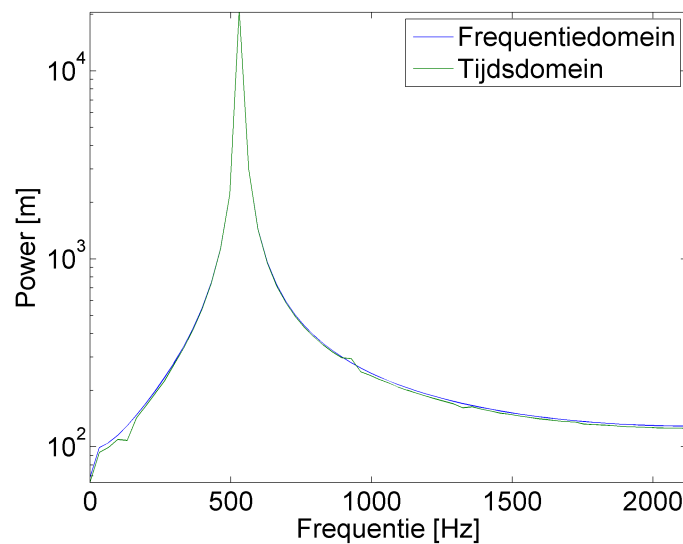
Figuur 63: Spectrum voor de oplossing van het frequentiedomein en het tijdsdomein met Rayleighdamping. De resultaten komen heel goed overeen.

Viskeuze dampingsratio's zijn ook frequentieafhankelijk, het is daarom aangeraden om af te stappen van het idee van een isotrope verliesfactor die voor elke frequentie hetzelfde is.

Het eenvoudige beammodel bevat geen gradiënt in de stijfheid terwijl de Rayleigh damping daar

wel aan gerelateerd is. Het is daarom toch geen geschikte kandidaat om te gebruiken in het cochlea model.

Virtuele dempers Het eindige elementen programma COMSOL laat toe om een veerbodem (*spring foundation*) toe te voegen aan het model. Deze vereist geen supplementaire geometrie. Afhankelijk van de uitwijking van het element waaraan de veerbodem is toegevoegd, wordt er een terugwerkende kracht uitgeoefend. Deze kracht is afhankelijk van de veerconstante die gegeven wordt. Er is ook de optie om damping aan deze veerbodem op te leggen. Deze damping is ofwel een isotrope verliesfactor of een viskeus dampingsmodel. De verliesfactor werkt opnieuw enkel in het frequentiedomein, maar het viskeus dampingsmodel werkt zowel in het frequentie als het tijdsdomein. De veerconstante kan de waarde $k = 0$ gegeven worden. Dus in plaats van een veerbodem wordt eigenlijk een demper toegevoegd. Figuur 64 toont het resultaat, dit komt weer goed overeen.



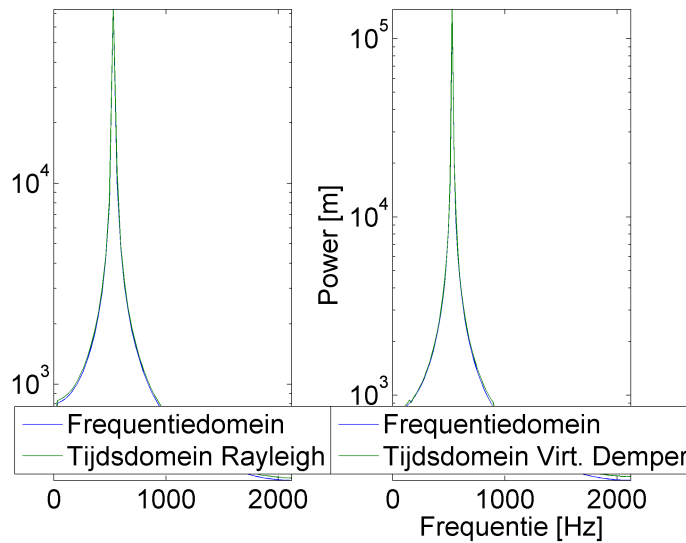
Figuur 64: Spectrum voor de oplossing van het frequentiedomein en het tijdsdomein met virtuele dempers. De resultaten komen heel goed overeen.

9.3.1 Oplossing frequentiedomein als initiële voorwaarden

De resultaten uit vorige paragrafen waren bekomen door uitsluitend gebruik te maken van de oplossing van het frequentiedomein als initiële voorwaarden.

9.3.2 Gebruik van rampfunctie

Figuur 65 toont de resultaten voor zowel het gebruik van virtuele dempers als voor de Rayleigh damping. De berekeningen met het gebruik van een rampfunctie zijn langzaam ten opzichte van het gebruik van de oplossing van het frequentiedomein. Deze berekeningen gaan toenemen naarmate complexere modellen gebruikt worden. Om die reden zal in volgende secties enkel de output-als-input methode gebruikt worden.



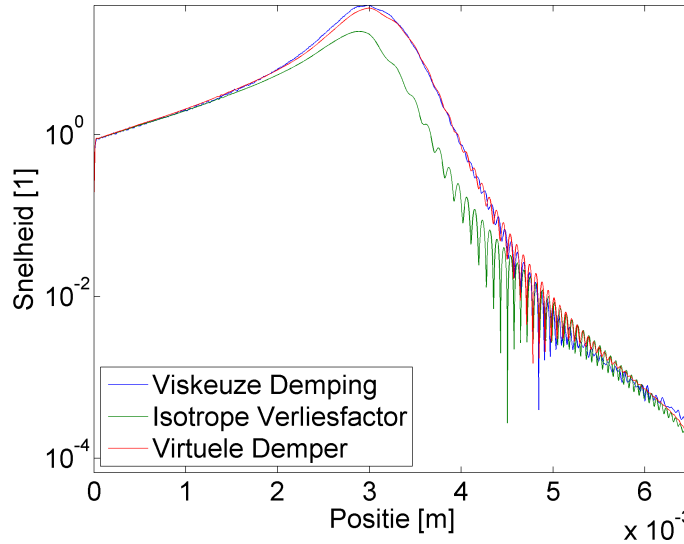
Figuur 65: De spectra voor het gebruik van rampfuncties met links Rayleigh damping en rechts virtuele dempers. Opnieuw komen de resultaten goed overeen tussen het frequentie- en het tijdsdomein. De berekeningstijd is echter zo lang bij het gebruik van rampfuncties, dat deze methode voor het cochlea model niet meer gebruikt zal worden.

10 Passief doosmodel in het tijdsdomein

Een eerste test van het tijdsdomein is nu uitgevoerd. De verkregen ervaring kan toegepast worden op het cochlea model. Een eerste stap is om te kijken naar het passieve model. Visualisatie van de resultaten van het tijdsdomein is het eenvoudigst te realiseren met behulp van animaties. Een andere manier is gelijkaardig aan de methode bij het beam model. Een spectrum van de beweging wordt opgevraagd. De verticale beweging van het membraan gebeurt immers met dezelfde frequentie als die van de stimulatie. Dus ook in deze spectra zou slechts één piek aanwezig mogen zijn. Enkel bij het onderzoeken van meerdere frequenties kunnen supplementaire pieken, de distortieproducten, zich vertonen.

Wat eerst moet gebeuren is de dempingssterkte van de virtuele dempers toetsen. Dit is manueel gebeurd, zonder optimalisatieprogramma. Eenvoudigweg zijn verschillende waarden voor de demp-

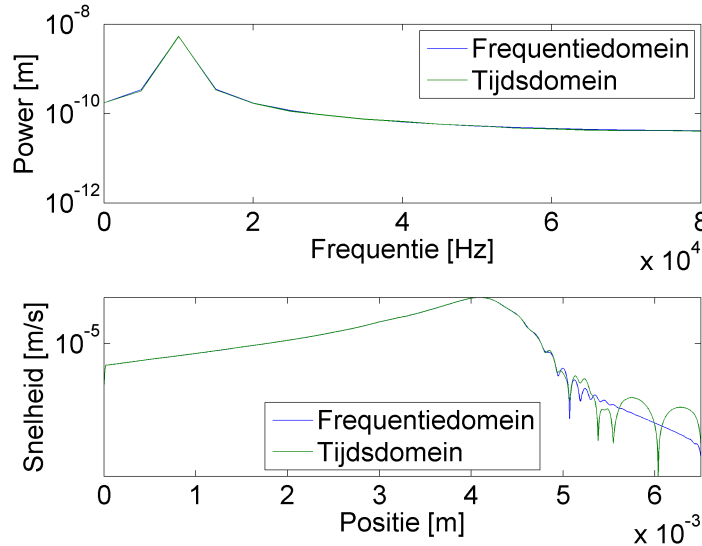
ing ingevoerd en werd gekeken welke de beste overeenkomst gaf. Figuur 66 toont een vergelijking van de genormeerde verticale snelheden voor zowel viskeuze, isotrope alsook virtuele dempers. Het gebruik van de virtuele demper benadert de viskeuze damping veel beter dan de isotrope verliesfactor.



Figuur 66: De verticale snelheid genormeerd met die van de stapes voor een simulatie bij 20 kHz waarbij telkens een andere vorm van damping werd toegepast. De viskeuze damping wordt goed benaderd door de virtuele demper. Deze berekening is uitgevoerd in het frequentiedomein.

10.1 Eén frequentie

Een eerste test bestaat uit het voortzetten van een stimulatie met slechts één enkele frequentie. In principe worden er geen niet-lineariteiten verwacht. Het spectrum zou dus één enkele piek moeten tonen en deze moet overeenkomen met de analytische voortzetting van de oplossing van het frequentiedomein. Figuur 67 toont het spectrum berekend voor één punt op het membraan. De eerste op de plaats van maximale uitwijking, de tweede en derde op een locatie meer basaal of meer apicaal gelegen respectievelijk. De gebruikte tolerantie was 10^{-5} . Het aantal periodes is beperkt tot 8. Ook de snelheid na 8 periodes wordt weergegeven. Op beide grafieken is er een goede overeenkomst met de theoretische voortzetting van de oplossing van het frequentiedomein.



Figuur 67: Boven: Spectrum voor de verticale beweging voor een punt op het membraan. Onder: Genormeerde verticale snelheid van het membraan na twee periodes.

10.2 Twee frequenties en Otoakoestische emissies

Het tijdsdomein verleende de toegang tot simulaties met meerdere frequenties als stimulatie. Hierbij wordt het mogelijk om niet-lineariteiten te *ontdekken*. De oorzaak van de distortieproducten wordt vaak toegeschreven aan versterking door de buitenste haarcellen in het orgaan van Corti. Er is ook geweten dat deze distortieproducten een veel kleinere amplitude teweegbrengen ten opzichte van de stimulatiefrequenties en dat de versterking vooral werkt voor signalen met lage amplitude. Een mogelijke hypothese is de volgende:

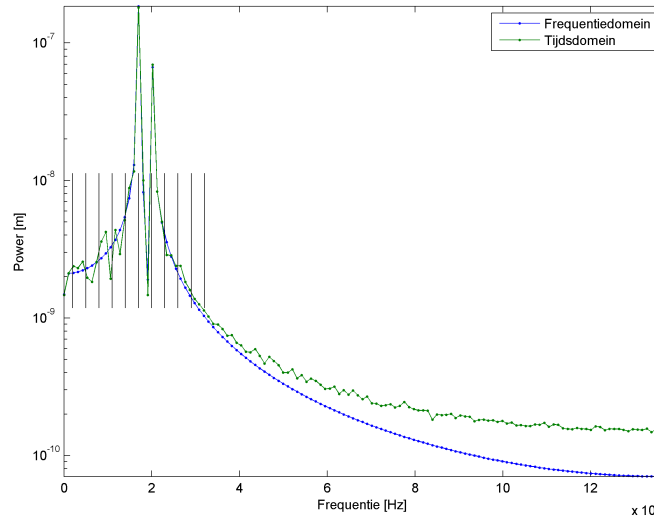
De niet-lineariteiten zijn reeds aanwezig zonder enige vorm van versterking. De distortieproducten hebben echter een kleinere amplitude. De versterking voegt enkel energie toe op de locaties waar deze distortieproducten resoneren en bijgevolg worden ze groot genoeg om waarneembaar te zijn.

Het $2f_1 - f_2$ DPOAE werd experimenteel makkelijker waargenomen als de verhouding van de frequenties ongeveer 1,2 was. In het geval waarbij $f_1 = 17$ kHz en $f_2 = 20$ kHz wordt $f_{DP} = f_2 + n(f_2 - f_1) = 10$ kHz. In tabel 10 worden voor verschillende waarden voor n de frequentie van de mogelijke distortieproducten weergegeven. Figuur 68 geeft het spectrum weer en de mogelijke locaties van de distortieproducten worden met zwarte verticale lijnen aangeduid. De resolutie van het spectrum is onvoldoende om een niet-geïnterpoleerde waarde voor deze frequenties te hebben. De piekjes kunnen dus enerzijds mogelijke niet-lineariteiten die reeds aanwezig zijn zonder versterking, maar anderzijds kan het evengoed een onnauwkeurigheid zijn van de oplossing. Een eenvoudige controle van het laatste is de simulatie opnieuw uit te voeren met de tolerantie gedeeld door twee. Als het zelfde resultaat bekomen wordt, dan hebben de piekjes waarschijnlijk een

n	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f_{DP}[Hz]$	2000	5000	8000	11000	14000	17000	20000	23000	26000	29000	32000

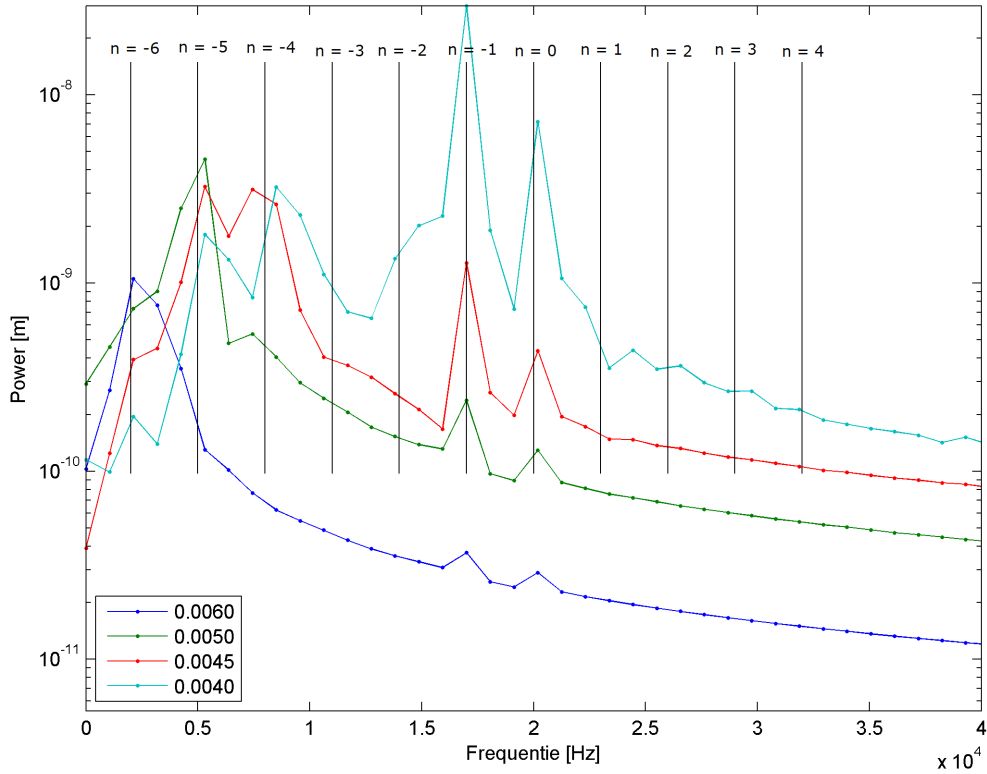
Tabel 10: Mogelijke distortieproducten voor n gaande van -4 tot 4 .

fysische betekenis. Deze simulaties duren helaas meerdere dagen en er was geen tijd meer voor deze verificatie.



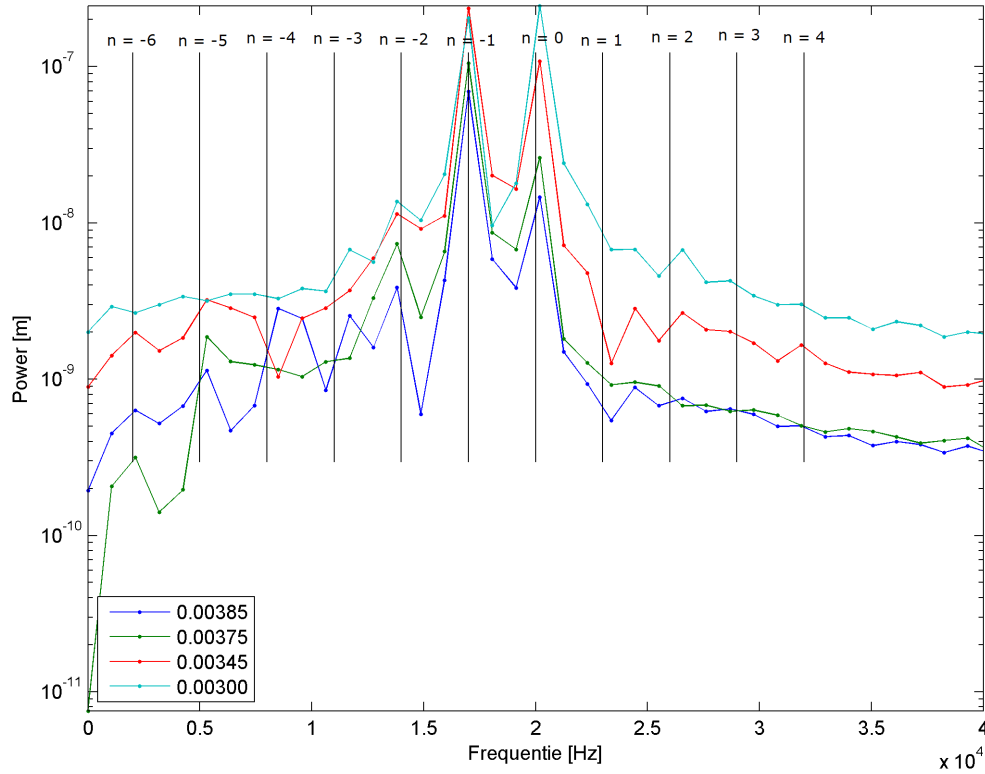
Figuur 68: Spectrum voor een simulatie bij 17 kHz en 20 kHz voor 16 periodes voor verschillende locaties op het membraan. In het zwart zijn de locaties van de mogelijke distortieproducten aangeduid. De pieken van 17 en 20 kHz zijn steeds aanwezig, maar supplementaire pieken duiken op. In meerdere spectra zijn gemeenschappelijke frequenties sterk aanwezig.

Het spectrum uit figuur 68 is berekend voor een punt op 0.0035 m van de basis van het basilaire membraan. Dit is ongeveer op de locatie waarbij het membraan maximale trilt bij 17 kHz . Figuur 69 toont verschillende spectra op locaties voorbij dit punt, meer richting de apex. Bij elke grafiek zijn de twee pieken van 20 en 17 kHz te bespeuren. Er zijn telkens ook andere pieken aanwezig op frequenties lager dan die van de stimulatie. Dat deze frequenties lager zijn is logisch, hoe meer naar de apex toe, hoe lager de lokale resonantie frequentie. Sommige spectra hebben enkele supplementaire pieken gemeenschappelijk. Allen liggen ze heel dicht bij frequenties van potentiële distortieproducten. Ondanks dat er geen verificatie met lagere toleranties gebeurd is, kan er met enige voorzichtigheid gespeculeerd worden dat de waargenomen pieken inderdaad distortieproducten zijn. Het zouden de distortieproducten voor $n \in \{-6, -5, -4\}$ zijn.



Figuur 69: Spectrum voor een simulatie bij 17 kHz en 20 kHz voor 16 periodes. In het zwart zijn de locaties van de mogelijke distortieproducten aangeduid. De resolutie van het spectrum is echter niet fijn genoeg om op elk van deze locaties een meetwaarde te hebben.

Als dit inderdaad distortieproducten zijn is dit een mooi voorbeeld van het voordeel dat het tijdsdomein heeft ten opzichte van het frequentiedomein. De som van de spectra van het frequentiedomein leveren enkel de pieken op 17 en 20 kHz. Opvallend is de afwezigheid van een duidelijke $n = -2$ piek. De laatste curve op figuur 69 geeft nog wel een hint van enige aanwezigheid ervan. Figuur 70 toont spectra voor locaties iets meer van de apex verwijderd. Ditmaal lijkt een $n = -2$ piek wel aanwezig te zijn in alle curves. Een terechte opmerking is het in vraag stellen van het piekje tussen $n = 1$ en $n = 2$. Hebben de pieken dan toch geen fysische betekenis, of is dit misschien een distortieproduct van distortieproducten?



Figuur 70: Spectrum voor een simulatie bij 17 kHz en 20 kHz voor 16 periodes. In het zwart zijn de locaties van de mogelijke distortieproducten aangeduid.

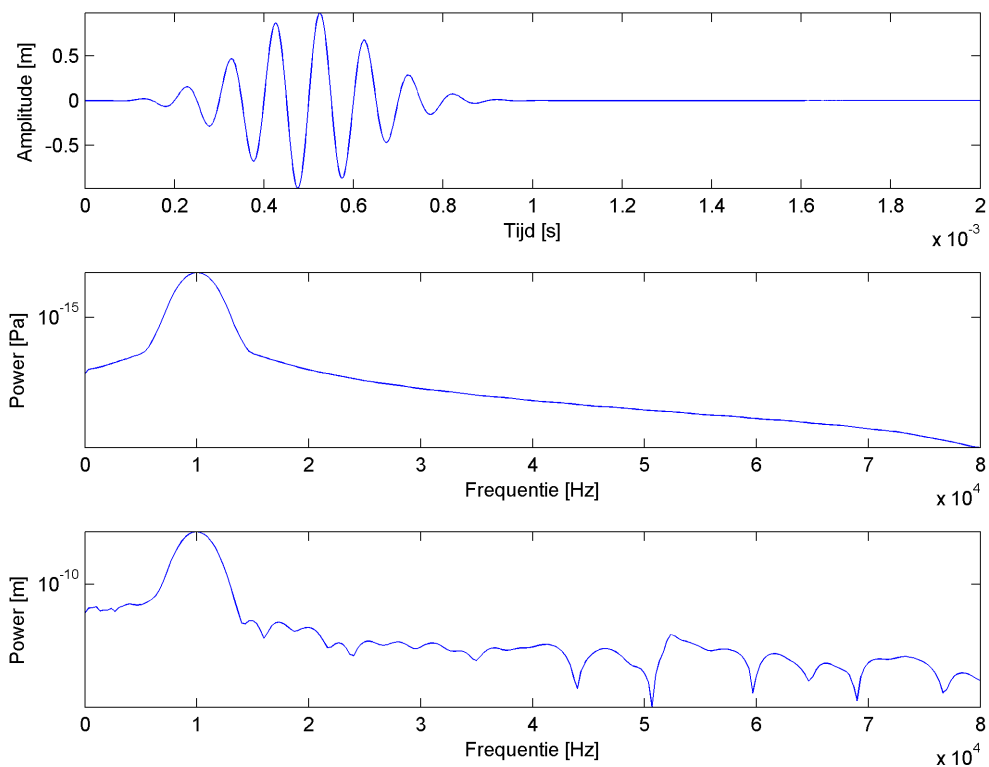
Om enige zekerheid te hebben in deze bevindingen, zou dezelfde simulatie opnieuw uitgevoerd moeten worden met lagere toleranties. Daarbovenop zou hetzelfde geprobeerd kunnen worden met andere stimulatiefrequenties. Bovendien is in elk geval een langer tijdsinterval nodig zodat de resolutie van de spectra verbetert.

10.3 Tone burst

Vorige simulaties hielden in dat de stimulatie met pure tonen voortdurend was. Er was geen echt begin of einde aan de sinus, het was een continue stimulatie. In klinische toepassingen worden vaak kliks, maar ook toonpulsen gebruikt. Deze toonpuls is te vergelijken met het horen van een korte piep. Het signaal dat wordt gegeven is het eenvoudigst te beschrijven als een vermenigvuldiging van een Gausscurve met een sinus. Dit wil zeggen dat het signaal geleidelijk opbouwt tot een maximum en vervolgens weer afdaalt tot de amplitude nul is. Het frequentiespectrum is een convolutie van de individuele spectra. Dit houdt in dat de piek van het spectrum van de sinus uitgesmeerd

wordt. Zowel de tone burst als haar spectrum zijn te zien op figuur 71. Ook het spectrum van de respons van het membraan wordt getoond. Beide zijn sterk gelijkend, één brede piek is te zien. Het spectrum van de respons is lichtelijk verschillend, dit is mogelijk door de periode waarin het systeem uitdempt na de puls.

De tone burst is hoe dan ook een goed voorbeeld van een unieke situatie. Een tijdsimulatie waarbij geen initiële voorwaarden zijn meegegeven, maar ook geen rampfunctie aan te pas kwam. Een interessante onderzoeksvraag die kan gesteld worden is of het gebruik van twee van zo'n pulsen een eenvoudig interpreteerbare respons geeft. De pieken in het spectrum zullen immers breed zijn, zijn distortieproducten dan nog waar te nemen? Worden de pieken van distortieproducten ook breed? Moet er gekeken worden naar het spectrum van de respons wanneer de input pas voorbij is?

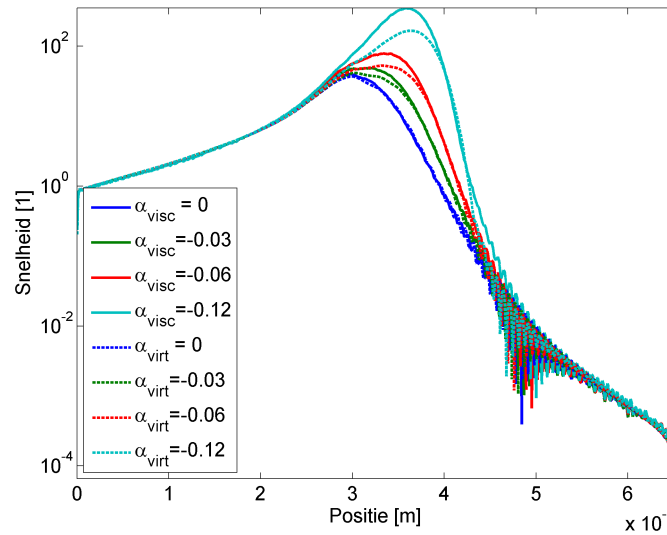


Figuur 71: Boven: Weergave van een toneburst in de tijd. Midden: Spectrum van dit signaal. Onder: Spectrum van de respons van het membraan.

ANIMATIE: [Toneburst uitwijking](#)

11 Actief doosmodel in het tijdsdomein (?)

In vorige sectie werd eerst de dempingsfactor van de virtuele dempers afgesteld. Dit om een zo goed mogelijke overeenkomst te krijgen met de viskeuze demping. Die verkregen dempingsfactor wordt nu gebruikt in het actief model. Figuur 72 toont opnieuw een vergelijking tussen de twee soorten demping, maar ditmaal voor verschillende waarden van de amplificatiefactor α . In het passieve model was de overeenkomst zeer goed, maar in het actieve model is dit niet meer het geval. Er wordt nog wel steeds een versterkende functie bereikt, maar deze is niet zo sterk als bij viskeuze demping.



Figuur 72

Een simulatie in het tijdsdomein werd gestart, maar werd vroegtijdig geannuleerd. De berekening was reeds 48 uur bezig en zat nog niet op 50% van de totale tijdspanne die uitgerekend moest worden. De simulatie werd uitgevoerd op een eenvoudige laptop en het risico werd gelopen dat deze oververhit raakte als gevolg van langdurig en intensief cpu gebruik. De data die bijgehouden werd overbrugde een te klein tijdsinterval zodat de beschikbare spectra geen interpreteerbare waarde hadden.

Er bestaat ook een argument waarom de resultaten waarschijnlijk niet zo'n interessant resultaat hadden opgeleverd. Het is enkele keren vermeld dat de versterkingsfunctie van het orgaan van Corti vooral van toepassing is op signalen van lage amplitude. De distortieproducten in vorige sectie zijn daar een goed voorbeeld van. Echter, de analytische benadering voor de versterking in dit werk, houdt geen rekening met de amplitude van de beweging van het basilaire membraan. Zowel grote als kleine amplitudes zouden versterkt worden en de distortieproducten hadden er, relatief gezien, niet sterker uitgekomen zoals verwacht in een actieve cochlea.

Er is nood aan een soort van threshold programmatie voor oscillaties van een bepaalde amplitude

waarvoor de versterking in werking treedt. Deze is niet aangemaakt in deze thesis en om die reden zullen er ook geen resultaten van tijdsimulaties in dit werk geplaatst worden.

12 Conclusie

In deze thesis werd de anatomie van het binnenoor en de consequenties van de geometrische en materiaaleigenschappen van het basilaire membraan beschreven. Het versterkingsmechanisme van het orgaan van Corti werd ook tot deze discussie betrokken. Als laatste onderdeel van de literatuurstudie werd het concept van Otoakoestische emissies en distortieproducten aangehaald.

Vervolgens werd aan de hand van een model in het frequentiedomein de invloed van die geometrische en materiaaleigenschappen op de functie van de cochlea onderzocht. Gradueel werd de complexiteit verhoogd en het passieve model werd uiteindelijk uitgebreid tot een actief model met behulp van analytische benaderingen voor de supplementaire krachtwerking van de buitenste haarcellen.

Omtrent deze haarcellen werd een klein intermezzo ingevoerd. Een uitgebreid model zou deze buitenste haarcellen in rekening brengen en er werd gekeken naar de passieve respons op samen-drukking en rek. De cilindermodellen die hiervoor gebruikt werden, werden vervolgens benaderd door ééndimensionale beam elementen.

Vervolgens werd de stap naar het tijdsdomein gezet. Deze stap voorwaarts werd bereikt door een kleine stap achteruit te nemen. In plaats van het complexe cochlea model, werd er geopteerd voor het gebruik van een simpel beam model. Op die manier werden de mogelijkheden om een tijdsdomein simulatie op te stellen getoetst. De gevolgen van discontinuïteiten werd onderzocht en de oplossingen hiervoor. Hieruit bleek dat het gebruik van een rampfunctie een heel langzaam proces is. Daarom werd gekozen om verder te werken met oplossingen van het frequentiedomein die fungeerden als initiële voorwaarden voor het tijdsdomein. Er moest ook een andere vorm van damping gekozen worden, daar de isotrope verliesfactor geen equivalent had in het tijdsdomein in het eindige elementen programma COMSOL. Voor deze damping werd dan de zogenaamde *virtuele demper* gekozen. De sterkte van deze demper werd afgeschat door een vergelijking te maken van het passieve doosmodel met viskeuze damping en de virtuele dempers. Een goede overeenkomst werd bereikt.

Met het werkbare tijdsdomeinmodel werden enkele situaties uitgetest. Het gebruik van een stimulatie met één en twee frequenties en een tone burst. De eerste diende als controle. Het gebruik van twee frequenties werd uitgevoerd in verband met de distortieproducten die voorheen besproken werden. Spectra gemaakt voor verschillende plaatsen op het membraan vertoonden enkele pieken die goed overeenkwamen met de mogelijke frequenties waarbij zulke distortieproducten zich voordoen. Er kan echter niet met zekerheid gesproken worden, de resolutie van het spectrum was relatief laag en er zijn geen extra testen verricht ter verificatie. De tone burst was een interessante toepassing van een tijdsimulatie zonder een echte rampfunctie of initiële voorwaarden. De virtuele dempers werden uiteindelijk nog getest in het actieve model, maar er zat enige afwijking op de resultaten met de viskeuze damping. Het verwezenlijkt actieve model heeft ook geen drempelwaarde die bepaalt wanneer de versterking in werking treedt. Elk signaal zou versterkt worden en de zwakke distortieproducten zouden bijgevolg niet relatief gezien sterker aanwezig zijn na versterking.

Concluderend is tijdsmodellering een interessante uitbreiding op simulaties in het frequentiedomein. Verder onderzoek naar distortieproducten zou interessante resultaten op leveren. Het simuleren van realistische klinisch toegepaste stimulaties zoals tone bursts is ook een intrigerend onderzoeksvoorstel. Het actieve model zou uitgebreid moeten worden zodat er een drempelwaarde is voor de amplitudes van het basilaire membraan waarop de versterking stopt met werken. Op die manier zou de versterking van de distortieproducten kunnen onderzocht worden. Kortom, het tijdsdomein opent vele nieuwe deuren.

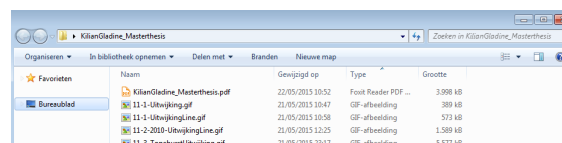
Referenties

- [1] BASBAUM, A.I., KANEKO, A., SHEPHERD, G.M. en WESTHEIMER, G., *The Senses: A comprehensive reference, Vol 3, Audition*, Academic Press, San Diego, 2008, p. 165-202.
- [2] RAU, C., HWANG, M., LEE, W., RICHTER, C., 'Quantitative X-ray Tomography of the Mouse Cochlea', PLoS ONE, volume 7 (2012), april, nr. 4.
- [3] REN, T. en NUTTALL, A.L., 'Basilar membrane vibration in the basal turn of the sensitive gerbil cochlea', Hearing Research, Volume 151 (2001), augustus, p.48-60.
- [4] SOONS, J.A.M., RICCI, A.J., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Cytoarchitecture of the Mouse Organ of Corti from Base to Apex, Determined Using In Situ Two-Photon Imaging', JARO, volume 16 (2015), Oktober, p.47-66.
- [5] GAO, S.S., ET AL, 'Vibration of the organ of Corti within the cochlear apex in mice', Journal of Neurophysiology, Volume 112 (2014), september, nr. 5, p. 1192-1204.
- [6] GREENWOOD, D.D., 'A cochlear frequency-position function for several species 29 years later', J. Acoust. Soc. Am., Volume 87 (1990), juni , Nr. 6, p. 2595-2605.
- [7] MÜLLER, M., Von HÜNERBEIN, K., HOIDIS, S. en SMOLDER, J.W.T., 'A physiological place-frequency map of the cochlea in the CBA/J mouse', Hearing Research, Volume 202 (2005), p.63-73.
- [8] OLSON, E.S., DUIFHUIS, H. en STEELE, C.R., 'Von Békésy and cochlear mechanics', Hearing Research, Volume 293 (2012), mei, p.31-43.
- [9] TEUDT, I.U. en RICHTER, C.P., 'Basilar Membrane and Tectorial Membrane Stiffness in the CBA/CaJ Mouse', JARO, Volume 15 (2014), mei, p.675-694.
- [10] YOON, Y., STEELE, C.R. en PURIA, S., 'Feed-Forward and Feed-Backward Amplification Model from Cochlear Cytoarchitecture: An Interspecies Comparison', Biophysical Journal, Volume 100 (2011), januari, p. 1-10.
- [11] MAHONEY, C.O., 'Investigating the latency of the 2f1-f2 distortion product otoacoustic emission in normal and pathological ears using the phase gradient method', University of London, (1993).
- [12] PROBST, R., LONSBURY-MARTIN, B.L., MARTIN, G.K., 'A review of otoacoustic emissions' J Acoust Soc Am, Volume 88 (1991), p.2027-2067.

A Bekijken van animaties

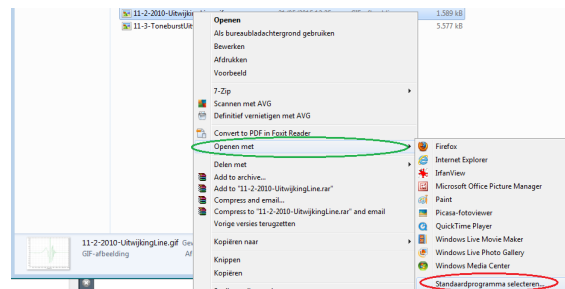
Deze thesis bevat enkele animaties. Animaties zijn (soms) gemakkelijker te interpreteren dan een stilstaande grafiek of de beschrijvende woorden voor een fenomeen. Deze appendix beschrijft hoe de animaties eenvoudig geraadpleegd kunnen worden op de toepasselijke momenten.

Indien u reeds beschikt over alle animaties, de bestanden met extensie *.gif*, dan plaatst u deze in dezelfde map als het *pdf* bestand dat u nu leest. Figuur 73 toont hoe dit er uit zou zien. Indien u deze nog niet heeft, gelieve te e-mailen naar kilian.gladine@student.uantwerpen.be.



Figuur 73: De *gif*-bestanden die animaties voorzien moeten in dezelfde map geplaatst worden als de *pdf*.

Vervolgens moet er een standaardprogramma gekozen worden om de animatie mee te openen. Sommige programma's kunnen de animatie wel openen, maar geven enkel het eerste frame weer. Een goede keuze is bijvoorbeeld een internet browser (internet explorer, mozilla firefox, google chrome, ...) naar keuze. Om een standaardprogramma in te stellen wordt op een willekeurige *gif*-bestand rechts geklikt en vervolgens *openen met ...* waar in het menu *standaardprogramma selecteren* verschijnt (zie figuur 74). Eens hier op geklikt is, kan een standaardprogramma gekozen worden.



Figuur 74: Het kiezen van een standaardprogramma om de animaties te openen.

In sommige secties zal een animatie voorzien worden. Deze zijn duidelijk aangeduid met blauwe tekst, zoals bijvoorbeeld:

ANIMATIE: Test

Hier op kan geklikt worden, als de voorgaande stappen correct zijn uitgevoerd dan opent deze animatie in het gekozen programma. Mogelijk geeft het programma waarin u de *pdf* geopend heeft

nog een waarschuwing dat u op een externe link heeft gedrukt. Dan kiest u voor de optie *Toestaan* of iets gelijkaardigs om verder te gaan naar de animatie.

Mocht dit niet werken, geen nood. De animaties zijn goed genummerd en kunnen nog manueel geopend worden.

Druk op deze sectieverwijzing 5.3.1 om terug te gaan naar locatie waar de eerste animatie werd vermeld.

B Geometrische waarden

Lengte cochlea [m]	$6,8 \cdot 10^{-3}$
Breedte cochlea [m]	$0,45 \cdot 10^{-3}$
Hoogte cochlea [m]	$0,90 \cdot 10^{-3}$
Lengte basilaire membraan [m]	$6,5 \cdot 10^{-3}$
Dikte basilaire membraan (basis) [m]	$0,015 \cdot 10^{-3}$
Dikte basilaire membraan (apex) [m]	$0,005 \cdot 10^{-3}$
Breedte basilaire membraan (basis) [m]	$0,0636 \cdot 10^{-3}$
Breedte basilaire membraan (apex) [m]	$0,1147 \cdot 10^{-3}$
Straal 1 ovaal venster [m]	$0,1 \cdot 10^{-3}$
Straal 2 ovaal venster [m]	$0,2 \cdot 10^{-3}$
Straal rond venster [m]	$0,1 \cdot 10^{-3}$
Dikte rond venster [m]	$0,01 \cdot 10^{-3}$

Tabel 11: Waarden gebruikt in het passieve model.